

УПСК
79/8

**ИССЛЕДОВАНИЕ
ПЛОСКИХ НИТЯНЫХ СЕТЕЙ
И ТКАНЕВЫХ ОБОЛОЧЕК**

МИНИСТЕРСТВО МОНТАЖНЫХ И СПЕЦИАЛЬНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ РАБОТ УССР
УКРГЛАВСТАЛЬКОНСТРУКЦИЯ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПРОЕКТНЫЙ ИНСТИТУТ "УКРПРОЕКТСТАЛЬКОНСТРУКЦИЯ"

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР
КИЕВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ГИБКИМИ НИТЯМИ

В. Н. ГОРДЕНКО

И С С Л Е Д О В А Н И Е

ПЛОСКИХ НИТЯНЫХ СЕТЕЙ И ТКАННЫХ ОБОЛОЧЕК

Директор ГПИ "Укрпроектстальконструкция"

А. ЮСАКОВ

Главный инженер

Начальник отдела научно-
исследовательских работ

С. БУМЫШКО

С. УДОБЕНКО

Руководитель темы и ответственный
исполнитель аспирант КАДИ

В. ГОРДЕНКО

1963 г.

г. Киев

Выпуск 95

Работа выполнена в соответствии с планом исследовательских, проектных и экспериментальных работ на 1963 год, утвержденным приказом Госстроя СССР № 437 от 13.XII.1962 года.

В работе рассматриваются системы с элементами из гибких нитей: плоские нитяные сети, тканевые оболочки, а также комбинированные системы, полученные на их основе, которые находят широкое применение при строительстве вантовых покрытий, антенных сооружений приемных и передающих радиостанций, контактных сетей электрифицированных железных дорог, трамвайных и троллейбусных линий и в других областях техники.

Разработаны инженерные методы статического расчета таких систем, основанные на привычных инженеру принципах классической строительной механики. Изложение методов иллюстрируется примерами.

Большое внимание уделено механизации расчетов нитяных сетей. Формулы записываются в виде, приспособленном к последующему программированию вычислений для электронных и клавишных счетных машин. Приводятся программы для выполнения целого ряда расчетов на клавишных машинах.

При составлении настоящего выпуска были использованы результаты ранее выполненной работы: "Инженерные методы расчета плоских нитяных сетей типа антенных полотен СГД-РА (ГПИ "Укрпроектстальконструкция", Выпуск 71, Киев, 1962 г.).

Замечания и пожелания просим направлять по адресу : Киев-11, Печерский спуск 19, ГПИ "Укрпроектстальконструкция".

Настоящая работа представляется инженером
В.Н.Гордеевым на соискание ученой степени кан-
дидата технических наук.

Научный руководитель — доктор технических
наук, профессор П.М.Варвак.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ.

§ 1.1.	Общие положения	7
§ 1.2.	Область применения плоских нитяных сетей и тканевых обскочек	11
§ 1.3.	Краткий обзор литературы	18

II. ПЛОСКИЕ НИТЯНЫЕ СЕТИ

§ 2.1.	Уравнения равновесия гибкой нити. Системы статически определимые и статически неопределимые.	30
§ 2.2.	Сети, статически определимые относительно натяжений. Их линейная деформируемость в поперечном направлении	34
§ 2.3.	Сети, статически определимые относительно натяжений. Кинематический анализ	37
§ 2.4.	Сети, статически определимые относительно поперечных усилий	40
§ 2.5.	Применение метода сил для расчета сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий.	42
§ 2.6.	Применение метода перемещений для расчета сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий	48
§ 2.7.	Некоторые принципы механизации расчетов,	52

§ 2.8.	Механизированный расчет сетей, статически определенными относительно поперечных усилий	54
§ 2.9.	Механизированный расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Метод сил	57
§ 2.10.	Механизированный расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Метод перемещений	62
§ 2.11.	Расчет сетей на поперечное смещение опор	69
§ 2.12.	Определение перемещений	73
§ 2.13.	Сети, один раз статически неопределимые относительно натяжений	77
§ 2.14.	Вынужденное деформирование сетей в поперечном направлении	87
§ 2.15.	Метод Бубнова-Галеркина	91
§ 2.16.	Метод последовательных приближений	95
§ 2.17.	Обобщение полученных результатов	102

III. ТКАНЕВЫЕ ОБОЛОЧКИ

§ 3.1.	Уравнения теории тканевых оболочек в метрике поверхности	107
§ 3.2.	Уравнения теории тканевых оболочек в метрике плоскости	115
§ 3.3.	Расчет тканевых оболочек на некоторые виды нагрузок	122
§ 3.4.	О поведении тканевых оболочек под нагрузкой	130
§ 3.5.	Расчет тканевых оболочек по методу с и л.	133
§ 3.6.	Тканевые оболочки, очерченные по поверхности переноса и поверхности вращения.	136
§ 3.7.	Расчет тканевых оболочек с учетом податливости опорного контура	141
§ 3.8.	Некоторые рекомендации по расчету тканевых оболочек на произвольные нагрузки	157

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

159

ЛИТЕРАТУРА	163
----------------------	-----

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Краткая характеристика расчетов для кото- рых приводятся программы вычислений	169
--	-----

Программы вычислений	171
--------------------------------	-----

I. ВВЕДЕНИЕ

§ 1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Гибкие нити в настоящее время находят себе широкое применение в различных областях техники. Висячие мосты и трубопроводы, контактные сети электрофицированных железных дорог и городского транспорта, подвесные дороги и кабель-краны, антенно-мачтовые сооружения объектов связи и радиовещания, провода линий электропередач, висячие покрытия — все эти конструкции содержат в качестве основных элементов гибкие нити.

Как правило, гибкая нить является составной частью более сложной системы, содержащей другие упругие и неупругие элементы, и только с некоторой степенью приближенности влиянием этих элементов можно пренебречь и рассматривать гибкую нить обособленно. Часто этого сделать не удается и тогда приходится рассматривать в целом более или менее сложную систему, включающую в себя гибкие нити.

Если принципы расчета отдельной гибкой нити разработаны достаточно полно, то системы с элементами из гибких нитей изучены еще недостаточно. В этой области имеются немногие работы, посвященные, в основном, решению отдельных частных задач. Настоящая работа, в которой рассмотрен расчет некоторых систем гибких нитей, позволит частично восполнить пробел в этой области.

Системы с элементами из гибких нитей (рис. 1.1.1) можно разделить на два класса: сети из гибких нитей и комбинированные системы. Последний из этих классов является весьма обширным. Сюда относятся, например, висячие мосты; мачты и системы мачт, объединенных общими оттяжками; сети из нитей и балок, применяющиеся в висячих покрытиях, и пр. Строго говоря, сюда можно отнести все

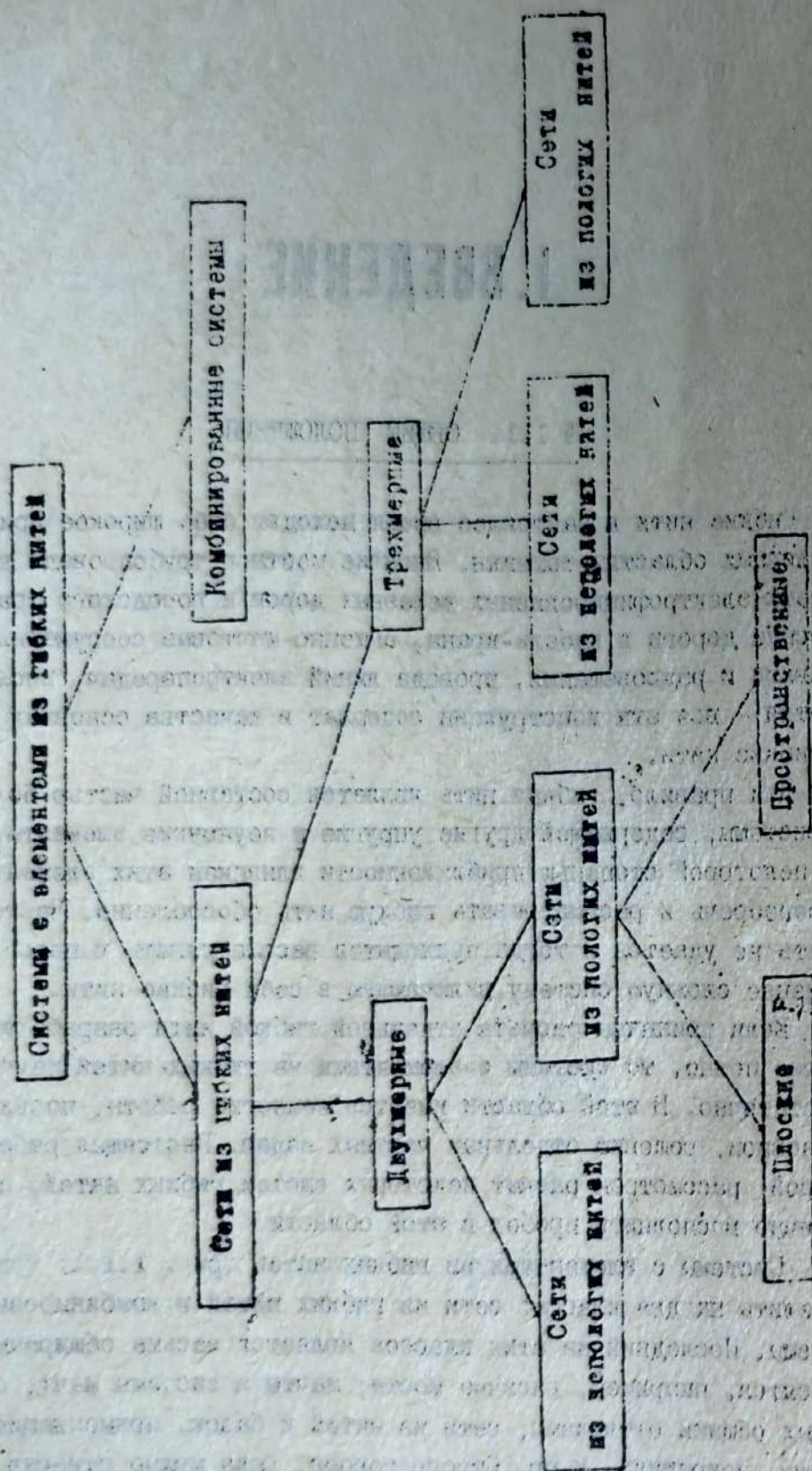


Рис. 1.1.1.

системы гибких нитей, рассматривающиеся с учетом опорных конструкций.

Сетями из гибких нитей называются системы, состоящие из гибких нитей, соединенных между собой в узлах. Будем различать двумерные и трехмерные сети. Первые из них это те, через все точки которых можно провести поверхность. Сюда относятся сети висячих покрытий, некоторые типы антенн, сети аэростатов и т.п. Трехмерные сети представляют собой такую пространственную систему, которая не может быть уложена в одну поверхность.

С расчетной точки зрения гибкие нити обычно подразделяют на пологие и непологие, причем, расчет для первых из них значительно проще, чем для последних. По этому признаку можно подразделить и сети, как двумерные, так и трехмерные.

В практике строительства применяются в основном сети, состоящие из пологих нитей, так как они являются более жесткими. Эти сети в зависимости от расположения их опорных точек можно разделить на плоские и пространственные. Плоские сети имеют опорные точки, лежащие в одной плоскости. В виде плоских сетей выполняются антенные полотна объектов связи и радиовещания, различные подвески контактных проводов электрического транспорта, некоторые типы висячих покрытий и другие конструкции.

Пространственные двумерные сети имеют опорные точки, не лежащие в одной плоскости. Основная область применения таких сетей — висячие покрытия, где сеть используется в качестве несущей конструкции либо только на период монтажа, либо также и в процессе эксплуатации покрытия.

Сети из гибких нитей могут иметь различную структуру. Для сетей с крупными ячейками, применяющихся в подвесках контактных проводов и антенных сооружениях, характерна нерегулярная структура, т.е. эти сети имеют нечетко выраженный закон образования. Напротив, сети с небольшими ячейками, применяющиеся в висячих покрытиях, имеют, как правило, регулярную структуру. Например, часто применяются сети, образованные двумя семействами взаимно пересекающихся гибких нитей. Ячейки таких сетей представляют собой четырехугольники, в каждом узле сходятся четыре элемента, т.е. в этом случае можно выявить четкие законы образования сети.

Сеть с большим числом узлов и регулярной структурой часто бывает удобно рассматривать не как дискретную, а как некоторую сплошную систему, описывая ее свойства дифференциальными зависимостями. Так, вместо упомянутой выше сети, образованной двумя семействами взаимно пересекающихся нитей, можно рассматривать конструкцию, изготовленную

из некоторого сплошного материала, который будем условно называть тканью (основываясь на свойствах этого материала). Пространственной сети в данном случае будет соответствовать некоторая тканевая оболочка. Так густой раствор можно в ряде случаев рассчитывать как плиту.

В настоящей работе будут рассматриваться плоские нитяные сети и тканевые оболочки, а также некоторые комбинированные системы, построенные на их основе.

Как уже указывалось, под плоской нитяной сетью будем подразумевать систему пологих гибких нитей, соединенных в узлах, с опорными точками, лежащими в одной плоскости. Эту плоскость будем называть плоскостью сети и по отношению к ней рассматривать пологость нитей.

Проекцию усилия в нити на плоскость сети будем называть натяжением.

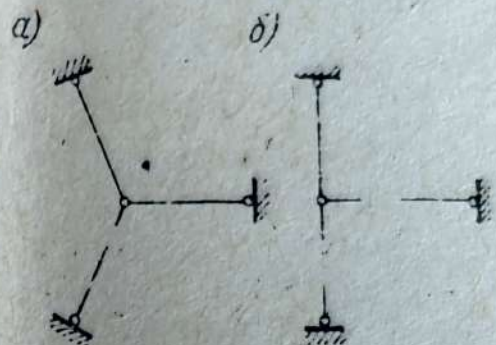
Целью расчета плоской нитяной сети будем считать определение натяжений всех нитей, а также отыскание ее равновесной формы под воздействием заданных нагрузок. При этом, естественно, должны быть заданы все параметры, характеризующие сеть в исходном состоянии. Разумеется, здесь речь идет о расчетном исходном состоянии, которое не обязательно должно совпадать с действительным монтажным состоянием. В качестве такого состояния может быть выбрано предельное состояние сети или другое нагрузочное состояние.

При решении задачи будем пользоваться следующими предположениями:

1. Сеть настолько пологая, что косинус угла наклона к плоскости сети любого ее элемента можно считать равным единице.
2. Перемещения узлов в плоскости сети в процессе загрузки невелики по сравнению с размерами сети и ими можно пренебречь при изучении ее равновесия. Это означает, что расчет в плоскости сети ведется по недеформированной схеме, как это делается обычно для стержневых систем.

Как и для стержневых систем, для плоских нитяных сетей это предположение не всегда имеет место и, естественно, сужает круг рассматриваемых задач. Так если для узла из трех нитей, показанного на рис. 1.1.2а, это предположение имеет место, то при расположении нитей в узле по рис. 1.1.2б предположение о том, что смещение узла невелико, будет в ряде случаев весьма грубым.

следует отметить, что нельзя дать общего правила для определения, соответствует ли данная система вышесказанным предположениям или нет. В сомнительных случаях этот вопрос необходимо выяснить по результатам проведенного расчета.



Кроме плоских нитяных сетей в настоящей работе рассматриваются тканевые оболочки.

Тканевой оболочкой будем называть предельный случай двумерной пространственной сети, образованной двумя семействами взаимно пересекающихся гибких

нитей, получающийся при неограниченном увеличении количества нитей и неограниченном уменьшении расстояний между ними.

Целью расчета тканевой оболочки будем считать определение напряжений в оболочке и перемещений ее точек под нагрузкой, а исходными данными — величины нагрузок и параметры, характеризующие оболочку в исходном состоянии. Так же, как и для плоских нитяных сетей, исходное состояние может быть выбрано произвольно.

В работе получены две системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение тканевых оболочек под нагрузкой: уравнения в координатах на некоторой поверхности и уравнения в координатах на плоскости. Первая из них основывается на более точных предположениях, вторая — более удобна для применения.

Предположения, на основании которых получены эти системы уравнений, приводятся в соответствующих параграфах.

§ 1.2. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ПЛОСКИХ НИТЯНЫХ СЕТЕЙ И ТКАНЕВЫХ ОБОЛОЧЕК

Одной из областей, где применяются нитяные сети, являются антенные устройства приемных и передающих радиостанций [54, 55, 56].

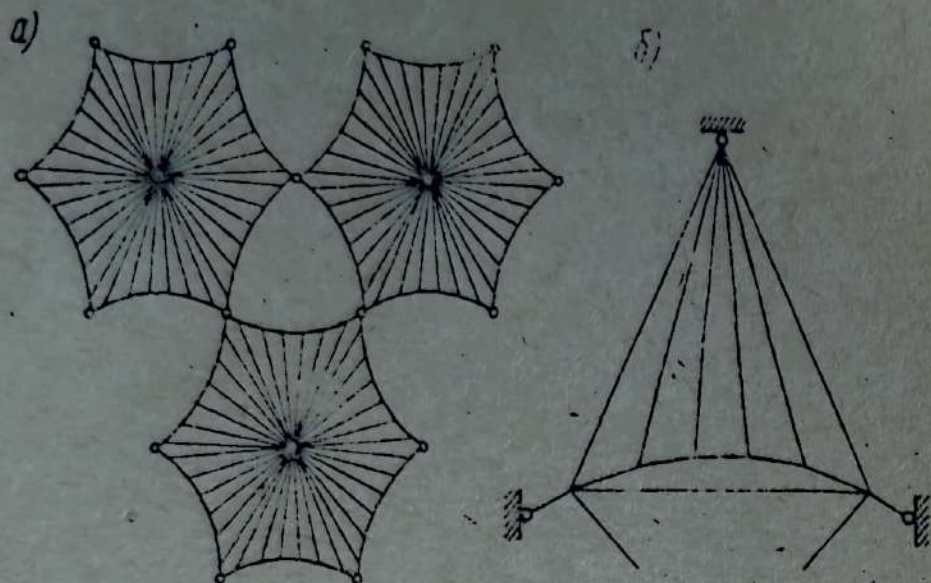


Рис. 1.2.1

Антенна радиостанции является одним из основных ее элементов. Стойкость антенных устройств весьма значительна и в отдельных случаях (особенно в диапазоне длинных волн) составляет до 80% общей стоимости радиостанции [55]. В диапазонах длинных и средних волн антенны выполняются в виде сети проводов, подвешенной к мачтам высотой до 350 м. Мачты располагаются либо по прямой линии, либо по вершинам некоторого многоугольника. Площадь, занимаемая такими сооружениями, достигает нескольких квадратных километров, а длина проводов — десятков километров.

Одним из типов антенн, применяющихся при длинах волн 5000–25000 метров является сеть в виде трех горизонтальных зонтов. Схема такой сети в плане показана на рис. 1.2.1а, а отдельная секция зонта — на рис. 1.2.1б. Каждый из зонтов крепится к семи мачтам, одна из которых — центральная, а остальные шесть — периферийные. Сеть имеет радиальную структуру. Каждая секция окаймлена контурным проводом, натяжение которого создается, как правило, противовесом. Подобная антенна может быть выполнена также в виде одного зонта большого размера.

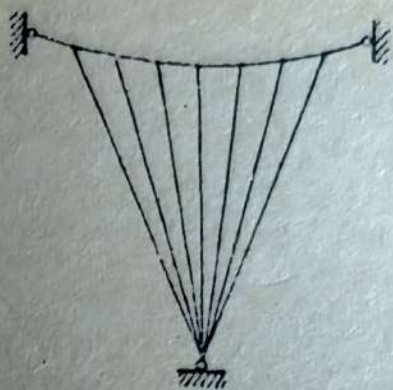


Рис.1.2.2

прикрепленных к горизонтальному полотну в различных точках пролета (рис. 1.2.2). Такую антенну называют арфообразной [54].

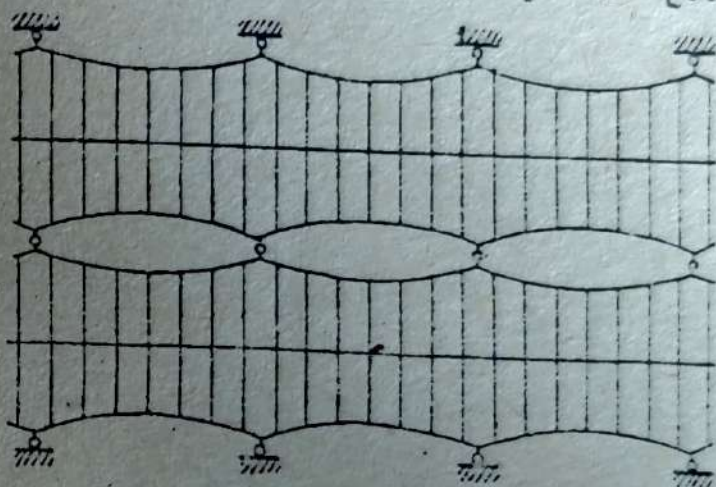


Рис.1.2.3

Для приема и передачи на коротких волнах чаще всего применяют сложные антенны, состоящие из многих вибраторов. Совместно с поддерживающими их канатами они образуют сети различной конфигурации.

Для приема волн длиной от 12 до 100 м применяются антенны бегущей волны типа ЕС. Они представляют собой горизонтальное полотно, состоящее из ряда параллельных симметричных вибраторов, прикрепленных к леерным канатам. Леерные канаты крепятся к мачтам. Для улучшения приема применяют сдвоенные антенны ЕС. Схема полотна такой антенны приведена на рис. 1.2.3.

В настоящее время в качестве передающих антенн коротковолновых радиостанций широко применяются синфазные антенны с горизонтальными вибраторами типа СГ, СГД, СГДРН, СГДРА. Вибраторы объединяются в

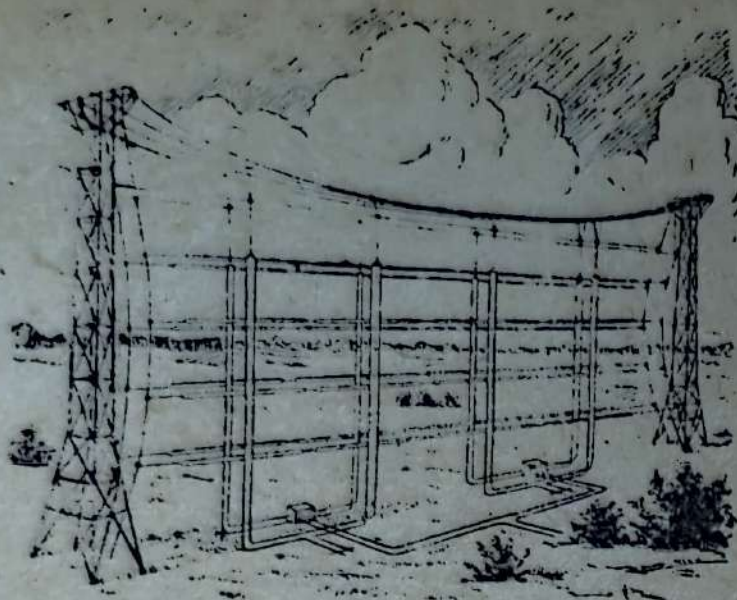


Рис. 1.2.4

единое вертикальное полотно. Число вибраторов в антенном полотне может быть различным. Обычно число этажей не превышает шести, а число вибраторов в этаже - восьми. На рис. 1.2.4. изображена симметричная горизонтальная антенна с рефлектором (СГД $\frac{4}{8}$ РН), укрепленная на металлических решетчатых балках. Вибраторы расположены в 4 этажа, каждый этаж содержит 8 вибраторов.

ГПИ "Укрпроектстальконструкция" в течение ряда лет по заданиям ГСПИ Министерства связи СССР проектирует опорные конструкции и механическую часть антенных полотен коротковолновых радиостанций. В 1960 г. было выполнено проектирование антенных сооружений радиоцентра в Багдаде (Ирак) [18]. В качестве опорных конструкций были приняты системы мачт, объединенных общими оттяжками. Высоты мачт - 110, 85, 55 и 45 м. Мачты предназначены для подвески аperiodического рефлектора, состоящего из ряда параллельных проволок, антенных полотен СГДРА, ВГДРА и неизлучающих уравнивающих сетей. Наиболее сложные из них - антенные полотна СГДРА, схемы и габаритные размеры которых приведены на рис. 1.2.5. Применены семь типов полотен, работающих в диапазонах волн $\lambda = 33$ м, $\lambda = 31$ м, $\lambda = 26$ м, $\lambda = 19,5$ м и $\lambda = 12$ м. Общее количество полотен СГДРА - 20 шт, ВГДРА - 9 шт. и уравнивающих сетей 48 шт.

Опорные крепления полотен - неподвижные.

Механический расчет антенных полотен производился методами, изложенными в настоящей работе.

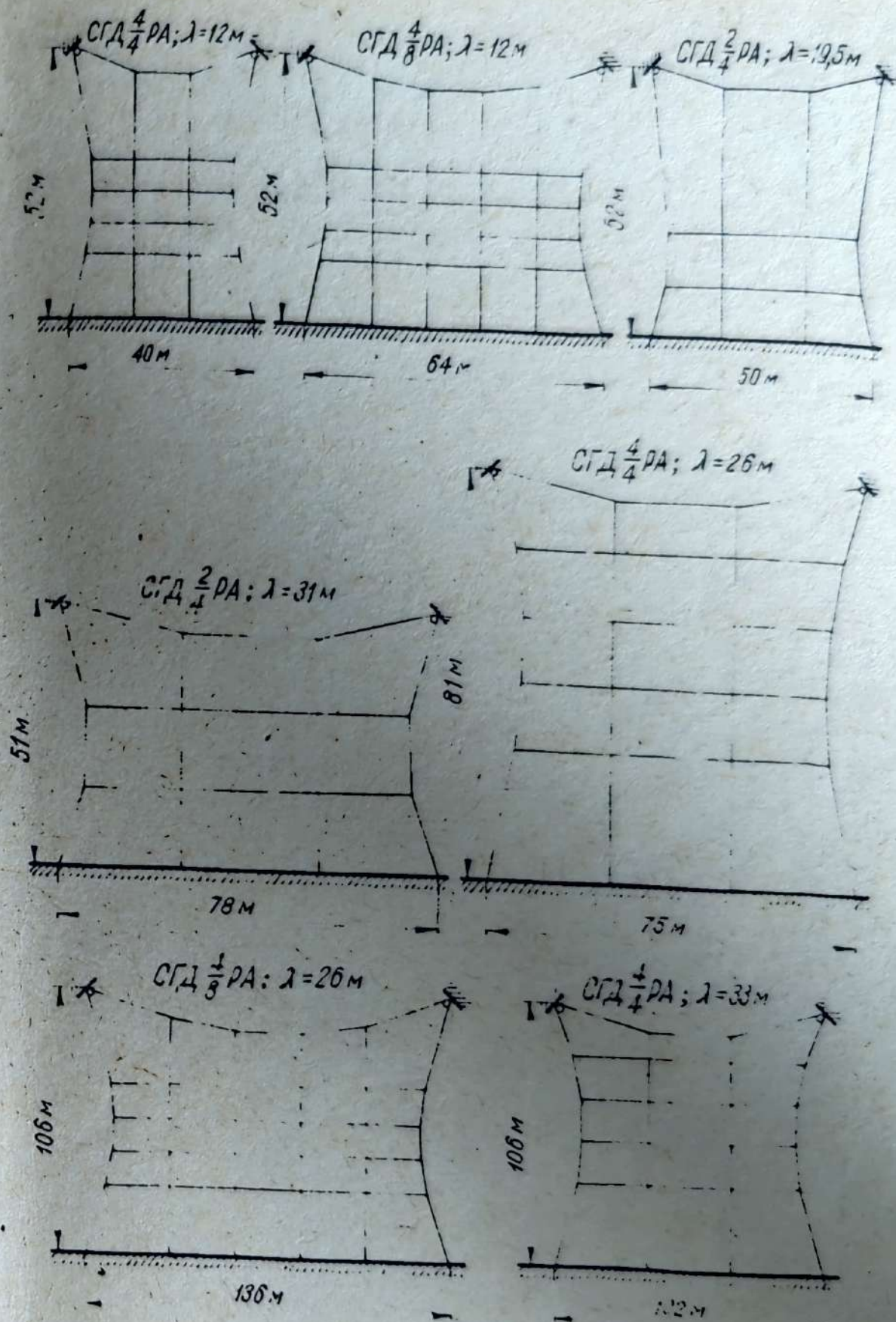


Рис. 1.2.5

Багдадский радицентр был построен в 1961 году и успешно эксплуатируется до сих пор. В процессе эксплуатации он перенес ветер, близкий к расчетному. Этот факт говорит в пользу предлагаемых методов и до некоторой степени может служить их экспериментальной проверкой.

В настоящее время разрабатываются типовые опоры для подвески антенн СД и сами антенные полотна. Учитывая то, что полотно одной и той же структуры может применяться в различных диапазонах волн, соотношения размеров отдельных его элементов унифицированы и выражены в долях оптимальной длины волны данного диапазона. Схема и размеры одного из таких полотен - СГД $\frac{4}{8}$ РА - приведены на рис. 1.2.6.

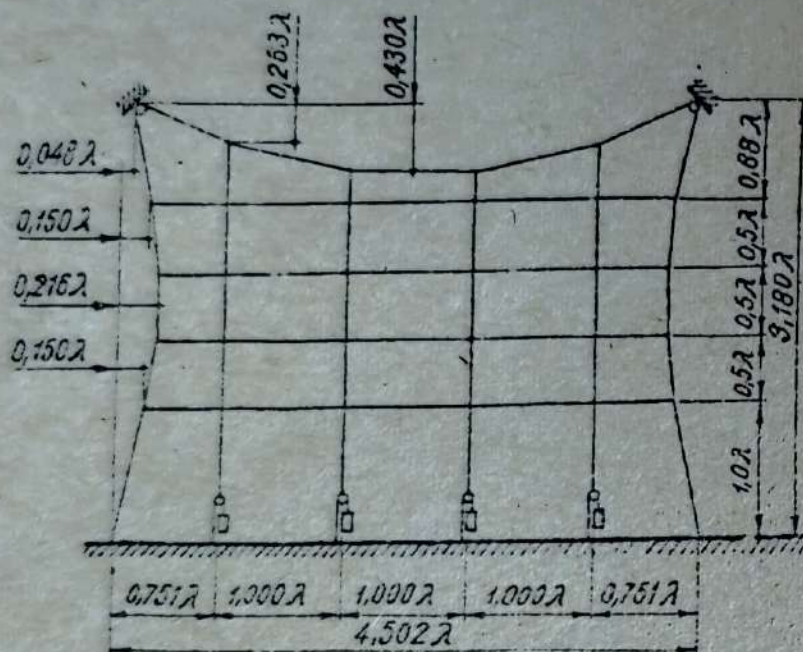


Рис. 1.2.6

В типовых антенных полотнах принято подвижное закрепление некоторых опорных точек. Натяжение нитей в этих точках осуществляется при помощи противовесов. Полотно получается статически определенным относительно натяжений, последние не меняются под воздействием ветра. Это позволяет уменьшить деформативность полотна при небольших скоростях ветра и предотвратить возникновение больших натяжений при урагане.

Область, в которой применяются нитяные сети в наиболее массовых масштабах, является, повидимому, электрический транспорт [7,3]. Для подвески контактных проводов этого транспорта используются в основном гибкие нити и сети из нитей. Такими сетями оплетены электрифицированные участки железных дорог, улицы и площади большинства городов.

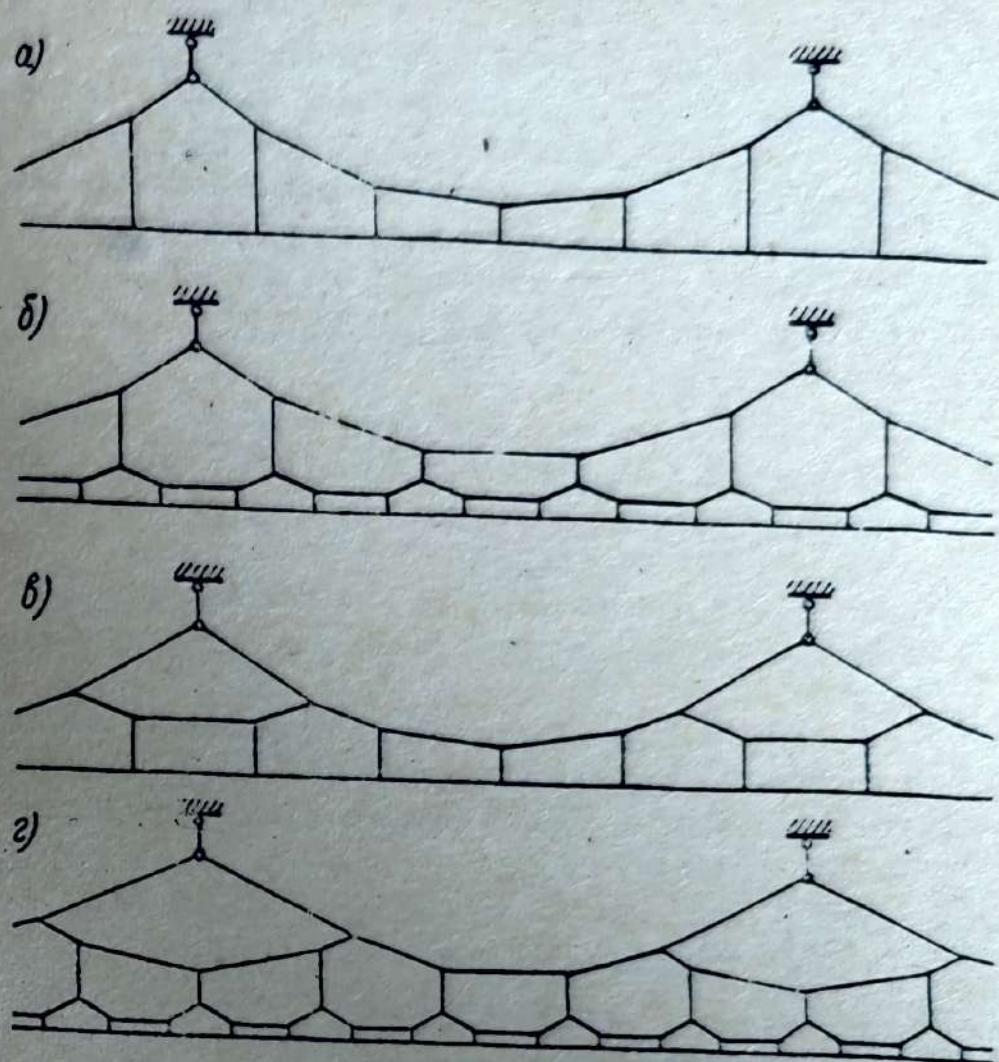


Рис.1.2.7

Наиболее распространенным методом увеличения расстояния между опорами контактной сети является применение цепной подвески. Роль несущего элемента в этой подвеске выполняет трос, к которому подвешивается контактный провод. Существуют различные типы цепной подвески. На рис. 1.2.7а показан наиболее простой из них — одинарная цепная подвеска. При больших пролетах между опорами применяют двойную цепную подвеску (рис. 1.2.7б).

Недостатком этих типов подвесок является неодинаковая податливость контактного провода на воздействие токоприемника в пролете и у опор. С целью устранения этого недостатка, который скан-

вается при больших скоростях движения, применяют специальные рессорные цепные подвески. На рис. 1.2.7 в и г. изображены схемы одинарной и двойной рессорных подвесок.

В отношении закрепления проводов цепные подвески могут быть некомпенсированными (опорные закрепления троса и контактного провода неподвижны), полукомпенсированными (контактный провод на противовесах, трос закреплён неподвижно) и компенсированными (контактный провод и трос имеет противовесы).

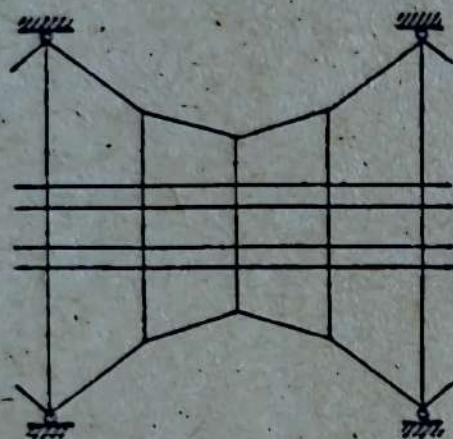


Рис.1.2.8

Показана на рис. 1.2.8. Полигональная подвеска применяется также на кривых. В этом случае одним из полигонов служит сам контактный провод

(рис.1.2.9). Наряду с полигонной, на кривых применяется так называемая лучевая подвеска (рис.1.2.10)

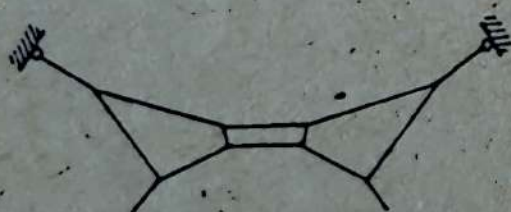


Рис.1.2.9

В последнее время стали широко применяться вантовые системы висячих покрытий. Несущими элементами таких покрытий являются ванты (стержни, канаты и т.п.), с механической точки зрения представляющие собой гибкие нити. Ванты крепятся к опорным конструкциям, которые

Цепные подвески располагаются

вдоль пути транспорта и относятся к продольным конструкциям. Часто применяются поперечные конструкции, поддерживающие контактные провода. По схеме цепной подвеске соответствует гибкая поперечная подвеска с фиксирующим тросом.

Более сложной является полигонная подвеска проводов, состоящая как из продольных, так и из поперечных элементов. Схема полигонной подвески четырех контактных проводов на прямом участке

Трудно перечислить все виды сетей, используемых для подвески контактных проводов. Они могут быть самыми различными — от простых подвесок до сложных сетей над большими площадями.

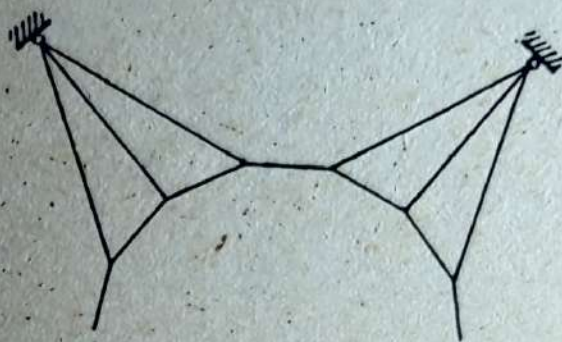


Рис.1.2.10

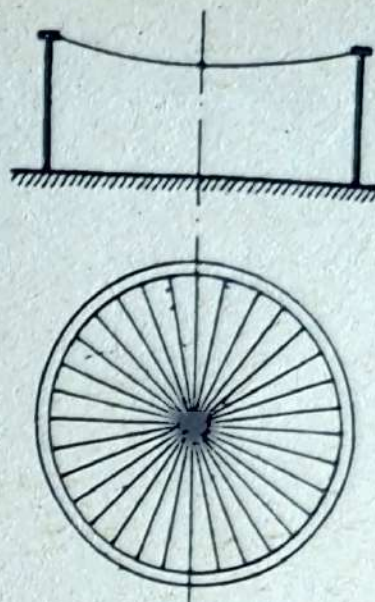


Рис.1.2.11

выполняются чаще всего в виде замкнутого опорного контура, реже - в виде контрфорсов или оттяжек.

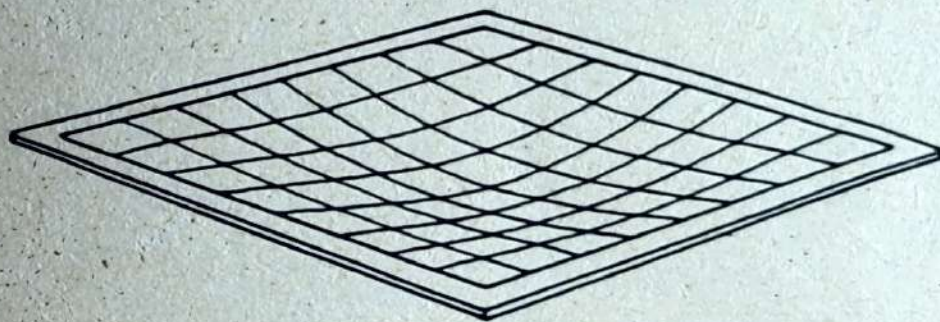
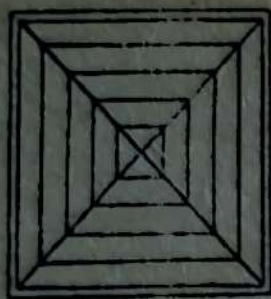


Рис.1.2.12

Сеть, образованная вантами может быть плоской или пространственной. Наиболее простую плоскую сеть с одним узлом и многими нитями составляет радиальная вантовая система (рис.1.2.11), являющаяся весьма экономичной и нашедшая широкое применение. Такими системами перекрывают помещения круглые в плане.

Для перекрытия прямоугольных помещений иногда применяют плоскую сеть с прямоугольными ячейками, закрепленную на замкнутом прямоугольном рамном контуре (рис. 1.2.12). Контур такой системы является сильно изгибаемым, что делает ее мало рациональной. Для обеспечения безмоментности контура можно применять плоские сети,

a)



б)



Рис. 1.2.13

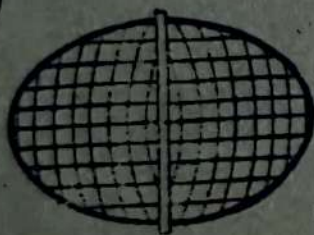
структура которых показана на рис. 1.2.13а и б.

Пространственные сети, применяемые в качестве вантовых систем, имеют, как правило, регулярную структуру и образуются двумя системами гибких нитей. Нити закрепляются на пространственном опорном контуре, который может иметь различную конфигурацию. Форма опорного контура выбирается из соображений сведения в нём к минимуму изгибающих моментов.

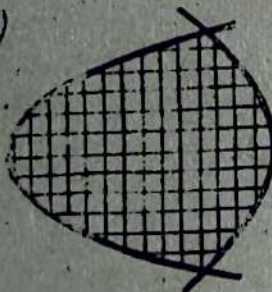
На рис. 1.2.14а показан план вантовой системы, закрепленной на трёх арках, одна из которых вертикальна и две — горизонтальны. Опорный контур системы, изображенной на рис. 1.2.14б, состоит из двух наклонных арок и двух балок. Вантовая система, изображенная на рис. 1.2.14в, очень распространена. Сетка, искрив-

ленная в двух направлениях, крепится к двум наклонным аркам. Можно

a)



б)



в)

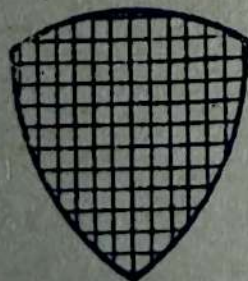
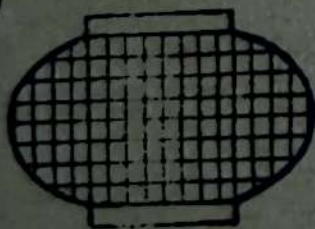


Рис. 1.2.14

представить опорный контур в виде трех наклонных арок (рис.1.2.14г), в виде ломаного пространственного бруса [14] и т.п.

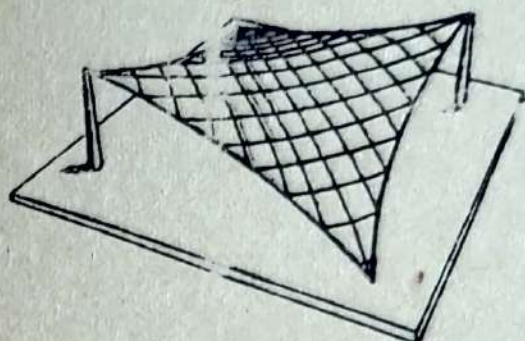


Рис.1.2.15

Безмоментности опорного контура можно добиться, применяя в качестве контура гибкие тросы-подборы (рис. 1.2.15).

Пространственную сетку из тросов можно применить и для перекрытия промышленных зданий, блокируя сетки сравнительно небольших размеров. Один из способов такой блокировки показан на рис. 1.2.16.

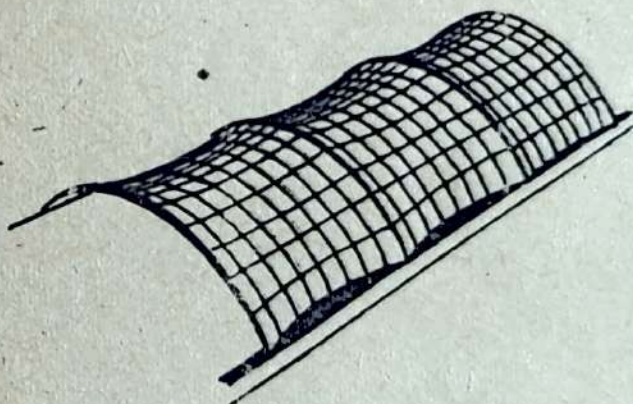


Рис.1.2.16

Вантовые сетки, применяющиеся для покрытий, в большинстве случаев с механической точки зрения можно рассматривать как тканевые оболочки.

В настоящее время имеется много осуществленных вантовых систем. История применения таких систем, их современное состояние и перспективы развития весьма полно освещены в работах И.Г. Лядковского [34], [35] (см. также [68]), В.К. Качурина [21], В.В. Лесникова [31], О. Грея [68] и других авторов.

§ 1.3. КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.

Гибкая нить с давних времен привлекала к себе внимание многих исследователей. Изучение её равновесных состояний начато ещё в работах Стевина и Вариньона, основоположников теории веревочного многоугольника. Однако ими рассматривалась "плавающая" нить безотносительно к опорным закреплениям.

Теория веревочного многоугольника нашла широкое косвенное приложение в строительной механике, составив одну из основ графостатики.

Первые приложения теории веревочного многоугольника к расчету висячих мостов принадлежат Ламе, Клапейрону и Навье. В дальнейшем расчетом гибких нитей занимались многие авторы. Практически ценные результаты были получены лишь в 1949-1950 г.г. В.К. Качуриным [20] и Р.Н. Мацелинским [39], рассматривавшими пологую гибкую нить с закрепленными концами, нагруженную произвольной поперечной нагрузкой.

Наиболее сложная часть задачи - определение натяжения нити, вызванного неизменной нагрузкой - связана с вычислением длины нити. В.К. Качуриным получена следующая простая формула для определения длины нити:

$$L = \ell + \frac{1}{2H^2} \int_0^{\ell} Q^2 dx \quad (1.3.1)$$

Здесь ℓ - пролет нити,
 H - ее натяжение,
 Q - поперечная сила в балке на двух опорах пролетом ℓ , нагруженной так же, как и нить.

Почти одновременно с ним в работе [39] Р.Н. Мацелинский пришел к аналогичным результатам, причем, им получены две формулы для длины нити - одна, совпадающая с (1.3.1), и вторая, имеющая следующий вид:

$$\bar{L} = \ell + \frac{1}{2H^2} \int_0^{\ell} M q dx, \quad (1.3.2)$$

где q - поперечная нагрузка,
 M - изгибающий момент в балке на двух опорах.

Следует отметить, что формула (1.3.1) является более общей. Так, если по формуле (1.3.1) можно вычислять длину участка нити, (заменив ℓ на x), то формула (1.3.2) для этого непригодна. Кроме этого, трактуя Q , как поперечную составляющую усилия в нити, по формуле (1.3.1) можно рассчитывать нити с концами, смешанными в поперечном направлении, что бывает необходимо при рассмотрении систем гибких нитей. Этого нельзя сделать при помощи формулы (1.3.2).

В последнее время появились работы, уточняющие полученные ранее решения. Так в статье Р.Н. Мацелинского [40] учитывается влияние на упругие удлинения разницы между длиной нити и длиной пролета, усилием в нити и ее натяжением. Статья А.Р. Рзаницына [52] дает решение нелинейной задачи о расчете пологой гибкой нити с учетом некоторых членов второго порядка малости, которыми обычно пренебрегают. При этом такое уточнение не приводит к повышению степени разрешающего алгебраического уравнения относительно неизвестного натяжения. Корни этого уравнения исследуются.

Одной из первых работ, посвященных расчету сеток, является работа Г. Маркуса [38], вышедшая в оригинале в 1924 г. В ней рассмотрены сетки регулярной структуры: с прямоугольными просветами, с треугольными просветами и радиальные. Сетка трактуется как дискретный аналог мембраны, имеющей постоянное поверхностное натяжение. В связи с этим, отдельным лучам сетки приписывается определенное натяжение, не меняющееся в процессе нагружения. Таким образом, натяжение нитей рассматривается вне зависимости от их закрепления в плоскости сетки, т.е. геометрические уравнения в плоскости сетки не принимаются во внимание подобно тому, как это делается в теории веревочного многоугольника.

Г. Маркусом проводится аналогия между балкой и пластинкой, гибкой нитью и мембраной, а сеть рассматривается как пространственное обобщение веревочного многоугольника.

Теория упругой сетки Г. Маркуса нашла косвенное применение в механике. В работе [38] она широко используется для исследования плит и безбалочных перекрытий. Развитию метода сеток и его применению к расчету плит, балок-стенок и других конструкций посвящен ряд работ проф. П.М. Варвака [3,4,5].

Первая попытка применения теории Г. Маркуса к расчету реальных сетей была сделана А.П. Синицыным [57]. В этой работе приводятся результаты, полученные Г. Маркусом для прямоугольных, треугольных и радиальных сеток. Кроме этого, получены такие же результаты для сетки

нерегулярной структуры. Усилия в нитях определяются как равнодействующая от натяжения мембраны, причем, при рассмотрении сетей нерегулярной структуры автор исходит из достаточно произвольных допущений. В работе приводятся уравнения равновесия узлов сети в поперечном направлении. В части граничных условий указывается, что узел может быть закреплён от поперечных смещений или свободен.

Чёткая постановка задачи в работе отсутствует, однако из ее содержания можно сделать вывод, что полученные в [97] результаты могут быть по возможности использованы для расчета сетей, у которых натяжения нитей каким-то образом поддерживаются в соответствии с натяжением некоторой мембраны.

В последующей своей работе [58] А.П. Синицын распределение усилий в элементах сети не постулирует заранее, а находит в процессе расчета. Однако, при вводе уравнений автор допускает ошибку, считая, что перемещения узлов в плоскости сети можно пренебречь при составлении условий совместности деформаций. Несостоятельность такого допущения становится очевидной хотя бы из рассмотрения формулы (3) (см. [58]). Натяжения нитей в местах максимальных провесов получаются по этой формуле равными нулю.

В этой же работе рассматривается статическое нагружение сети в центре. Автор приходит к выводу, что для квадратной сетки определенного размера с увеличением числа ячеек рассчитанное перемещение уменьшается. Видимо, это также следствие ошибочности уравнений, которые справедливы для системы, полученной из сети путем постановки связей, препятствующих горизонтальным смещениям узлов. А.П. Синицын рассмотрены также некоторые задачи динамики [59, 60, 61].

Расчету сетей с небольшим числом узлов и нитей посвящены работы Т.Р. Жуковой [15, 16]. Основное внимание в этих работах уделено сетям, в которых натяжение всех нитей меняется пропорционально одному параметру. Структура сетей такова, что их геометрические размеры в процессе деформации меняются незначительно.

Решаются следующие линейные задачи:

- а) по известным натяжениям нитей найти провесы точек сети,
- б) по характерному провесу определить натяжения нитей, соотношения между которыми вытекают из равновесия узлов в горизонтальной плоскости. При этом учитываются нагрузки не только в узлах, но и в пролете нити. Задача об определении натяжений нитей при изменяющейся нагрузке в работах не рассматривается.

Исследования многопролетных нитей и вопросам использования их в качестве несущих элементов так называемого натяжного покрытия посвящены работы [44, 67]. Получено кубическое уравнение для расчета такой системы на различные виды нагрузок и температуру.

В несколько ином плане рассматривается расчет систем гибких нитей в работах авторов, занимавшихся контактными подвесками: И.И. Власова, К.Г. Марквардта, Г.Г. Марквардта и др. [6, 7, 37, 41, 71]. Здесь не разрабатываются общие методы расчета, пригодные для широкого класса систем гибких нитей, а решаются лишь частные задачи с использованием не всегда очевидных упрощающих предположений.

Наиболее широко распространенной из таких задач является расчет цепной подвески. Цепная подвеска испытывает в своей плоскости действие собственного веса и гололеда, а из плоскости — ветровые воздействия. При расчете в плоскости сети учитывается изменение геометрических размеров подвески в процессе деформации. Нагрузка на поддерживающий трос и контактный провод предполагается равномерной. При расчете цепной подвески на ветровые воздействия принимаются различные весьма произвольные допущения в части взаимодействия поддерживаемого троса и контактного провода. Иногда считают, что они не влияют друг на друга, иногда предполагают, что вся нагрузка передается либо на трос, либо на контактный провод, иногда она приблизительно распределяется между ними. В последнее время И.И. Власовым предложено учитывать равномерное взаимодействие троса и контактного провода лишь в средней половине пролета, считая, что в остальных местах они работают обособленно.

Сети, поддерживающие контактные провода, обычно рассчитывают, задаваясь их геометрическими размерами и определяя усилия в них, исходя из равновесия узлов при какой-то фиксированной нагрузке. Изменение натяжений вследствие изменения нагрузки обычно не рассматривается. По своей схеме к цепным подвескам близки вантовые фермы, применяемые в качестве несущих элементов покрытий. Расчет таких ферм рассматривается в работах [21, 48, 50].

Как плоскую нитяную сеть можно рассматривать широко распространенный и экономичный тип висячих покрытий — радиальные однопоясные системы (см. рис. 1.2.11). Расчету таких систем посвящено несколько работ. Наиболее широко освещен этот вопрос у В.К. Катурина [21, 22]. Для расчета радиальных систем на нагрузки, имеющие ось симметрии, автор рекомендует применять метод попыток. Необходимо определить

перемещения центрального узла из условия его равновесия. Одновременно подбирается два параметра, что делает задачу довольно сложной. Проще рассчитывается такая же система с центральной стойкой, так как в этом случае подбирается лишь один параметр.

Для решения такой же задачи Э.Н. Кузнецов [28] предлагает метод последовательных приближений с использованием линеаризованной системы уравнений.

Часто применяются более сложные радиальные двухполюсные системы. Расчет таких систем на несимметричные нагрузки рассмотрен в работах [21, 63, 74]. Одним из типов двухполюсных систем посвящена статья [45]. Наиболее подробные сведения о расчете двухполюсных систем имеются в работах Э.Н. Кузнецова [27, 28, 29], который применил в этих системах весьма общие методы последовательных нагружений и последовательных деформаций.

Вантовые покрытия в последнее время приобрели широкую популярность благодаря эффективному использованию в них высокопрочных материалов и простоте монтажа, однако их развитие сдерживается отсутствием единой стройной теории расчета систем гибких нитей. При ее разработке большую пользу могут оказать труды И.М. Рабиновича [47], Л.И. Канурине [21], В.А. Киселева [25], Э.Н. Кузнецова [27, 28, 29], Г.С. Ривлина [76], Н.М. Кирсанова [24] и других авторов.

Выше уже были рассмотрены работы, посвященные расчету радиальных вантовых систем. Несмотря на то, что радиальные вантовые системы более эффективны, чем двояко искривленные сетки тросов, последние имеют свою достаточно широкую область применения. Поэтому разработка методов расчета двояко искривленных сеток является актуальной задачей.

В этом направлении работают многие авторы. Как правило, рассматриваются сети, проектирующиеся на плоскость плана в две системы взаимно перпендикулярных прямых линий. Однако, имеются работы, посвященные произвольным криволинейным и косоугольным сетям [10].

В силу того, что решаемая задача является нелинейной, применяемые для ее решения методы являются сложными и трудоемкими. В большинстве случаев применяются методы последовательных приближений, построенные по-разному. Г.Э. Райнусом предложены три метода последовательных приближений [49, 50]. Первый из них предполагает определение формы сетки при фиксированных натяжениях с уточнением последних

по зафиксированной форме сетки. Второй "заключается в том, что на каждом этапе последовательных приближений усилия в вантах определяются как в независимых нитях по нагрузке, известной на основании предыдущего этапа вычислений". Третий метод назван асимптотическим. По этому методу последовательно уточняются перемещения. В первом приближении они определяются как для сети с зафиксированными натяжениями. Последующие поправки получаются так же, но от воздействия другой нагрузки.

Сходимость этих методов не исследована и для первого из них является весьма сомнительной. Следовало бы по крайней мере проверить ее на частном примере.

Методы последовательных приближений рассматриваются также в работах [72, 73].

Оригинальный путь последовательных приближений, являющийся одним из методов спуска, описан в работе Л.Р. Дмитриева [12]. Расчет ведется следующим образом. Выбирается некоторая легко рассчитываемая основная система, форма деформирования которой подобна форме деформирования исследуемой сети при нагружении их одинаковыми нагрузками. Определяются перемещения точек основной системы.

Решение разыскивается по методу Бубнова-Галеркина с одним неизвестным параметром. Закон изменения перемещений принимается из расчета основной системы.

Уравнения равновесия действительной системы при этом удовлетворены не будут. Вычисляется неуравновешенная часть нагрузки и совместно с действительной нагрузкой прикладываются к основной системе. При этом получается новая форма перемещений, более точно отражающая действительность. Далее процесс повторяется. Приближения можно прекратить, если неуравновешенная часть нагрузки станет пренебрежимо малой величиной.

В работе Э.Н. Кузнецова [27] для расчета двоякоискривленных вантовых сеток предлагается использовать методы последовательных деформаций и последовательных нагружений. Метод последовательных деформаций используется для решения прямой инженерной задачи - подбора сечений при действии одной, наперед известной, комбинации нагрузок. Сущность его заключается в том, что сечения элементов изменяются небольшими порциями до тех пор, пока они не будут удовлетворять некоторому условию (например, предельному состоянию). Решение задачи в начальном состоянии должно быть известно, а в каждом последующем оно

получается по линейной экстраполяции из предыдущего состояния.

Для расчета уже запроектированной конструкции применяется метод последовательных нагружений, идея которого принадлежит В.З.Власову. Нагрузка делится на небольшие части, под действием каждой из которых система ведет себя почти как линейная. Таким образом расчет нелинейной системы заменяется рядом расчетов линейных систем. Э.Н. Кузнецовым этот метод модифицирован таким образом, что нагрузку можно разделить не только на количественно разные части, но и на части, отличающиеся законом распределения.

Метод последовательных нагружений разрабатывался также Л.Г. Дмитриевым [65] с учетом механизации его на электронных вычислительных машинах.

Известны и другие способы расчета вантовых систем. Например, в работе [76] предлагается обратный метод. В работе [17] описывается приближенный полуклассический метод расчета пространственных сетей (несущие ванты рассчитываются по нелинейной теории, а натягающие — по линейной). Для определения натяжений натягающих вант используется метод сил. Несмотря на то, что метод весьма нестрогий и основывается во многом на инженерной интуиции автора, он все же представляет интерес. А.И. Битицкий [2] предлагает другой метод, основанный на эмпирическом предположении о том, что горизонтальными перемещениями узлов можно пренебречь (даже при рассмотрении условия совместности деформаций). При пользовании таким методом возможны не только количественные, но и качественные ошибки. Эксперименты, описанные автором не служат подтверждением методу, так как относятся к отдельному случаю, для которого принятые предположения соблюдаются.

В статьях [9] и [13] используются равновесные нагрузки на вантовую сеть, причем в статье [9] получены простые формулы для расчета тканевой оболочки формы гиперболического параболоида на равновесные виды нагрузок.

В некоторых из рассмотренных выше работ пространственная вантовая сеть была представлена как дискретная система, а в некоторых — как сплошная. Следует отметить еще несколько работ, в которых речь идет о расчете оболочек из мягких материалов типа ткани [8, 18]. Такие оболочки применяются при постройке дирижаблей и аэростатов. Напряжения в оболочках определяются по безмоментной теории без учета фактического направления нитей, а усилия в нитях получа-

ются путем последующего разложения напряжений. В статье [1] также исследуются мягкие оболочки. Основное внимание уделено разрывам, в пределах которых образуются складки.

Если расчету сетчатых систем посвящено значительное число работ, то расчету комбинированных систем, образованных сетью и опорным контуром - лишь несколько. Радиальное вантовое покрытие с учетом деформации опорного кольца рассматривается в статье Чжоу Чжау-ха [70]. З.Н. Кузнецовым в работе [28] исследуется устойчивость кругового опорного кольца радиальной системы вант. Вопросы безмоментных опорных контуров рассматриваются в работах [11, 21, 77].

Проведены экспериментальные исследования вантовых систем. В статьях [30, 32, 69] описаны результаты, полученные при экспериментальном исследовании пространственных сетей и радиальных систем.

II. ПЛОСКИЕ НИТЯНЫЕ СЕТИ

§ 2.1 Уравнения равновесия гибкой нити.

Системы статически определимые статически
неопределимые.

Рассмотрим пологую гибкую нить, находящуюся в равновесии под воздействием произвольной нагрузки в одной плоскости. Выберем в этой плоскости прямоугольную систему координат xOy так, чтобы по отношению к оси x нить была пологой. Нагрузку и усилие в нити рассмотрим по координатным осям.

Выделим из рассматриваемой нити бесконечно малый элемент и запишем условия его равновесия (рис. 2.1.1).

Силы, действующие на элемент, показаны на рисунке.

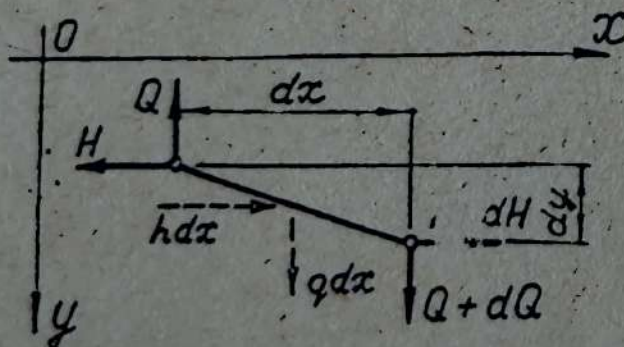


Рис. 2.1.1.

$$\sum X = H + dH - H = 0$$

$$\sum Y = Q + dQ - Q - q dx = 0$$

Отсюда следуют дифференциальные уравнения:

$$\frac{dH}{dx} + h = 0, \quad (2.1.1)$$

$$\frac{dQ}{dx} + q = 0. \quad (2.1.2)$$

В силу того, что гибкая нить не сопротивляется изгибу, суммарное усилие в ней направлено по касательной. Поэтому, кроме (2.1.1) и (2.1.2) должно соблюдаться соотношение:

$$\frac{Q}{H} = \frac{dy}{dx} = \theta, \quad (2.1.3)$$

где через θ обозначен угол наклона нити к оси x .

Уравнения равновесия гибкой нити предельно просты. Первое из них (2.1.1) выражает зависимость между натяжением нити H и продольной нагрузкой h , второе (2.1.2) — зависимость между поперечным усилием Q и нагрузкой q . Однако, величины H и Q можно определить из уравнений (2.1.1) и (2.1.2) лишь с точностью до произвольных постоянных. Основная трудность задачи заключается в отыскании этих постоянных величин.

Условия, из которых определяются произвольные постоянные, могут быть заданы различным способом. Наиболее удобным из этих способов с точки зрения решения задачи является задание искомого усилия в одной из точек нити. Так, на рисунке 2.1.2 изображена нить на двух опорах с противовесом. Для этой нити можно записать условие:

$$\text{при } x = \ell \quad H = P,$$

из которого определится произвольная постоянная для уравнения (2.1.1), после чего натяжение нити также будет полностью определено. Например, для случая равномерной продольной нагрузки будем иметь:

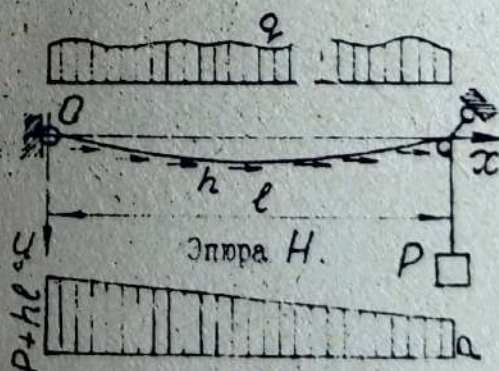


Рис. 2.1.2.

$$H = -\int_0^x h dx + c = -hx + c.$$

Величину C определим из приведенного ниже условия:

$$-h\ell + c = P; \quad c = P + h\ell.$$

С учетом этого:

$$H = P + h(\ell - x).$$

В данном случае задача о нахождении натяжения нити равносильна задаче о построении эпюры нормальных сил для прямолинейного стержня (рис. 2.1.2).

Аналогичным образом может быть задано и условие для Q . На рис. 2.1.3 изображена нить, закрепленная на одной опоре. Вторым концом нити удерживается горизонтально направленной силой. Для этой нити можно написать:

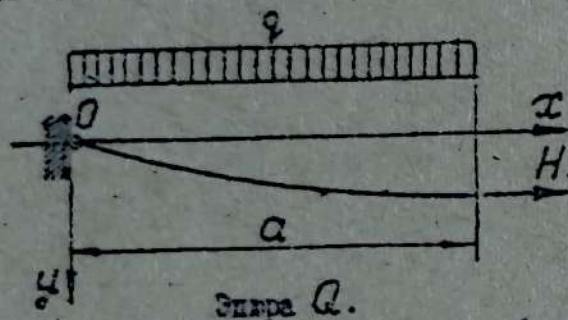


Рис. 2.1.3.

при $x = a$ $Q = 0$.
При постоянной нагрузке q получаем зависимость:

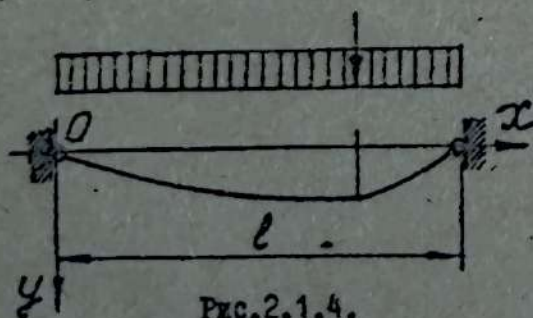
$$Q = -\int_0^x q dx + c = -qx + c.$$

$$-qa + c = 0; \quad c = qa.$$

$$Q = q(a - x).$$

Эпюра Q соответствует эпюре поперечных сил для консольной балки (рис. 2.1.3).

Однако, чаще бывает так, что условия для определения произвольных постоянных величин выражены не через усилия, а через перемещения. Наиболее распространенный случай — нить с закрепленными концами (рис. 2.1.4).



Для этого случая можно написать три условия:

1. При $x = 0$ $y = 0$.
2. При $x = l$ $y = 0$.
3. Заготовка нити длиннее пролета на величину Δl .

Для использования этих условий уравнений равновесия недостаточно. Необходимо рассматривать уравнения деформаций. Особенно осложняется задача тем, что зависимость между продольными перемещениями и остальными факторами является нелинейной.

В зависимости от того, каким образом заданы условия для определения произвольных постоянных, отдельные нити и системы нитей будем подразделять на:

1. Системы, статически определимые относительно натяжений.
2. Системы, статически неопределимые относительно натяжений.
3. Системы, статически определимые относительно поперечных усилий.
4. Системы, статически неопределимые относительно поперечных усилий.

Систему будем считать статически определимой, если уравнений равновесия достаточно для определения соответствующего усилия.

Пункты 1 и 2 могут в любой комбинации сочетаться с пунктами 3 и 4. Так нить, изображенная на рис. 2.1.2 является статически определимой относительно натяжения и статически неопределимой относительно поперечного усилия. Нить на рис. 2.1.3 является в обоих отношениях статически определимой: Совершенной противоположностью ей является нить, изображенная на рис. 2.1.4.

Можно привести пример нити, статически неопределимой относительно натяжения и определимой в отношении поперечных усилий. (рис. 2.1.5): Нагрузка, действующая на нить, симметрична, вследствие чего можно написать:

при $x = 0,5l$ $Q = 0$.

После этого построение эпюры Q не представляет труда.

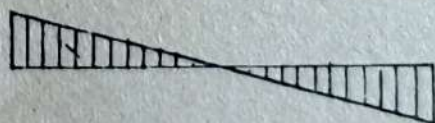
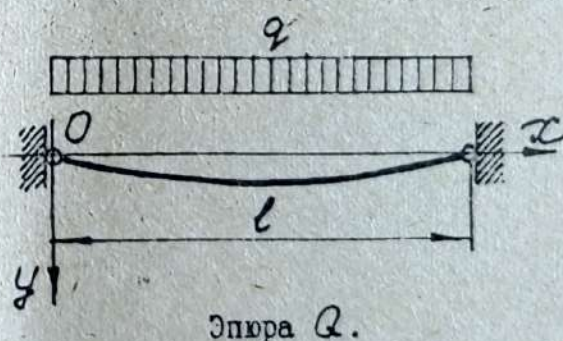


Рис. 2.1.5.

§ 2.2 Сети, статически определимые относительно натяжений. Их линейная деформируемость в поперечном направлении.

Рассмотрим некоторую горизонтальную нитяную сеть. Нагрузка на сеть приложена так, что каждая нить нагружена произвольным образом в вертикальной плоскости. Спроектируем сеть с нагрузками на ее плоскость. При этом все нити спроектируются в прямые линии, а вертикальная составляющая нагрузки — в нуль. Натяжения в нитях спроектируются на плоскость сети в натуральную величину.

Теперь для определения натяжений достаточно рассмотреть равновесие плоской фермы, полученной как проекция сети на ее плоскость (рис. 2.2.1). Так как смещения узлов в плоскости сети принимаются

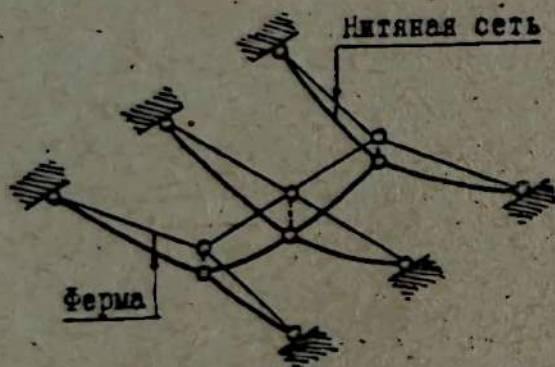


Рис. 2.2.1.

пренебрежимо малыми по сравнению с ее размерами, расчет фермы можно производить по недеформированной схеме.

Естественно, что сети, статически определимой относительно натяжений, соответствует статически определимая ферма.

Единственным отличием рассматриваемых ферм от обычных является наличие на стержнях продольной нагрузки. Однако это не вносит никаких принципиальных затруднений.

Рассмотрим поведение отдельной нити с известным натяжением. В нашем распоряжении имеется уравнение равновесия (2.1.2) и зависимость (2.1.3), которую расчленим следующим образом:

$$\frac{d\psi}{dx} = \theta \quad (2.2.1)$$

$$\theta = \frac{Q}{H} \quad (2.2.2)$$

Формулы (2.1.2), (2.2.1) и (2.2.2) можно трактовать следующим образом. Предположим, что имеется некоторая одномерная система, точки которой определяются координатой x . На систему действует нагрузка q , под воздействием которой в ней возникают внутренние усилия Q . Кроме того, система испытывает деформации θ , вследствие чего ее точки получают перемещения y .

Уравнение (2.1.2), выражающее зависимость между нагрузкой и внутренними усилиями, является для этой системы статическим уравнением.

Уравнение (2.2.1) устанавливает зависимость между деформациями и перемещениями и является геометрическим уравнением.

Уравнение (2.2.2) можно рассматривать, как своеобразный закон Гука, устанавливающий прямую пропорциональность между внутренними усилиями и деформациями. Мерой жесткости в данном случае является натяжение нити H .

Все уравнения являются линейными, что говорит о линейной деформируемости такой системы. Это позволяет применить к ней все законы строительной механики линейно-деформируемых систем.

Приведем в качестве примера формулу Мора для определения перемещений точек системы.

$$\Delta_{ip} = \int \frac{Q_i Q_p}{H} dx \quad (2.2.3)$$

Здесь Q_i - эпюра поперечных усилий для нити от единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения.

Q_p - то же от нагрузки на нить.

H - натяжение нити, выраженное в функциональной зависимости от x .

Интегрирование распространяется на всю длину нити.

Если разыскивается перемещение в статически неопределимой системе, одну из эпюр, Q_i или Q_p , можно строить для статически определимой системы.

Для подтверждения сказанного рассмотрим пример (рис. 2.2.2).

Требуется определить провис в середине пролета нити, нагруженной односторонней нагрузкой q . Пролет нити l^* , натяжение H .

Нить является статически неопределимой относительно поперечных усилий. Воспользуемся тем, что одна из эпюр может быть

Состояние P .

Состояние i .

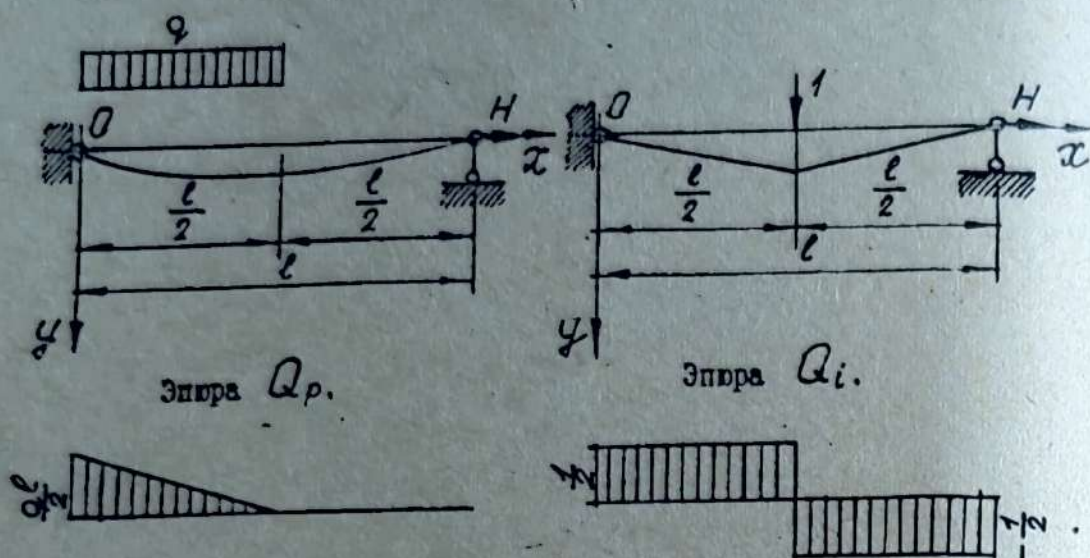


Рис. 2.2.2.

построена для статически определимой системы. Для действительной системы более просто построение эпюры Q_i от единичной силы, приложенной в середине пролета. Получаем ее, воспользовавшись симметрией (рис. 2.2.2).

Эпюру от нагрузки строим для статически определимой системы, полученной путем устранения правой опоры нити.

"Перемножая" эпюры, получаем искомый провес:

$$\Delta_{ip} = \frac{ql^2}{16H}$$

Выводы, полученные для отдельной нити, могут быть целиком перенесены и на плоские нитяные сети. В этом случае добавляются уравнения равновесия узлов и уравнения неразрывности деформаций в местах сопряжения нитей.

Проектируя все силы, приложенные к узлу, на ось, перпендикулярную плоскости сети, получим уравнение равновесия.

$$\sum_i S_i Q_i + P = 0 \quad (2.2.4)$$

Здесь Q_i - поперечные усилия в точках нитей, примыкающих к узлу,

P - нагрузка на узел,

S_i - коэффициенты при Q_i , зависящие от выбора правил знаков, но не от нагрузки. Эти коэффициенты принимают значения $+1$ или -1 .

Естественно, что в точке соединения двух или нескольких нитей перемещения будут одинаковы для всех этих нитей. На этом основании можно сделать вывод, что перемещение y_k любой точки нити, входящей в систему, можно выразить как сумму перемещений y_i точек нитей, составляющих данную систему, полученных при обособленном рассмотрении каждой нити:

$$y_k = \sum_i y_i \quad (2.2.5)$$

Линейность уравнений (2.2.4), (2.2.5) и (2.8) говорит о том, что плоская нитяная сеть при заданных натяжениях нитей является линейно деформируемой в отношении поперечных перемещений, возникающих под воздействием поперечной нагрузки.

§ 2.3. Сети, статически определимые относительно натяжений. Кинематический анализ.

Прежде всего рассмотрим вопрос о геометрической неизменяемости систем. Здесь и в дальнейшем речь идет о некоторой условной системе, элементы которой описываются уравнениями (2.1.2), (2.2.1) и (2.2.2). Геометрически эту систему будем изображать в виде недеформированной действительной системы, т.е. в виде проекции сети на ее плоскость. Связи, показанные на таком изображении, будем понимать только как связи, препятствующие взаимным поперечным перемещениям точек, а разрывы - как отсутствие таких связей.

Геометрически неизменяемой принято называть систему, перемещения которой при отсутствии деформаций равны нулю. Положим в уравнении (2.2.1) $\theta = 0$. Тогда решение этого уравнения будет:

$$y = c$$

Это значит, что для геометрической неизменяемости нити достаточно сделать закрепление одной точки. Более того, эта нить может слу-

жить опорой для других нитей. Таким образом, связанная система нитей является геометрически неизменяемой (в данной постановке задачи), если она имеет хотя бы одну закрепленную точку.

Теперь о статической определенности таких систем. Статически определенными называют системы, для определения внутренних усилий которых достаточно уравнений равновесия.

В рассматриваемом случае для каждой нити можно составить уравнение равновесия типа (2.1.2). При помощи этого уравнения внутренние усилия Q можно выразить через одну произвольную постоянную. Для определения произвольных постоянных в нашем распоряжении имеются уравнения равновесия узлов (2.2.4), которые можно составить для каждого узла, не прикрепленного к "земле". При этом узлами следует считать не только точки соединения двух и более нитей, но и свободный конец отдельной нити.

Таким образом, для статической определенности системы необходимо, чтобы количество узлов, не прикрепленных к "земле", равнялось количеству нитей:

$$U = N.$$

Если в системе нитей больше чем узлов, система является статически неопределимой. Степень статической неопределимости можно получить по формуле:

$$L = N - U \quad (2.3.1)$$

Геометрически неизменяемая статически определимая система не должна содержать замкнутых контуров.

Для геометрической неизменяемости замкнутый контур должен быть прикреплен хотя бы одной вершиной (узлом) либо к "земле", либо к неизменяемой системе (которую также можно рассматривать как "землю"). Так как в замкнутом многоугольнике число сторон (нитей) равно числу вершин (узлов) и одна из вершин (узлов) закреплена и не учитывается при подсчете степени статической неопределимости системы, замкнутый контур вносит в систему статическую неопределимость.

Для ее устранения необходимо контур разрезать (не нарушая связности системы). Очевидно, что при помощи одного разреза можно

уменьшить количество замкнутых контуров на единицу. Для устранения $\mathcal{L}$ замкнутых контуров необходимо произвести $\mathcal{L}$ разрезов. После устранения всех замкнутых контуров получим статически определимую систему.

Доказать это можно следующим образом. Будем "разбирать" полученную систему путем выбрасывания нитей с одним свободным концом. При этом, выбрасывая одну нить, неизбежно выбросим и один узел (находящийся на свободном конце нити). Таким образом, подобная "разборка" не изменяет степени статической неопределимости системы (2.3.1).

"Разборка" системы может прекратиться по двум причинам - либо уже не осталось нитей со свободными концами, либо не осталось нитей вообще. Первый случай противоречит условию отсутствия замкнутых контуров. Второй случай означает, что в системе было равное количество нитей и незакрепленных узлов, что свидетельствует о статической определимости "разобранной" системы.

Таким образом, получаем еще один способ определения степени статической неопределимости системы. Количество лишних связей в системе соответствует количеству замкнутых контуров:

$$\mathcal{L} = K$$

(2.3.2)

При практическом пользовании этим способом необходимо помнить, что замкнутым контуром считается не только пространство, со всех сторон окруженное нитями, но и пространство, заключенное между нитями и "землей". При этом "землю" нужно изображать в виде одного незамкнутого контура.

На рисунке 2.3.1а изображена схема нити на двух опорах. Система содержит одну нить и не содержит незакрепленных узлов. Степень статической неопределимости, полученная по формуле (2.3.1) равна 1. Это соответствует наличию на схеме одного замкнутого контура.

На рисунке 2.3.1б представлена схема нитяной сети. Количество нитей на схеме - 15, количество незакрепленных узлов - 6, количество замкнутых контуров - 9. Степень статической неопределимости системы, полученная как по формуле (2.3.1) так и по формуле (2.3.2) равна 9.

Схема, типа изображенной на рис. 2.3.1 в, получается, как правило, при расчете симметричных сетей на симметричную нагрузку. Схема содержит 12 нитей, 8 незакрепленных узлов и 4 замкнутых кон-

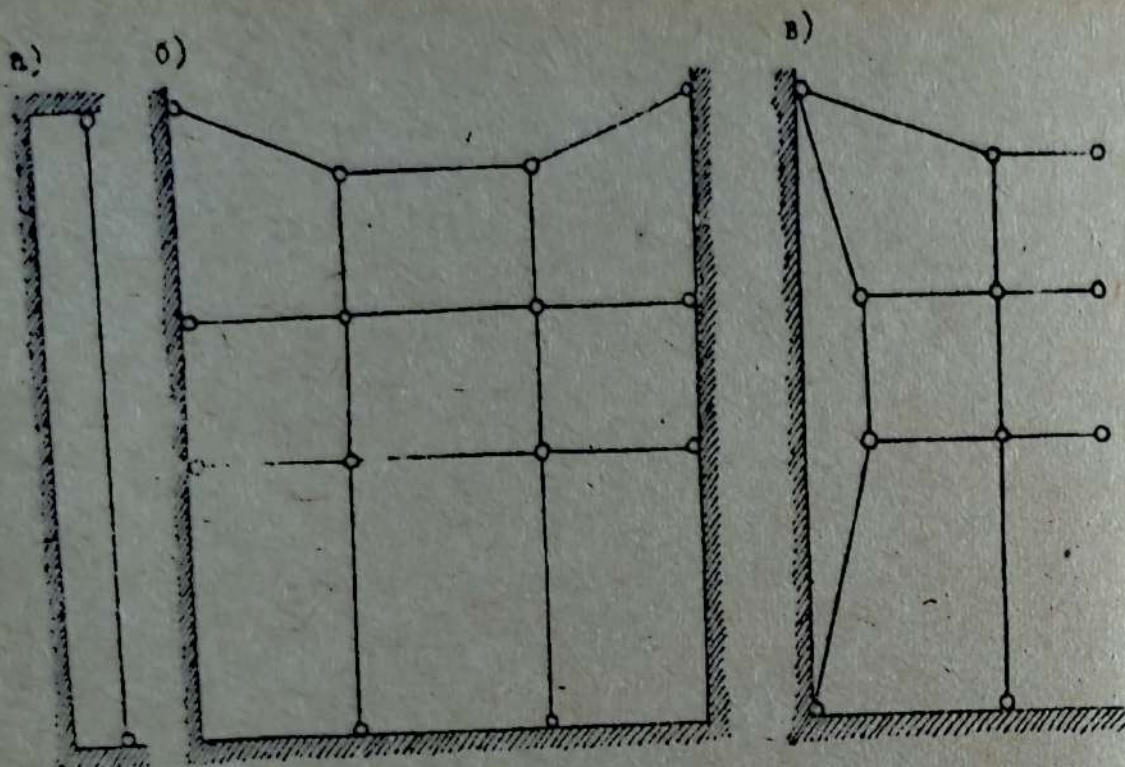


Рис.2.3.1.

тура. Формулы (2.3.1) и (2.3.2) дают один и тот же результат - 4.

2.4. Сети, статически определимые относительно натяжений и поперечных усилий.

Замечательным свойством статически определимых систем является то, что внутренние усилия в сечениях не зависят от жесткости элементов.

Внутренними усилиями для рассматриваемых систем являются поперечные усилия.

Прежде чем приступить к их определению, договоримся о правиле знаков. В предыдущих случаях отдельная нить всегда привязывалась к прямоугольной системе координат xOy .

Положительные значения перемещений y , деформаций θ и поперечных усилий Q принимались в соответствии с рис.2.1.1. Остаток такое же правило знаков и для сетей. При этом каждой нити присвоим собственную систему координат xOy так, чтобы начало координат лежало в плоскости сети. Направление оси x для каждой нити выбирается произвольно и обозначается на схеме сети стрелкой. Направление оси y принимается в одну сторону для всех нитей. При графическом

ческом изображении различных величин на схеме сети условимся положительные значения откладывать влево, (если двигаться по схеме вдоль стрелки).

Характерной особенностью рассматриваемых систем является то, что значение поперечного усилия в произвольном сечении находится по единому правилу без какой бы то ни было предварительной подготовки (вычисления реакций и пр.). Ввиду того, что статически определимая система имеет только одну закрепленную точку и не имеет замкнутых контуров, произвольное сечение расчленяет систему на две части, одна из которых не имеет закреплений. Сумма всех сил, приложенных к незакрепленной части, равна по абсолютной величине поперечному усилию в данном сечении. Положительный знак принимается в том случае, если поперечное усилие стремится повернуть схематическое изображение рассматриваемой нити стрелкой в сторону оси Y .

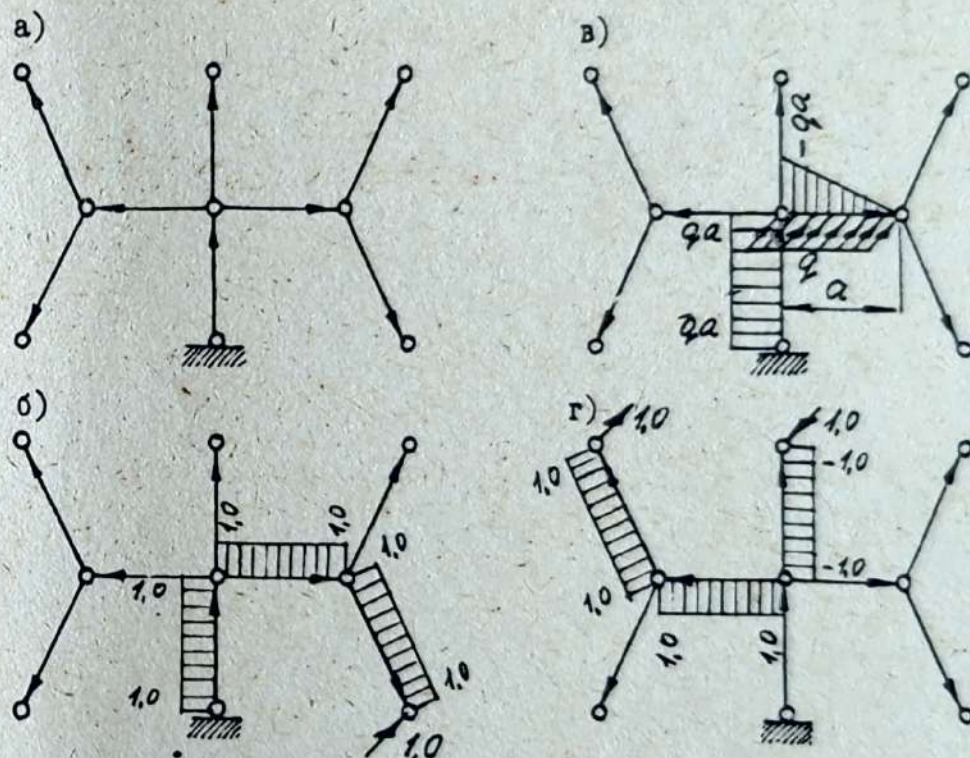


Рис.2.4.1.

Рассмотрим пример.

На рис. 2.4.1а представлена схема сети, содержащей 8 нитей и 8 незакрепленных узлов, что говорит о ее статической определимости. Она может служить основной системой для сети, изображенной на рис.

2.2.1.

На рис. 2.4.1б, в, г, построены эпюры поперечных усилий от различных нагрузок. На их примере можно заметить некоторые особенности. Так эпюра от неуравновешенной нагрузки (рис. 2.4.1 б, в) захватывает цепочку нитей, соединяющих нагрузку с опорой. Напротив, эпюра от уравновешенной нагрузки (рис. 2.4.1 г) захватывает некоторый контур, не соединенный с опорой.

На схеме направления координат для каждой нити приняты так, что стрелки направлены к свободному концу системы. При этом поперечное усилие по абсолютной величине и знаку равно сумме поперечных нагрузок, действующих на свободную часть системы, лежащую по одну сторону от сечения.

Можно убедиться, что при изменении направления координатной оси x для одной из нитей, знак эпюры меняется на обратный, хотя ее графическое изображение остается прежним.

§ 2.5. Применение метода сил для расчета сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий.

Как уже отмечалось в § 2.1, перемещения систем с заданными натяжениями можно определять по формуле Мора, которая в данном случае принимает вид

$$\delta_{ik} = \sum \int \frac{Q_i Q_k}{H} dx \quad (2.5.1)$$

Пользуясь этой формулой, расчет нитяных сетей можно с успехом производить по методу сил, хорошо разработанному в строительной механике стержневых систем.

Не останавливаясь на сущности общеизвестного метода сил, приведем некоторые примеры.

Рассмотрим нить на двух опорах с переменным по длине нити натяжением (рис. 2.5.1). Переменное натяжение вызвано приложением к нити продольной нагрузки. Требуется построить для этой нити эпюру Q и определить поперечное перемещение точки A .

Воспользуемся методом сил. Для перехода к основной системе устраним связь, препятствующую взаимным поперечным смещениям соседних точек нити в месте изменения натяжения. В этой основной системе

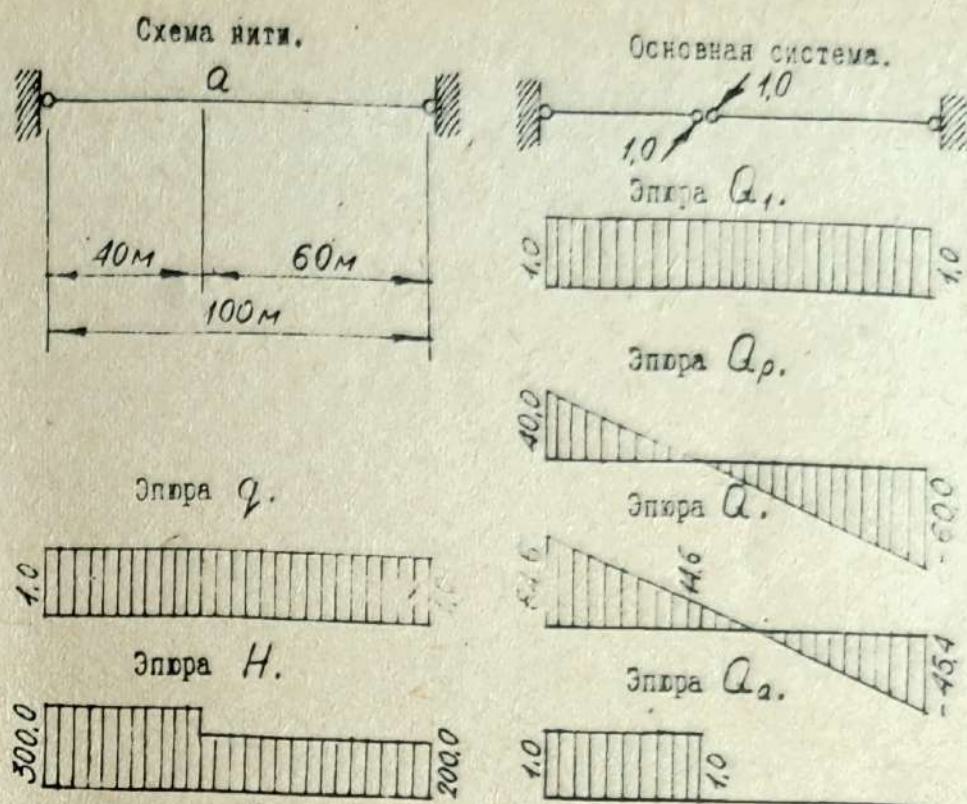


Рис.2.5.1.

построим эпюры от единичного значения основного неизвестного и от нагрузки (рис.2.5.1).

Величину основного неизвестного определим из уравнения:

$$\delta_{11}x_1 + \Delta_{1p} = 0,$$

коэффициенты которого получим путем интегрирования соответствующих эпюр.

$$\delta_{11} = \int \frac{Q_1^2 dx}{H} = \frac{40}{300} + \frac{60}{200} = 0,443 \frac{м}{кг}$$

$$\Delta_{1p} = \int \frac{Q_1 Q_p dx}{H} = \frac{40 \cdot 40}{2 \cdot 300} - \frac{60 \cdot 60}{2 \cdot 200} = -6,333$$

(Вычисления интегралов произведены по правилу Верещагина).

$$x = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{6,333}{0,443} = 14,289 кг$$

Значения ординат эпюры Q в статически неопределимой системе получим по формуле:

$$Q = Q_p + Q_1 x_1$$

Определим теперь поперечное перемещение точки a . Для этого приложим в точке a единичную силу и построим от нее эпюру Q_a . Воспользуемся тем, что эпюру Q_a можно строить в статически определимой системе.

После этого искомое перемещение определим по формуле:

$$\Delta_a = \int \frac{Q_a Q dx}{H} = \frac{(54.62 + 14.62)}{2 \cdot 300} = 4.62 \text{ м}$$

Рассмотрим более сложный пример - сеть, изображенную на рис. 2.5.2а. Усилия в нитях следующие:

$$H_{2-3} = 10000 \text{ кг}$$

$$H_{1-2} = H_{3-4} = H_{1-5} = H_{4-8} = 10254 \text{ кг}$$

$$H_{5-9} = H_{8-12} = 10174 \text{ кг}$$

$$H_{5-6} = H_{6-7} = H_{7-8} = 3557 \text{ кг}$$

$$H_{2-6} = H_{6-10} = H_{3-7} = H_{7-11} = 2273 \text{ кг}$$

Требуется построить для этой сети эпюру Q и определить поперечное перемещение узла 6.

Ввиду симметрии и схемы и нагрузки будем производить расчет для половины сети, являющейся трижды статически неопределимой системой. Превратим ее в статически определимую путем устранения трех связей (рис. 2.5.2б).

От единичных значений основных неизвестных и от нагрузки строим эпюры Q в основной статически определимой системе (рис. 2.5.2 в, г, д, е), интегрируя которые получаем коэффициенты канонической сис-

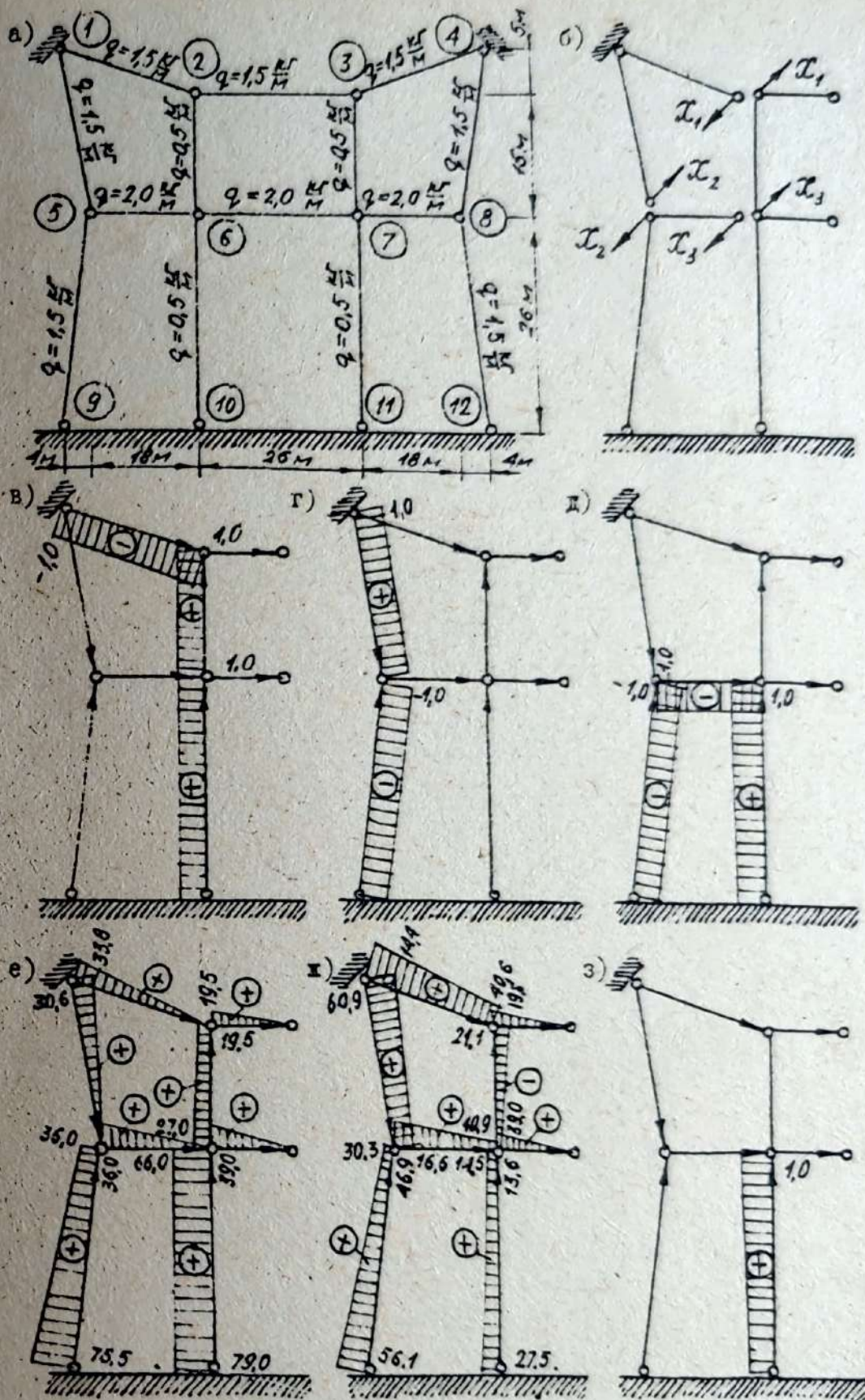


Рис. 2.5.2.

темы уравнений. Вычисление интегралов производим по правилу Верещагина, учитывая, что длины нитей следующие:

$$l_{1-2} = l_{3-4} = 22,56 \text{ м}$$

$$l_{1-5} = l_{4-8} = 20,40 \text{ м}$$

$$l_{5-9} = l_{8-12} = 26,31 \text{ м}$$

$$l_{2-3} = l_{6-7} = l_{6-10} = l_{7-11} = 26,00 \text{ м}$$

$$l_{2-6} = l_{3-7} = 15,00 \text{ м}$$

$$l_{5-6} = l_{7-8} = 18,00 \text{ м}$$

При этом получим (размерность кг, м):

$$\delta_{11} = \frac{22,56}{10254} + \frac{15,00}{2273} + \frac{26,00}{2273} = 20,238 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_{15} = \delta_{31} = \frac{26,00}{2273} = 11,439 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_{22} = \frac{20,40}{10254} + \frac{26,31}{10173} = 4,575 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \frac{26,31}{10173} = 2,586 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_{33} = \frac{26,31}{10173} + \frac{18,00}{3557} + \frac{26,00}{2273} = 9,085 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_{12} = -\frac{33,84 \cdot 22,56}{2 \cdot 10254} + \frac{(19,50 + 27,00) \cdot 15,00}{2 \cdot 2273} + \frac{(66,00 + 79,00) \cdot 26,00}{2 \cdot 2273} = 945,722;$$

$$\delta_{24} = \frac{30,60 \cdot 22,56}{2 \cdot 10254} - \frac{(36,00 + 75,47) \cdot 26,31}{2 \cdot 10173} = -110,483 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_{34} = -\frac{(75,47 + 36,00) \cdot 26,31}{2 \cdot 10173} - \frac{36,00 \cdot 18,00}{2 \cdot 3557} + \frac{(66,00 + 79,00) \cdot 26,00}{2 \cdot 2273} = 594,067 \cdot 10^{-3};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = 0.$$

Таким образом, каноническая система уравнений метода сил (после устранения постоянного множителя) имеет вид:

$$\begin{aligned} 20,238x_1 + 11,439x_3 + 945,722 &= 0 \\ 4,575x_2 + 2,586x_3 - 110,483 &= 0 \\ 11,439x_1 + 2,586x_2 + 19,085x_3 + 594,067 &= 0 \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений, получим:

$$x_1 = -40,55; \quad x_2 = -30,33; \quad x_3 = -10,93.$$

После этого строим окончательную эпюру (рис. 2.5.2ж) по формуле:

$$Q = Q_p + Q_1x_1 + Q_2x_2 + Q_3x_3.$$

Кроме этого, по условию задачи необходимо определить поперечное перемещение узла 6. Строим эпюру Q от единичной силы по направлению искомого перемещения в основной системе, а затем определяем перемещение по формуле Мора

$$y_6 = \frac{(27,52 + 14,52)26,00}{2 \cdot 2273} = 0,240 \text{ м.}$$

Естественно, что выбор основной системы и назначение лишних неизвестных можно производить произвольно. Однако, следует особо остановиться на применении основных неизвестных, дающих эпюру на одном замкнутом контуре. Для каждого из основных неизвестных этого можно добиться соответствующим выбором основной системы, используя то обстоятельство, что при расчете допустимо принимать для различных состояний различные основные системы. Так как число основных неизвестных равно числу замкнутых контуров, то построив эпюры на каждом контуре получим полный набор эпюр от единичных значений основных неизвестных. При этом отпадает необходимость задумываться о выборе основной системы.

Контурные эпюры особенно удобны благодаря своей локальности. При расчете сложных сетей система уравнений метода сил получается с

большим количеством нулей, что существенно облегчает ее решение.

В качестве примера на рис. 2.5.3 показаны несколько контурных эпюр для одной из сетей.

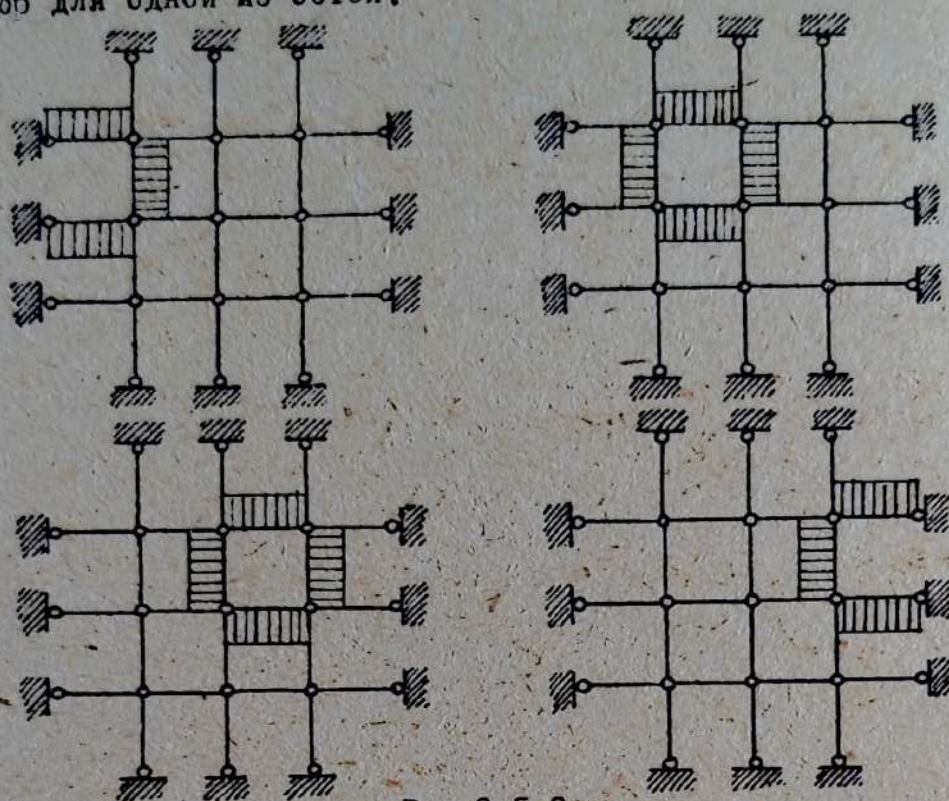


Рис. 2.5.3.

§ 2.6. Применение метода перемещений для расчета сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий.

Если для применения метода сил необходимо знать поведение под нагрузкой статически определимых систем, то для применения метода перемещений надо знать то же самое для статически неопределимых элементов рассчитываемой системы.

Стандартным элементом плоской нитяной сети является нить на двух опорах. Для использования этого элемента при расчете сетей по методу перемещений необходимо уметь определять поперечные реакции нити от нагрузки и от поперечного смещения опор.

Ограничимся рассмотрением постоянно натянутой нити на двух опорах, которая хорошо изучена. Реакции и поперечные усилия для такой нити под нагрузкой равны реакциям и поперечным силам для балки на двух опорах, нагруженной такой же нагрузкой. Реакции от смещения опор нити выражаются формулой:

$$R = \frac{\Delta y}{l} H,$$

где Δy - разность смещения опор,
 l - длина нити,
 H - ее натяжение.

Знак принимается в соответствии с направлениями опорных стержней и перекрса нити.

Закрепив все узлы плоской нитяной сети от поперечных смещений, получим систему не влияющих друг на друга гибких нитей на двух опорах. Рассчитав каждую из этих нитей на нагрузку и на смещение опор, получим все необходимые данные для составления канонической системы уравнений метода перемещений.

Проследим применение метода перемещений на примере. Пусть требуется рассчитать сеть, изображенную на рис. 2.5.2а. При расчете ограничимся вычислением поперечных перемещений узлов.

Ввиду симметрии системы произведем расчет для половины сети, изображенной на рис. 2.6.1а. Эта сеть имеет 5 незакрепленных узлов.

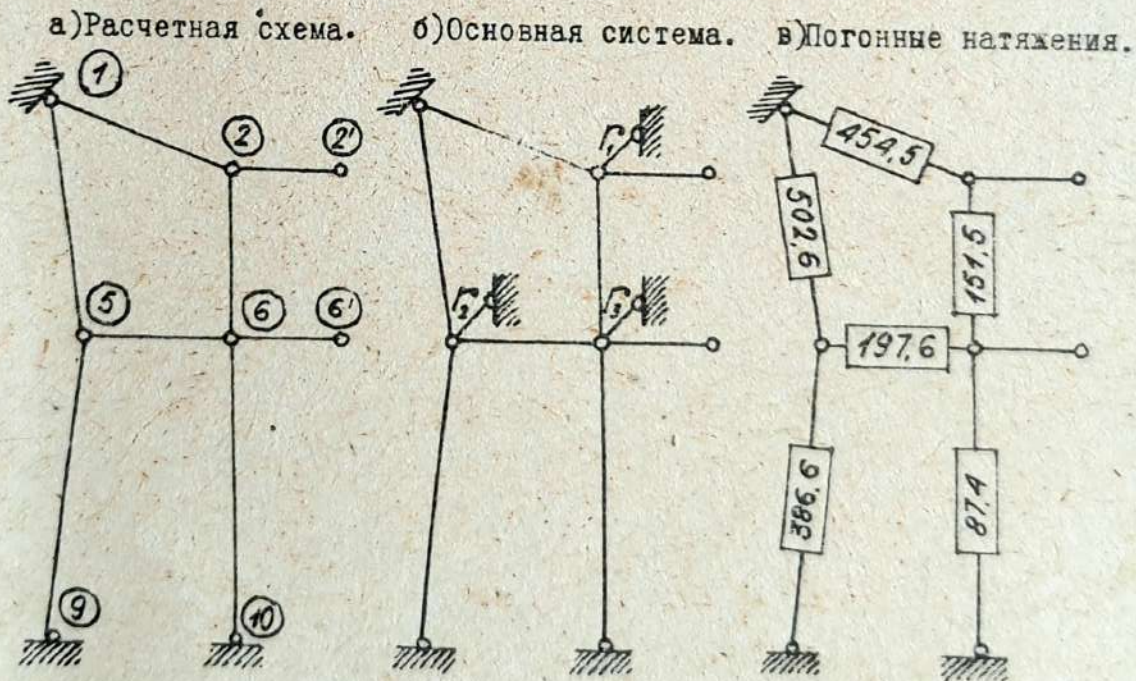


Рис. 2.6.1.

Можно было бы поставить дополнительные связи во всех пяти узлах, вследствие чего получилась бы система пяти уравнений метода перемещений. Однако, можно упростить задачу. Если закрепить только три узла, как показано на рисунке 2.6.16, то основное количество нитей будет с двумя опорами. Что касается нитей 2-2' и 6-6', то они статически определены. Всю нагрузку, приложенную к нити, они передают на опору, а при смещении опоры не вызывают в ней реакции.

Приступим к составлению канонической системы уравнений метода перемещений. Если дать дополнительной связи 1 (рис. 2.6.16) смещение равное 1, то нити 1-2 и 2-6 получат перекосы, при этом поперечные усилия для этих нитей будут равны $\frac{H}{l}$, как следует из формулы (2.6.1), и будут вызывать в связи растяжение.

$$Z_{11} = \frac{10254}{22,56} + \frac{2273}{15,00} = 606,0 \frac{\text{кг}}{\text{м}}.$$

(Натяжения и длины нитей принимаем из примера, рассмотренного в § 2.5).

Эти же поперечные усилия вызовут в несмещенной связи 3 сжатие:

$$Z_{13} = Z_{31} = -\frac{2273}{15,00} = -151,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}}.$$

В связи 2 при смещении связи 1 реакция не возникает, так же как и в связи 1 при смещении связи 2.

Сместим теперь связь 2 на единицу. Нити 1-5, 5-6 и 5-9 получают при этом перекосы, вызывающие следующие реакции связей:

$$Z_{22} = \frac{10254}{20,40} + \frac{3557}{18,00} + \frac{10173}{28,31} = 1086,8 \frac{\text{кг}}{\text{м}};$$

$$Z_{23} = Z_{32} = -\frac{3557}{18,00} = -197,6 \frac{\text{кг}}{\text{м}}.$$

При смещении связи 3 на единицу, получаем:

$$Z_{33} = \frac{2273}{15,00} + \frac{3557}{18,00} + \frac{2273}{26,00} = 436,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}}.$$

Вычислим теперь реакции связей от нагрузки.
Нагрузка вызывает в связях сжатие.

$$Z_{1p} = -\frac{1,5 \cdot 22,56}{2} - \frac{1,5 \cdot 26,00}{2} - \frac{0,5 \cdot 15,00}{2} = -40,17 \text{ кг}$$

$$Z_{2p} = -\frac{1,5 \cdot 20,40}{2} - \frac{1,5 \cdot 26,31}{2} - \frac{2,0 \cdot 18,00}{2} = -53,03 \text{ кг}$$

$$Z_{3p} = -\frac{2,0 \cdot 18,00}{2} - \frac{3,0 \cdot 26,00}{2} - \frac{0,5 \cdot 15,00}{2} - \frac{0,5 \cdot 26,00}{2} = -67,25 \text{ кг}$$

Таким образом, получим систему уравнений:

$$606,0 y_1 - 151,5 y_3 - 40,17 = 0$$

$$1026,2 y_2 - 197,6 y_3 - 53,03 = 0$$

$$-151,5 y_1 - 197,6 y_2 + 436,5 y_3 - 67,25 = 0$$

В результате решения системы получим поперечное перемещение узлов:

$$y_1 = 0,126 \text{ м}; y_2 = 0,092 \text{ м}; y_3 = 0,240 \text{ м}.$$

Приведем практически удобный прием составления системы уравнений метода перемещений для плоской нитяной сети.

Если заранее вычислить для каждой нити погонное натяжение $\frac{H}{L}$, (поперечное усилие при единичном смещении одного из концов), то уравнение для любой связи составить очень просто. Главный коэффициент этого уравнения равен сумме погонных натяжений нитей, сходящихся в узле с рассматриваемой связью. Побочный коэффициент Z_{ik} равен погонному натяжению нити, соединяющей связи i и k , взятому со знаком минус. Если связи i и k не соединены нитью, соответствующий побочный коэффициент равен нулю.

Перед составлением уравнений погонные натяжения удобно нанести на схему сети, как это показано на рисунке 2.6.1в.

§ 2.7. Некоторые принципы механизации расчетов.

Даже те элементарные примеры, которые были решены, потребовали выполнения значительной вычислительной работы. Задачи, выдвигаемые практикой, являются более громоздкими и требуют несравненно большего объема вычислений. Поэтому является целесообразным выделение из инженерного труда по расчету сетей всей вычислительной работы с последующей эффективной ее механизацией.

Наилучшим образом механизированы вычисления при помощи электронных цифровых вычислительных машин. Однако, как правило, составление и отладка программы для этих машин весьма трудоемки, а ограниченность оперативной памяти создает дополнительные трудности в программировании.

Очевидно, что существенные затраты времени на программирование для электронных машин оправдывают себя лишь при последующей эффективной эксплуатации программ. С другой стороны, в случае небольших объемов вычислений со значительным количеством исходных данных, вспомогательные операции, связанные с использованием ЭЦВМ, (зашифровка, перфорирование и т.п.) занимают время, соизмеримое со временем вычисления другими способами. По этим и ряду иных причин не потеряли своего значения электрические клавишные вычислительные машины, которые могут успешно применяться наряду с более мощными средствами механизации вычислений.

Кандидатом технических наук П.М.Сосисом [64] предложен метод механизации инженерных расчетов на этих машинах, предполагающий выдачу задания оператору в виде кодированной программы вычислений, названной так по аналогии с термином для электронных цифровых машин. Введенная система адресов, основой которой являются номера расчетных таблиц и номера вертикальных граф и горизонтальных строк в каждой из них. Арифметические действия обозначаются обычным образом. Например, запись

$$гр 1 T_1 + гр 2 T_2 = гр 1 I_1$$

означает, что соответствующие числа графы 1 таблицы 1 и графы 2 таблицы 2 необходимо просуммировать и результаты записать в графу 1 таблицы 3. Аналогичным образом обозначаются и другие действия.

Такой метод дает принципиальную возможность передать в руки оператора любой расчет, приведенный к последовательности арифметических операций. Однако, такая запись программ оказывается довольно громозд-

кой. Поэтому введены более компактные обозначения групповых действий, объединяющие элементарные обозначения в блоки. Это позволяет сократить объем программы, уменьшить вероятность ошибок при ее составлении и, более того, формализовать сам процесс программирования [53].

Формализация программирования становится возможной на основе записи расчетных зависимостей с применением упорядоченной системы индексов. Индексы, расположенные рядом с обозначением какой-либо величины, являются ее дискретными аргументами. Например, запись ℓ_c означает, что величина ℓ (длина стержня) зависит от значения индекса c (номер стержня). Запись N_{sz} означает, что величина N (нормальная сила) зависит и от индекса s (номер стержня), и от индекса z (номер загрузки). За каждым индексом закрепляется определенный смысл, который остается неизменным на протяжении всего решения задачи.

Суммирование в формулах производится лишь по всем значениям какого-либо индекса. После этого результат не содержит индекса суммирования.

Переход от обычных формул к индексным осуществляется путем снабжения соответствующими индексами всех употребляющихся в них величин. Полученные таким образом формулы определяют операции над функциями индексов.

Условимся записывать значения функции одного индекса в строку или графу, а значения функции двух индексов - в таблицу. Значения функции трех и более индексов можно по тому же принципу записать в группу таблиц. При этом формулы, снабженные индексами, будут определять операции над группами чисел, записанными в строку, графу, таблицу или даже группу таблиц. Для каждой из элементарных операций (суммирования, умножения, деления, суммирования попарных произведений), примененной к двум величинам составлены алгоритмы, позволяющие также произвести контроль выполненных вычислений [66]. Эти алгоритмы приняты в качестве стандартных блоков для составления программ.

Таким образом, имея формулу с упорядоченными индексами, можно указать оператору последовательность стандартных блоков, при помощи которых по значениям исходных величин можно получить искомый результат. Более того, информацию, заложенную в таких формулах, удобно использовать при программировании для электронных цифровых вычислительных машин. Существуют программы, позволяющие вести счет по произвольным индексным формулам.

В последующих параграфах настоящей главы все записи ведутся в индексном виде с целью последующего их использования при механизации

вычислений. Для большинства из решаемых задач в приложении приведены программы, позволяющие почти целиком передать расчет в руки оператора клавишной машины.

§ 2.8. Механизированный расчет сетей, статически определенных относительно поперечных усилий.

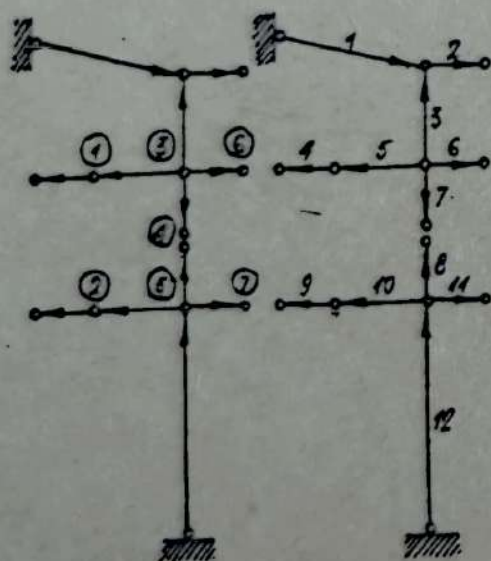
Ограничимся случаем, когда на сеть действует только кусочно-равномерная нагрузка и сосредоточенные силы. В большинстве случаев именно такие нагрузки действуют на сеть. Кроме того, более сложные нагрузки всегда можно представить приближенно при помощи сосредоточенных сил.

Прежде чем выполнять расчет, отметим на схеме сети и пронумеруем точки приложения сосредоточенных сил и разобьем сеть на участки так, чтобы на протяжении каждого из них вправо Q изменялась линейно (при каждом из нагружений, если расчет ведется на несколько нагружений одновременно). Для этого необходимо, чтобы сосредото-

ченные силы были приложены только на границах участка, а распределенная нагрузка на протяжении участка не прерывалась. Каждому участку присвоим направление и обозначим его на схеме стрелкой (рис.2.8.1). Зная направление участка, можно различать его начало и конец и, кроме того, применять правило знаков, принятое в § 2.4.

Для того, чтобы иметь полное представление о распределении поперечных усилий в системе, достаточно знать их в начале и в конце каждого участка. Это и будем считать окончательным результатом, который предполагается получить численным путем.

Естественно, что для получения этого результата кроме нагрузок нужно в численном виде задать информацию о структуре системы. В качестве такой информации примем:



J_{yT} - поперечные усилия от единичных сосредоточенных сил, приложенных в точках T .

$i'_{yy'}$ - поперечные усилия в начале участков y от равномерно распределенных нагрузок на участках y' . Равномерно распределенные нагрузки приняты величиной q_{yz} (l_y - длина участка) с тем, чтобы суммарная нагрузка на участке равнялась единице.

Здесь индекс y - номер участка, индекс T - номер точки.

Характерной особенностью этих величин является то, что для их получения не требуется никаких вычислений. При конкретных значениях индексов величины могут принимать только три значения: +1, -1 или 0.

J_{yT} и $i'_{yy'}$ являются своеобразными числами влияния, при помощи которых поперечные усилия в начале участков можно получить по формуле:

$$Q'_{yz} = \sum_T J_{yT} P_{Tz} + \sum_{y'} i'_{yy'} q_{yz} l_{y'} \quad (2.8.1)$$

Здесь: l_y - длины участков,

P_{Tz} - сосредоточенные силы,

q_{yz} - равномерно распределенные нагрузки,

Q'_{yz} - поперечные усилия в начале участков.

Предполагается, что расчет ведется одновременно на несколько загрузений. Индекс z - номер загрузки.

Поперечные усилия в начале и в конце участка отличаются величиной нагрузки на этом участке. Последние могут быть вычислены по формуле:

$$Q''_{yz} = Q'_{yz} - q_{yz} l_y \quad (2.8.2)$$

В правильности знаков в этой формуле можно убедиться, меняя направление рассматриваемого участка.

По формулам (2.8.1) и (2.8.2) составлена программа № 1 (см. приложение, расчет № 1).

В соответствии с этой программой величина J_{yT} записывается в таблицу 2, при заполнении которой удобно пользоваться следующим формальным правилом.

Выбираем на схеме сети точку, для которой требуется заполнить строку в таблице 2, и от этой точки движемся по нитям к

T_2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	S
1	1												5
2	1		-1		1								1
3										1		1	2
4	1		-1					1					2
5												1	1
6	1		-1			1							1
7											1	1	2
S	3		-3		1	1	1	1	1	1	1	4	9

T_3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	S
1	1												1
2	1	1											2
3	1												1
4	1		-1	1	1								2
5	1		-1		1								1
6	1		-1			1							1
7	1		-1				1						1
8								1				1	2
9									1			1	3
10										1		1	2
11											1		2
12												1	1
S	7	1	-4	1	2	1	1	1	1	2	1	5	19

Рис. 2.8.2.

опоре. Если по пути попадает участок встречного направления - в клетке с номером графа, соответствующим номеру участка, ставится +1. Если попадает участок попутного направления - в соответствующей клетке ставится -1. Остальные клетки этой строки оставляются пустыми. Таким образом заполняются все строки.

Аналогично заполняется и таблица 3, содержащая величину Q_{yz} . В данном случае движение по направлению к опоре начинается с середины участка с номером той строки, которую нужно заполнить. В таблице 3 проставляется +1 при прохождении через начало участка встречного направления и -1 при прохождении через начало участка попутного направления.

Таблицы 2 и 3 для схемы, изображенной на рис. 2.8.1, приведены на рис. 2.8.2.

Если сеть нагружена только сосредоточенными силами или другой нагрузкой, приближенно представленной в виде сосредоточенных сил, то задача значительно упрощается. В данном случае эпюра поперечных усилий на протяжении участка будет постоянной и может быть охарактеризована одним числом. Вычисления целесообразно производить по упрощенной программе № 2, (см. приложение, расчет № 2) составленной по формуле:

$$Q_{yz} = \sum_T T_{yT} P_{Tz} \quad (2.8.3)$$

Здесь Q_{yz} - искомые поперечные усилия.

§ 2.9. Механизированный расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Метод сил.

В § 2,5 указано, каким образом рассчитываются статически неопределимые нитяные сети по методу сил. Метод сил отличается большей четкостью и позволяет эффективно механизировать производимые вычисления.

Будем считать известными поперечные усилия в нитях основной системы от единичных значений основных неизвестных и от нагрузки, а также длины участков и натяжения.

Как и в предыдущем параграфе, разобьем сеть на участки и обозначим направление каждого из них. Участки необходимо выбрать таким образом, чтобы эпюра Q на участке изменялась линейно, а

натяжения нити было постоянным. Это условие вносит некоторое ограничение в части нагрузок. Так на протяжении участка допускается приложение только равномерно распределенной поперечной нагрузки. Что касается продольных нагрузок на нить, то они могут быть приложены только в виде сосредоточенных сил на границах участков.

Следует отметить, что при таком выборе участков поперечные усилия от основных неизвестных будут на протяжении участка постоянными. Пользуясь правилом Березагина, запишем формулу Мора для случая, когда одна из интегрируемых влр постоянна, а вторая — изменяется линейно на протяжении участка:

$$\Delta_{Hz} = \sum_y \frac{Q'_{yz} + Q''_{yz}}{2N_y} \bar{Q}_{yn} l_y \quad (2.9.1)$$

Если же обе влр постоянны на протяжении участка, то зависимость еще проще. Так для вычисления коэффициентов канонической системы уравнений получим:

$$\delta_{nn'} = \sum_y \frac{\bar{Q}_{yn} \bar{Q}_{yn'} l_y}{N_y} \quad (2.9.2)$$

В этих формулах:

- l_y — длины участков,
- N_y — натяжения нитей,
- $\bar{Q}_{yn}$ — поперечные силы от единичных значений основных неизвестных,
- Q'_{yz} — поперечные силы в начале участков от нагрузки,
- Q''_{yz} — то же в конце участков,
- $\delta_{nn'}$ — перемещение по направлению основного неизвестного H от единичного значения неизвестного H' ,
- Δ_{Hz} — то же от нагрузки K ,

Индексы здесь означают: y — номер участка, n — номер неизвестного, z — номер нагружения.

Известно, что значения основных неизвестных X_{nz} находятся путем решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n'} \delta_{nn'} X_{n'z} + \Delta_{Hz} = 0 \quad (2.9.3)$$

В дальнейшем удобнее будет пользоваться формулой:

$$\sum_{n'} \delta_{nn'} X_{n'z} + \sum_{z'} e_{zz'} \Delta_{Hz'} = 0 \quad (2.9.4)$$

Здесь e_{zz}' - элементы единичной матрицы, в силу чего формулы (2.9.3) и (2.9.4) равносильны.

Подставим в (2.9.4) значения δ_{nn}' и Δ_{nz}' из (2.9.1) и (2.9.2):

$$\sum_y \sum_{n'} \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} \bar{Q}_{yn}' x_{nz}' + \sum_y \sum_{z'} \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} \frac{Q_{yz}' + Q_{yz}''}{2} e_{zz}' = 0 \quad (2.9.5)$$

Если заранее вычислить величины $\frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y}$ и $\frac{Q_{yz}' + Q_{yz}''}{2}$, то для вычисления x_{nz} из зависимости (2.9.5) можно воспользоваться подпрограммой № 8 работы [53] (см. п. 11).

Зависимость (2.9.5) является основной для расчета № 3 (см. приложение). Получив из неё значения x_{nz} , вычисления поперечных сил в начале и конце участков статически неопределимой системы

$Q_{yz}'^*$ и $Q_{yz}''^*$ можно произвести по формулам:

$$Q_{yz}'^* = \sum_n \bar{Q}_{yn} x_{nz} + \sum_{z'} e_{zz}' Q_{yz}' \quad (2.9.6)$$

$$Q_{yz}''^* = Q_{yz}'^* - Q_{yz}' + Q_{yz}'' \quad (2.9.7)$$

В случае нагружения сети только сосредоточенными силами расчет упрощается.

При этом $Q_{yz}' = Q_{yz}'' = Q_{yz}$; $Q_{yz}'^* = Q_{yz}''^* = Q_{yz}^*$;

в силу чего формулы (2.9.5) и (2.9.6) принимают вид:

$$\sum_y \sum_{n'} \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} \bar{Q}_{yn}' x_{nz}' + \sum_y \sum_{z'} \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} Q_{yz}' e_{zz}' = 0 \quad (2.9.8)$$

$$Q_{yz}^* = \sum_n \bar{Q}_{yn} x_{nz} + \sum_{z'} e_{zz}' Q_{yz} \quad (2.9.9)$$

По формулам (2.9.8) и (2.9.9) составлена программа № 4 (см. приложение, расчет № 4).

Отметим, что программа № 4 может служить для более широких целей.

Перепишем формулу (2.9.8) следующим образом:

$$\sum_y \sum_{n'} \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} \bar{Q}_{yn}' x_{nz}' + \sum_y \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} Q_{yz} = 0 \quad (2.9.10)$$

и подставим в неё значение Q_{yz} из формулы (2.8.3)

$$\sum_y \sum_{n'} \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} \bar{Q}_{yn}' x_{nz}' + \sum_y \sum_{\Gamma} \frac{\ell_y \bar{Q}_{yn}}{N_y} J_{y\Gamma} P_{\Gamma z} = 0 \quad (2.9.11)$$

Для вычисления x_{nz} из этой зависимости можно применить

подпрограмму № 8 работы [53], использованную для расчета № 4.

Более того, вся программа № 4 останется без изменения, т.к. формула:

$$Q_{yz}^* = \sum_n \vec{Q}_{yn} x_{nz} + \sum J_{yt} P_{tz} \quad (2.9.12)$$

вполне аналогична формуле (2.9.9). Зато эта программа (см. приложение, расчет № 5) позволит вычислять поперечные усилия в статически неопределимых сетях в случае их загрузки только сосредоточенными силами, исходя не из нагрузочных эпюр в основной системе, а непосредственно из нагрузок.

В заключение рассмотрим, как выполняется расчет статически неопределимой сети, нагруженной и сосредоточенными силами и равномерно распределенной по длине участков нагрузкой, исходя из величин нагрузок. Такой расчет можно было бы произвести, применяя последовательно программу № 1 и программу № 3, однако, на этом пути возможны некоторые сокращения. Так, величину Q_{yz}'' вычислять не следует. Используя формулу (2.8.2) можно получить непосредственно:

$$\frac{Q_{yz}' + Q_{yz}''}{2} = Q_{yz}' - \frac{q_{yz} l_y}{2} \quad (2.9.13)$$

и, производя расчет по формулам (2.9.5) и (2.9.6), получить в результате значение Q_{yz}' . После этого значения Q_{yz}'' можно получить аналогично (2.8.2)

$$Q_{yz}'' = Q_{yz}' - q_{yz} l_y \quad (2.9.14)$$

Программа, по которой производится расчет № 6 (см. приложение) как раз и составлена по формулам (2.8.1), (2.9.13), (2.9.5), (2.9.6) и (2.9.14).

В расчетах № 3-6 в качестве исходных данных приняты значения поперечных усилий Q_{ny} в основной системе от единичных значений неизвестных. В принципе эти величины можно было бы вычислить аналогично тому, как вычислялись поперечные усилия от нагрузки. Однако, Q_{ny} задать ничуть не труднее, чем построить структурную матрицу J_{yt} . Закон образования Q_{ny} тот же, что и для J_{yt} . Кроме того, как уже отмечено в § 2.5, во многих случаях удобно пользоваться контурными эпюрами.

При этом можно рекомендовать следующий способ заполнения таблицы, содержащей значения $\bar{Q}_{ij}$ (номера строк соответствуют номерам участков, номера граф-номерам неизвестных).

Таблица заполняется по графам. Контур, соответствующий заповняемой графе, обходится в произвольном направлении. Если на пути обхода попадает участок встречного направления, в соответствующей участку строке проставляется +1. Если попадает участок попутного направления, в таблицу заносится -1. Клетки, соответствующие участкам, не входящим в данный контур, остаются пустыми. Таким же образом заполняются все графы.

По программе № 6 выполнен пример расчета. Рассчитана статически неопределимая относительно поперечных усилий нитяная сеть, изображенная на рис. 2.9.1а. Основная система для расчета на внеш-

ние нагрузки показана на рис.

2.8.1. Там же занумерованы точки приложения сил и участки.

Выбраны контурные основные неизвестные. Нумерация контуров и соответствующих им неизвестных показана на рис. 2.9.1а. Система рассчитана на воздействие 3-х загрузок сосредоточенными силами и распределенными нагрузками. Сведения о размерах системы, натяжении ее нитей, нагрузках на систему, структурные характеристики основных систем, содержатся в таблицах 1, 2, (см. рис. 2.9.2) 6, 7, (см. рис. 2.9.3) 8, 9, (рис. 2.9.4) 14 (рис. 2.9.5). Окончательные результаты расчета - поперечные усилия в статически неопределимой системе - в таблицах 16 и 17 (рис. 2.9.5). Размерность м.т. Содержание таблиц исходных данных и результатов см. приложение, расчет № 6.

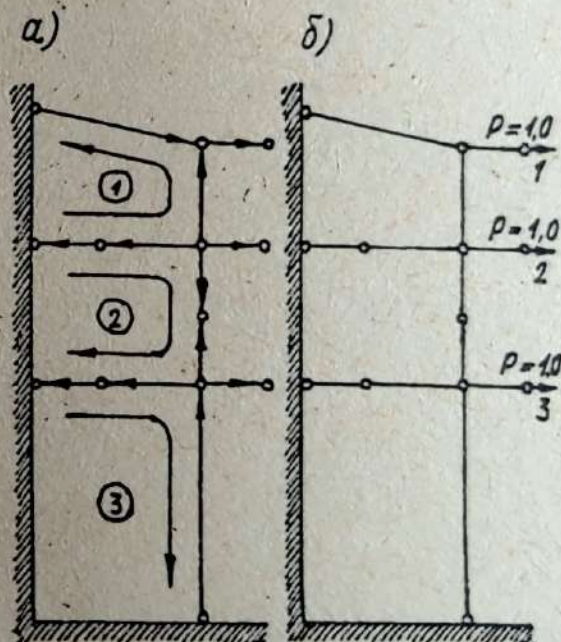


Рис. 2.9.1

T_1					T_2				
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	15.80	7.90	2.00	25.70	1	1.000			1.000
2	10.00	7.50	1.33	18.83	2				
3	10.00	2.50	4.00	16.50	3	-1.000			-1.000
4	5.00	2.00	2.50	9.50	4	1.000	1.000		2.000
5	10.00	2.00	5.00	17.00	5	1.000	1.000		2.000
6	10.00	2.00	5.00	17.00	6				
7	5.00	2.50	2.00	9.50	7		-1.000		-1.000
8	5.00	2.50	2.00	9.50	8		1.000		1.000
9	5.00	2.00	2.50	9.50	9		-1.000	1.000	-
10	10.00	2.00	5.00	17.00	10		-1.000	1.000	-
11	10.00	2.00	5.00	17.00	11				
12	20.00	2.50	8.00	30.50	12			1.000	1.000
5	115.80	37.40	44.33	197.53	5	2.000	-	3.000	5.000

T_3					T_4				
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	2.000			2.000	1	-1.000	-0.556		-1.556
2					2		-1.000	0.506	-0.494
3	-4.000			-4.000	3			-1.000	-1.000
4	2.500	2.500		5.000	5	-1.000	-1.556	-0.494	-3.050
5	5.000	5.000		10.000					
6									
7		-2.000		-2.000					
8		2.000		2.000					
9		-2.500	2.500	-					
10		-5.000	5.000	-					
11									
12			8.000	8.000					
5	5.500	-	15.500	21.000					

T_6				
	1	2	3	5
1	13.500	7.500		21.000
2		14.830	-7.500	7.330
3			11.705	11.705
5	13.500	22.330	4.205	40.035

Рис. 2.9.2.

§ 2.10. Механизированный расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Метод перемещений.

Как уже отмечалось в § 2.6 для расчета сети, статически неопределимой относительно поперечных усилий, по методу перемещений необходимо изучить статически неопределимые элементы, из кото-

T_4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
1	1,000		-1,000		1,000					1,000		1,000	1,000
2													2,000
3	1,000		-1,000					1,000				1,000	2,000
4												1,000	1,000
5													1,000
6	1,000		-1,000			1,000					1,000	1,000	2,000
7										1,000	1,000	4,000	9,000
Σ	3,000		-3,000		1,000	1,000		1,000		1,000	1,000	4,000	9,000

T_7

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
1	1,000												1,000
2	1,000	1,000											2,000
3	1,000												1,000
4	1,000		-1,000	1,000	1,000								2,000
5	1,000		-1,000		1,000								1,000
6	1,000		-1,000			1,000							1,000
7	1,000		-1,000				1,000						1,000
8								1,000				1,000	2,000
9									1,000	1,000		1,000	3,000
10										1,000		1,000	2,000
11											1,000	1,000	2,000
12												1,000	1,000
Σ	7,000	1,000	-4,000	1,000	2,000	1,000	1,000	1,000	1,000	2,000	1,000	5,000	19,000

Рис. 2.9.3.

Множитель 10^{-3}				T_8	Множитель 10^{-3}				T_9
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	20.000			20.000	1	2.0	4.0		
2	20.000			20.000	2	2.0	4.0		
3	40.000			40.000	3	1.5	3.0		
4	70.000	100.000	100.000	20.000	4	1.5	3.0		
5	40.000			40.000	5	3.0	6.0		
6	20.000			20.000	6	3.0	6.0		
7	20.000			20.000	7	1.5	3.0		
8	170.000	100.000	100.000	370.000	8	1.5	3.0		
					9	1.5	3.0		
					10	3.0	6.0		
					11	3.0	6.0		
					12	1.5	3.0		
					5	25.0	50.0		

Множитель 10^{-3}				T_{10}	Множитель 10^{-3}				T_{11}
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	31.600	53.200		94.800	1	221.600	283.200		504.800
2	20.000	40.000		60.000	2	20.000	40.000		60.000
3	15.000	30.000		45.000	3	155.000	150.000		305.000
4	7.500	15.000		22.500	4	7.500	15.000		22.500
5	30.000	60.000		90.000	5	57.500	75.000		132.500
6	30.000	60.000		90.000	6	50.000	60.000		110.000
7	7.500	15.000		22.500	7	7.500	15.000		22.500
8	7.500	15.000		22.500	8	17.500	115.000	100.000	232.500
9	7.500	15.000		22.500	9	7.500	15.000		22.500
10	30.000	60.000		90.000	10	57.500	75.000		132.500
11	30.000	60.000		90.000	11	50.000	60.000		110.000
12	30.000	60.000		90.000	12	195.000	310.000	100.000	605.000
5	246.600	493.200		739.800	5	536.600	913.200	200.000	1649.800

Рис. 2.9.4.

рых набирается сеть. В качестве такого изученного элемента примем нить на двух опорах. Сделаем некоторые оговорки в части нагрузок на этот элемент, которые не играют принципиальной роли, а нужны лишь для возможности более эффективной механизации вычислений.

Натяжение нити должно быть постоянным по длине, а нагрузка на нить — равномерной. Сосредоточенные силы могут быть приложены только в узлах. Эти на первый взгляд существенные ограничения мо-

Множитель 10^{-3}				T_{12}	Множитель 10^{-3}				T_{13}
	1	2	3	Σ		1	2	3	Σ
1	205.800	251.600		457.400	1	-95.072	-111.441		-206.513
2	10.000	20.000		30.000	2	46.732	40.344	-13.486	73.590
3	-162.500	-180.000		-342.500	3	-112.036	-186.345	-76.983	-375.369
4	3.750	22.500		26.250	Σ	-160.376	-257.442	-90.474	-508.292
5	42.500	45.000		87.500					
6	35.000	30.000		65.000					
7	3.750	7.500		11.250		1	2	3	Σ
8	13.750	107.500	100.000	221.250	1	1.000			1.000
9	3.750	7.500		11.250	2		1.000		1.000
10	42.500	45.000		87.500	3			1.000	1.000
11	35.000	30.000		65.000	Σ	1.000	1.000	1.000	3.000
12	150.000	280.000	100.000	530.000					
Σ	413.300	666.600	200.000	1279.900					

Множитель 10^{-3}				T_{15}
	1	2	3	Σ
1	-89.535	-99.58	-112.036	-211.529
2	-81.446	-53.947	-186.345	-321.738
3	29.158	-32.442	-76.983	-100.278
Σ	-141.823	-116.347	-375.369	-633.539

Рис. 2.9.5.

гут быть преодолены, если учесть, что в случае необходимости нить может быть разбита на участки, в пределах которых ограничения соблюдаются. Каждый такой участок будет являться изученным статически неопределимым элементом сети.

Основная система метода перемещений получится после закрепления всех узлов сети от поперечных перемещений. При этом каждая нить (или ее участок) будет иметь две опоры.

Наиболее важным этапом является определение перемещений, под воздействием которых основная система эквивалентна действительной. Для этого обычно решают каноническую систему уравнений:

$$\sum_{n'} z_{nn'} x_{n'z} + R_{nz} = 0. \quad (2.10.1)$$

Здесь $z_{nn'}$ — элементы матрицы канонической системы уравнений,

$x_{n'z}$ — значения основных неизвестных,

R_{nz} — реакции дополнительных связей от нагрузки.

Индексы означают: n — номер неизвестного, z — номер нагружения.

Для определения $z_{nn'}$ можно воспользоваться формулой, известной в строительной механике:

$$z_{nn'} = \sum_y \bar{Q}_{ny} \bar{Q}_{n'y} \frac{l_y}{H_y} \quad (2.10.2)$$

Здесь $\bar{Q}_{ny}$ — поперечные усилия от единичных значений неизвестных перемещений,

l_y — длины участков,

H_y — натяжения нитей.

Индекс y означает номер участка нити между двумя узлами.

Ввиду того, что натяжение нити в пределах участка постоянно, можно записать:

$$\bar{Q}_{ny} = \left(\bar{y}_{ny}'' - \bar{y}_{ny}' \right) \frac{H_y}{l_y}; \quad (2.10.3)$$

где $\bar{y}_{ny}'$ и $\bar{y}_{ny}''$ — смещения начала и конца участка, соответственно, при единичных значениях неизвестных перемещений.

Для определения R_{nz} воспользуемся кинематическим методом:

$$-R_{nz} = + \sum_y \left(\bar{y}_{ny}'' + \bar{y}_{ny}' \right) \frac{R_{yz} l_y}{2} + \sum_T \bar{y}_{nT} P_{Tz}; \quad (2.10.4)$$

Здесь в правой части записана работа, производимая нагрузкой,

если сообщить системе единичные перемещения,

q_{yz} - равномерно распределенные нагрузки,

P_{Tz} - сосредоточенные силы,

y_{HT} - смещения точки приложения силы при единичных значениях неизвестных перемещений.

Индекс T означает номер точки приложения силы.

Подставляя (2.10.2), (2.10.3) и (2.10.4) в (2.10.1) получим:

$$\begin{aligned} \sum_{H'} \sum_y (\bar{y}_{Hy}'' - \bar{y}_{Hy}') (\bar{y}_{Hy}'' - \bar{y}_{Hy}') \frac{H_y}{l_y} x_{Hz} - \\ - \sum_y (\bar{y}_{Hy}'' + \bar{y}_{Hy}') \frac{q_{yz} l_y}{2} - \sum_T \bar{y}_{HT} P_{Tz} = 0; \end{aligned} \quad (2.10.5)$$

или приводя к виду, аналогичному формуле (9.11) работы [53]

($e_{zz'}$ - элементы единичной матрицы):

$$\begin{aligned} \sum_{H'} \sum_y (\bar{y}_{Hy}'' - \bar{y}_{Hy}') (\bar{y}_{Hy}'' - \bar{y}_{Hy}') \frac{H_y}{l_y} x_{Hz} - \sum_{z'} \sum_y (\bar{y}_{Hy}'' + \bar{y}_{Hy}') \frac{q_{yz} l_y}{2} e_{zz'} - \\ - \sum_{z'} \sum_T \bar{y}_{HT} P_{Tz} e_{zz'} = 0. \end{aligned} \quad (2.10.6)$$

Из этой зависимости получаем x_{Hz} , после чего становится возможным определение поперечных усилий в статически неопределимой системе. Поперечные усилия в конце участков равны сумме поперечных усилий от перемещений и поперечных усилий в конце участков основной системы:

$$Q_{yz}^{**} = \sum_H \bar{Q}_{Hy} x_{Hz} + Q_{yz}''$$

или иначе, учитывая (2.10.3) и то, что

$$Q_{yz}'' = -\frac{q_{yz} l_y}{2};$$

$$Q_{yz}^{**} = \sum_H (\bar{y}_{Hy}'' - \bar{y}_{Hy}') \frac{H_y}{l_y} x_{Hz} - \sum_{z'} \frac{q_{yz} l_y}{2} e_{zz'} \quad (2.10.7)$$

После этого легко определить поперечные усилия и в начале участков:

$$Q_{yz}^{*} = Q_{yz}^{**} + q_{yz} l_y \quad (2.10.8)$$

очевидную формулу:

$$U_{yz}^* = \sum_n \bar{U}_{ny} x_{nz} \quad (2.10.9)$$

По формулам (2.10.6) - (2.10.9) составлена программа № 7 (см. приложение, расчет № 7). Она позволяет выбирать в качестве неизвестных любые линейно независимые системы перемещений. Проще всего выбрать в качестве неизвестных поперечные перемещения узлов. При таком выборе номера неизвестных припишем соответствующим узлам. В этом случае для составления таблиц 2 и 3, которые содержат значения $\bar{U}_{ny}$ и $\bar{U}_{ny}^*$ соответственно, можно пользоваться следующим правилом.

Таблица 2 выполняется по графам. В графе с номером рассматриваемого узла единицами отмечаются участки, выходящие из узла (к узлу примыкает начало участка). Остальные клетки остаются пустыми.

Так же выполняется и таблица 3, только в ней единицами отмечаются участки входящие в узел.

Таблица 10 содержит перемещения точек приложения сосредоточенных сил при единичных значениях неизвестных. Номерам точек соответствуют некоторые номера узлов, так как силы по условию могут быть приложены только в узлах. Таблица 10 будет составлена, если в строке с номером рассматриваемой точки единицей отметить графу с номером соответствующего узла.

В том случае, если сеть загружена только узловой нагрузкой, расчет упрощается.

Примем в качестве неизвестных поперечные перемещения незакрепленных узлов и, несколько поменяв обозначения, запишем расчетные формулы:

$$\sum_{n'} \sum_y d_{ny} d_{ny} \frac{H_y}{e_y} U_{nz} - \sum_{n'} \sum_{z'} P_{n'z'} e_{nn'} e_{zz'} = 0 \quad (2.10.10)$$

$$Q_{yz}^* = \sum_n d_{ny} \frac{H_y}{e_y} U_{nz} \quad (2.10.11)$$

Здесь: d_{ny} - равенность смещений концов участков при единичном перемещении незакрепленного узла.

U_{nz} - действительные смещения незакрепленных узлов,

P_{nz} - нагрузки в незакрепленных узлах,

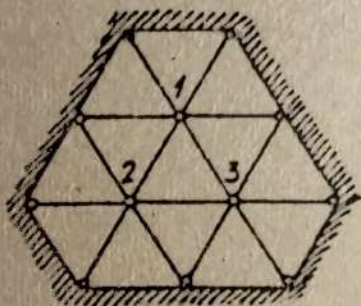
Q_{yz}^* - поперечные усилия в статически неопределимой системе.

Остальные обозначения – те же, что и в предыдущем случае. Индекс N означает номер незакрепленного узла.

По формулам (2.10.10) и (2.10.11) составлена программа № 8 (см. приложение, расчет № 8).

В соответствии с этой программой величина d_{Nj} , характеризующая структуру системы, записывается в таблицу 3.

Таблица заполняется по графам.



В графе с номером рассматриваемого незакрепленного узла участок, входящий в узел, отмечается единицей с плюсом, а участок, выходящий из узла – единицей с минусом. Остальные клетки графа остаются пустыми.

Заполнение прочих таблиц не вызывает затруднений.

В заключение рассмотрим пример (рис. 2.10.1). Требуется произвести расчет № 8 для сети, изображенной на рисунке. Нумерация незакрепленных узлов показана на рис. 2.10.1а нумерация участков – на рис. 2.10.1б.

Два варианта нагрузок, длины участков и их натяжение содержатся в таблицах исходных данных. Все таблицы, относящиеся к расчету, приведены на

рис. 2.10.2 и 2.10.3. Размерность м, т.

Характерно, что количество неизвестных при расчете по методу перемещений равняется трем, в то время как при расчете по методу сил неизвестных было бы двенадцать.

§ 2.11. Расчет сетей на поперечное смещение о п о р .

Известно, что в статически неопределимых системах под воздействием смещения опор возникают внутренние усилия. Аналогичная картина отмечается и в сетях, статически неопределимых относительно

T_1					T_2				
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	10,00	2,00	0,20	12,20	1	-0,200			-0,200
2	10,00	2,00	0,20	12,20	2	-0,200			-0,200
3	10,00	2,00	0,20	12,20	3	0,200			0,200
4	10,00	2,00	0,20	12,20	4	-0,200			-0,200
5	10,00	2,00	0,20	12,20	5		-0,200		-0,200
6	10,00	2,00	0,20	12,20	6	0,200	-0,200		-
7	10,00	2,00	0,20	12,20	7	0,200		-0,200	-
8	10,00	2,00	0,20	12,20	8			-0,200	-0,200
9	10,00	2,00	0,20	12,20	9		0,200		0,200
10	10,00	2,00	0,20	12,20	10		-0,200	0,200	-
11	10,00	2,00	0,20	12,20	11			-0,200	-0,200
12	10,00	2,00	0,20	12,20	12		0,200		0,200
13	10,00	2,00	0,20	12,20	13		0,200		0,200
14	10,00	2,00	0,20	12,20	14			0,200	0,200
15	10,00	2,00	0,20	12,20	15			0,200	0,200
5	50,00	30,00	3,00	163,00	5	-	-	-	-

T_3					T_4				
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	-1,000			-1,000	1	-1,000	0,167	0,167	-0,666
2	-1,000			-1,000	2		-1,000	0,200	-0,800
3	1,000			1,000	3			-1,000	-1,000
4	-1,000			-1,000	5	-1,000	-0,833	-0,633	-2,466
5		-1,000		-1,000					
6	1,000	-1,000		-					
7	1,000		-1,000	-					
8			-1,000	-1,000					
9		1,000		1,000					
10		-1,000	1,000	-					
11			-1,000	-1,000					
12		1,000		1,000					
13		1,000		1,000					
14			1,000	1,000					
15			1,000	1,000					
5	-	-	-	-					

T_5					T_6				
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	1,200	-0,200	-0,200	0,800	1	1,000			1,000
2		1,167	-0,233	0,934	2		1,000		1,000
3			1,120	1,120	3			1,000	1,000
5	1,200	0,967	0,687	2,854	5	1,000	1,000	1,000	3,000

Рис. 2.10.2.

	T_7		
	1	2	5
1	0.200	1.000	1.200
2	0.200		0.200
3	0.200		0.200
5	0.600	1.000	1.600

	T_{10}			
	1	2	3	5
1	0,251	0,250	0,250	0,751
2	0,893	0,179	0,178	1,250
5	1,144	0,429	0,428	2,001

	T_8		
	1	2	5
1	-0,167	-0,833	-1,000
2	-0,200	-0,143	-0,343
3	-0,250	-0,178	-0,428
5	-0,617	-1,154	-1,771

	T_9		
	1	2	5
1	-1,000		-1,000
2		-1,000	-1,000
5	-1,000	-1,000	-2,000

	T_{11}		
	1	2	5
1	-0,0500	-0,1726	-0,2288
2	-0,0500	-0,1726	-0,2288
3	0,0500	0,1726	0,2288
4	-0,0500	-0,1726	-0,2288
5	-0,0500	-0,0358	-0,0858
6		0,1428	0,1428
7		0,1430	0,1430
8	-0,0500	-0,0356	-0,0856
9	0,0500	0,0358	0,0858
10		-0,0002	-0,0002
11	-0,0500	-0,0356	-0,0856
12	0,0500	0,0358	0,0858
13	0,0500	0,0358	0,0858
14	0,0500	0,0356	0,0856
15	0,0500	0,0356	0,0856
5	-	-	-

Рис. 2.10.3.

поперечных усилий. В сетях при поперечном смещении опор возникают перекосы нитей и соответствующие им поперечные усилия.

Поперечные усилия в статически неопределимой сети можно определить методами строительной механики стержневых систем, в частности, воспользовавшись методом сил или методом перемещений.

Рассмотрим прежде всего метод сил. Матрица канонической системы уравнений вычисляется обычным способом (см. § 2.9). Свободные члены этой системы можно определить по известной формуле:

$$\Delta_{H3} = - \sum_c \bar{R}_{H3} v_{c3}, \quad (2.11.1)$$

где $\bar{R}_{nz}$ - усилия в смежаемой опорной связи от единичного значения неизвестного.

$\bar{U}_{cz}$ - смещение этой связи.

Индекс n означает номер основного неизвестного,

Индекс c номер связи, индекс z - номер нагружения.

При этом система уравнений метода сил (2.9.3) запишется в виде:

$$\sum_y \sum_{n'} \frac{l_y \bar{Q}_{yn}}{H_y} \bar{Q}_{yn} x_{nz} - \sum_c \sum_{z'} \bar{R}_{nc} \bar{U}_{cz'} e_{zz'} = 0. \quad (2.11.2)$$

После определения x_{nz} из зависимости (2.11.2) можно получить поперечные усилия на участках по формуле:

$$Q_{yz}^* = \sum_n x_{nz} \bar{Q}_{yn} \quad (2.11.3)$$

По формулам (2.11.2) и (2.11.3) составлена программа № 9 (см. приложение, расчет № 9).

Для решения задачи можно воспользоваться также и методом перемещений. Свободные члены канонической системы уравнений метода перемещений можно определить по формуле, аналогичной (2.10.2), при помощи которой определяются элементы матрицы этой системы:

$$R_{nz} = \sum_y \bar{Q}_{ny} Q_{yz} \frac{l_y}{H_y} \quad (2.11.4)$$

Здесь использованы обозначения § 2.10

$\bar{Q}_{yz}$ - поперечные силы на участках основной системы метода перемещений от смещения опор.

Воспользуемся очевидными формулами:

$$\bar{Q}_{ny} = d_{ny} \frac{H_y}{l_y}; \quad Q_{yz} = D_{yz} \frac{H_y}{l_y} \quad (2.11.5)$$

где d_{ny} - то же, что и в § 2.10,

а D_{yz} - разности смещений концов участков в основной системе от смещения опор, преобразуем (2.11.4):

$$R_{nz} = \sum_y d_{ny} \frac{H_y}{l_y} D_{yz} \quad (2.11.6)$$

После этого (2.10.1) можно записать в виде:

$$\sum_{n'} \sum_y d_{ny} d_{n'y} \frac{H_y}{L_y} x_{n'z} + \sum_z \sum_{z'} d_{nz} \frac{H_z}{L_z} D_{yz'} e_{zz'} = 0, \quad (2.11.7)$$

и для определения x_{nz} воспользоваться подпрограммой № 8 работы.

[53] После определения x_{nz} , Q_{nz}^* вычисляется по формуле:

$$Q_{nz}^* = \frac{H_z}{L_z} \left(\sum_n d_{ny} x_{nz} + \sum_{z'} e_{zz'} D_{yz'} \right) \quad (2.11.8)$$

Расчет № 10 (см. приложение) производится в соответствии с формулами (2.11.7) и (2.11.8).

Ранее были рассмотрены метод сил и метод перемещений в приложении к расчету сетей на поперечные смещения опор. Если на сеть одновременно действуют и нагрузка и смещение опор, результаты соответствующих расчетов необходимо сложить. Это можно сделать потому, что сеть с натяжениями, не меняющимися в процессе нагружения, является линейно деформируемой в поперечном направлении.

§ 2.12. Определение перемещений.

Рассчитывая сети по методу сил, мы уже сталкивались с определением поперечных перемещений. Поперечные перемещения нужны были для расчета сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий.

Кроме поперечных перемещений, т.е. перемещений из плоскости сети, точки системы получают перемещения в плоскости сети. Эти перемещения будут нужны при расчете сетей, статически неопределимых относительно натяжений.

Составим сначала формулы для вычисления поперечных перемещений, которые имеют самостоятельное значение при проверке деформативности сетей.

Перемещения будем определять по формуле Мора (2.5.1). В том случае, если сеть можно разбить на участки, на каждом из которых натяжение постоянно, а интегрируемые эпюры изменяются линейно, формула Мора примет вид:

$$\Delta_{nz} = \sum_y \bar{Q}_{ny}' Q_{yz}' \frac{L_y}{\delta H_y} + \sum_y \bar{Q}_{ny}'' Q_{yz}'' \frac{L_y}{\delta H_y} + \sum_y (\bar{Q}_{ny}' + \bar{Q}_{ny}'') (Q_{yz}' + Q_{yz}'') \frac{L_y}{\delta H_y} \quad (2.12.1)$$

где $\bar{Q}_{ny}'$; $\bar{Q}_{ny}''$ - поперечные усилия в начале и в конце участка

соответственно, вызванные единичным воздействием, по направлению которого разыскивается перемещение.

$Q'_{yz}; Q''_{yz}$ - поперечные усилия в начале и в конце участков соответственно,

Δ_{yz} - искомые перемещения,

l_y, H_y - длины и натяжения участков сети.

Индексы означают: y - номер участка сети, z - номер загрузки, η - номер перемещения. Имеется в виду, что вычисляются одновременно несколько перемещений.

В данном случае перемещения получаются отсчитанными от положения сети с несмещенными опорами и без нагрузок.

Если обе интегрируемые эпюры постоянны по длине участка, т.е.

$$\bar{Q}'_{ny} = \bar{Q}''_{ny} = \bar{Q}_{ny}; \quad Q'_{yz} + Q''_{yz} = Q_{yz};$$

формула (2.12.1) приобретает вид:

$$\Delta_{yz} = \sum_y \bar{Q}_{ny} Q_{yz} \frac{l_y}{H_y} \quad (2.12.2)$$

По формулам (2.12.1) и (2.12.2) составлены программы № 11 и № 12 для определения поперечных перемещений (см. приложение, расчеты № 11 и № 12).

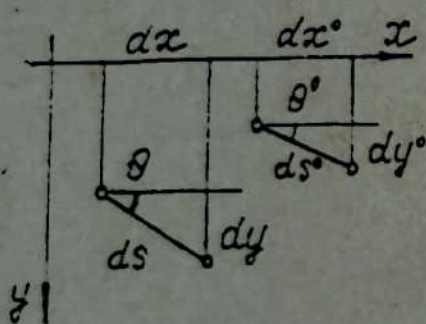


Рис. 2.12.1

Займемся теперь определением перемещений в плоскости сети. Для этого рассмотрим продольные перемещения отдельной нити при переходе из одного состояния в другое.

Выделим из рассматриваемой нити бесконечно малый элемент, длина которого в некачественном состоянии при температуре $t=0$ была de (рис. 2.12.1). В исходном состоянии, характеризуемом натяжением H^0 , температурой t^0 и углом наклона

элемента к оси x θ^0 , длина его стала ds^0 . В исследуемом состоянии длина элемента равна ds при угле наклона к оси x θ , температуре t и натяжении нити H . Определим относительное изменение проекции элемента на ось x при переходе из исходного состояния в исследуемое.

$$\epsilon = \frac{dx - dx^0}{dx^0} \quad (2.12.3)$$

Исходя из упругой работы материала нити, можно записать:

$$ds^0 = dl \left(1 + \frac{H^0}{EF} + \alpha t^0 \right); \quad ds = dl \left(1 + \frac{H}{EF} + \alpha t \right) \quad (2.12.4)$$

где EF - жесткость нити на растяжение,

α - коэффициент температурного расширения.

С другой стороны, из геометрических соображений с учетом пологости нити:

$$ds^0 = dx^0 \left(1 + \frac{\theta^{02}}{2} \right); \quad ds = dx \left(1 + \frac{\theta^2}{2} \right) \quad (2.12.5)$$

Из соотношений (2.12.4) и (2.12.5) вытекает, если учесть малость $\frac{\theta^{02}}{2}$ и $\frac{\theta^2}{2}$ по сравнению с единицей, что:

$$dx^0 = dl \left(1 + \frac{H^0}{EF} + \alpha t^0 \right) \left(1 - \frac{\theta^{02}}{2} \right); \quad (2.12.6)$$

$$dx = dl \left(1 + \frac{H}{EF} + \alpha t \right) \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right);$$

Теперь, подставляя (2.12.6) в (2.12.3), получим искомую величину $\mathcal{E}$, которая после пренебрежения малыми величинами первого порядка по сравнению с единицей и, соответственно, высшего порядка по сравнению с первым будет равна:

$$\mathcal{E} = \frac{H - H^0}{EF} + \alpha (t - t^0) - \frac{\theta^2 - \theta^{02}}{2} \quad (2.12.7)$$

Рассматриваемая величина $\mathcal{E}$ играет ту же роль, что и относительное удлинение стержня в шарнирно-стержневой системе, благодаря чему для определения перемещений в плоскости сети можно воспользоваться формулой Мора:

$$\Delta = \sum \int \bar{H} \mathcal{E} dx \quad (2.12.8)$$

Здесь Δ - искомое перемещение,

$\bar{H}$ - натяжение от единичного воздействия в плоскости сети, по направлению которого ищется перемещение.

Интегрирование распространяется на всю длину нити, а суммирование - на все нити системы.

Среди всевозможных исходных состояний можно выделить одно, которое будем называть недеформированным. Оно характеризуется от-

состоянии θ^* , H^* и t^* . Если по отношению к недеформированному состоянию вычислить перемещение в исходном состоянии

Δ^* и в искомым состоянии Δ' , то искомое перемещение (полученное при переходе от исходного состояния к последующему) можно будет вычислить по формуле:

$$\Delta = \Delta' - \Delta^* \quad (2.11.9)$$

Выражения Δ' и Δ^* определяются по формулам:

$$\Delta' = \sum \int \bar{H} \left(\frac{H}{EF} \cdot \alpha t - \frac{\theta^2}{2} \right) dx, \quad (2.12.10)$$

$$\Delta^* = \sum \int \bar{H} \left(\frac{H^*}{EF} \cdot \alpha t^* - \frac{\theta^{*2}}{2} \right) dx, \quad (2.12.11)$$

которые после подстановки Q из (2.2.2) примут вид:

$$\Delta' = \sum \int \bar{H} \left(\frac{H}{EF} \cdot \alpha t - \frac{Q^2}{2H^2} \right) dx, \quad (2.12.12)$$

$$\Delta^* = \sum \int \bar{H} \left(\frac{H^*}{EF} \cdot \alpha t^* - \frac{Q^{*2}}{2H^{*2}} \right) dx \quad (2.12.13)$$

Рассмотрим теперь, как численным путем можно определить перемещение в плоскости сети по отношению к недеформированному состоянию.

Пусть нам удалось разбить сеть на участки, на каждом из которых натяжение нити, как в нагруженном так и в единичном состоянии — постоянно; жесткость нити из растяжения EF постоянна, а ширина Q изменяется линейно.

Для этого случая формулу (2.12.12) можно переписать в виде, удобном для последующей механизации вычислений:

$$\Delta_{n\beta} = \sum \left(\frac{H_{\beta}}{EF_{\beta}} \cdot \alpha t_{\beta} - \frac{Q_{\beta 1}^{*2} \cdot Q_{\beta 2}^{*2} \cdot Q'_{\beta 3} \cdot Q''_{\beta 4}}{6 H_{\beta}^2} \right) \ell_{\beta} \bar{H}_{n\beta} \quad (2.12.14)$$

Индексы здесь означают: β — номер участка, β — номер нагружения, n — номер перемещения.

По формуле (2.12.14) составлена программа № 13, (см. приложение, расчет № 13), которая дает возможность вычислять перемещение в плоскости сети по отношению к ее недеформированному состоянию. Если нас интересуют перемещение в плоскости сети, возникающее при переходе из состояния 0 в состояние 1, то его можно вычислить по

формула:

$$\Delta_{n3} = \Delta'_{n3} - \Delta''_{n3},$$

(2.12.15)

где Δ'_{n3} и Δ''_{n3} — перемещения по отклонению к недеформированному состоянию в состоянии 0 и состоянии 1 соответственно.

В заключение рассмотрим пример. Для сети, изображенной на рис. 2.9.1а, требуется определить перемещения по направлению трех единичных сил, показанных и рассмотренных на рис. 2.9.1б от воздействия нагрузок, принятых в примере расчета к § 2.9. Нумерация длины и натяжение участков также взяты из примера к § 2.9. Начало отсчета перемещений — недеформированное состояние сети.

Вычисления выполнены механизированным способом. Исходные данные, промежуточные и окончательные результаты расчета приведены на рис. 2.12.2, 2.12.3 и 2.12.4. Размерность м, т. Содержание таблиц см. в приложении, расчет № 13.

§ 2.13. Сети, один раз статически неопределимые относительно натяжений.

Сети один раз статически неопределимые относительно натяжений достаточно широко распространены и заслуживают самостоятельного изучения. На рис. 1.2.5; 1.2.8; 1.2.9; 1.2.13б; 2.13.1 показаны примеры таких систем. К ним относится в частности нить с закрепленными концами (рис. 2.13.1а).

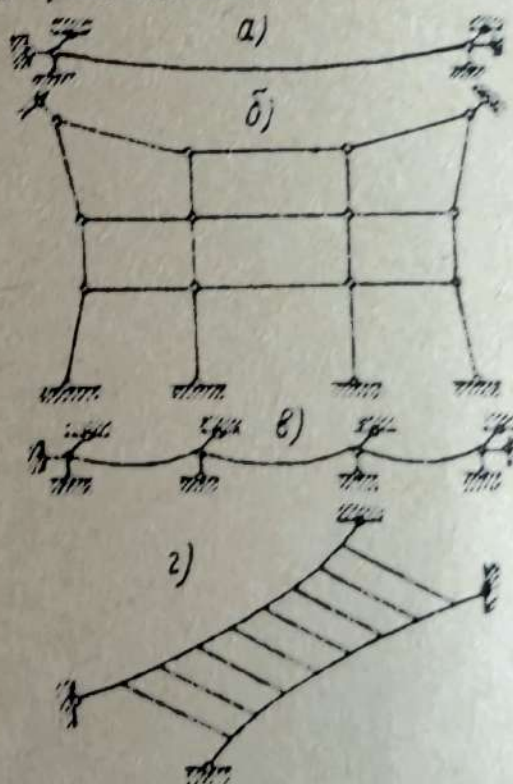


Рис. 2.13.1

Устраним связь в один раз статически неопределимой сети так, чтобы полученная система стала статически определимой, и приложим вместо нее пока неизвестное усилие X . Полученная таким образом основная система будет эквивалентна действительной, если перемещение в месте нарушенной связи будет равно нулю. Рассчитывать системы, статически определимые относительно натяжений, и определять в них перемещения мы умеем. Таким образом, для общего случая напрашивается следующий путь решения задачи.

МНОЖИТЕЛЬ	10^7	10^{-4}	10^{-6}	10^3	10^{-3}	T_1			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	15.80	1.60	1.85	7.90	12.00	2.960	2.669	62.410	0.00267
2	10.00	1.60	1.85	7.50	12.00	2.950	2.534	56.250	0.00296
3	10.00	1.80	0.44	2.50	12.00	0.792	3.157	6.250	0.02667
4	5.00	1.80	0.44	2.00	12.00	0.792	2.525	4.000	0.04168
5	10.00	2.10	0.85	2.00	12.00	1.785	1.120	4.000	0.04168
6	10.00	2.10	0.85	2.00	12.00	1.785	1.120	4.000	0.04168
7	5.00	1.80	0.44	2.50	12.00	0.792	3.157	6.250	0.02667
8	5.00	1.80	0.44	2.50	12.00	0.792	3.157	6.250	0.02667
9	5.00	1.80	0.44	2.00	12.00	0.792	2.525	4.000	0.04168
10	10.00	2.10	0.85	2.00	12.00	1.785	1.120	4.000	0.04168
11	10.00	2.10	0.85	2.00	12.00	1.785	1.120	4.000	0.04168
12	20.00	1.80	0.44	2.50	12.00	0.792	3.157	6.250	0.02667
Σ	115.80	22.40	9.74	37.40	144.00	17.812	27.361	167.660	0.36239

МНОЖИТЕЛЬ	10^{-3}				T_4	10^{-3}				T_5
	1	2	3	5		1	2	3	5	
1	123,065	201,754	29,158	362,977	1	100,465	138,554	29,158	268,177	
2	20,000	40,000		60,000	2					
3	-65,465	-68,554	-29,158	-153,177	3	-80,465	-98,554	-29,158	-208,177	
4	-91,993	-120,393	-23,284	-235,670	4	-99,493	-135,393	-23,284	-258,170	
5	-41,993	-60,393	-23,284	-125,670	5	-71,993	-120,393	-23,284	-215,670	
6	50,000	60,000		110,000	6	20,000			20,000	
7	17,458	58,947	52,442	138,847	7	9,958	53,947	52,442	116,347	
8	7,542	61,053	47,558	116,153	8	0,042	46,053	47,558	93,653	
9	-94,578	-117,398	-24,546	-236,522	9	-102,078	-132,398	-24,546	-259,022	
10	-44,578	-57,398	-24,546	-126,522	10	-74,578	-117,398	-24,546	-216,522	
11	50,000	60,000		110,000	11	20,000			20,000	
12	82,964	123,655	23,012	229,631	12	52,964	63,655	23,012	139,631	
Σ	21,422	191,273	27,352	240,047	Σ	-225,178	-301,927	27,352	-499,753	

Рис. 2.12.2.

Необходимо, задаваясь значениями X , определять величину перемещения по направлению устраненной связи. Величина X , соответствующая нулевому перемещению, и будет решением задачи. При определении величины X можно воспользоваться построением графика.

Проще обстоит дело, если сеть нагружена только поперечной нагрузкой. При этом натяжения всех нитей пропорциональны X .

Множитель 10^{-3}				T_e	Множитель 10^{-3}				T_e
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	37.5019	27.8557	2.5506	128.0082	1	0.1004	0.2346	0.0068	0.3418
2	3.4000	1.6000		2.0000	2	0.0012	0.0047		0.0059
3	16.0219	21.1888	2.5506	397.473	3	0.4275	0.5846	0.0680	1.0601
4	27.5142	49.1261	1.6264	78.2867	4	1.1488	2.0476	0.0678	3.2822
5	9.9696	25.4127	1.6264	37.0087	5	0.4155	1.0592	0.0678	1.5425
6	3.9000	3.5000		7.5000	6	0.1628	0.1500		0.3126
7	2.5778	11.3835	8.2505	20.2118	7	0.0154	0.3036	0.2200	0.5390
8	0.0572	8.6800	6.7853	15.5025	8	0.0015	0.2310	0.1810	0.4135
9	29.0192	46.8548	1.8075	77.6815	9	1.2095	1.9529	0.0753	3.2377
10	12.8736	23.8152	1.8075	36.4963	10	0.4532	0.9926	0.0753	1.5211
11	3.9000	3.6000		7.5000	11	0.1626	0.1500		0.3126
12	14.0823	27.2138	1.5887	42.8848	12	0.3756	0.7258	0.0424	1.1438
Σ	153.9237	310.2906	28.5935	492.8078	Σ	4.4718	8.4168	0.8044	13.6928

Множитель	10^{-3}				T_e	T_e			
	1	2	3	5		1	2	3	5
1	2,7694	2,9036	2,6758	8,3488	1	1,053			1,053
2	2,5352	2,5387	2,5340	7,6079	2	1,000			1,000
3	3,5845	3,7216	3,2250	10,5311	3	0,333			0,333
4	3,6718	4,5726	2,5928	10,8372	4		1,000		1,000
5	1,5355	2,0792	1,1878	4,9025	5		1,000		1,000
6	1,2826	1,2700	1,4200	3,6726	6		1,000		1,000
7	3,1724	3,4606	3,3770	10,0100	7	0,333			0,333
8	3,1585	3,3880	3,3380	9,8845	8	0,333			0,333
9	3,7345	4,4779	2,6003	10,8127	9			1,000	1,000
10	1,5732	2,1126	1,1953	4,8811	10			1,000	1,000
11	1,2826	1,2700	1,1200	3,6726	11			1,000	1,000
12	3,5326	3,8828	3,1994	10,6148	12	0,333			0,333
Σ	31,8328	35,7776	23,3914	91,0018	Σ	3,385	3,000	3,000	9,385

Рис. 2.12.3.

Формулы будем записывать в виде, удобном для механизации вычислений, считая, что эпюра Q на длине участка меняется линейно и что расчет производится одновременно на несколько загрузений.

$$H_{yz} = X_z \bar{H}_y \quad (2.13.1)$$

При этом формула (2.12.9) с учетом (2.13.1) и (2.12.12) примет вид:

T_{10}									
	1	2	3	5					
1	15,537			15,537					
2	10,000			10,000					
3	3,330			3,330					
4		5,000		5,000					
5		10,000		10,000					
6		10,000		10,000					
7	1,665			1,665					
8	1,665			1,665					
9			5,000	5,000					
10			10,000	10,000					
11			10,000	10,000					
12	6,660			6,660					
5	39,957	25,000	25,000	89,957					
					T_{11}				
					множитель 10^{-3}				
					1	2	3	5	
					1	117,431	123,349	113,085	353,865
					2	46,540	57,355	36,042	139,937
					3	47,231	56,216	36,154	139,601
					5	211,202	236,920	185,281	633,403

Рис. 2.12.4.

$$\Delta_3 = X_3 \sum_y \frac{\bar{H}_y^2 l_y}{E_y F_y} + t_3 \sum_y \bar{H}_y \alpha_y l_y -$$

$$- \frac{1}{X_3^2} \sum_y \frac{(Q_{y3}^{12} + Q_{y3}^{1'} Q_{y3}^{1''} + Q_{y3}^{1''2}) l_y}{6 \bar{H}_y} - \Delta^0 = 0 \quad (2.13.2)$$

Обозначения те же, что и в § 2.12. Равенство нулю перемещения по направлению устраненной связи отражает факт эквивалентности основной и действительной системы. Характерно, что для сетей с опорами на одном уровне поперечные усилия не зависят от величины X , так как соотношение натяжений нитек остается постоянным. Это следует из формул (2.9.5), (2.9.6) и (2.9.7).

Зависимость (2.13.2) представляет собой неполное кубическое уравнение относительно X такого же вида, как и для нити с закрепленными концами [70], [39].

Таким образом, задача о разыскании натяжений в нитях плоской сети с опорами на одном уровне, один раз статически неопределимой относительно натяжений и нагруженной поперечной нагрузкой, приводится к одному неполному кубическому уравнению.

Запишем это уравнение в таком виде:

$$X_z^3 + b_z X_z^2 + d_z = 0. \quad (2.13.3)$$

Коэффициенты уравнения можно вычислить по формулам:

$$b_z = \frac{t_z \sum_y \bar{H}_y \alpha_y l_y - \Delta^0}{\sum_y \frac{\bar{H}_y^2 l_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.4)$$

$$d_z = - \frac{\sum_y \frac{Q_{yz}'' + Q_{yz}' Q_{yz}'' + Q_{yz}''^2}{6 \bar{H}_y} \cdot l_y}{\sum_y \frac{\bar{H}_y^2 l_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.5)$$

После того как уравнение (2.13.3) решено, натяжения нитей определяются по формуле (2.13.1).

По формулам (2.13.1), (2.13.3), (2.13.4) и (2.13.5) составлена программа № 14 (см. приложение, расчет № 14).

Выше был рассмотрен случай сети на несмещающихся в поперечном направлении опорах, расположенных в плоскости сети. Иногда на практике приходится рассчитывать сети с опорными точками не в одном уровне. Эта трудность может быть преодолена, если считать, что опоры получили смещения при загрузении.

Рассмотрим, как изменяются поперечные усилия при пропорциональном изменении натяжений всех нитей. Для сети на равновысоких опорах такой очевидный вывод уже был сделан. При пропорциональном изменении натяжений поперечные усилия от нагрузки в таких сетях не изменяются точно так же, как не меняется распределение внутренних усилий в статически неопределимых стержневых системах при пропорциональном изменении жесткостей. Что касается поперечных усилий, вызванных смещением опор, то, как следует из формул (2.11.2) и (2.11.3), эти усилия меняются пропорционально натяжению.

С учетом этих соображений запишем формулу для определения перемещения по направлению единственного неизвестного X , которая получится из (2.13.2), если подставить

$$Q_{yz}' = G_{yz}' + X_z g_y; \quad Q_{yz}'' = G_{yz}'' + X_z g_y. \quad (2.13.6)$$

Здесь G'_{yz} и G''_{yz} - поперечные усилия в начале и конце участков сети от поперечной нагрузки,

q_y - поперечные усилия на участках ненагруженной сети со смещенными опорами при единичном значении неизвестного X

$$\begin{aligned} \Delta_3 = & X_3 \sum_y \frac{\bar{H}_y^2 \ell_y}{E_y F_y} + t_3 \sum_y \bar{H}_y \alpha_y \ell_y - \Delta^0 - \\ & - \sum_y \frac{\ell_y}{2 \bar{H}_y} q_y^2 - \frac{1}{X_3} \sum_y \frac{\ell_y q_y}{2 \bar{H}_y} (G'_{yz} + G''_{yz}) - \\ & - \frac{1}{X_3^2} \sum_y \frac{\ell_y}{6 \bar{H}_y} (G_{yz}^{12} + G'_{yz} G''_{yz} + G_{yz}^{''2}) = 0. \end{aligned} \quad (2.13.7)$$

Зависимость (2.13.7) представляет собой полное кубическое уравнение относительно X .

Таким образом, расчет на поперечную нагрузку сети с опорами на разном уровне, один раз статически неопределимой относительно натяжений, приводится к полному кубическому уравнению.

Запишем это уравнение сокращенно:

$$X_3^3 + b_2 X_3^2 + c_3 X_3 + d_3 = 0. \quad (2.13.8)$$

Формулы для коэффициентов этого уравнения будут следующими:

$$b_2 = \frac{t_3 \sum_y \bar{H}_y \alpha_y \ell_y - \Delta^0 - \sum_y \frac{q_y^2 \ell_y}{2 \bar{H}_y}}{\sum_y \frac{\bar{H}_y^2 \ell_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.9)$$

$$c_3 = - \frac{\sum_y \frac{\ell_y q_y}{2 \bar{H}_y} (G'_{yz} + G''_{yz})}{\sum_y \frac{\bar{H}_y^2 \ell_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.10)$$

$$d_3 = - \frac{\sum_y \frac{\ell_y}{6 \bar{H}_y} (G_{yz}^{12} + G'_{yz} G''_{yz} + G_{yz}^{''2})}{\sum_y \frac{\bar{H}_y^2 \ell_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.11)$$

После решения уравнения натяжения нитей получим по формуле (2.13.1).

По формулам (2.13.8) + (2.13.11) и (2.13.1) составлена программа № 15 (см. приложение, расчет № 15).

В случае нагружения сети только сосредоточенными силами количество вычислений сокращается, т.к. некоторые коэффициенты кубических уравнений вычисляются по более простым формулам. Эти формулы можно получить, положив для случая сети с опорами на одном уровне

$Q'_{yz} = Q''_{yz} = Q_{yz}$, а для сети с опорами на разных уровнях $G'_{yz} = G''_{yz} = G_{yz}$. Упрощенные формулы обозначены тем же номером со штрихом. Для случая сети с опорами на одном уровне получаем:

$$d_z = - \frac{\sum_y \frac{Q_{yz}^2 \ell_y}{2 H_y}}{\sum_y \frac{H_y^2 \ell_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.5')$$

Для сети с опорами на разных уровнях:

$$C_z = - \frac{\sum_y \frac{G_{yz} \ell_y}{H_y}}{\sum_y \frac{H_y^2 \ell_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.10')$$

$$d_z = - \frac{\sum_y \frac{G_{yz}^2 \ell_y}{2 H_y}}{\sum_y \frac{H_y^2 \ell_y}{E_y F_y}} \quad (2.13.11')$$

Специальные программы для расчета сетей, нагруженных только сосредоточенными силами, не составлялись.

Рассмотрим пример расчета. Требуется рассчитать сеть, изображенную на рис. 2.13.2. Основная система метода сил была рассчитана на воздействие поперечной нагрузки в § 2.5. Необходимо определить усилия в нитях под этой нагрузкой; при двукратном увеличении нагрузки; под нагрузкой в виде сосредоточенных узловых сил (это соответствует усреднению Q на каждой из нитей). Известно, что при отсутствии нагрузки на сеть натяжения нитей следующие:

$$H_1 = H_3 = 1025 \text{ кг}; \quad H_2 = 1000 \text{ кг}; \quad H_4 = H_8 = 227 \text{ кг};$$

$$H_5 = H_6 = 356 \text{ кг}; \quad H_7 = 1017 \text{ кг}.$$

а) Схема закреп-
лений из плос-
кости сети и
нумерация
участков.

б) Схема закреп-
лений в плос-
кости сети.

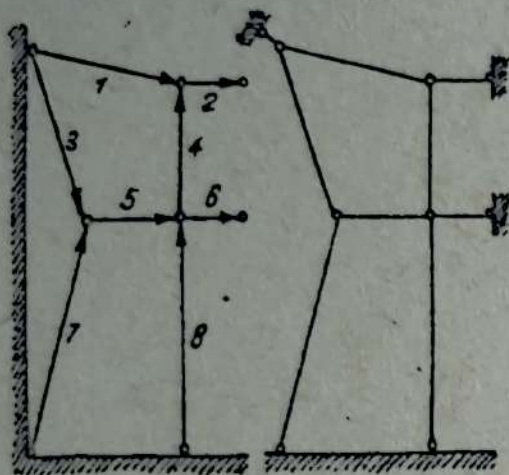


Рис. 2.13.2

загрузкам № 2). Таблицы к этому расчету, выполненному по програм-
ме № 14, приведены на рис. 2.13.3 и 2.13.4. В них можно найти все
необходимые исходные данные, результаты вычислений и проследить ход
расчета № 14. Размерность м, т.

Результаты расчета указывают на отсутствие линейной зависи-
мости между нагрузками и натяжениями (ср. загрузки № 1 и № 2),
и на то, что погрешность при замене распределенных нагрузок сосре-
доченными узловыми в данном случае составляет 2%.

а) Поперечные б) Закрепления в
закрепления к плоскости сети
нумерация и нумерация
точек. участков.

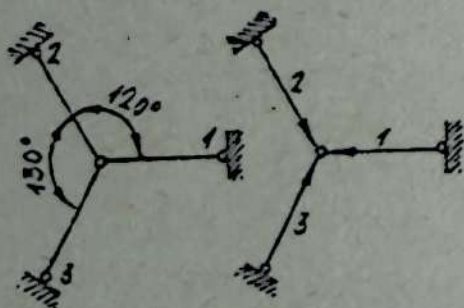


Рис. 2.13.5.

Температура после загрузки
сети не изменилась.

Примем в качестве основного
неизвестного отношение усилий в
нагруженном состоянии к усилиям в
ненагруженном состоянии. При этом
усилия в нитях от единичного значе-
ния неизвестного будут равны предва-
рительным натяжениям.

Загрузки занумеруем следующим
образом:

1. Нагрузка в соответствии с
данными § 2.5.
2. Вдвое большая нагрузка.
3. Нагрузка в виде сосредото-
ченных сил в узлах (в соответствии с

С целью сравнения результа-
тов вычислений рассмотрим пример
№ 38 из книги В.К. Качурина "Гиб-
кие нити с малыми стрелками" [20].
Требуется рассчитать простейшую
сеть - узел из трех нитей, изобра-
женный на рис. 2.13.5. Нити, схо-
дящиеся в узле, закреплены на опо-
рах с высотами:

$$h_1 = 10,0 \text{ м}; \quad h_2 = 10,5 \text{ м}; \quad h_3 = 11,0 \text{ м};$$

Длины нитей (участков) $l_i = 50 \text{ м},$

Множитель	10^7		10^{-1}		10^{-6}		10^3		10^{-1}		T_1		T_2	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	10	1	10
1	22,56	1,60	3,47	1,0254	12,00	23,133	5,552	41,006	22,001	3,608	1	3,608	1	3,608
2	13,00	1,60	3,47	1,0000	12,00	13,000	5,552	23,414	13,000	2,157	2	2,157	2	2,157
3	20,40	1,60	3,47	1,0254	12,00	20,918	5,552	37,677	19,895	3,365	3	3,365	3	3,365
4	75,00	1,60	1,08	0,2273	12,00	3,410	1,728	19,734	65,992	11,001	4	11,001	4	11,001
5	18,00	2,10	0,85	0,3557	12,00	6,403	1,785	35,871	50,604	8,435	5	8,435	5	8,435
6	13,00	2,10	0,85	0,3557	12,00	4,624	1,785	25,905	35,549	6,093	6	6,093	6	6,093
7	26,31	1,60	3,47	1,0173	12,00	25,765	5,552	49,244	25,863	4,311	7	4,311	7	4,311
8	26,00	1,60	1,08	0,2273	12,00	5,910	1,728	34,201	114,398	19,068	8	19,068	8	19,068
9	154,27	13,60	17,74	5,2341	95,00	104,163	29,234	265,712	348,287	58,060	9	58,060	9	58,060

Множитель	10^{-3}		T_1	
	1	2	3	5
1	74,39	140,78	114,94	338,11
2	18,50	39,00	19,50	78,00
3	60,93	121,86	91,26	274,05
4	-13,55	-27,10	-34,80	-75,25
5	46,93	93,86	57,86	198,55
6	39,00	78,00	39,00	156,00
7	56,07	112,14	72,67	240,88
8	27,52	55,04	42,04	124,60
9	310,79	621,58	402,67	1395,04

Множитель	10^{-3}		T_4	
	1	2	3	5
1	40,55	81,10	114,94	236,59
2			19,50	19,50
3	30,33	60,66	91,26	182,25
4	-21,05	-42,10	-34,80	-97,75
5	10,93	21,86	57,86	90,65
6			39,00	39,00
7	16,60	33,20	72,67	122,47
8	14,52	29,04	42,04	85,60
9	91,88	183,76	402,67	678,31

Рис. 2.13.3.

$l_2 = 40 \text{ м}; l_3 = 30 \text{ м}$. Модуль упругости материала нитей $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, площадь их сечения $F = 0,9 \text{ см}^2$. В исходном состоянии, для которого известна отметка узла $h = 8,0 \text{ м}$, участки нагружены $q_1 = 0,7 \text{ кг/м}$, $q_2 = 0,7 \text{ кг/м}$; $q_3 = 1,0 \text{ кг/м}$. Требуется определить натяжение участка 2 и отметку узла после

Множитель 10^{-6}				T_3
	1	2	3	5
1	10193	40778	39633	90604
2	380	1521	1140	3041
3	6480	25922	24984	57386
4	912	3647	3591	8150
5	2834	11340	10044	24218
6	1521	6084	4563	12168
7	4351	17400	15843	37594
8	1368	5470	5301	12139
5	28039	112162	105099	245300

Множитель 10^{-6}							T_6
	1	2	3	4	5	6	5
1		147749		-1,000	7,86	2,384	
2		590995		-1,000	31,42	3,527	
3		552108		-1,000	29,35	3,457	
5		1290852		-3,000	68,63	9,368	

T_7				
	1	2	3	5
1	2,444	3,617	3,545	9,606
2	2,384	3,527	3,457	9,368
3	2,444	3,617	3,545	9,606
4	0,542	0,802	0,786	2,130
5	0,648	1,255	1,230	3,330
6	0,648	1,255	1,230	3,330
7	2,425	3,588	3,517	9,530
8	0,542	0,802	0,786	2,130
5	12,477	18,463	18,086	49,030

Рис. 2.13.4.

ним нулю. Это объясняется тем, что через три опорных точки рассмотренного узла можно провести плоскость, по отношению к которой опоры сети находятся в одном уровне.

Решение уравнения $X = 1,059$ весьма близко к решению, найденному в книге В.К. Качурина $X = 1,080$. Отметки узла, нагруженного сосредоточенной силой, также очень близки $h = 7,444 \text{ м}$ по сравнению с $h = 7,440 \text{ м}$ у В.К. Качурина.

приложения в нем вертикальной сосредоточенной силы $P = 200 \text{ кг}$

В качестве основного неизвестного принимаем натяжение участка 2. Производя вычисления по программе № 15, приходим к кубическому уравнению:

$$X^3 + 5,885X^2 + 0,000X - 7,790 = 0$$

Характерно, что коэффициент при первой степени X получился в данном случае рав-

Приведенным методом расчета сетей, один раз статически неопределимых относительно натяжений, можно пользоваться как приближенным для расчета более сложных сетей. В этом случае из каких-либо соображений необходимо приближенно определить соотношение между значениями основных неизвестных, и параметр, пропорционально которому они меняются, принять в качестве единственного неизвестного. Можно также построить процесс последовательных приближений, на каждом этапе которого соотношение между неизвестными уточняется.

§ 2.14. Вынужденное деформирование сетей в поперечном направлении.

Из § 2.12 следует, что перемещения в плоскости сети зависят нелинейно как от поперечных нагрузок, так и от нагрузок в плоскости сети.

Представим теперь, что поперечные перемещения каким-либо образом зафиксированы. При этом формула (2.12.10) выражает линейную зависимость перемещений в плоскости сети от натяжений, т.е. при фиксированных поперечных перемещениях сеть может рассматриваться как обычная линейно деформируемая шарнирно-стержневая система. В том случае, если эта система будет статически неопределимой (а это соответствует сети, статически неопределимой относительно натяжений), усилия в ее участках, как известно, можно будет вычислить по формуле:

$$H_{yz}^* = H_{yz} + \sum_n H_{ny} x_{nz} \quad (2.14.1)$$

Здесь H_{yz} — усилия в участках основной системы метода сил от нагрузок,

H_{ny} — то же от единичных значений основных неизвестных,

x_{nz} — значения основных неизвестных, которые находятся путем решения канонической системы уравнений метода сил:

$$\sum_{n'} \delta_{nn'} x_{n'z} + \Delta_{nz} = 0. \quad (2.14.2)$$

Индексы здесь означают: y — номера участков, z — номера загрузжений, n — номера основных неизвестных метода сил.

Остановимся на рассмотрении свободных членов этой системы. Представим их состоящими из двух слагаемых:

$$\Delta_{nz} = \Delta'_{nz} + \Delta''_{nz} \quad (2.14.3)$$

Первое из этих слагаемых будем называть линейным перемещением, второе — нелинейным. На основании (2.12.9) и (2.12.10) для них нетрудно записать формулы:

$$\Delta'_{uz} = \sum_y \frac{\bar{H}_{ny} H_{uz} \ell_y}{E_y F_y} + t_3 \sum_y \bar{H}_{ny} \alpha_y \ell_y - \Delta^0_n; \quad (2.14.3)$$

$$\Delta''_{uz} = -\frac{1}{8} \sum_y \ell_y \bar{H}_{ny} (\theta_{uz}^{12} + \theta'_{uz} \theta''_{uz} + \theta_{uz}^{12}). \quad (2.14.4)$$

В формуле (2.14.3) первое слагаемое представляет собой перемещение от нагрузки в плоскости сети, второе слагаемое — от температуры, третье слагаемое определяет состояние, в котором были замкнуты связи системы. Формула (2.14.4) предполагает, что на длине участка перегиб нити θ меняется по линейному закону и составляет в начале участка θ'_{uz} , в конце участка θ''_{uz} . Величины θ могут задаваться различными для каждого нагружения.

Формулу (2.14.4) можно представить и в другом виде. Вместо двух параметров θ'_{uz} и θ''_{uz} , характеризующих деформированное состояние участка, можно принять два других — D_{uz} — разность поперечных перемещений конца и начала участка, и f_{uz} — стрелу провеса участка. Тогда

$$\Delta_{uz} = -\sum_y \bar{H}_{ny} \left(\frac{D_{uz}^2}{2\ell_y} + \frac{8f_{uz}^2}{3\ell_y} \right) \quad (2.14.5)$$

Удобство этой формулы сказывается, если разность поперечных смещений концов участка вычислять по формуле:

$$D_{uz} = \sum_c d_{cy} y_{cz} \quad (2.14.6)$$

С обозначением d мы уже сталкивались в § 2.10. Это разность смещений концов участков (смещение конца минус смещение начала) при единичном поперечном перемещении незакрепленного узла. В данном случае вместо индекса n — номер незакрепленного узла — стоит индекс c .

y_{cz} — поперечные перемещения незакрепленных узлов;

Произвольно задавая величины y_{cz} и f_{uz} , получим некоторую геометрически возможную форму поперечной деформации сети. Этого нельзя сказать о величинах θ . При произвольном задании последних, как правило, не будет соблюдаться совместность попереч-

них деформаций.

Совершенно ясно, что при пропорциональном изменении поперечных деформаций нелинейная часть перемещения будет меняться пропорционально их квадрату, как это следует из формул (2.14.4) и (2.14.5). Линейная же часть перемещений в соответствии с формулой (2.14.3) меняться не будет.

Если отдельно вычислить составляющую натяжений участков, вызванную линейной частью перемещений, то эта часть не будет меняться при изменении поперечных деформаций. Совместно с натяжениями в основной системе H_{yz} она будет являться линейной частью натяжений.

$$H'_{yz} = H_{yz} + \sum_n \bar{H}_{ny} x'_{nz} \quad (2.14.7)$$

Здесь x'_{nz} — значения основных неизвестных, обусловленные линейной частью перемещений — Δ'_{nz} . Составляющая натяжений, вызванная нелинейной частью перемещений, будет изменяться пропорционально квадрату поперечных перемещений.

$$H''_{nz} = \sum_n \bar{H}_{ny} x''_{nz}, \quad (2.14.8)$$

x''_{nz} — значения основных неизвестных, обусловленные нелинейной частью перемещений Δ''_{nz} .

Далее, рассмотрим опоры, т.е. нагрузки, которые уравнивают зафиксированные деформации. Исходя из уравнения равновесия для отдельной нити (2.1.2) и соотношения (2.1.3), запишем уравнивающую нагрузку:

$$q_{yz} = -H_{yz}^* \frac{\theta''_{yz} - \theta'_{yz}}{l} \quad (2.14.9)$$

или иначе:

$$q_{yz} = H_{yz}^* \frac{8f_{yz}}{l y^2} \quad (2.14.10)$$

Учитывая то, что H_{yz}^* состоит из двух составляющих: одной, не зависящей от поперечных деформаций, и второй, меняющейся пропорционально их квадрату, можно сделать вывод, что уравнивающая нагрузка также может быть представлена в виде суммы двух составляющих. Одна из этих составляющих:

$$q'_{yz} = H'_{yz} \frac{8f_{yz}}{l y^2}, \quad (2.14.11)$$

меняется пропорционально поперечным деформациям, вторая:

$$q_{yz}'' = H_{yz}'' \frac{\delta f_{yz}}{l_y^2} \quad (2.14.12)$$

пропорционально их кубу.

Аналогичные выводы можно было бы сделать и в отношении узловых нагрузок, исходя из условий равновесия каждого узла. Однако, здесь удобно ввести понятие приведенной узловой нагрузки.

Обратимся к § 2.10, где рассматривается метод перемещений в приложении к сетям с известными натяжениями нитей. В том случае, если в качестве основных неизвестных метода перемещений принять перемещения узлов, канонические уравнения будут выражать условия равновесия узла в поперечном направлении. Свободные члены этих уравнений в случае загрузки нитей распределенными нагрузками, а узлов — сосредоточенными, вычисляются по двучленной формуле (2.10.4) и представляют собой усилие в дополнительной связи от этих нагрузок.

Сосредоточенную силу в узле, которая вызывает такое же усилие в дополнительной связи, будем называть приведенной узловой нагрузкой. Приведенную узловую нагрузку можно вычислить, собирая в узле нагрузки с примыкающих нитей как с балок на двух опорах. В нее надо включить и сосредоточенную силу, приложенную в узле, если такая имеется.

Условимся принимать дополнительные связи в узлах направленными в сторону положительных значений U . Тогда свободный член соответствующего уравнения будет попросту равен приведенной узловой нагрузке с обратным знаком. Уравнение (2.10.5) примет следующий вид:

$$\sum_y \sum_c d_{yc} d_{yc}' \frac{H_{yz}'}{l_y} U_{cz} - P_{cz} = 0 \quad (2.14.13)$$

Из уравнения (2.14.13) видно, что при пропорциональном изменении поперечных деформаций, в составе которых изменяются и U_{cz} — смещения узлов (связей), часть приведенных узловых нагрузок P_{cz} , выражаемая формулой:

$$P_{cz}' = \sum_y \sum_c d_{yc} d_{yc}' \frac{H_{yz}'}{l_y} U_{cz} \quad (2.14.14)$$

изменяется пропорционально поперечным деформациям. Другая часть, выражаемая формулой:

$$P_{cz}'' = \sum_y \sum_c d_{yc} d_{yc}' \frac{H_{yz}''}{l_y} U_{cz}, \quad (2.14.15)$$

и изменяется пропорционально их кубу.

§ 2.15. Метод Бубнова-Галеркина.

Перейдем к расчету сети, статически неопределимой относительно натяжений по методу Бубнова-Галеркина. Ввиду того, что рассматриваемая задача является нелинейной, ограничимся случаем, когда по методу Бубнова-Галеркина разыскивается один неизвестный параметр, так как в противном случае получится трудно разрешимая система нелинейных алгебраических уравнений.

Пусть рассчитываемая система находится под нагрузкой q и характеризуется перемещениями y^* , а уравнение, описывающее ее равновесие, имеет следующий вид:

$$L(y^*) + q = 0 \quad (2.15.1)$$

Пусть, кроме этого, известна ожидаемая форма деформации системы под рассматриваемой нагрузкой, содержащая один неизвестный параметр λ

$$y^* = \lambda y \quad (2.15.2)$$

Если подставить (2.15.2) в (2.15.1), то последнее, вообще говоря, удовлетворено не будет ни при каком значении параметра. Однако, можно ослабить (2.15.1) и потребовать удовлетворения следующего условия:

$$\int L(\lambda y) \cdot y d\Omega + \int q y d\Omega = 0 \quad (2.15.3)$$

где $d\Omega$ означает бесконечно малый элемент системы, а интегрирование распространяется на всю систему. Из уравнения (2.15.3) можно определить значение параметра λ и считать (2.15.2) приближенным решением уравнения (2.15.1). В этом и заключается сущность метода Бубнова-Галеркина, применительно к данному случаю.

Рассмотрим, чему равен второй член уравнения (2.15.3) для случая плоской сети. Перемещения y будут функциями номера участка u , номера загрузки z и координаты x , привязанной к рассматриваемому участку. Нагрузка q в соответствии с предположением о ее постоянстве по длине участка будет зависеть лишь от номеров участка u и загрузки z . Кроме этого, надо учитывать и сосредоточенные силы в узлах сети, которые зависят от номера узла C и номера загрузки z , и соответствующие им пере-

мещения. С учетом этого второй член (2.15.3) можно записать при помощи формулы:

$$V_2 = \sum_y \int q_{yz} y_{yz}(x_y) dx_y + \sum_c p_{cz} y_{cz} \quad (2.15.4)$$

Условимся задавать форму прогибов системы в виде смещений узлов и стрел провеса участков, которые в деформированном состоянии принимают форму параболы (рис. 2.15.1).

Тогда с использованием обозначений § 2.10 можно записать:

$$V_2 = \sum_c \left(\sum_y \frac{y'_{cy} + y''_{cy}}{2} q_{yz} \ell_y + p_{cz} \right) y_{cz} + \frac{2}{3} \sum_y \ell_y f_{yz} q_{yz}; \quad (2.15.5)$$

Нетрудно заметить, что выражение в скобках есть не что иное, как приведенная узловая нагрузка в узле, закрепленном связью С.

$$V_2 = \sum_c p_{cz} y_{cz} + \frac{2}{3} \sum_y f_{yz} q_{yz} \ell_y \quad (2.15.6)$$

Первый член уравнения (2.15.3) представляет собой отпор системы, деформированной по форме y^* , который подробно рассмотрен в предыдущем параграфе. В составе отпора также можно различить приведенные узловые нагрузки и нагрузки, распределенные по длине участка, которые уравновешивают вынужденные деформации. В соответствии с (2.15.2) эти деформации изменяются пропорционально параметру λ . Основываясь на результатах § 2.14, можно утверждать, что часть отпора изменяется пропорционально λ (2.14.11), (2.14.14), а другая его часть — пропорционально λ^3 (2.14.12), (2.14.15).

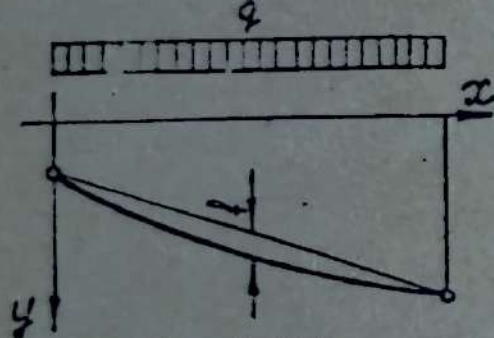


Рис. 2.15.1

Таким образом, (2.15.3) представляет собой неполное кубическое уравнение относительно λ (2.15.20), коэффициенты которого вычисляются по формулам (2.15.17), (2.15.18), (2.15.19).

Для облегчения практического расчета сети по методу Бубнова-Галеркина ниже приводятся сводные расчетные формулы с указанием основных этапов расчета.

1. Определение усилий в нитях, не зависящих от λ_3

$$\sum_y \sum_{n'} \frac{\bar{H}_{ny} \bar{H}'_{ny} \ell_y x'_{nz}}{E_y F_y} + \sum_y \frac{\bar{H}_{ny} H_{yz} \ell_y}{E_y F_y} + t_3 \sum_y \bar{H}_{ny} \alpha_y \ell_y - \Delta_n^0 = 0, \quad (2.15.7)$$

$$H'_{yz} = H_{yz} + \sum_n \bar{H}_{ny} x'_{nz} \quad (2.15.8)$$

2. Определение усилий в нитях, пропорциональных λ_3^2

$$\sum_c d_{cy} y_{cz} = \Delta y_{yz} \quad (2.15.9)$$

$$-\frac{\Delta y_{yz}}{2 \ell_y} - \frac{8 f_{yz}^2}{3 \ell_y} = \Delta \ell''_{yz} \quad (2.15.10)$$

$$\sum_y \sum_{n'} \frac{\bar{H}_{ny} \bar{H}'_{ny} \ell_y}{E_y F_y} x''_{nz} + \sum_y \bar{H}_{ny} \Delta \ell''_{yz} = 0 \quad (2.15.11)$$

$$H''_{yz} = \sum_n \bar{H}_{ny} x''_{nz} \quad (2.15.12)$$

3. Определение отпоров, пропорциональных λ_3

$$\sum_y d_{cy} \Delta y_{yz} \frac{H'_{yz}}{\ell_y} = P'_{cz} \quad (2.15.13)$$

$$\frac{8 H'_{yz} f_{yz}}{\ell_y^2} = q'_{yz} \quad (2.15.14)$$

4. Определение отпоров, пропорциональных λ_3^3

$$\sum_y d_{cy} \Delta y_{yz} \frac{H''_{yz}}{\ell_y} = P''_{cz}, \quad (2.15.15)$$

$$\frac{8 H''_{yz} f_{yz}}{\ell_y^2} = q''_{yz} \quad (2.15.16)$$

5. Вычисление λ_3

$$\sum_c P_{c3}'' y_{c3} + \frac{2}{3} \sum_y q_{y3}'' f_{y3} l_y = A_3, \quad (2.15.17)$$

$$\sum_c P_{c3}' y_{c3} + \frac{2}{3} \sum_y q_{y3}' f_{y3} l_y = C_3, \quad (2.15.18)$$

$$-\sum_c P_{c3} y_{c3} - \frac{2}{3} \sum_y q_{y3} f_{y3} l_y = D_3, \quad (2.15.19)$$

$$A_3 \lambda_3^3 + C_3 \lambda_3 + D_3 = 0. \quad (2.15.20)$$

6. Вычисление натяжений и перемещений.

$$H_{y3}^* = H_{y3}' + H_{y3}'' \lambda_3^2, \quad (2.15.21)$$

$$y_{c3}^* = y_{c3} \lambda_3, \quad (2.15.22)$$

$$f_{y3}^* = f_{y3} \lambda_3. \quad (2.15.23)$$

В этих формулах приняты следующие обозначения исходных данных и окончательных результатов расчета:

- l_y - длина участка,
- E_y - модуль упругости материала,
- F_y - площадь сечения нити,
- H_{y3} - натяжения на участках основной системы метода сил от нагрузок,
- H_{ny} - то же от единичных значений основных неизвестных,
- Δ_n - перемещения в исходном состоянии по направлению основных неизвестных (отсчитываются от недеформированного состояния),
- α_y - коэффициент температурного расширения материала,
- t_3 - температура,
- P_{c3} - приведенные узловые нагрузки на систему,
- q_{y3} - равномерно распределенные нагрузки,
- y_{c3} - перемещения узлов, заданные в соответствии с предполагаемой формой провесов,
- f_{y3} - стрелы провеса отдельных участков, заданные таким же образом.
- d_{cy} - разности смещения концов участков при единичных смещениях узловых связей. (Практический метод построения d_{cy} приведен в § 2.10).
- H_{y3}^* - искомые натяжения нитей,
- y_{c3}^* - искомые поперечные перемещения узлов,

f_{yz} - исконые стрелы провеса участков.

По формулам (2.15.7) + (2.15.23) составлена программа № 16 (см. приложение, расчет № 16). Результаты расчета, выполненного по программе № 16, приведены в следующем параграфе для сравнения их с результатами расчета другими методами.

§ 2.16. Метод последовательных приближений

В предыдущем параграфе рассмотрено применение метода Бубнова-Галеркина к расчету плоских сетей, статически неопределимых относительно натяжений. Нелинейность рассматриваемой задачи вынуждает вести расчет всего лишь с одним неизвестным параметром, так как одновременно разыскание нескольких параметров приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений, совместное решение которых найти затруднительно.

Естественно, что невысокая точность, полученная при решении задачи по методу Бубнова-Галеркина с одним неизвестным параметром, не всегда может считаться удовлетворительной. Для получения более точного решения предлагается применять метод последовательных приближений с корректировкой результатов расчета на каждом приближении по методу Бубнова-Галеркина. Идея метода заимствована у инж. Л.Г. Дмитриева [12].

Прежде чем приступить к расчету сети по методу Бубнова-Галеркина, необходимо из каких-либо соображений задаться ожидаемой формой поперечных перемещений (значениями u_{cz} и f_{yz}). Во многих случаях можно задаться ими просто "на глаз". Однако, можно воспользоваться и таким методом.

Выбирается некоторая вспомогательная система, форма прогибов которой похожа на форму прогибов рассчитываемой системы при загрузке обеих систем одинаковыми нагрузками. Вспомогательная система должна быть хорошо изучена с тем, чтобы можно было легко определять перемещения ее точек. Они и составят исходную информацию для расчета сети по методу Бубнова-Галеркина.

Перемещения точек сети, вычисленные в результате ее расчета по методу Бубнова-Галеркина, вообще говоря, не будут соответствовать состоянию равновесия. Вычислим неуравновешенную часть нагрузки (действующая нагрузка минус отпор сети) и приложим ее к вспомогательной системе совместно с прежней нагрузкой. Перемещения вспомогательной системы под такой нагрузкой будут ближе по форме (соотношениям)

к перемещениям рассчитываемой системы. Это объясняется тем, что произошла перегрузка в тех местах, где были недостаточные перемещения, и разгрузка — где были избыточные.

Расчет, произведенный методом Бубнова-Галеркина по скорректированной таким образом форме перемещений, будет более точным. Уточнив его еще раз, описанным выше методом, получим еще более точное решение. Производимые таким образом приближения можно прекратить, если неуравновешенная часть нагрузки станет пренебрежимо малой величиной.

Не исключены случаи, что первое приближение, полученное по этому методу, будет точным решением задачи. Так, если при расчете однораз статически неопределимой сети (относительно натяжений) на поперечную нагрузку в качестве вспомогательной принять основную систему с устраненной лишней связью, то в первом же приближении получим точное решение.

Приведенный пример показывает, что в качестве вспомогательной системы удобно принять сеть, статически определимую относительно натяжений и геометрически соответствующую рассчитываемой. Величиной натяжений в нитях этой сети можно задаться произвольно. Важно при этом соблюсти такие соотношения между натяжениями, чтобы система верно отображала характер деформации рассчитываемой сети.

После выбора вспомогательной системы расчет сводится к многократному применению метода Бубнова-Галеркина, для которого форма деформации принимается каждый раз из расчета вспомогательной системы. Можно было бы на каждом приближении пользоваться программой № 16, однако ввиду многократной повторяемости расчета в программу можно внести некоторые усовершенствования. В первую очередь можно выделить инвариантную часть расчета и исполнить ее только один раз. Далее, ввиду того, что одна и та же система рассчитывается в каждом приближении на различные нагрузки, можно предварительно рассчитать ее в числах влияния, а затем использовать их в процессе приближений.

Ниже приводятся расчетные формулы предварительной инвариантной части расчета.

$$\sum_y \sum_{c'} d_{cy} d_{cy} \frac{H_y}{\ell_y} \beta_{c'c''} + e_{cc''} = 0, \quad (2.16.1)$$

$$\sum_y \sum_{n'} \bar{H}_{ny'} \bar{H}_{ny} \frac{\ell_y}{E_y F_y} x_{n'y'} + \bar{H}_{ny'} = 0 \quad (2.16.2)$$

$$\sum_H H_{Hy} x_{Hy'} = B_{yy'}, \quad (2.16.3)$$

$$\Delta \ell_y + \frac{N_{yz} \ell_y}{E_y F_y} + t_z \alpha_y \ell_y = \Delta \ell'_{yz}, \quad (2.16.4)$$

$$\sum_{y'} B_{yy'} \Delta \ell'_{yz} + N_{yz} = H_{yz}. \quad (2.16.5)$$

Зависимость (2.16.1) служит для расчета вспомогательной системы в числах влияния. Она (зависимость) представляет собой каноническую систему уравнений метода перемещений для расчета сети, статически неопределимой относительно поперечных усилий. Из этой системы уравнений вычисляются числа влияния $B_{sc'}$, при помощи которых по приведенным узловым нагрузкам определяются перемещения узлов вспомогательной системы. Для этого применяется в процессе последовательных приближений формула (2.16.6).

Формулы (2.16.2) и (2.16.3) служат для расчета по методу сил линейно деформируемой статически неопределимой системы, полученной при закреплении сети относительно поперечных перемещений. В результате расчета находятся числа влияния $B_{yy'}$. В отличие от обычных чисел влияния, отражающих зависимость основных неизвестных от свободных членов канонической системы уравнений, $B_{yy'}$ показывают, как влияет удлинение участка y на усилие в участке y' . Матрица с элементами $B_{yy'}$ симметрична. С её помощью натяжения участков сети с фиксированными поперечными деформациями находятся по формуле вида (2.16.10).

Формула (2.16.5) служит для определения натяжений, не зависящих от параметра λ , и использует вычисленные ранее числа влияния. Натяжения H_{yz} находятся в зависимости от удлинений участков основной системы, не зависящих от параметра λ . Эти удлинения определяются по предыдущей формуле (2.16.4). В этой формуле появилось новое обозначение $\Delta \ell_y$. Это удлинение участка при переходе сети из недеформированного состояния в исходное. Ранее мы пользовались более лаконичной характеристикой исходного состояния — $\Delta \dot{H}$. Она является менее удобной при использовании чисел влияния $B_{yy'}$.

Для того, чтобы более наглядно представить ход расчета, на рис. 2.16.1. схематически показан цикл последовательного приближения с

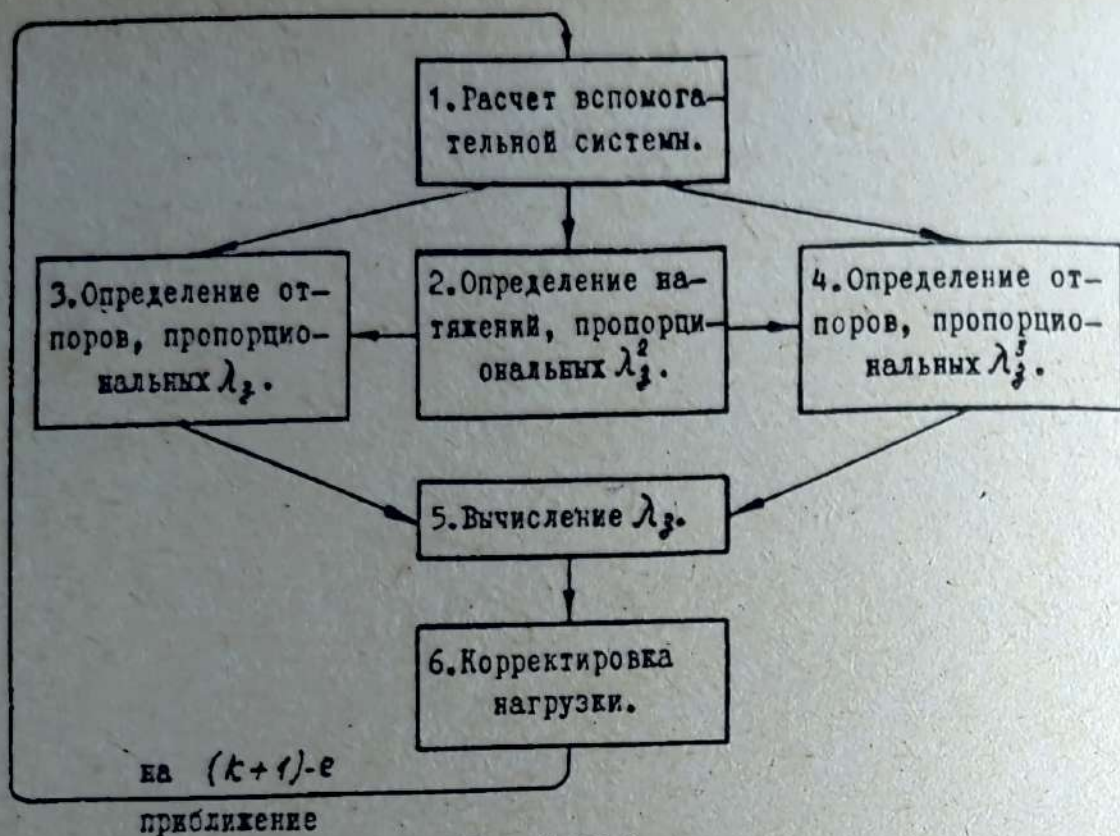


Рис. 2.16.1.

указанием основных этапов расчета.

Этапы расчета выполняются по следующим формулам:

1. Расчет вспомогательной системы:

$$\sum_c b_{cc'} p_{cz}^k = y_{cz} \quad (2.16.6)$$

$$\frac{q_{yz}^k \ell_y^2}{8h_y} = f_{yz} \quad (2.16.7)$$

2. Определение натяжений, пропорциональных λ_z^2

$$\sum_c d_{cy} y_{cz} = \Delta y_{yz} \quad (2.16.8)$$

$$-\frac{\Delta y_{yz}^2}{2\ell_y} - \frac{8f_{yz}^2}{3\ell_y} = \Delta \ell_{yz}'' \quad (2.16.9)$$

$$\sum_{y'} B_{yy'} \Delta \ell_{y'z}'' = H_{yz}'' \quad (2.16.10)$$

Этапы 3, 4 и 5 полностью соответствуют таким же этапам в методе Бубнова-Галеркина и выполняются по тем же формулам.

6. Корректировка нагрузок.

$$P_{c3}^k - P_{c3}'' \lambda_3^3 - P_{c3}' \lambda_3 + P_{c3} = P_{c3}^{k+1} \quad (2.16.11)$$

$$q_{y3}^k - q_{y3}'' \lambda_3^3 - q_{y3}' \lambda_3 + q_{y3} = q_{y3}^{k+1} \quad (2.16.12)$$

Здесь :

P_{c3}^k, P_{c3}^{k+1} - приведенные узловые нагрузки на систему в "K"-том и "K+1"-ом приближении соответственно,

q_{y3}^k, q_{y3}^{k+1} - равномерно распределенные нагрузки на участках в "K"-том и "K+1"-ом приближении соответственно.

В первом приближении, при $K=1$, следует принимать

$$P_{c3}' = P_{c3}$$

$$q_{y3}' = q_{y3}$$

Остальные обозначения те же, что и в § 2.15.

Когда последовательные приближения закончены, искомые величины H_{y3}^* , U_{c3}^* и f_{y3}^* можно вычислить по формулам (2.15.21) + (2.15.23). Это будет заключительной частью расчета.

По формулам (2.16.1) + (2.16.12) и (2.15.21) + (2.15.23) составлена программа № 17 (см. приложение, расчет № 17), по которой определяются натяжения и перемещения в сетях, многократно статически неопределимых относительно натяжений.

Пример расчета к § 2.13 показывает, что приближенная замена распределенных нагрузок на нити сосредоточенными узловыми даже для достаточно редких сетей дает хорошие результаты. Такой прием дает возможность значительно сократить количество необходимых вычислений. С этой целью специально разработана программа № 18 (см. приложение, расчет № 18), по которой производится расчет сети только на узловые нагрузки.

а) Схема закреп- б) Схема закреп-
лений из плоскос- лений в плоскос-
ти сети и нумера- ти сети и нуме-
ция узлов. рация участков.

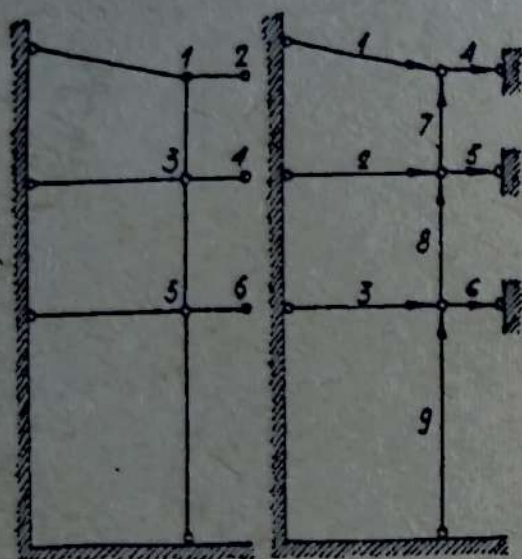


Рис. 2.16.3

см, кг.

Сеть рассчитана по программе №17 на 2 нагружения.

Приведенные узловыи нагрузки на сеть находятся в таблице 25, распределенные нагрузки на участках - в таблице 26, температура - в строке 1 таблицы 20. Загружение 2 отличается от нагружения 1 температурой и тем, что в узле 1 приложена сосредоточенная сила, равная 1 т и действующая противоположно направлению участка 7.

Для демонстрации скорости сходимости процесса приведены результаты расчета по приближениям. В таблицах 1-01, 2-02, 3-01 (рис. 2.16-4) показаны значения поперечных перемещений узлов на первом, втором и третьем приближениях соответственно, в таблицах 1-02, 2-02 и 3-02 - натяжения нитей, а в таблицах 1-03, 2-03 и 3-03 - значения отпоров.

По программе № 18 произведен расчет той же сети на нагружение приведенными узловыми нагрузками, соответствующими нагрузкам предыдущего примера (загружение № 1) и сосредоточенной силой, равно 1 т (загружение № 2). Угловыи нагрузки приведены в таблице 25а.

Результаты трех первых приближений приводятся в таблицах: 1-01а, 2-01а, 3-01а - поперечные перемещения узлов, 1-02а, 2-02а,

В заключение рассмотрим пример расчета, выполненный по программам № 16, 17 и 18. Рассчитана плоская сеть, схема которой изображена на рис. 2.16.2. Там же показана нумерация узлов и участков. Длины участков приведены в графе 1 таблицы 1., (рис. 2.16.3), жесткости участков на растяжение $E_y F_y$ - в графе 4 той же таблицы. Исходное состояние сети характеризуется величинами Δl_y , приведенными в графе Б. В графе 7 приведены коэффициенты температурного расширения α_y . Вспомогательная система по схеме соответствует рассчитываемой. Натяжения в ее участках приведены в графе 2 таблицы 1. Размерность

Множитель	10^6				$10^{-6} T_1$			
	1	2	4	8	7			
1	2620	6400	7.29	2.30	12.5			
2	2500	1600	1.33	2.82	16.5			
3	2500	1500	1.33	2.82	16.5			
4	1650	8000	7.29	2.72	12.5			
5	1650	1500	1.33	3.72	16.5			
6	1650	1500	1.33	3.72	16.5			
7	825	2000	2.00	0.83	12.5			
8	1650	2000	2.00	1.65	12.5			
9	3300	2000	2.00	3.30	12.5			
S						1	1	2
							-35	-35

	T_{25}		
	1	2	S
1	59.6		59.6
2	20.6	1000.0	1020.6
3	80.8		80.8
4	24.8		24.8
5	99.4		99.4
6	24.8		24.8
S	310.0	1000.0	1310.0

	T_{25a}		
	1	2	S
1	59.6	59.6	119.2
2	20.6	20.6	41.2
3	80.8	80.8	161.6
4	24.8	24.8	49.6
5	99.4	99.4	198.8
6	24.8	24.8	49.6
S	310.0	310.0	620.0

Множитель	10^{-2}		T_{25}
	1	2	
1	2.50	2.50	5.00
2	3.00	3.00	6.00
3	3.00	3.00	6.00
4	2.50	2.50	5.00
5	3.00	3.00	6.00
6	3.00	3.00	6.00
7	1.50	1.50	3.00
8	1.50	1.50	3.00
9	1.50	1.50	3.00
S	21.50	21.50	43.00

Рис. 2.16.3.

3-02а - натяжения нитей,
1-03а, 2-03а, 3-03а - значения отпоров (рис. 2.16.5).

Первое приближение, выполненное как по программе № 17, так и по программе № 18, соответствует расчету этой же сети по методу Бубнова-Галеркина.

T_{1-01}			T_{2-01}			T_{3-01}			
	1	2	5	1	2	5	1	2	5
1	40.6	31.8	72.4	41.9	30.0	71.9	41.8	29.5	71.3
2	44.5	34.8	79.3	46.0	32.8	78.8	46.0	32.4	78.4
3	58.5	45.9	104.4	59.3	46.7	106.0	59.3	46.6	105.9
4	77.3	60.6	137.9	76.4	60.2	136.6	76.2	60.0	136.2
5	64.3	50.4	114.7	64.5	53.2	117.7	64.5	53.1	117.6
6	82.9	65.0	147.9	81.1	66.6	147.7	81.5	66.4	147.9
5	368.1	288.5	656.6	369.2	289.5	658.7	369.3	288.0	657.3

T_{1-02}			T_{2-02}			T_{3-02}			
	1	2	5	1	2	5	1	2	5
1	8512	12504	21116	8637	12522	21159	8638	12519	21157
2	2397	3047	5444	2388	3045	5433	2388	3043	5431
3	2442	3075	5517	2426	3085	5511	2429	3084	5513
4	8125	11798	19923	8149	11814	19963	8149	11811	19960
5	2397	3047	5444	2388	3045	5433	2388	3043	5431
6	2442	3075	5517	2426	3085	5511	2429	3084	5513
7	2705	2929	5634	2713	2935	5648	2713	2934	5647
8	2705	2929	5634	2713	2935	5648	2713	2934	5647
9	2705	2929	5634	2713	2935	5648	2713	2934	5647
5	34530	45333	79863	34553	45401	79954	34580	45386	79946

T_{1-03}			T_{2-03}			T_{3-03}			
	1	2	S	1	2	S	1	2	S
1	55,2	79,9	135,1	60,1	63,2	123,3	59,8	59,6	119,4
2	19,2	21,9	41,1	20,3	20,5	40,8	20,8	20,8	41,6
3	78,5	70,8	149,3	80,8	80,1	160,9	81,0	80,9	161,9
4	27,3	27,2	54,5	24,8	24,8	49,6	24,4	24,8	49,2
5	97,4	87,5	184,9	99,8	99,6	199,4	99,4	99,6	199,0
6	27,5	27,2	54,7	24,3	24,9	49,2	25,0	24,9	49,9
5	305,1	314,5	619,6	310,1	313,1	623,2	310,4	310,6	621,0

Рис. 2.16.4.

§ 2.17. Обобщение полученных результатов.

Выше рассматривались сети, нагруженные таким образом, что каждая нить воспринимала только нагрузки, действующие из плоскости сети или вдоль нити. Для удобства механизации вычислений этот класс нагрузок был еще более ограничен. Так, продольные нагрузки на нить прикладывались на границах участка в виде сосредоточенных сил, а по длине участка допускалось нагружение только равномерно распределенной нагрузкой.

	T_{1-01a}			T_{2-01a}			T_{3-01a}		
	1	2	5	1	2	5	1	2	5
1	41,2	123,9	165,1	42,1	127,7	169,8	42,1	126,0	168,1
2	45,1	234,2	279,3	46,3	235,5	281,8	46,2	235,4	281,6
-3	59,4	83,0	142,4	59,8	90,9	150,7	59,8	91,1	150,9
4	78,4	83,0	161,4	77,1	90,9	168,0	77,3	91,2	168,5
5	65,2	41,2	106,5	65,1	50,0	115,1	65,0	50,8	115,8
6	84,1	41,3	125,4	82,0	50,0	132,0	81,9	50,8	132,7
5	373,4	606,7	980,1	372,4	645,0	1017,4	372,3	645,3	1017,6

T_{1-02a}			T_{2-02a}			T_{3-02a}			
	1	2	5	1	2	5	1	2	5
1	8608	16160	24768	8619	16134	24753	8616	16137	24753
2	2354	2534	4888	2350	2621	4971	2350	2625	4975
3	2401	2202	4603	2391	2253	4644	2390	2258	4648
4	8121	15246	23367	8132	15221	23353	8129	15224	23353
5	2354	2534	4888	2350	2621	4971	2350	2625	4975
6	2401	2202	4603	2391	2253	4644	2390	2258	4648
7	2703	5072	7775	2707	5064	7771	2706	5065	7771
8	2703	5072	7775	2707	5064	7771	2706	5065	7771
9	2703	5072	7775	2707	5064	7771	2706	5065	7771
5	34348	56094	90442	34354	56295	90649	34343	56322	90665

T_{1-03a}				T_{2-03a}				T_{3-03a}	
	1	2	5	1	2	5	1	2	5
1	56,1	-2,5	53,6	60,2	18,2	78,4	59,6	-18,2	41,4
2	19,5	1022,4	1041,9	20,5	995,4	1015,9	20,6	1005,9	1026,5
3	79,0	-39,4	39,6	80,8	-5,0	75,8	81,0	5,6	86,6
4	27,1	-	27,1	24,6	-	24,6	24,8	-	24,8
5	98,2	-28,6	69,4	99,7	-3,7	96,0	99,5	-0,1	99,4
6	27,4	-	27,4	24,6	-	24,6	24,4	-	24,4
5	307,3	951,9	1259,2	310,4	1004,9	1315,3	309,9	993,2	1303,1

Рис. 2.16.5.

В том случае, если сеть разбита на участки таким образом, что каждая нить составляет только один участок, результаты, полученные выше, можно обобщить на случай поперечной нагрузки нити, в плоскости сети (рассматривается случай равномерно распределенной нагрузки).

Ввиду того, что смещения узлов в плоскости сети принимаются пренебрежимо малыми, можно считать каждую нить опертой на неподвижные в плоскости сети опоры. (Имеется в виду закрепление

нити в поперечном направлении). Нить с равномерной нагрузкой передает на несмещаемые опоры нагрузку, собранную с половины пролета. Поэтому при определении натяжений нитей в узловые нагрузки, действующие в плоскости сети, следует включать реакции отдельных нитей.

Кроме этого, нить искривляется в плоскости сети, что необходимо учитывать при определении нелинейных "удлинений" каждой из нитей.

При расчете сети по методу Бубнова-Галеркина или путем последовательных приближений необходимо учитывать, что поперечные перемещения нитей в плоскости сети должны задаваться или последовательно уточняться наравне с перемещениями из плоскости сети.

Рассмотрим, как рассчитывается сеть, нити которой нагружены поперечной нагрузкой как в плоскости, так и из плоскости сети по методу последовательных приближений. Предварительная, инвариантная часть расчета, как и ранее, выполняется по формулам (2.16.1) + (2.16.5). Схема последовательного приближения (см. рис. 2.16.1) остается без изменения, однако этапы ее для данного случая содержат следующие формулы:

1. Расчет вспомогательной системы.

$$\sum_{c'} b_{cc'}^k P_{c'z} = -Y_{cz} \quad (2.17.1)$$

$$\frac{q_{yz}^k \ell_y^2}{8h_y} = f_{yz} \quad (2.17.2)$$

$$\frac{n_{yz}^k \ell_y^2}{8h_y} = w_{yz} \quad (2.17.3)$$

2. Определение натяжений, пропорциональных λ_z^2 .

$$\sum_c d_{cy} Y_{cz} = \Delta Y_{yz} \quad (2.17.4)$$

$$-\frac{\Delta Y_{yz}^2}{2\ell_y} - \frac{8(f_{yz}^2 + w_{yz}^2)}{3\ell_y} = \Delta \ell_{yz}'' \quad (2.17.5)$$

$$\sum_{y'} B_{yy'} \Delta \ell_{yz}'' = H_{yz}' \quad (2.17.6)$$

3. Определение отпоров, пропорциональных λ_z .

$$\sum_y d_{cy} \Delta Y_{yz} \frac{H_{yz}'}{\ell_y} = P_{c'z} \quad (2.17.7)$$

$$\frac{8H'_{yz} f_{yz}}{l_y^2} = q'_{yz} \quad (2.17.8)$$

$$\frac{8H'_{yz} w_{yz}}{l_y^2} = n'_{yz} \quad (2.17.9)$$

4. Определение отпоров, пропорциональных λ_z^3

$$\sum_y d_{cy} \Delta y_{yz} \frac{H''_{yz}}{l_y} = + P''_{cz} \quad (2.17.10)$$

$$\frac{8H''_{yz} f_{yz}}{l_y^2} = + q''_{yz} \quad (2.17.11)$$

$$\frac{8H''_{yz} w_{yz}}{l_y^2} = + n''_{yz} \quad (2.17.12)$$

5. Вычисление λ_z

$$\sum_c P''_{cz} y_{cz} + \frac{2}{3} \sum_y q''_{yz} f_{yz} l_y + \frac{2}{3} \sum_y n''_{yz} w_{yz} l_y = A_z, \quad (2.17.13)$$

$$\sum_c P'_{cz} y_{cz} + \frac{2}{3} \sum_y q'_{yz} f_{yz} l_y + \frac{2}{3} \sum_y n'_{yz} w_{yz} l_y = C_z, \quad (2.17.14)$$

$$-\sum_c P_{cz} y_{cz} - \frac{2}{3} \sum_y q_{yz} f_{yz} l_y - \frac{2}{3} \sum_y n_{yz} w_{yz} l_y = D_z, \quad (2.17.15)$$

$$A_z \lambda_z^3 + C_z \lambda_z + D_z = 0. \quad (2.17.16)$$

6. Корректировка нагрузки.

$$P_{cz}^k - P''_{cz} \lambda_z^3 - P'_{cz} \lambda_z + P_{cz} = P_{cz}^{k+1}, \quad (2.17.17)$$

$$q_{yz}^k - q''_{yz} \lambda_z^3 - q'_{yz} \lambda_z + q_{yz} = q_{yz}^{k+1}, \quad (2.17.18)$$

$$n_{yz}^k - n''_{yz} \lambda_z^3 - n'_{yz} \lambda_z + n_{yz} = n_{yz}^{k+1}. \quad (2.17.19)$$

В этих формулах: w_{yz} — стрелы провисания нитей в плоскости сети,
 n_{yz} — распределенные поперечные нагрузки на нити, действующие в плоскости сети.

Заключительная часть расчета производится по формулам (2.15-21) + (2.15-23). Если необходимо также определить окончательные стрелы провисания нитей в плоскости сети, то можно воспользоваться формулой:

$$w_{yz}^* = w_{yz} \lambda_z. \quad (2.17.20)$$

По формулам (2.16.1)+(2.16.5), (2.17.1)+(2.17.9), (2.15.21)+(2.15.23) и (2.17.20) составлена программа № 19 (см. приложение, расчет № 19), которая позволяет учитывать при расчете не только поперечные нагрузки на нити, действующие из плоскости сети, но и нагрузки, действующие в ее плоскости.

III. ТКАНЕВЫЕ ОБОЛОЧКИ

§ 3.1. Уравнения теории тканевых оболочек в метрике поверхности.

Как уже отмечалось выше, в практике строительства применяются конструкции, образованные двумя семействами гибких нитей, которые составляют большой класс вантовых покрытий. Чаще всего нити образуют густую сеть, содержащую большое количество узлов, и ее рассмотрение как дискретной системы становится нерациональным. Более того, покрытия сравнительно небольших пролетов могут выполняться из ткани.

Для таких конструкций является естественным рассмотрение материала как сплошного, обладающего некоторыми специальными свойствами. А именно, четырехугольный элемент, вырезанный из этого материала в направлении нитей, сопротивляется лишь усилиям, действующим вдоль нитей. Сдвигающие усилия, действующие в плоскости элемента, а также усилия, действующие из его плоскости, материалом не воспринимаются.

Оболочки, изготовленные из такого материала, обладающего свойствами ткани, будем называть тканевыми.

Выберем систему координат так, чтобы координатные линии шли по направлению нитей. Каждому семейству нитей соответствует семейство координатных линий. Такая система координат оказывается полностью привязанной к материалу и не зависит от формы той оболочки, которая будет изготовлена из этого материала.

Кроме этого, будем пользоваться метрической поверхностью, которая соответствует некоторому геометрически возможному состоянию оболочки. Систему координатных линий на этой поверхности выберем совпадающей с системой линий на поверхности оболочки, находящейся в рассматриваемом геометрически возможном состоянии. Это состояние оболочки будем считать исходным.

Исходное состояние оболочки не обязательно должно быть равновесным. В качестве исходного состояния можно принять желаемую форму оболочки, с выбора которой и начинается, как правило, проектирование. В большинстве случаев эта форма может быть описана как гармоническая функция или как поверхность минимальной площади на опорном контуре оболочки. Можно воспользоваться при этом и другими соображениями. Важно лишь, чтобы перемещения точек, отсчитанные от исходного состояния, удовлетворяли предположениям, приведенным ниже.

Нагрузки на оболочку и перемещения ее точек будем выражать в зависимости от координат на метрической поверхности. При выводе уравнений равновесия будем проектировать силовые факторы на координатные векторы этой поверхности.

Напряжения в материале оболочки будем выражать в зависимости от координат на поверхности оболочки, причем, будем их относить не к единице длины, а к единичному изменению координат. Такая система отнесения напряжений удобна потому, что между двумя координатными линиями заключается одинаковое число нитей, и напряжения получаются отнесенными к определенному количеству нитей.

При выводе уравнений будем пользоваться следующими упрощающими предположениями:

1. Относительные удлинения материала оболочки пренебрежимо малы по сравнению с единицей.

2. Тангенциальные к метрической поверхности перемещения точек оболочки настолько малы, что ими можно пренебречь при изучении равновесия элементов оболочки.

3. Нормальные к метрической поверхности перемещения пренебрежимо малы по сравнению с радиусами кривизны метрической поверхности и изменяются плавно.

Если первое из этих предположений является достаточно общим, то два последних сужают класс рассматриваемых задач. Так предположение 2 можно, например, рассматривать как требование, чтобы

каждая нить, из которых образована оболочка, имела хотя бы одну закрепленную в тангенциальном направлении точку, а предположение Э требует от оболочки достаточной жесткости. Такие же требования ставятся и перед строительными конструкциями, где жесткость имеет большое значение для нормального функционирования ограждающих конструкций.

Таким образом, выведенные ниже уравнения можно использовать при расчете достаточно жестких оболочек, которые находят применение в строительстве.

В уточнение и дополнение высказанных предположений следует добавить, что на основании этих предположений при выводе уравнений учет тангенциальных перемещений будет производиться как в линейной теории оболочек. Что касается нормальных перемещений, то помимо линейных будут учитываться члены следующего, более высокого порядка малости.

Ниже будут приняты следующие обозначения:

- $\bar{r}$ — радиус вектор поверхности оболочки,
- u, u_2 — криволинейные координаты на поверхности,
- $\bar{r}_1, \bar{r}_2$ — частные производные радиуса — вектора по криволинейным координатам,
- $\bar{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности.
- $\bar{e}_1, \bar{e}_2$ — единичные векторы по направлению $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$.
- $\bar{e}_{11}, \bar{e}_{12}, \bar{e}_{21}, \bar{e}_{22}$ — частные производные единичных векторов по криволинейным координатам.
- A_1, A_2 — параметры Ляме координатной системы на поверхности оболочки,
- χ — угол между положительными направлениями координатных линий;
- b_{11}, b_{12}, b_{22} — коэффициенты второй квадратичной формы поверхности.
- $\bar{v}$ — вектор тангенциальных перемещений точек оболочки,
- V_1, V_2 — его составляющие по направлению $\bar{e}_1$ и $\bar{e}_2$,
- u_1, u_2, w — проекции перемещений соответственно на $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{n}$.
- ϵ_1, ϵ_2 — относительные удлинения соответственно вдоль u_1, u_2
- $T_1, T_2, \bar{T}_1, \bar{T}_2$ — полные напряжения в оболочке соответственно вдоль u_1, u_2 и их векторы.
- t_1, t_2 — дополнительные напряжения, возникающие вследствие деформации.

$\bar{q}, q_1, q_2, q$ - вектор и составляющие нагрузки вдоль $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{n}$, отнесенной к единице площади.

E_1, E_2 - модули упругости материала нитей, идущих соответственно вдоль u_1, u_2 .

F_1, F_2 - площади нитей, приходящиеся на единичное изменение координаты соответственно в направлениях u_1 и u_2 .

Обозначения геометрических величин, напряжений и нагрузок относятся к исходному состоянию оболочки. Те же величины для оболочки в деформированном состоянии дополнительно обозначены звездочкой.

Геометрические уравнения

Пусть рассматриваемая оболочка перешла из исходного состояния (совпадающего с метрической поверхностью) в деформированное так, что каждая ее точка совершила перемещение по векторам

$$\bar{v} + \bar{n}\omega$$

Тогда радиус - вектор деформированной поверхности можно выразить формулой:

$$\bar{r}^* = \bar{r} + \bar{v} + \bar{n}\omega \quad (3.1.1)$$

Дифференцируя по u_1 , получим:

$$\bar{r}_1^* = \bar{r}_1 + \frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1} + \frac{\partial \bar{n}}{\partial u_1} \omega + \bar{n} \frac{\partial \omega}{\partial u_1} \quad (3.1.2)$$

При переходе из исходного состояния в деформированное элементы оболочки претерпели деформацию. Относительное удлинение элемента оболочки вдоль координатной линии

$$\epsilon_1 = \frac{A_1^* - A_1}{A_1} \quad (3.1.3.)$$

Вычислим величину A_1^* . По известной формуле дифференциальной геометрии

$$\begin{aligned} A_1^{*2} = r_1^{*2} = A_1^2 + 2\bar{r}_1 \frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1} - 2\bar{b}_{11}\omega + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1}\right)^2 + \\ + 2\frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial \bar{n}}{\partial u_1} \omega + 2\frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1} \bar{n} \frac{\partial \omega}{\partial u_1} + \left(\frac{\partial \bar{n}}{\partial u_1}\right)^2 \omega^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial u_1}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

формулу (3.1.4) можно записать сокращенно:

$$A_1^{*2} = A_1^2 (1 + 2\varepsilon_{11}) \quad (3.1.4a)$$

Так как деформации материала оболочки предполагаются малыми, то изменение величины A_1^2 при переходе оболочки из исходного состояния в деформированное тоже будет малым. Поэтому в разложении

$$\varepsilon_1 = \frac{A_1^* - A_1}{A_1} = \sqrt{1 + 2\varepsilon_{11}} - 1 = \varepsilon_{11} - \frac{1}{2}\varepsilon_{11}^2 + \dots \quad (3.1.5)$$

ограничимся только первым членом.

Кроме этого, в силу принятых предположений, некоторые члены в выражении ε_{11} могут быть отброшены. Тогда:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A_1^2} \left[\bar{r}_1 \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial u_1} - b_{11} \omega + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial u_1} \right)^2 \right] \quad (3.1.6)$$

Представим $\bar{\sigma}$ разложенным по единичным векторам $\bar{e}_1$ и $\bar{e}_2$:

$$\bar{\sigma} = V_1 \bar{e}_1 + V_2 \bar{e}_2; \quad (3.1.7)$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial u_1} = \frac{\partial V_1}{\partial u_1} \bar{e}_1 + V_1 \bar{e}_{11} + \frac{\partial V_2}{\partial u_1} \bar{e}_2 + V_2 \bar{e}_{21}. \quad (3.1.8)$$

Подставляя (1.2.8) в (1.2.6) получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 = & \frac{1}{A_1} \left(\frac{\partial V_1}{\partial u_1} + \frac{\partial V_2}{\partial u_2} \cos \chi \right) + \frac{V_2}{A_1 A_2} \left(\frac{\partial A_1}{\partial u_2} - \frac{\partial A_2}{\partial u_1} \cos \chi \right) - \\ & - \frac{1}{A_1^2} \left[b_{11} \omega - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial u_1} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

Перестановкой индексов 1 и 2 получим выражение для ε_2 .

Выражения для остальных компонент деформации не понадобятся, так как материал оболочки остальным деформациям не сопротивляется.

Статические уравнения

Выделим для рассмотрения бесконечно малый элемент деформированной оболочки, ограниченный двумя парами бесконечно близких координатных линий. На выделенный элемент действуют напряжения

$\bar{T}_1^*$ и $\bar{T}_2^*$, а также нагрузка $\bar{q}^*$.
Запишем условие равновесия элемента:

$$\frac{\partial \bar{T}_1^*}{\partial u_1} + \frac{\partial \bar{T}_2^*}{\partial u_2} + A_1 A_2 \bar{q}^* \sin \chi = 0. \quad (3.1.10)$$

Так как материал оболочки не сопротивляется ни изгибу, ни сдвигу, то векторы $\bar{T}_1^*$ и $\bar{T}_2^*$ будут направлены вдоль нитей, т.е.

$$\bar{T}_1^* = T_1^* \bar{e}_1, \quad \bar{T}_2^* = T_2^* \bar{e}_2 \quad (3.1.11)$$

Выразим единичные координатные векторы деформированной поверхности оболочки через единичные координатные векторы метрической поверхности и перемещения. Согласно предположению 2 формулу (3.1.10) можно переписать так:

$$\bar{r}^* = \bar{r} + w \bar{n} \quad (3.1.12)$$

Отсюда:

$$\bar{r}_1^* = \bar{r}_1 + \frac{\partial w}{\partial u_1} \bar{n} + w \frac{\partial \bar{n}}{\partial u_1} \quad (3.1.13)$$

Член $w \frac{\partial \bar{n}}{\partial u_1}$ представляет собой составляющую тангенциального перемещения и на основании предположения 2 также может быть отброшен.

После этого можно записать:

$$\bar{r}_1^* = \bar{r}_1 + \frac{\partial w}{\partial u_1} \bar{n} \quad (3.1.14)$$

Учитывая (3.1.14) и то, что в силу малости деформаций можно принять $A_1^* = A_1$ запишем:

$$\bar{e}_1^* = \frac{\bar{r}_1^*}{A_1^*} = \bar{e}_1 + \frac{1}{A_1} \cdot \frac{\partial w}{\partial u_1} \bar{n}; \quad \bar{e}_2^* = \frac{\bar{r}_2^*}{A_2^*} = \bar{e}_2 + \frac{1}{A_2} \cdot \frac{\partial w}{\partial u_2} \bar{n} \quad (3.1.15)$$

С учетом этого формулы (3.1.11) примут вид:

$$\bar{T}_1^* = T_1^* \bar{e}_1 + \frac{T_1^*}{A_1} \cdot \frac{\partial w}{\partial u_1} \bar{n} \quad (3.1.16)$$

$$\bar{T}_2^* = T_2^* \bar{e}_2 + \frac{T_2^*}{A_2} \cdot \frac{\partial w}{\partial u_2} \bar{n}.$$

Заметим, что в выражениях:

$$\frac{\partial \bar{T}_1^*}{\partial u_1} = \frac{\partial T_1^*}{\partial u_1} \bar{e}_1 + T_1^* \bar{e}_{11} + \frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{T_1^*}{A_1} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_1} \right) \bar{n} + \frac{T_1^*}{A_1} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial \bar{n}}{\partial u_1},$$

$$\frac{\partial \bar{T}_2^*}{\partial u_2} = \frac{\partial T_2^*}{\partial u_2} \bar{e}_2 + T_2^* \bar{e}_{22} + \frac{\partial}{\partial u_2} \left(\frac{T_2^*}{A_2} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_2} \right) \bar{n} + \frac{T_2^*}{A_2} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_2} \cdot \frac{\partial \bar{n}}{\partial u_2},$$

последние члены можно отбросить, так как для пологих оболочек значение их не существенно, а для подъемистых оболочек в силу малости ω по сравнению с радиусами кривизны они носят локальный характер.

После этого уравнение равновесия (3.1.10) примет такой вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_1^*}{\partial u_1} \bar{e}_1 + T_1^* \bar{e}_{11} + \frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{T_1^*}{A_1} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_1} \right) \bar{n} + \frac{\partial T_2^*}{\partial u_2} \bar{e}_2 + \\ & + T_2^* \bar{e}_{22} + \frac{\partial}{\partial u_2} \left(\frac{T_2^*}{A_2} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_2} \right) \bar{n} + A_1 A_2 \bar{q}^* \sin \chi = 0. \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

Превратим векторное уравнение (3.1.17) в три скалярных уравнения путем скалярного умножения его на $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{n}$.

При этом будем учитывать, что

$$\bar{q}^* = q_1^* \bar{e}_1 + q_2^* \bar{e}_2 + q^* \bar{n}, \quad (3.1.18)$$

$$\frac{\partial T_1^*}{\partial u_1} + \frac{\partial T_2^*}{\partial u_2} \cos \chi + \frac{T_2^*}{A_1} \left[\frac{\partial}{\partial u_2} (A_1 \cos \chi) - \frac{\partial A_2}{\partial u_1} \right] + A_1 A_2 (q_1^* + q_2^* \cos \chi \sin \chi) = 0 \quad (3.1.19)$$

$$\frac{\partial T_2^*}{\partial u_2} + \frac{\partial T_1^*}{\partial u_1} \cos \chi + \frac{T_1^*}{A_2} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} (A_2 \cos \chi) - \frac{\partial A_1}{\partial u_2} \right] + A_1 A_2 (q_2^* + q_1^* \cos \chi \sin \chi) = 0 \quad (3.1.20)$$

$$\frac{T_1^*}{A_1} \delta_{11} + \frac{T_2^*}{A_2} \delta_{22} + \frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{T_1^*}{A_1} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_1} \right) + \frac{\partial}{\partial u_2} \left(\frac{T_2^*}{A_2} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial u_2} \right) + A_1 A_2 q^* \sin \chi = 0 \quad (3.1.21)$$

Физические уравнения

Если учесть, что в исходном состоянии в оболочке были напряжения T_1 и T_2 , а во время деформации они возросли соответственно на t_1 и t_2 , т.е.

$$T_1^* = T_1 + t_1; \quad T_2^* = T_2 + t_2; \quad (3.1.22)$$

то с учетом этого физические уравнения можно записать так:

$$\epsilon_1 = \frac{T_1^* - T_1}{E_1 F_1}; \quad \epsilon_2 = \frac{T_2^* - T_2}{E_2 F_2}; \quad (3.1.23)$$

Так как материал оболочки имеет дискретное строение, коэффициент Пуассона, присущий сплошным телам, принимается равным нулю.

Сводка уравнений

Полученные уравнения можно несколько упростить, переходя от V_1 и V_2 к σ_1 и σ_2 в соответствии с зависимостями:

$$\sigma_1 = V_1 + V_2 \cos \chi; \quad \sigma_2 = V_2 + V_1 \cos \chi; \quad (3.1.24)$$

что, кстати, более удобно при постановке граничных условий. Если, кроме этого, сокращенно обозначить:

$$\frac{\partial A_1}{\partial u_2} - \frac{\partial}{\partial u_1} (A_2 \cos \chi) \over A_2 \sin^2 \chi} = P_1; \quad \frac{\partial A_2}{\partial u_1} - \frac{\partial}{\partial u_2} (A_1 \cos \chi) \over A_1 \sin^2 \chi} = P_2; \quad (3.1.25)$$

то приходим к следующим семи уравнениям для определения семи неизвестных величин: T_1^* , T_2^* , σ_1 , σ_2 , ω , ϵ_1 , ϵ_2 .

б. Геометрические уравнения:

$$\epsilon_1 A_1 = \frac{\partial \sigma_1}{\partial u_1} + P_1 \sigma_2 - P_1 \sigma_1 \cos \chi - \frac{1}{A_1} \left[b_{11} \omega - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial u_1} \right)^2 \right]; \quad (3.1.26)$$

$$\epsilon_2 A_2 = \frac{\partial \sigma_2}{\partial u_2} + P_2 \sigma_1 - P_2 \sigma_2 \cos \chi - \frac{1}{A_2} \left[b_{22} \omega - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial u_2} \right)^2 \right]; \quad (3.1.27)$$

б. Статические уравнения:

$$\frac{\partial H_1^*}{\partial u_1} + P_1 H_1^* \cos \chi - P_2 H_2^* + A_1 A_2 q_1^* \sin \chi = 0 ; \quad (3.1.28)$$

$$\frac{\partial H_2^*}{\partial u_2} + P_2 H_2^* \cos \chi - P_1 H_1^* + A_2 A_1 q_2^* \sin \chi = 0 ; \quad (3.1.29)$$

$$\frac{T_1^*}{A_1} \delta_{11} + \frac{T_2^*}{A_2} \delta_{22} + \frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{T_1^*}{A_1} \frac{\partial w}{\partial u_1} \right) + \frac{\partial}{\partial u_2} \left(\frac{T_2^*}{A_2} \frac{\partial w}{\partial u_2} \right) + A_1 A_2 q^* \sin \chi = 0 \quad (3.1.30)$$

в. Физические уравнения:

$$\varepsilon_1 = \frac{T_1^* - T_1}{E_1 F_1} ; \quad (3.1.31)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{T_2^* - T_2}{E_2 F_2} . \quad (3.1.32)$$

Величины предварительных натяжений в исходном состоянии - $-T_1$ и T_2 - должны быть заданы.

§ 3.2. Уравнения теории тканевых оболочек в метрике плоскости.

В предыдущем параграфе были получены дифференциальные уравнения для расчета тканевых оболочек с использованием метрической поверхности. Для составления таких уравнений в каждом конкретном случае необходимо знать коэффициенты первой и второй квадратичных форм, определяющие метрическую поверхность. Вычисление этих коэффициентов для большинства поверхностей сопряжено с известными трудностями.

Более естественно задавать поверхность оболочки аппликатами, отсчитанными от некоторой плоскости, которую условно будем считать горизонтальной. Ниже будут выведены уравнения, построенные по этому принципу.

Эти уравнения основываются на следующих предположениях:

1. Относительные удлинения материала оболочки пренебрежимо малы по сравнению с единицей.

2. Горизонтальные перемещения точек оболочки настолько малы, что ими можно пренебречь при изучении равновесия элемента оболочки.

3. Вертикальные перемещения точек оболочки не удовлетворяют требованиям п.2, но изменяются плавно.

Будем пользоваться проекцией координатной системы, принятой в предыдущем параграфе, на горизонтальную плоскость. Таким образом, в горизонтальной плоскости имеется криволинейная косоугольная система координат, в зависимости от которой определяется поверхность оболочки ее аппликатами.

Примем следующие обозначения:

$\bar{r}$ - радиус-вектор поверхности оболочки.

U_1, U_2 - криволинейные координаты на поверхности и на горизонтальной плоскости.

$\bar{r}_1, \bar{r}_2$ - частные производные радиуса-вектора по криволинейным координатам.

$\bar{m}$ - орт вертикальной оси Z .

$\bar{e}_1^0, \bar{e}_2^0$ - единичные векторы координатной системы U_1, U_2 в горизонтальной плоскости xy .

$\bar{e}_1^0, \bar{e}_2^0, \bar{e}_3^0$ - их частные производные по координатам U_1, U_2 .

A_1, A_2 - параметры Ламе координатной системы на поверхности оболочки.

χ - угол между положительными направлениями координатных линий.

$\bar{v}$ - вектор горизонтальных перемещений точек оболочки.

V_1, V_2 - его составляющие по направлениям $\bar{e}_1^0$ и $\bar{e}_2^0$,

$\sigma_1, \sigma_2, \omega$ - проекции перемещений на $\bar{e}_1^0, \bar{e}_2^0, \bar{m}$, соответственно.

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - относительные удлинения вдоль U_1, U_2 , соответственно.

$T_1, T_2, \bar{T}_1, \bar{T}_2, H_1, H_2$ - полные напряжения в оболочке, их векторы и проекции на горизонтальную плоскость (натяжения), отнесенные к единичному изменению координаты.

Q_1, Q_2 - вертикальные составляющие полных напряжений в оболочке.

$\bar{q}, q_1, q_2, q$ - вектор и составляющие нагрузки, отнесенной на единицу площади плана, вдоль $\bar{e}_1^0, \bar{e}_2^0, \bar{m}$, соответственно.

F_1, F_2 - площади нитей, идущих в направлениях U_1, U_2 , соответственно, приходящиеся на единичное изменение координаты.

E_1, E_2 - модули упругости материала этих нитей.

C_1, C_2 - косинусы углов наклона к плоскости xoy линейных элементов оболочки, направленных вдоль координат U_1, U_2 .

Как и в предыдущем параграфе, обозначения геометрических величин, напряжений и нагрузок относятся к исходному состоянию оболочки.

Те же обозначения со звездочкой, относятся к деформированному состоянию оболочки. Индексом "0" выше буквы отмечены проекции соответствующих величин на плоскость xoy .

Геометрические уравнения.

При переходе оболочки из недеформированного состояния в деформированное каждая точка совершает перемещение по векторам:

$$\bar{v} + \bar{m}\omega$$

Выразим радиус-вектор деформированной поверхности:

$$\bar{r}^* = \bar{r} + \bar{v} + \bar{m}\omega \quad (3.2.1)$$

В соответствии с этим:

$$\bar{r}_1^* = \bar{r}_1 + \frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1} + \bar{m} \frac{\partial \omega}{\partial u_1} \quad (3.2.2)$$

Рассуждая далее так же, как и в § 3.1, и пользуясь принятыми предположениями, можно записать:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A_1^2} \left[\bar{r}_1 \frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1} + \bar{r}_1 \bar{m} \frac{\partial \omega}{\partial u_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial u_1} \right)^2 \right] \quad (3.2.3)$$

Во многих случаях удобно пользоваться проекциями геометрических величин на плоскость xoy . (см. § 3.2.1).

Если поверхность оболочки отстоит от этой плоскости на расстоянии

$$Z(u_1, u_2) \quad \text{получим:} \quad (3.2.4)$$

$$\bar{r} = \bar{r}^0 + \bar{m}Z,$$

Из этой зависимости следует:

$$\bar{r}_1 = \bar{r}_1^0 + \bar{m} \frac{\partial Z}{\partial u_1} \quad (3.2.5)$$

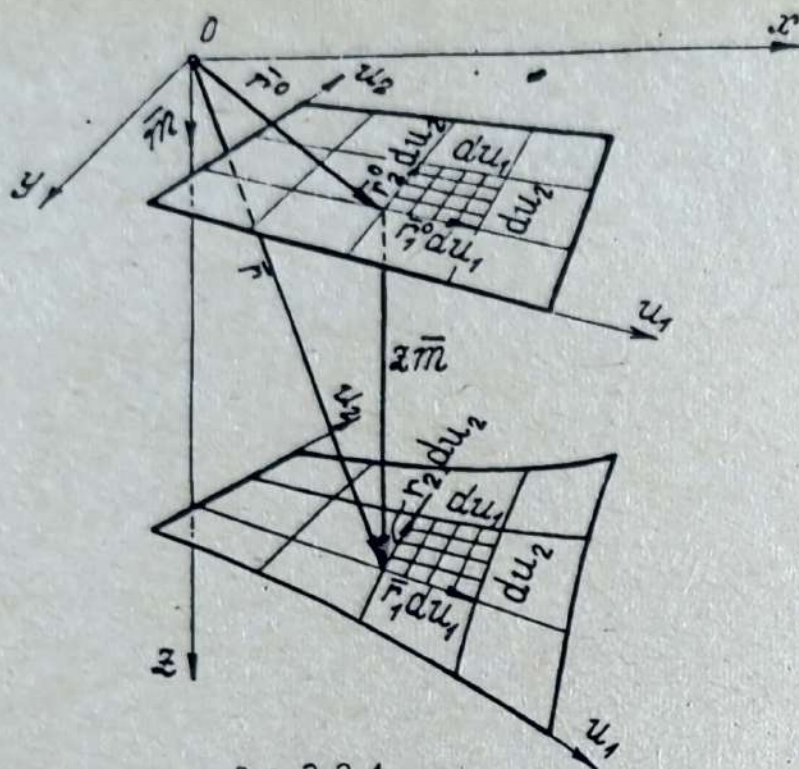


Рис. 3.2.1

После этого (3.2.3) примет вид:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{A_1^2} \left[\bar{r}_1^0 \frac{\partial \bar{v}}{\partial u_1} + \frac{\partial z}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial w}{\partial u_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial u_1} \right)^2 \right] \quad (3.2.6)$$

Представляя $\bar{v}$ разложенным по единичным координатным векторам $\bar{e}_1^0, \bar{e}_2^0$ системы u_1, u_2 в плоскости xOy :

$$\bar{v} = V_1 \bar{e}_1^0 + V_2 \bar{e}_2^0. \quad (3.2.7)$$

и преобразуя выражение (3.2.6), получим:

$$\epsilon_1 = \frac{C_1^2}{A_1^0} \left[\frac{\partial V_1}{\partial u_1} + \frac{\partial V_2}{\partial u_1} \cos \chi^0 + \frac{V_2}{A_2^0} \left(\frac{\partial A_1^0}{\partial u_2} - \frac{\partial A_2^0}{\partial u_1} \cos \chi^0 \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial w_1}{\partial u_1 A_1^0} \left(\frac{\partial z}{\partial u_1} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial u_1} \right) \right]. \quad (3.2.8.)$$

В выражении (3.2.8) величины C_1 и C_2 приняты в соответствии с формулами:

$$A_1^2 = A_1^{02} + \left(\frac{\partial z}{\partial u_1} \right)^2 = \frac{A_1^{02}}{C_1^2}, \quad (3.2.9)$$

$$A_2^2 = A_2^{02} + \left(\frac{\partial z}{\partial u_2} \right)^2 = \frac{A_2^{02}}{C_2^2} \quad (3.2.10)$$

и представляют собой косинусы углов наклона соответствующих элементов оболочки к плоскости xOy .

Формулу для C_2 можно получить путем перестановки индексов 1 и 2.

Статические уравнения.

Уравнения равновесия элемента оболочки, подверженного действию напряжений $\bar{T}_1^*$ и $\bar{T}_2^*$ и нагрузки $\bar{q}^*$, в векторной форме можно записать так:

$$\frac{\partial \bar{T}_1^*}{\partial u_1} + \frac{\partial \bar{T}_2^*}{\partial u_2} + A_1^0 A_2^0 \sin \chi^0 \bar{q}^* = 0 \quad (3.2.11)$$

Разложим напряжения и нагрузку по трем единичным векторам $\bar{e}_1^0, \bar{e}_2^0, \bar{m}$. Ввиду того, что и напряжения и координаты направлены вдоль нитей, в этих разложениях некоторые члены обратятся в нули.

$$\bar{T}_1^* = H_1^* \bar{e}_1^0 + Q_1^* \bar{m}, \quad (3.2.12.)$$

$$\bar{T}_2^* = H_2^* \bar{e}_2^0 + Q_2^* \bar{m}, \quad (3.2.13.)$$

$$\bar{q}^* = q_1^* \bar{e}_1^0 + q_2^* \bar{e}_2^0 + q^* \bar{m} \quad (3.2.14.)$$

С учетом (3.2.12), (3.2.13), (3.2.14) уравнение (3.2.11) примет такой вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_1^*}{\partial u_1} \bar{e}_1^0 + H_1^* \bar{e}_{11}^0 + \frac{\partial Q_1^*}{\partial u_1} \bar{m} + \frac{\partial H_2^*}{\partial u_2} \bar{e}_2^0 + H_2^* \bar{e}_{22}^0 + \\ & + \frac{\partial Q_2^*}{\partial u_2} \bar{m} + (q_1^* \bar{e}_1^0 + q_2^* \bar{e}_2^0 + q^* \bar{m}) A_1^0 A_2^0 \sin \chi^0 = 0 \end{aligned} \quad (3.2.15)$$

аналогия с (3.2.15) последовательно на $\bar{e}_1^0, \bar{e}_2^0, \bar{m}$, полу-

чим:

$$\frac{\partial H_1^*}{\partial u_1} + \frac{\partial H_2^*}{\partial u_2} \cos \chi^0 + \frac{H_2^*}{A_1^0} \left[\frac{\partial}{\partial u_2} (A_1^0 \cos \chi^0) - \frac{\partial A_2^0}{\partial u_2} \right] +$$

$$+ (q_1^* + q_2^* \cos \chi^0) A_1^0 A_2^0 \sin \chi^0 = 0, \quad (3.2.16)$$

$$\frac{\partial H_2^*}{\partial u_2} + \frac{\partial H_1^*}{\partial u_1} \cos \chi^0 + \frac{H_1^*}{A_2^0} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} (A_2^0 \cos \chi^0) - \frac{\partial A_1^0}{\partial u_1} \right] +$$

$$+ (q_2^* + q_1^* \cos \chi^0) A_2^0 A_1^0 \sin \chi^0 = 0 \quad (3.2.17)$$

$$\frac{\partial Q_1^*}{\partial u_1} + \frac{\partial Q_2^*}{\partial u_2} + q^* A_1^0 A_2^0 \sin \chi^0 = 0 \quad (3.2.18)$$

В силу предположения 2 можно записать:

$$\bar{r}^* = \bar{r}^0 + (z + w) \bar{m},$$

откуда следует, что

$$\frac{\bar{r}_1^*}{A_1^0} = \bar{e}_1^0 + \frac{\partial(z+w)}{\partial u_1} \cdot \frac{\bar{m}}{A_1^0}, \quad (3.2.19)$$

$$\frac{\bar{r}_2^*}{A_2^0} = \bar{e}_2^0 + \frac{\partial(z+w)}{\partial u_2} \cdot \frac{\bar{m}}{A_2^0} \quad (3.2.20)$$

Сопоставляя (3.2.19) и (3.2.20) с (3.2.12) и (3.2.13) и учитывая,

что $\bar{T}_1^*$ действует по направлению $\bar{r}_1^*$, а $\bar{T}_2^*$ по направлению $\bar{r}_2^*$, заключаем.

$$Q_1^* = \frac{H_1^*}{A_1^0} \cdot \frac{\partial(z+w)}{\partial u_1}, \quad (3.2.21)$$

$$Q_2^* = \frac{H_2^*}{A_2^0} \cdot \frac{\partial(z+w)}{\partial u_2}. \quad (3.2.22)$$

После этого (3.2.18) можно переписать:

$$\frac{\partial}{\partial u_1} \left[\frac{H_1^*}{A_1^0} \frac{\partial(z+w)}{\partial u_1} \right] + \frac{\partial}{\partial u_2} \left[\frac{H_2^*}{A_2^0} \frac{\partial(z+w)}{\partial u_2} \right] + q^* A_1^0 A_2^0 \sin \chi = 0 \quad (3.2.23)$$

Физические уравнения:

Учитывая зависимости:

$$H_1 = T_1 C_1 \quad ; \quad H_2 = T_2 C_2 \quad (3.2.24)$$

и приближенные зависимости:

$$H_1^* = T_1^* C_1 \quad ; \quad H_2^* = T_2^* C_2 \quad (3.2.25)$$

физические уравнения (3.1.23) перепишем в таком виде:

$$\varepsilon_1 = \frac{H_1^* - H_1}{C_1 E_1 F_1} \quad ; \quad \varepsilon_2 = \frac{H_2^* - H_2}{C_2 E_2 F_2} \quad (3.2.26)$$

Сводка уравнений.

Производя такие же преобразования как и в § 3.1, приходим к следующей системе уравнений:

а. Гесметрические уравнения:

$$\frac{\varepsilon_1 A_1^0}{C_1^2} = \frac{\partial v_1}{\partial u_1} + P_1^0 v_2 - P_1^0 v_1 \cos \chi + \frac{1}{A_1^0} \frac{\partial w}{\partial u_1} \left(\frac{\partial z}{\partial u_1} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial u_1} \right) \quad (3.2.27)$$

$$\frac{\varepsilon_2 A_2^0}{C_2^2} = \frac{\partial v_2}{\partial u_2} + P_2^0 v_1 - P_2^0 v_2 \cos \chi + \frac{1}{A_2^0} \frac{\partial w}{\partial u_2} \left(\frac{\partial z}{\partial u_2} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial u_2} \right) \quad (3.2.28)$$

б. Статические уравнения:

$$\frac{\partial H_1^*}{\partial u_1} + P_1^0 H_1^* \cos \chi - P_2^0 H_2^* + A_1^0 A_2^0 q^* \sin \chi = 0 \quad (3.2.29)$$

$$\frac{\partial H_2^*}{\partial u_2} + P_2^0 H_2^* \cos \chi - P_1^0 H_1^* + A_2^0 A_1^0 q^* \sin \chi = 0 \quad (3.2.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_1} \left[\frac{H_1^*}{A_1^0} \frac{\partial(z+w)}{\partial u_1} \right] + \frac{\partial}{\partial u_2} \left[\frac{H_2^*}{A_2^0} \frac{\partial(z+w)}{\partial u_2} \right] + A_1^0 A_2^0 q^* \sin \chi = 0 \quad (3.2.31)$$

Физические уравнения:

$$\epsilon_1 = \frac{U_1^* - U_1}{C_1 E_1 F_1} \quad (3.2.32)$$

$$\epsilon_2 = \frac{U_2^* - U_2}{C_2 E_2 F_2} \quad (3.2.33).$$

По аналогии с § 3.1 в этих уравнениях сокращенно обозначено:

$$\frac{\frac{\partial A_1^0}{\partial U_2} - \frac{\partial}{\partial U_1} (A_2^0 \cos \chi)}{A_2^0 \sin^2 \chi} = \rho_1^0; \quad \frac{\frac{\partial A_2^0}{\partial U_1} - \frac{\partial}{\partial U_2} (A_1^0 \cos \chi)}{A_1^0 \sin^2 \chi} = \rho_2^0 \quad (3.2.34)$$

§ 3.3. Расчет тканевых оболочек на некоторые виды нагрузок.

В § 3.1 и § 3.2 получены системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающие поведение тканевых оболочек под нагрузкой. Решение таких систем весьма затруднительно. Дело особенно усугубляется тем, что линейная система, полученная путем отбрасывания нелинейных членов, в некоторых случаях вообще не имеет решения, а в некоторых случаях удовлетворяется при различных значениях искомых функций.

Попытаемся воспользоваться теми случаями, когда линейная система имеет решение. Для этого рассмотрим частный случай системы, соответствующий оболочке, очерченной по поверхности гиперболического параболоида (рис.3.3.1). Такой подход существенно упростит задачу и в то же время позволит выяснить качественную сторону вопроса.

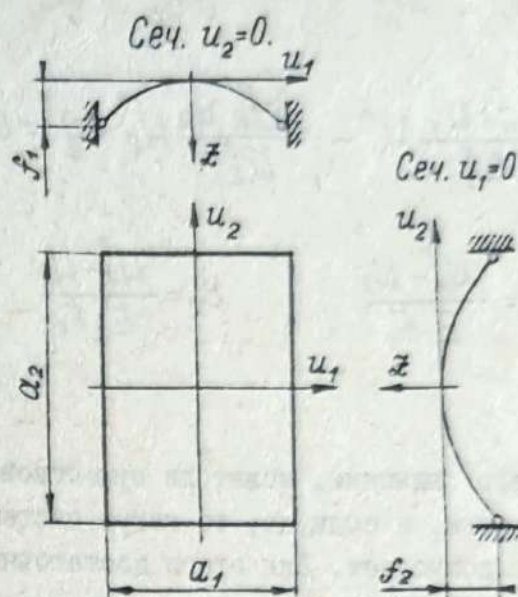


Рис. 3.3.1.

Итак, пусть поверхность рассматриваемой оболочки описывается уравнением:

$$z = \frac{4f_1 u_1^2}{a_1^2} - \frac{4f_2 u_2^2}{a_2^2} \quad (3.3.1)$$

Нити, образующие оболочку, пресекаются на горизонтальную плоскость в прямые линии.

В данном случае целесообразно воспользоваться системой уравнений (3.2.27) + (3.2.33).

Примем $A_1^0 = A_2^0 = 1$; $\cos \chi^0 = 0$. Тогда $\rho_1^0 = \rho_2^0 = 0$. Кроме этого для упрощения положим $C_1 = C_2 = 1$, что справедливо для полых оболочек.

При таких условиях линейная часть системы уравнений (3.2.27) + (3.2.33) примет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial v_1}{\partial u_1} + \frac{8f_1 u_1}{a_1^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial u_1} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v_2}{\partial u_2} - \frac{8f_2 u_2}{a_2^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial u_2} \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

$$\frac{\partial H_1^*}{\partial u_1} + q_1^* = 0, \quad \frac{\partial H_2^*}{\partial u_2} + q_2^* = 0; \quad (3.3.3)$$

$$\frac{\delta f_1 u_1}{a_1^2} H_1^* - \frac{\delta f_2 u_2}{a_2^2} H_2^* + q^* = 0; \quad (3.3.4)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{H_1^* - H_1}{E_1 F_1}; \quad \varepsilon_2 = \frac{H_2^* - H_2}{E_2 F_2} \quad (3.3.5)$$

Прежде всего выясним, может ли существовать такая форма оболочки без нагрузки, и если да, то какую систему предварительных напряжений она допускает. Для этого достаточно уравнений равновесия (3.3.3) и (3.3.4), в которых следует положить $q_1^* = q_2^* = q^* = 0$; $H_1^* = H_1$; $H_2^* = H_2$. Из (3.3.3.) вытекает:

$$H_1 = H_1(u_2); \quad H_2 = H_2(u_1);$$

а с учетом этого уравнение (3.3.4) может быть удовлетворено лишь при условии:

$$H_1 \frac{f_1}{a_1^2} = H_2 \frac{f_2}{a_2^2} = C, \quad (3.3.6)$$

откуда:

$$H_1 = \frac{C a_1^2}{f_1}; \quad H_2 = \frac{C a_2^2}{f_2}.$$

Таким образом, оболочка (3.3.1) может существовать и допускает предварительные напряжения, выражаемые формулами (3.3.6) с точностью до произвольного постоянного множителя C . При несоблюдении условий (3.3.6) форма ненагруженной оболочки будет отличаться от (3.3.1.).

Рассмотрим далее напряженное состояние оболочки, вызванное вертикальной нагрузкой q^* , если оболочка закреплена на контуре от каких либо перемещений:

$$\text{при } u_i = \pm \frac{a_i}{2} \quad v_i = 0; \quad w = 0; \quad (3.3.7)$$

при $u_2 = \pm \frac{a_2}{2} \quad v_2 = 0, \quad w = 0.$ (3.3.8)

Обозначим сокращенно: $U_1^* - U_1 = h_1, \quad U_2^* - U_2 = h_2.$
Тогда уравнения равновесия в случае предварительного напряжения оболочки в соответствии с (3.3.6) примут такой вид:

$$\frac{\partial h_1}{\partial u_1} = 0; \quad \frac{\partial h_2}{\partial u_2} = 0; \quad (3.3.9)$$

$$\frac{8f_1}{a_1^2} h_1 - \frac{8f_2}{a_2^2} h_2 + q^* = 0. \quad (3.3.10)$$

Геометрические и физические уравнения запишутся следующим образом:

$$\frac{h_1}{E_1 F_1} = \frac{\partial v_1}{\partial u_1} + \frac{8f_1 u_1}{a_1^2}; \quad \frac{h_2}{E_2 F_2} = \frac{\partial v_2}{\partial u_2} - \frac{8f_2 u_2}{a_2^2}; \quad (3.3.11)$$

Эти уравнения необходимо решить совместно с (3.3.9) и (3.3.10) при граничных условиях (3.3.7) и (3.3.8).

Учитывая (3.3.9), можно сделать вывод, что (3.3.10) не может быть удовлетворено при произвольной нагрузке. Нагрузка должна быть представима формулой:

$$q^* = \varphi_1(u_1) + \varphi_2(u_2), \quad (3.3.12)$$

где $\varphi_1(u_1)$ и $\varphi_2(u_2)$ — произвольные функции.

Именно такие нагрузки будут рассмотрены ниже.

Что касается уравнений (3.3.11), то интегрируя их с учетом граничных условий, получим:

$$h_1 = - \frac{8f_1 E_1 F_1}{a_1^3} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} w du_1; \quad (3.3.13)$$

$$h_2 = \frac{8f_2 E_2 F_2}{a_2^3} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} w du_2; \quad (3.3.14)$$

освободившись одновременно от U_1 и U_2 .

Подставляя (3.3.13) и (3.3.14) в (3.3.10) приходим к уравнению относительно w :

$$\frac{64 f_1^2 E_1 F_1}{a_1^5} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} w du_1 + \frac{64 f_2^2 E_2 F_2}{a_2^5} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} w du_2 - q^* = 0. \quad (3.3.15)$$

Если нагрузку q^* , удовлетворяющую условию (3.3.12) представить:

$$q^* = q_{cp} + q'(u_2) + q''(u_1), \quad (3.3.16)$$

то решение уравнения (3.3.15) можно разыскивать в виде:

$$w = \frac{q_{cp}}{G} + \frac{q'(u_2)}{G_1} + \frac{q''(u_1)}{G_2} \quad (3.3.17)$$

Здесь G, G_1, G_2 — неопределенные константы, а $q'(u_2)$ и $q''(u_1)$ удовлетворяют условиям:

$$\int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} q'(u_2) du_2 = 0; \quad \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} q''(u_1) du_1 = 0; \quad (3.3.18)$$

Предполагается также, что жесткости нитей каждого направления величин постоянные.

Подставляя (3.3.17) в (3.3.15), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{64 f_1^2 E_1 F_1}{a_1^5} \left[\frac{q_{cp}}{G} + \frac{q'(u_2)}{G_1} \right] + \frac{64 f_2^2 E_2 F_2}{a_2^5} \left[\frac{q_{cp}}{G} + \frac{q''(u_1)}{G_2} \right] - \\ & - q_{cp} - q'(u_2) - q''(u_1) = 0; \end{aligned} \quad (3.3.19)$$

Приравнивая в этом тождестве коэффициенты при одинаковых функциях, определим значения неопределенных констант:

$$G_1 = \frac{64 f_1^2 E_1 F_1}{a_1^4}; G_2 = \frac{64 f_2^2 E_2 F_2}{a_2^4}; G = G_1 + G_2 \quad (3.3.20)$$

После этого получим простые формулы для дополнительных натяжений h_1 и h_2 :

$$h_1 = - \frac{8 f_1 E_1 F_1}{a_1^2} \left[\frac{q \varphi}{G} + \frac{q'(u_2)}{G_1} \right] \quad (3.3.21)$$

$$h_2 = \frac{8 f_2 E_2 F_2}{a_2^2} \left[\frac{q \varphi}{G} + \frac{q''(u_1)}{G_2} \right] \quad (3.3.22)$$

Следует отметить, что решение (3.3.17) не является единственным. Уравнение (3.3.15) будет удовлетворено, если в него подставить решение $w + w_1$, где w_1 выбрано так, что:

$$\int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} w_1 du_1 = 0; \quad \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} w_1 du_2 = 0. \quad (3.3.23)$$

Однако, независимо от выбора w_1 , значения h_1 и h_2 останутся без изменения.

Перемещения w_1 свидетельствуют об изменяемости системы. Однако, если считать ткань нерастяжимой, эти перемещения будут иметь бесконечно малую величину, так как рассматриваемая система является мгновенно жесткой [47]. В реальных случаях w_1 конечны, но невелики.

Для оценки точности полученных результатов воспользуемся примером. Примем: $a_1 = 30$ м, $a_2 = 40$ м, $f_1 = f_2 = 4$ м. Материал оболочки — канаты с модулем упругости $E = 1580$ т/см². Погонные площади канатов: $F_1 = 0,4$ см²/м, $F_2 = 2,0$ см²/м. Предварительные натяжения $H_1 = 2,5$ т/м, $H_2 = 10,0$ т/м.

Произведем расчет такой конструкции на некоторую нагрузку, полученную обратным методом, исходя из заданных прогибов. Пусть

$$w = 0,05 \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \cdot \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \quad (3.3.24)$$

(размерность т,м).

Подставляя эти прогибы в нелинейную систему уравнений, получим значения дополнительных натяжений:

$$h_1 = 1,685 \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \left(1 + \frac{u_2^2 - 20^2}{80 \cdot 400} \right); \quad (3.3.25)$$

$$h_2 = -2,107 \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \left(1 - \frac{u_1^2 - 10^2}{80 \cdot 100} \right). \quad (3.3.26)$$

С погрешностью не более 1,25% эти формулы можно заменить приближенными:

$$h_1 = 1,685 \frac{u_2^2 - 20^2}{400}; \quad h_2 = -2,107 \frac{u_1^2 - 10^2}{100}; \quad (3.3.27)$$

Исходя из этих значений, получим соответствующую им нагрузку:

$$q^* = - \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \left(0,1373 + 0,0017 \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \right) - \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \left(0,0446 - 0,0005 \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \right). \quad (3.3.28)$$

Представим эту нагрузку в виде (3.3.16):

$$q_{\text{ср}} = 0,1206;$$

$$q'(u_2) = - \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \left(0,1373 + 0,0017 \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \right) - 0,0906;$$

$$q''(u_1) = - \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \left(0,0446 - 0,0005 \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \right) - 0,0300.$$

и вычислим h_1 и h_2 по формулам (3.3.21) и (3.3.22), учитывая, что $G_1 = 4,04$; $G_2 = 1,26$; $G = 5,30$:

$$h_1 = -0,016 + \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \left(1,716 + 0,021 \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \right);$$

$$h_2 = -0,064 - \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \left(2,230 - 0,025 \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \right);$$

Значения дополнительных напряжений, вычисленные по этим формулам при $u_1 = 0$; $u_2 = 0$:

$$h_1 = -1,711; \quad h_2 = 2,191,$$

отличаются от "точных" значений

$$h_1 = -1,685; \quad h_2 = 2,107$$

не более чем на 5%.

Для крайних нитей вместо нуля получаем:

$$h_1 = -0,016; \quad h_2 = -0,064;$$

т.е. величины близкие к нулю.

Такое совпадение можно считать вполне удовлетворительным.

В отношении прогибов получаются гораздо большие расхождения. Вместо (3.3.24) получаем:

$$\begin{aligned} w = & -0,02341 - \frac{u_2^2 - 20^2}{400} \left(0,03394 + 0,00042 \frac{u_2^2 - 20^2}{20^2} \right) - \\ & - \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \left(0,03528 - 0,00040 \frac{u_1^2 - 10^2}{100} \right). \end{aligned}$$

Поэтому прогибы по предлагаемому методу определять не рекомендуется.

При пользовании простыми формулами (3.3.21) и (3.3.22) возникает законный вопрос: не приводят ли незначительные отклонения нагрузки от (3.3.12) к большим изменениям натяжений.

Для выяснения этого вопроса воспользуемся также обратным методом.

Пусть рассмотренная выше оболочка получила прогибы

$$w = 0,05 \left(\frac{u_1^2 - 10^2}{10^2} \cdot \frac{u_2^2 - 20^2}{20^2} + \sin \frac{\pi u_1}{10} \sin \frac{\pi u_2}{20} \right) \quad (3.3.29)$$

Нетрудно заметить, что они отличаются от принятых ранее (3.3.24) на некоторую величину w_1 , удовлетворяющую условиям (3.3.23). Эти дополнительные прогибы достигают максимума при $u_1 = \pm 5$; $u_2 = \pm 10$.

Определим в этих точках значения дополнительных натяжений, исходя из нелинейной системы уравнений:

$$h_1 = -1,219; \quad h_2 = 1,636.$$

Натяжения, возникающие в тех же точках при перемещениях (3.3.24)

$$h_1 = -1,252; \quad h_2 = 1,595.$$

Таким образом, дополнительные прогибы w , в данном случае изменяют дополнительные натяжения на $2,5 \pm 3,0\%$, т.е. весьма незначительно.

Вычислим теперь, какому изменению нагрузки это соответствует. Воспользуемся нелинейной системой уравнений. При $u_1 = 5$;

$u_2 = 10$ получаем:

$$q^* = 0,1541.$$

Нагрузка в той же точке при перемещениях (2.3.24)

$$q^* = 0,1352.$$

Итак, изменение нагрузки на 14% в данном случае вызывает изменение дополнительных натяжений лишь на $2,5 \pm 3,0\%$. Из этого следует, что небольшие отклонения нагрузки от закона (3.3.12) мало влияют на напряженное состояние оболочки, хотя и вызывают значительные прогибы. Так в точке $u_1 = 5$; $u_2 = 10$ прогиб $w_1 = 0,050$ больше прогиба $w = 0,0375$.

§ 3.4. О поведении тканевых оболочек под нагрузкой.

На примере, рассмотренном в предыдущем параграфе, можно отметить особенности работы тканевых оболочек.

Прежде всего, о возможности их предварительного напряжения.

Вообще говоря, тканевая оболочка даже при полном ее закреплении на контуре является многократно геометрически изменяемой системой. Убедиться в этом можно, рассматривая сетку с конечным числом образующих ее нитей. Доказательством этому также служит тот факт, что три дифференциальные статические уравнения (рассматривается исходное состояние) содержат лишь две неизвестные функции. В общем случае такая система имеет лишь тривиальное решение, т.е. в общем случае оболочка не может быть напряжена без нагрузки.

Однако существуют такие соотношения между коэффициентами этих уравнений, когда система имеет решения, отличные от нулевого. Соответствующие этим соотношениям формы оболочек и применяются для

вантовых покрытий. Эти формы оболочек допускают предварительное напряжение, обуславливающее их "жесткость".

Пример такой оболочки был рассмотрен в § 3.3. В данном случае одно из дифференциальных уравнений равновесия (3.3.4) вырождается в алгебраическое, определяющее U_1 через U_2 т.е., получилась фактически система двух уравнений в частных производных с одной неизвестной функцией. Такая система [62] в отдельных случаях может иметь нетривиальное решение, содержащее одну произвольную постоянную. Выражения (3.3.6) и являются таким решением. Они определяют закон предварительного напряжения, которое для данной формы оболочки можно пропорционально увеличивать или уменьшать.

Изменяемые конструкции при такого рода исключительных соотношениях размеров названы И.М. Рабиновичем мгновенно-жесткими [47]. Видимо, можно утверждать, что тканевая оболочка, закрепленная на контуре и допускающая предварительное напряжение, однозначное на всей поверхности (т.е. она может быть всюду предварительно растянута), является мгновенно жесткой.

В § 3.3. было также показано, что существует достаточно широкий класс нагрузок (3.3.12), на которые оболочка может рассчитываться по линейной теории. Это нагрузки, для которых линия давления (растяжения) совпадает с формой отдельной нити или семейства нитей. При прочих нагрузках линейные уравнения не имеют решения.

Класс нагрузок, допускающий линейное решение задачи, существенно зависит от граничных условий. Наиболее широким он будет в том случае, если крайние закрепления допускают существование на контуре произвольных напряжений, т.е. когда имеет место геометрическая постановка граничных условий. Такими являются условия (3.3.7) и (3.3.8).

Рассмотрим другой случай граничных условий:

$$\text{при } U_1 = -\frac{a_1}{2} \quad U_1 = 0; \quad W = 0;$$

$$\text{при } U_1 = +\frac{a_1}{2} \quad U_1 = 0; \quad W = 0;$$

$$\text{при } U_2 = -\frac{a_2}{2} \quad U_2 = 0; \quad W = 0;$$

$$\text{при } U_2 = +\frac{a_2}{2} \quad H_2^* = R_2 \quad W = 0.$$

В этом случае H_2^* не сможет выражаться произвольной функцией от U_1 , а в соответствии с граничным условием будет равно постоянной величине R_2 . При этом класс нагрузок, допускающий линейное решение задачи, станет уже:

$$q^* = \varphi_2(u_2).$$

Если же:

$$\text{при } U_1 = -\frac{Q_1}{2} \quad v_1 = 0; \quad w = 0;$$

$$\text{при } U_1 = +\frac{Q_1}{2} \quad H_1^* = R_1; \quad w = 0;$$

$$\text{при } U_2 = -\frac{Q_2}{2} \quad v_2 = 0; \quad w = 0$$

$$\text{при } U_2 = +\frac{Q_2}{2} \quad H_2^* = R_2; \quad w = 0.$$

то в выражении нагрузки пропадает последний произвол, из чего следует, что в этом случае никакая нагрузка не может рассматриваться без учета нелинейных членов уравнений.

Понятие: расчет тканевой оболочки по линейной теории является весьма относительным. В результате расчета могут быть найдены только напряжения в ткани. Перемещения, как было показано в предыдущем параграфе, не определяются однозначно из линейных уравнений. В величинах перемещений остается много произволов, так как в линейной постановке тканевая оболочка является изменяемой. "Кинематическая" часть перемещений при небольших отклонениях нагрузки от рассматриваемого класса преобладает над упругой, поэтому рассматривая лишь линейные уравнения трудно иметь представление о действительных величинах перемещений.

Однако, "кинематические" перемещения не могут быть сколь угодно большими. Для мгновенно жестких оболочек с нерастяжимой тканью они были бы лишь бесконечно малыми. В действительности же они имеют некоторую конечную величину. Рост перемещений прекращается, когда новая деформированная форма оболочки будет соответствовать действующим на нее нагрузкам.

Наличие конечных "кинематических" перемещений помогает работе конструкции. Ведь если бы ткань была бесконечно жесткой, то отсутствия конечных кинематических перемещений вызвало бы бесконечные напряжения. В реальных случаях, как было показано на примере, восприятия неблагоприятных нагрузок происходит в основном за счет изменения формы оболочки без заметного увеличения напряжений.

§ 3.5. Расчет тканевых оболочек по методу сил.

Тот факт, что общее решение уравнений равновесия содержит одну произвольную постоянную, говорит об однократной статической неопределенности тканевой оболочки. Воспользуемся для раскрытия этой статической неопределенности методом сил, в отличие от искусственного приема, примененного в § 3.3.

Известно, что основное неизвестное метода сил определяется из уравнения:

$$\delta_{(u)} x + \delta_{(p)} = 0, \quad (3.5.1)$$

а перемещения, являющиеся коэффициентами этого уравнения, вычисляются по формуле Мора. Для случая тканевой оболочки, материал которой сопротивляется лишь растяжению, формула Мора принимает следующий вид:

$$\delta_{(ik)} = \iint \frac{t_1(i) t_1(k)}{E_1 F_1} A_1 du_1 du_2 + \iint \frac{t_2(i) t_2(k)}{E_2 F_2} A_2 du_2 du_1, \quad (3.5.2)$$

Здесь: $t_1(i)$; $t_2(i)$ - напряжения в состоянии (i);

$t_1(k)$; $t_2(k)$ - напряжения в состоянии (k).

Интегрирование распространяется на всю поверхность оболочки.

Если требуется определить перемещение от температуры, следует пользоваться формулой:

$$\delta_{(ik)} = \iint t_1(i) \alpha \Delta t(k) A_1 du_1 du_2 + \iint t_2(i) \alpha \Delta t(k) A_2 du_2 du_1, \quad (3.5.3)$$

Здесь α - температурный коэффициент линейного расширения,
 $\Delta t(k)$ - расчетное изменение температуры.

При использовании результатов § 3.2 более удобно применять преобразованные формулы:

$$\delta_{(ik)} = \iint \frac{h_1(i)h_1(k)}{C_1^3 E_1 F_1} A_1^\circ du_1 du_2 + \iint \frac{h_2(i)h_2(k)}{C_2^3 E_2 F_2} A_2^\circ du_2 du_1, \quad (3.5.4)$$

$$\delta_{(ik)} = \iint \frac{h_1(i)\alpha \Delta t(k)}{C_1^2} A_1^\circ du_1 du_2 + \iint \frac{h_2(i)\alpha \Delta t(k)}{C_2^2} A_2^\circ du_2 du_1, \quad (3.5.5)$$

$h_1(i); h_2(i)$ - натяжения в состоянии (i)

$h_1(k); h_2(k)$ - натяжения в состоянии (k)

Интегрирование распространяется на всю площадь плана оболочки.

При получении (3.5.4) и (3.5.5) из (3.5.2) и (3.5.3) учитывалось, что:

$$A_1^\circ = A_1 C_1; \quad A_2^\circ = A_2 C_2; \quad h_1 = t_1 C_1; \quad h_2 = t_2 C_2.$$

Проиллюстрируем применение метода сил на примере, рассмотренном в § 3.3. Пусть эту же оболочку следует рассчитать на нагрузку $0,2 \text{ т/м}^2$, находящуюся на половине пролета $u_2 > 0$ (рис. 3.5.1).

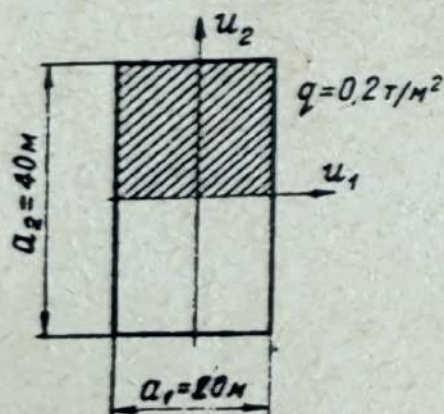


Рис. 3.5.1.

Обычно расчет по методу сил начинают с выбора основной системы. Однако, зная, какая именно основная система применяется, вовсе необязательно. Важно знать ее самонапряженное состояние (по числу неизвестных) и распределение напряжений под нагрузкой.

В данном случае система испытывает одно самонапряженное состояние, выражаемое формулами (3.3.6). Произвольный коэффициент C

и примем в качестве основного неизвестного. Тогда натяжения от

единичного значения неизвестного будут следующими (размерность м, т):

$$h_{1(1)} = \frac{a_1^2}{f_1} = \frac{20^2}{4} = 100;$$

$$h_{2(1)} = \frac{a_2^2}{f_2} = \frac{40^2}{4} = 400.$$

Напряженное состояние оболочки под нагрузкой, удовлетворяющее лишь условиям равновесия (3.3.9) и (3.3.10), можно принять таким:

$$h_{2(p)} = 0; \quad h_{1(p)} = -\frac{a_1^2 q^*}{8f_1}; \quad h_{1(p)} = -\frac{20^2 \cdot 0,2}{8 \cdot 4} = -2,5$$

при $u_2 < 0 \quad q^* = 0, \quad h_{1p} = 0$ при $u_2 > 0 \quad q^* = 0,2$.

Таким образом, получены все данные для определения коэффициентов уравнения (3.5.1). Воспользуемся формулой (3.5.4), вспомнив, что в § 3.3. было принято $A_1^0 = A_2^0 = C_1 = C_2 = 1$

$$\delta_{(11)} = \int_{-10}^{10} \int_{-20}^{20} \frac{100 \cdot 100}{1580 \cdot 0,4} du_1 du_2 + \int_{-20}^{20} \int_{-10}^{10} \frac{400 \cdot 400}{1580 \cdot 20} du_1 du_2 = 53165;$$

$$\delta_{(1p)} = - \int_{-10}^{10} \int_{-20}^{20} \frac{100 \cdot 2,5}{1580 \cdot 0,4} du_1 du_2 = -158,23.$$

После этого можно определить

$$C = x = - \frac{\delta_{(1p)}}{\delta_{(11)}} = \frac{158,23}{53165} = 2,976 \cdot 10^{-3}$$

Действительное напряженное состояние оболочки теперь, как известно, можно найти по формулам:

$$H_1^* = H_1 + h_1(p) + h_1(q)x; \quad (3.5.6)$$

$$H_2^* = H_2 + h_2(p) + h_2(q)x; \quad (3.5.7)$$

H_1^* равнозначно при $u_2 > 0$ и $u_2 < 0$.

при $u_2 < 0$. $H_1^* = 2,500 + 0 + 100 \cdot 2,976 \cdot 10^{-3} = 2,798$;

при $u_2 > 0$ $H_1^* = 2,500 - 2,500 + 100 \cdot 2,976 \cdot 10^{-3} = 0,298$;

$$H_2^* = 10,000 + 400 \cdot 2,976 \cdot 10^{-3} = 11,190.$$

Таким образом, тканевая оболочка, являющаяся в линейной постановке один раз статически неопределимой системой, на некоторые виды нагрузок рассчитывается совершенно элементарно.

§ 3.6. Тканевые оболочки, очерченные по поверхности переноса и поверхности вращения.

В предыдущем параграфе было показано, как применять метод сил к расчету тканевых оболочек. Если известно самонапряженное состояние оболочки (общее решение однородной системы уравнений равновесия) и напряжения в некоторой основной системе от нагрузки (частное решение неоднородной системы), то дальнейший расчет представляет лишь

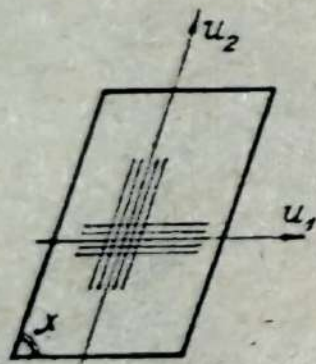


Рис. 3.6.1.

вычислительную трудность. Поэтому здесь ограничимся определением самонапряженного состояния оболочки, класса нагрузок, на которые она может быть рассчитана по линейной теории при геометрической постановке граничных условий, и напряжений в основной системе, вызываемых этими нагрузками.

Рассмотрим оболочки, очерченные по поверхности переноса, определяемой уравнением:

$$Z = Z_1(u_1) + Z_2(u_2) \quad (3.6.1)$$

Пусть нити проектируются на горизонтальную плоскость так, что $A_1^0 = \text{const}$, $A_2^0 = \text{const}$, $\chi^0 = \text{const}$. (рис.3.6.1) и горизонтальная нагрузка отсутствует.

Для решения поставленной задачи достаточно статических уравнений (3.2.29), (3.2.30) и (3.2.31), которые в данном случае (после исключения преднатяжения) принимают вид:

$$\frac{\partial h_1}{\partial u_1} = 0; \quad (3.6.2)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial u_2} = 0; \quad (3.6.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_1} \left[\frac{h_1}{A_1^0} z_1'(u_1) \right] + \frac{\partial}{\partial u_2} \left[\frac{h_2}{A_2^0} z_2'(u_2) \right] + A_1^0 A_2^0 q^* \sin \chi = 0. \quad (3.6.4)$$

Определим решение однородной системы уравнений. Решение уравнений (3.6.2) и (3.6.3) найти нетрудно.

$$h_1 = f_2(u_2); \quad h_2 = f_1(u_1). \quad (3.6.5)$$

Здесь $f_1(u_1)$ и $f_2(u_2)$ - произвольные функции.

Подставляя (3.6.5) в (3.6.4), можно сделать вывод, что последнее удовлетворяется для случая $q^* = 0$ лишь при

$$h_{1(1)} = k A_1^0 z_2''(u_2); \quad h_{2(1)} = -k A_2^0 z_1''(u_1) \quad (3.6.6)$$

где k - произвольная постоянная.

Из этого следует, что любая поверхность переноса вида (3.6.1) допускает предварительное напряжение. Ее самонапряженное состояние выражается формулами (3.6.6).

Подставляя (3.6.5) в неоднородное уравнение (3.6.4), получаем класс нагрузок, при которых система имеет решение:

$$q^* = \varphi_1(u_1) z_2''(u_2) + \varphi_2(u_2) z_1''(u_1) \quad (3.6.7)$$

$\varphi_1(u_1)$ и $\varphi_2(u_2)$ — произвольные функции.

Для того, чтобы задачу расчета тканевой оболочки, имеющей форму поверхности переноса, можно было считать решенной, необходимо определить натяжения от нагрузки (3.6.7) в какой либо основной системе, т.е. найти частное решение неоднородной системы уравнений. Путем подстановки в уравнения, можно убедиться, что таким решением будет:

$$h_1(p) = -\varphi_2(u_2) A_1^{\circ 2} A_2^{\circ} \sin \chi; \quad h_2(p) = -\varphi_1(u_1) A_2^{\circ 2} A_1^{\circ} \sin \chi; \quad (3.6.8)$$

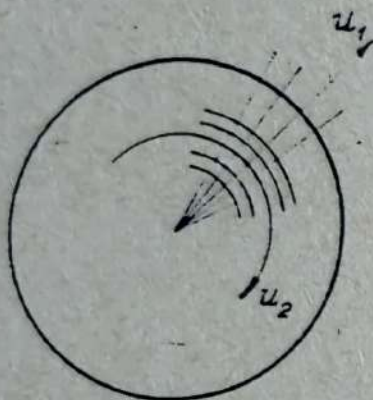


Рис. 3.6.2

Далее, исходя из формул (3.6.6) и (3.6.8), определяются $\delta(u)$ и $\delta(p)$, а из уравнения метода сил — произвольная постоянная k . Окончательные натяжения можно получить суммируя предварительное напряжение с усилиями в основной системе от нагрузки и от основного неизвестного.

Рассмотрим теперь тканевые оболочки, имеющие форму поверхности вращения:

$$z = z(u_1) \quad (3.6.9)$$

Нити первого семейства образуют меридианы, нити второго — параллели (рис. 3.6.2).

Примем $A_1^{\circ} = \text{const}$, $A_2^{\circ} = \vartheta u_1$, $\cos \chi = 0$. Тогда линейная часть статических уравнений в случае отсутствия горизонтальной нагрузки примет вид:

$$\frac{\partial h_1}{\partial u_1} - \frac{\vartheta h_2}{A_1^{\circ}} = 0; \quad (3.6.10)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial u_2} = 0. \quad (3.6.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_1} \left[\frac{h_1}{A_1^{\circ}} z'(u_1) \right] + A_1^{\circ} \vartheta u_1 q^* = 0. \quad (3.6.12)$$

Как и в предыдущем случае, начнем с решения первых двух уравнений (3.6.10) и (3.6.11).

Их общее решение:

$$h_1 = f_1(u_1) + f_2(u_2); \quad h_2 = \frac{A_1^0}{\delta} f_1'(u_1) \quad (3.6.12)$$

выражается через две произвольные функции $f_1(u_1)$ и $f_2(u_2)$.

Уравнение (3.6.12) предъявляет к (3.6.13) свои требования, в результате чего общее решение однородной системы уравнений (3.6.10), (3.6.11) и (3.6.12) зависит лишь от одной произвольной постоянной k :

$$h_{1(1)} = k e^{-\int_0^{u_1} \frac{z''(u_1)}{z'(u_1)} du_1}; \quad (3.6.14)$$

$$h_{2(1)} = -k \frac{A_1^0}{\delta} \frac{z''(u_1)}{z'(u_1)} e^{-\int_0^{u_1} \frac{z''(u_1)}{z'(u_1)} du_1}, \quad (3.6.15)$$

то есть, тканевая оболочка, имеющая форму поверхности вращения, допускает предварительное напряжение.

Класс нагрузок, соответствующий рассматриваемой форме оболочки, можно получить, подставляя (3.6.13) в неоднородное уравнение (3.6.12):

$$q^* = \varphi_1(u_1) + \varphi_2(u_2) \frac{z''(u_1)}{u_1} \quad (3.6.16)$$

Здесь $\varphi_1(u_1)$ и $\varphi_2(u_2)$ — произвольные функции.

Первый член формулы (3.6.16) говорит о том, что оболочка вращения может нести произвольную осесимметричную нагрузку.

Частное решение неоднородной системы уравнений может быть представлено формулами:

$$h_{1(p)} = -A_1^{02} \delta \left[\frac{\int_0^{u_1} \varphi_1(u_1) u_1 du_1}{z'(u_1)} + \varphi_2(u_2) \right], \quad (3.6.17)$$

$$h_{2(p)} = \frac{A_1^{03}}{z'(u_1)} \left[\frac{z''(u_1) \int \varphi_1(u_1) u_1 du_1}{z'(u_1)} - \varphi_1(u_1) u_1 \right] \quad (3.6.18)$$

Далее расчет ведется по обычной схеме метода сил.

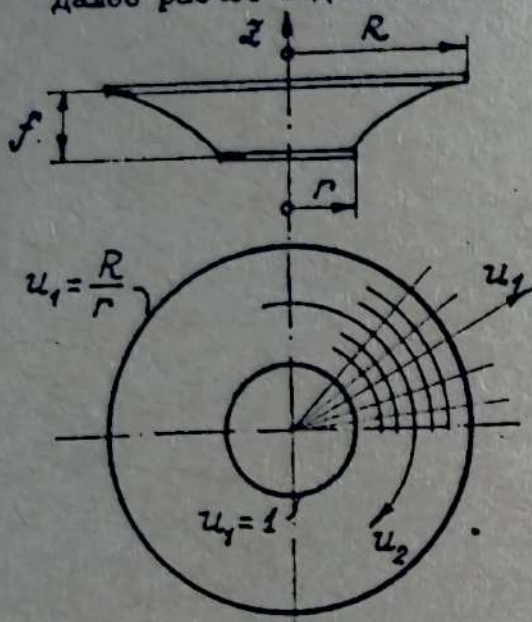


Рис. 3.6.3

В качестве примера рассмотрим поверхность вращения с образующей в виде логарифмической кривой (рис. 3.6.3)

$$z = \frac{f}{\ln \frac{R}{z}} \cdot \ln u \quad (3.6.19)$$

Примем: $A_1^0 = z$; $\nu = 2$.

При этом значения координат будут меняться в следующих пределах:

$$1 \leq u_1 \leq \frac{R}{z}; \quad 0 \leq u_2 \leq 2\pi$$

Пусть оболочка жестко закреплена на внешнем и внутреннем контуре. Требуется определить дополнительные натяжения, возникающие под равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q^*

В качестве основного неизвестного примем k , фигурирующее в формулах (3.6.14) и (3.6.15). При этом натяжения в основной системе от единичного значения неизвестного будут:

$$h_{1(1)} = u_1; \quad h_{2(1)} = 1 \quad (3.6.20)$$

Натяжения от нагрузки будут иметь следующие значения:

$$h_{1(p)} = B q u_1^3; \quad h_{2(p)} = 3 B q u_1^2; \quad (3.6.21)$$

здесь

$$B = \frac{z^3}{2f} \ln \frac{R}{z}$$

Воспользовавшись формулой (3.5.4) определим коэффициенты уравнения метода сил:

$$\delta_{(11)} = 2\pi z \left[\frac{1}{2E_2F_2} \left(\frac{R^2}{z^2} - 1 \right) + \frac{1}{3E_1F_1} \left(\frac{R^3}{z^3} - 1 \right) \right]; \quad (3.6.22)$$

$$\delta_{(1p)} = 2\pi z Bq \left[\frac{1}{4E_2F_2} \left(\frac{R^4}{z^4} - 1 \right) + \frac{1}{5E_1F_1} \left(\frac{R^5}{z^5} - 1 \right) \right]. \quad (3.6.23)$$

После этого определим неизвестное по формуле:

$$k = - \frac{\delta_{(1p)}}{\delta_{(11)}}$$

и получим искомые усилия:

$$h_1 = Bqu_1^3 + ku_1; \quad (3.6.24)$$

$$h_2 = 3Bqu_1^2 + k. \quad (3.6.25)$$

Таким образом, для некоторых видов поверхностей в настоящем параграфе получены классы нагрузок (3.6.7) и (3.6.16), при которых возможно линейное решение задачи в случае геометрической постановки граничных условий; напряженные состояния некоторой основной системы под воздействием этих классов нагрузок (3.6.8), (3.6.17), (3.6.18) и самонапряженные состояния оболочек (3.6.6), (3.6.14), (3.6.15). Это полностью решает задачу об определении напряженного состояния рассматриваемых видов оболочек под воздействием нагрузок (3.6.7) и (3.6.16).

§ 3.7. Расчет тканевых оболочек с учетом податливости опорного контура.

Метод сил в применении к тканевым оболочкам особенно ценен тем, что он позволяет учесть влияние опорных конструкций, податливости которых бывает значительно больше, чем податливость самого материала оболочки. Для этого при определении перемещений по формуле Мора необходимо распространить интегрирование на опорные конструкции. Таким образом удастся учесть граничные условия, которые зачастую трудно даже сформулировать.

Тканевые оболочки висячих покрытий, как правило, закрепляются на опорном контуре, опирающемся на вертикальные опоры и работающем на сжатие с изгибом лишь в горизонтальной плоскости. Форма контура определяется размерами перекрываемого помещения и соображениями о сведении к минимуму изгибающих моментов.

Расчет тканевых оболочек с учетом податливости опорного контура проиллюстрируем примерами, получив одновременно представление о влиянии жесткости опорного контура и тканевой оболочки на усилия в контуре и ткани.

Пример 1. Ромбовидное в плане помещение с диагоналями 60 м и 45 м перекрыто густой сеткой тросов, закрепленной на контуре, опирающемся на вертикальные стойки (рис. 3.7.1). Контур неразрезной. Точки $U_1 = \pm 30$ опираются на фундаменты и передают на них распор.

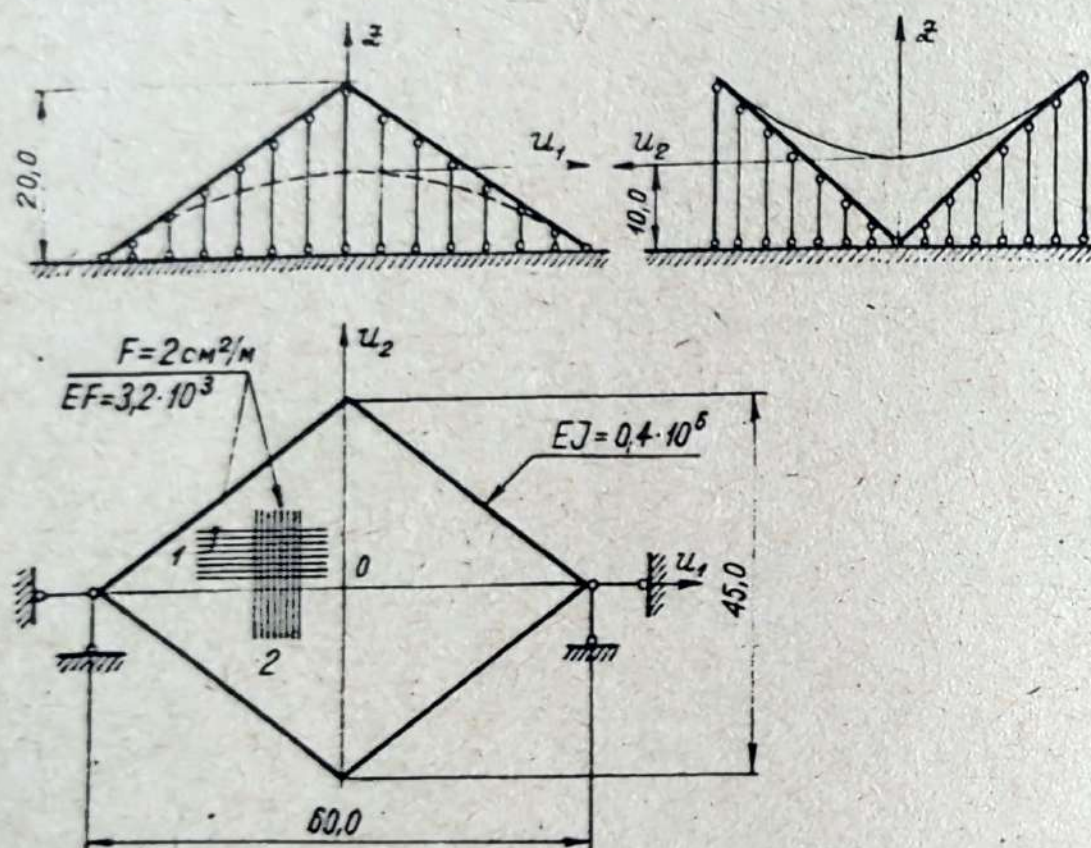


Рис. 3.7.1.

Требуется определить усилия в материале оболочки и изгибающие моменты в опорном контуре от предварительного напряжения ($H_1 = 8 \text{ т/м}$), а также в следующих нагрузочных состояниях (рис. 3.7.2):

Нагрузочное состояние № 1. При $u_1 < 0$ $q = 0$; при $u_1 > 0$ $q = -0,2 \text{ т/м}^2$.

Нагрузочное состояние № 2. При $u_2 < 0$ $q = 0$ при $u_2 > 0$ $q = -0,2 \text{ т/м}^2$

Нагрузочное состояние № 3. Равномерная нагрузка $q = -0,2 \text{ т/м}^2$

Уравнение поверхности тканевой оболочки:

$$z = \frac{8u_2^2}{9.45} - \frac{u_1^2}{90} \quad (3.7.1)$$

$$A_1^0 = A_2^0 = \sin \chi^0 = 1.$$

Упругие характеристики оболочки и контура показаны на рис. 3.7.1.

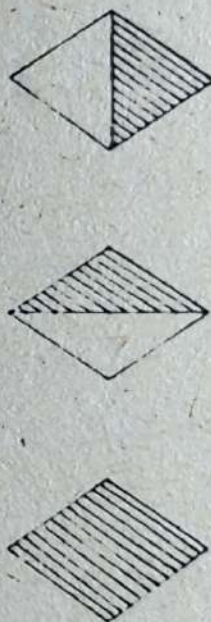


Рис. 3.7.2

Будем рассматривать тканевую оболочку и контур в комплексе. Ввиду того, что часто расположение стойки позволяет контуру деформироваться только в горизонтальной плоскости, его можно рассматривать как плоский. Степень статической неопределимости контура равна четырем. Тканевая оболочка увеличивает степень статической неопределимости системы еще на единицу. В результате получается пять раз статически неопределимая система.

Рассчитаем ее по методу сил. Для этого необходимо изучить пять ее самоуравновешенных состояний (рис. 3.7.3) (размерность т, м) четыре из них относятся к опорному контуру а пятое захватывает также и оболочку.

Рассмотрим его несколько подробнее.

Оболочка сферична по поверхности переноса, поэтому воспользуемся результатами § 3.6. Самоуправляемое состояние такой оболочки выражается формулами (3.6.6), которые в данном случае приобретают вид:

$$h_{1(1)} = k \frac{16}{9.45}; \quad h_{2(1)} = k \frac{1}{45}.$$

Подставив эти значения, можно определить предварительное напряжение в оболочке, исходя из $H_1 = 8 \text{ м/м}$.

При этом $k = \frac{8 \cdot 9 \cdot 45}{16}$ и $H_2 = \frac{8 \cdot 9}{16} = 4,50 \text{ м/м}.$

Это напряженное состояние оболочки и примем в качестве единичного. В опорном контуре оно вызовет изгибающие моменты, эпюра которых приведена на рис. 3.7.3.

Изучив самоуправляемые состояния можно определить коэффициенты канонической системы уравнений метода сил. Поскольку опорный контур является изгибаемым, при определении перемещений будем учитывать лишь изгибающие моменты. Интегрируя эпюры на опорном контуре, получим следующие значения коэффициентов канонической системы уравнений (размерность т,м):

$$\delta_{11} = 25,31; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = 0; \quad \delta_{13} = \delta_{31} = 16,88; \quad \delta_{14} = \delta_{41} = 0; \quad \delta_{15} = \delta_{51} = 56,95;$$

$$\delta_{22} = 25,31; \quad \delta_{23} = \delta_{32} = \delta_{24} = \delta_{42} = \delta_{25} = \delta_{52} = 0;$$

$$\delta_{33} = 15,00; \quad \delta_{34} = \delta_{43} = 0; \quad \delta_{35} = \delta_{53} = 50,63;$$

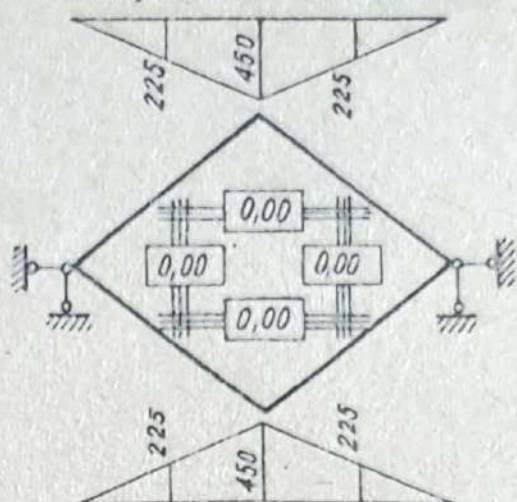
$$\delta_{44} = 25,31; \quad \delta_{45} = \delta_{54} = 0;$$

δ_{55} можно представить в виде суммы двух слагаемых. Первое из них зависит от податливости контура и равно 205,03. Второе — обусловлено податливостью оболочки и может быть получено по формуле (3.5.4). В эту формулу кроме известных величин входят C_1 и C_2 . Вычислим их из зависимостей (3.2.9) и (3.2.10)

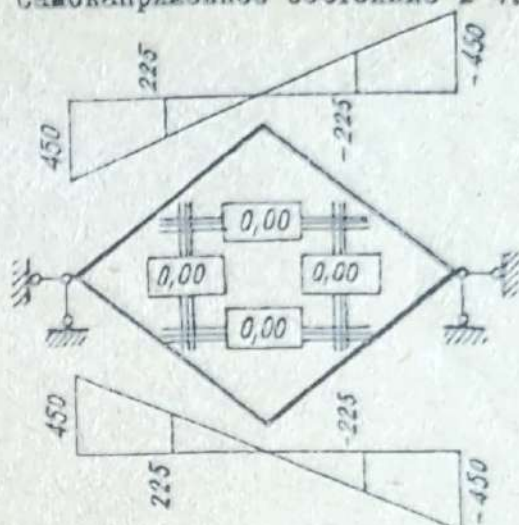
$$C_1 = \frac{A_1^0}{\sqrt{A_1^{c2} + \left(\frac{\partial z}{\partial u_1}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{u_1^2}{45^2}}};$$

$$C_2 = \frac{A_2^0}{\sqrt{A_2^{c2} + \left(\frac{\partial z}{\partial u_2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{16 u_2}{9 \cdot 45}\right)^2}};$$

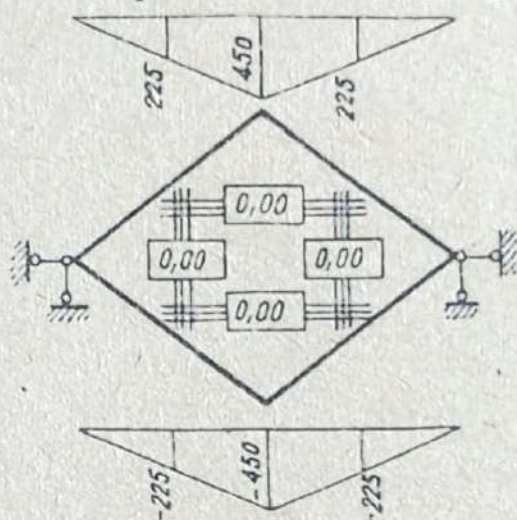
Самонапряженное состояние № 1.



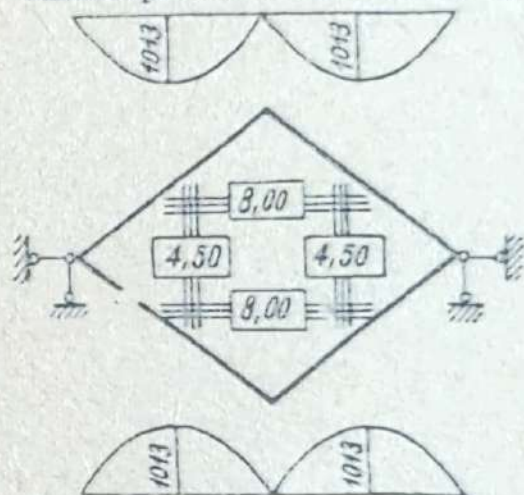
Самонапряженное состояние № 4.



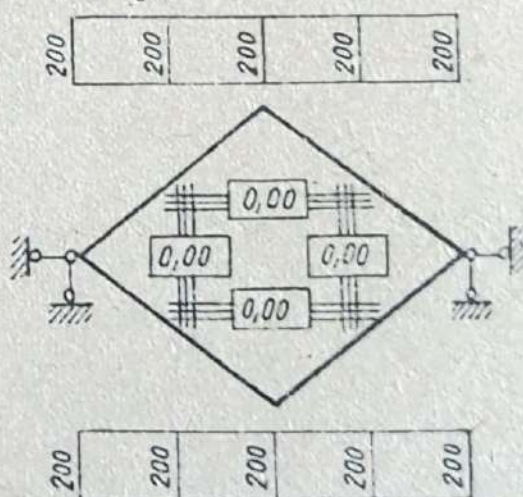
Самонапряженное состояние № 2.



Самонапряженное состояние № 5.



Самонапряженное состояние № 3.



Нагрузочное состояние №1.

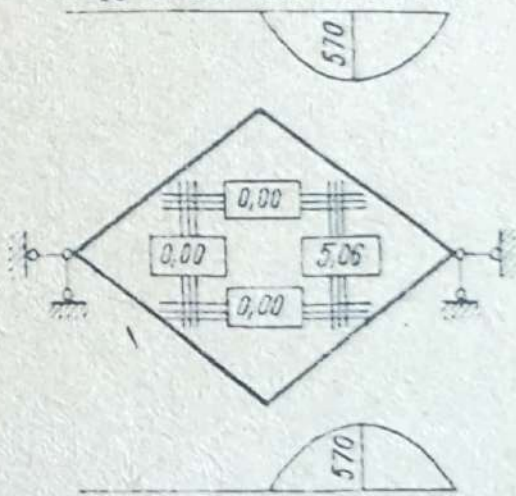


Рис. 3.7.3.

После этого воспользуемся формулой (3.5.4) (учитывая симметрию):

$$\delta_{(55)} = 4 \int_{u_1=0}^{u_1=30} \int_{u_2=0}^{u_2=22,5 - \frac{3}{4}u_1} \left(1 + \frac{u_1^2}{45^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{8 \cdot 8}{3,2 \cdot 10^3} du_1 du_2 +$$

$$+ 4 \int_{u_1=0}^{u_1=30} \int_{u_2=0}^{u_2=22,5 - \frac{3}{4}u_1} \left(1 + \frac{16^2 u_2^2}{92 \cdot 45^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{4,5 \cdot 4,5}{3,2 \cdot 10^3} du_1 du_2 = 40,73.$$

Таким образом, перемещение от контура в несколько раз превосходит перемещение от оболочки. Суммарное перемещение будет

$$\delta_{55} = 205,03 + 40,73 = 245,76.$$

Интересно выяснить, какая ошибка допускается, если положить $C_1 = C_2 = 1$, как это было сделано в § 3.3 и § 3.5. При этом формула (3.5.4) упрощается:

$$\delta_{(55)} = 4 \frac{8 \cdot 8}{3,2 \cdot 10^3} \int_{u_1=0}^{u_1=30} \int_{u_2=0}^{u_2=22,5 - \frac{3}{4}u_1} du_1 du_2 + 4 \frac{4,5 \cdot 4,5}{3,2 \cdot 10^3} \int_{u_1=0}^{u_1=30} \int_{u_2=0}^{u_2=22,5 - \frac{3}{4}u_1} du_1 du_2 = 35,50.$$

Ошибка в перемещении от оболочки составляет 15%, а в общем перемещении - 2%.

Для определения грузовых перемещений необходимо знать напряженное состояние какой-либо основной системы под нагрузкой. Воспользуемся для этого результатами § 3.6. Рассматриваемые нагрузки соответствуют формуле (3.6.7). Произвольные функции $\varphi_1(u_1)$ и $\varphi_2(u_2)$ принимают следующие значения:

Нагрузочное состояние № 1. $\varphi_2(u_2) = 0$;

$$\varphi_1(u_1) = 0 \text{ при } u_1 < 0; \quad \varphi_1(u_1) = -\frac{0,2 \cdot 9 \cdot 45}{16} = -5,06 \text{ при } u_1 > 0.$$

Нагрузочное состояние № 2. $\varphi_1(u_1) = 0$

$$\varphi_2(u_2) = 0 \text{ при } u_2 < 0, \quad \varphi_2(u_2) = 0,2 \cdot 45 = 9 \text{ при } u_2 > 0.$$

Нагрузочное состояние № 3 $\varphi_2(u_2)=0$; $\varphi_1(u_1)=-\frac{92,9 \cdot 45}{16}=-5,06$

По формулам (3.6.8) определяем натяжения в материале оболочки:

$$h_1(\rho)=-\varphi_2(u_2); \quad h_2(\rho)=-\varphi_1(u_1).$$

Эти натяжения вызывают изгибающие моменты в опорном контуре. Эпюры изгибающих моментов в контуре и натяжения в материале оболочки показаны на рис. 3.7.3 и 3.7.4. Пользуясь ими можно найти

Нагрузочное состояние № 2.

Нагрузочное состояние № 3.

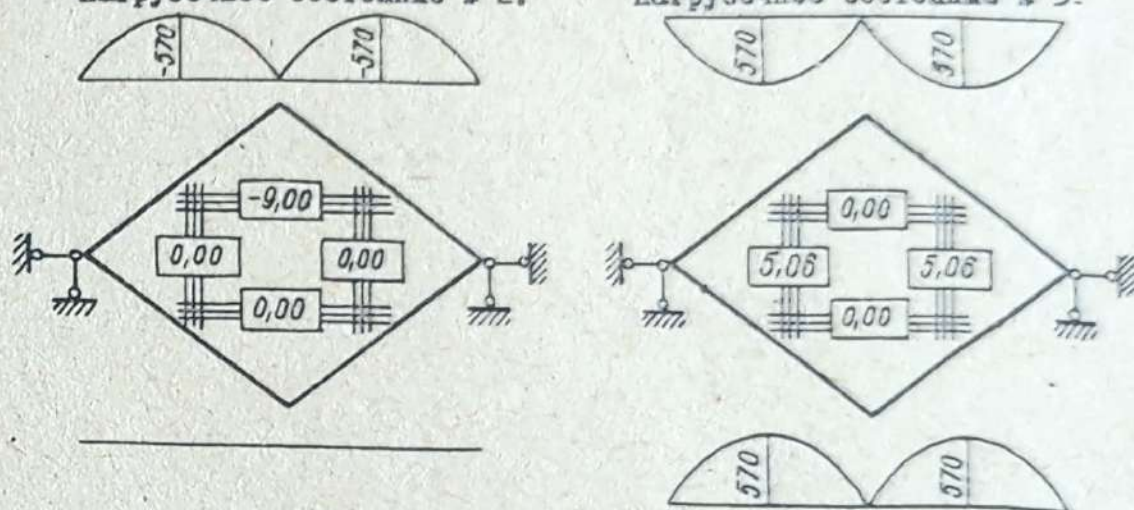


Рис. 3.7.4.

грузовые перемещения:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= 16,03; \quad \Delta_{21} = 0; \quad \Delta_{31} = 14,25; \quad \Delta_{41} = -16,03; \quad \Delta_{51} = 63,57; \\ \Delta_{12} &= -16,03; \quad \Delta_{22} = -16,03; \quad \Delta_{32} = -14,25; \quad \Delta_{42} = 0; \quad \Delta_{52} = -74,75; \\ \Delta_{13} &= +32,06; \quad \Delta_{23} = 0; \quad \Delta_{33} = 28,50; \quad \Delta_{43} = 0; \quad \Delta_{53} = 127,14. \end{aligned}$$

В случае, если принять $C_1 = C_2 = 1$;

$$\Delta_{51} = 61,98; \quad \Delta_{52} = -72,96; \quad \Delta_{53} = 123,96.$$

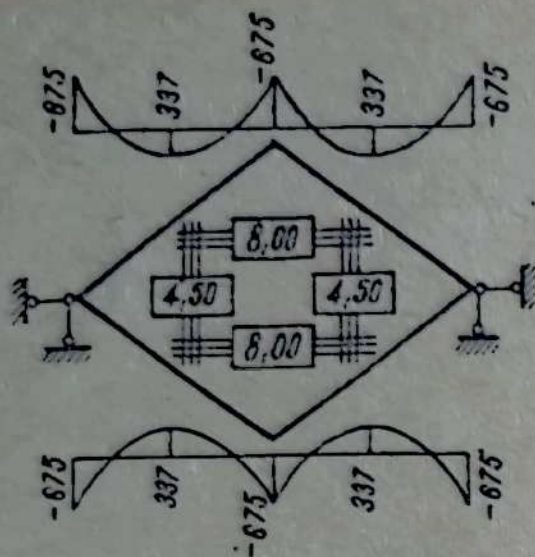


Рис. 3.7.5

Далее, решается каноническая система уравнений метода сил, определяются основные неизвестные и усилия в контуре и оболочке. Эпюры усилий от предварительного напряжения приведены на рис. 3.7.5. Эпюры дополнительных усилий (без учета предварительного напряжения) – на рис. 3.7.6, а эпюры полных усилий (с учетом предварительного напряжения) – на рис. 3.7.7.

На этих рисунках приведены результаты расчета тканевой оболочки при различных соотношениях жесткостей оболочки и контура. Рассмотрены пять вариантов:

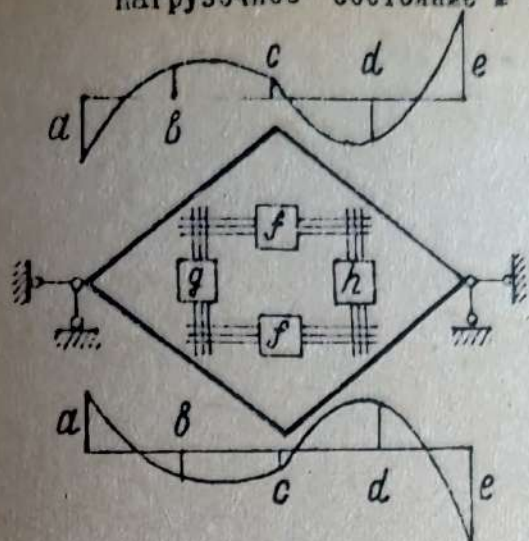
1. Контур бесконечно жесткий. Оболочка нормальная.
2. Контур в 4 раза жестче нормального. Оболочка нормальная.
3. Нормальный случай.
4. Контур нормальный. Оболочка при $C_1 = C_2 = 0$.
5. Контур нормальный. Оболочка из нерастяжимой ткани.

Эти варианты охватывают весь диапазон изменения жесткостей: от бесконечно жесткого контура до бесконечно жесткой оболочки. Однако, усилия при этом меняются в сравнительно небольших пределах. Дополнительные усилия в большинстве случаев изменяются на 30–40%. Исключение представляют изгибающие моменты в опорном контуре при равномерном нагружении оболочки. Для случая бесконечно жесткой оболочки эти моменты равны нулю, а при бесконечно жестком контуре значения их возрастают до 186 тм.

Полные усилия, включающие в себя предварительное напряжение, изменяются еще в меньшей степени.

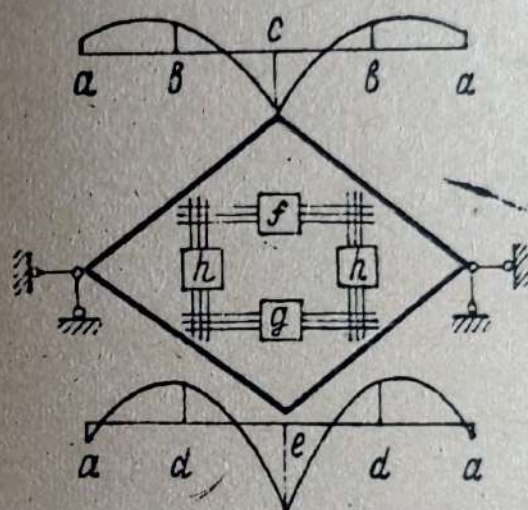
Решения, полученные при учете уклона элементов оболочки (вариант 3) и без его учета (вариант 4), почти не отличаются одно от другого. Поэтому при расчете тканевых оболочек вполне допустимо полагать $C_1 = C_2 = 1$, что значительно облегчает вычисление перемещений.

Нагрузочное состояние № 1. Дополнительные усилия.



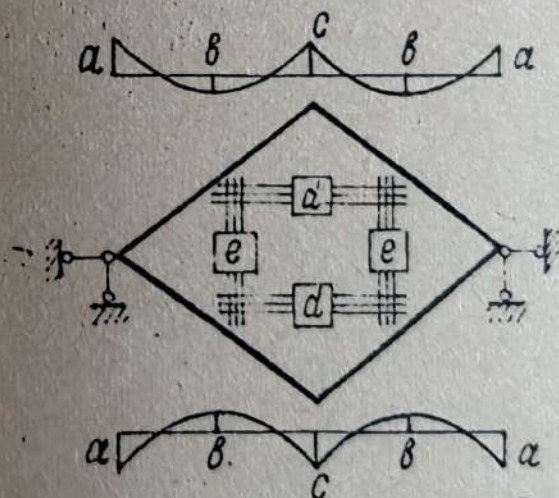
	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	192	209	234	230	285
b	-96	-104	-117	-115	-143
c	-93	-77	-50	-55	
d	189	181	168	170	143
e	-378	-362	-336	-340	-285
f	-1,15	-1,24	-1,65	-1,59	-2,53
g	-0,65	-0,76	-0,93	-0,90	-1,27
h	4,41	4,31	4,13	4,16	3,79

Нагрузочное состояние № 2. Дополнительные усилия.



	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	-93	-77	-50	-51	
b	-96	-104	-117	-117	-143
c	193	209	235	234	285
d	189	181	167	168	143
e	-377	-361	-335	-336	-285
f	-5,65	-5,84	-6,15	-6,14	-6,75
g	3,35	3,16	2,85	2,86	2,25
h	1,88	1,78	1,60	1,61	1,27

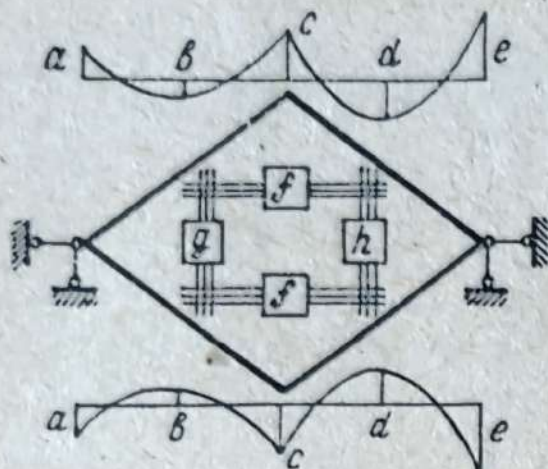
Нагрузочное состояние № 3. Дополнительные усилия.



	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	-186	-154	-101	-111	
b	93	77	51	56	
c	-186	-154	-101	-111	
d	-2,30	-2,68	-3,31	-3,19	-4,51
e	3,76	3,55	3,20	3,27	2,53

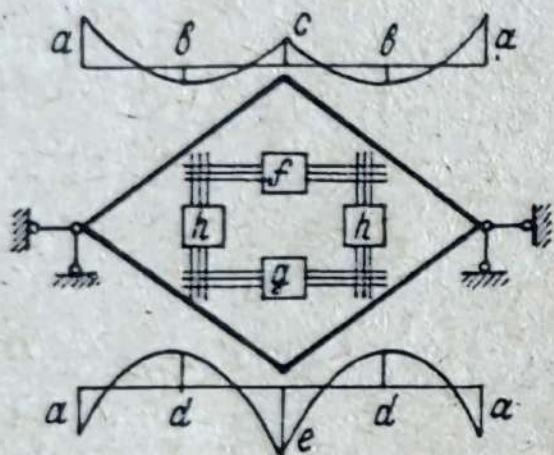
Рис. 3.7.6

Нагрузочное состояние № 1. Полные усилия.



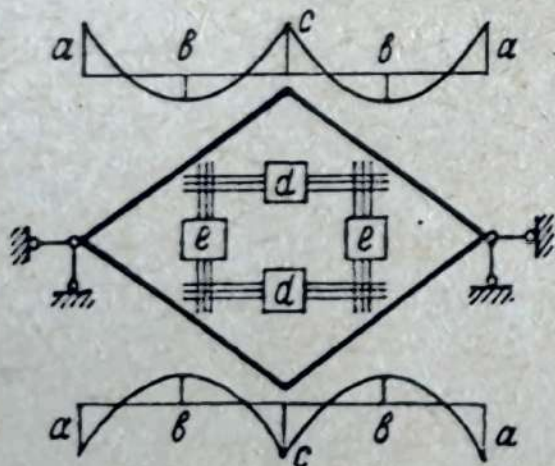
	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	-484	-467	-442	-447	-391
b	241	233	220	223	195
c	-767	-751	-725	-730	-674
d	526	518	505	508	480
e	-1054	-1038	-1012	-1016	-961
f	6,85	6,66	6,35	6,41	5,75
g	3,85	3,75	3,57	3,60	3,23
h	8,91	8,81	8,63	8,66	8,29

Нагрузочное состояние № 2. Полные усилия.



	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	-769	-753	-726	-727	-676
b	241	233	220	220	195
c	-481	-465	-440	-440	-389
d	526	518	505	505	480
e	-1052	-1036	-1010	-1010	-959
f	2,35	2,16	1,85	1,86	1,25
g	11,35	11,16	10,85	10,86	10,25
h	6,38	6,28	6,10	6,11	5,77

Нагрузочное состояние № 3. Полные усилия.



	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	-861	-828	-776	-786	-675
b	430	414	388	393	337
c	-861	-828	-776	-786	675
d	5,70	5,32	4,69	4,81	3,49
e	8,26	8,05	7,70	7,78	7,03

Рис. 3.7.7

Результаты проведенного расчета показывают, что ромбический опорный контур является сильно изгибаемым. Моменты в контуре превышают 1000 тм. Путем выбора более рациональной формы контура можно значительно снизить изгибающие моменты. В практике проектирования и строительства распространен метод закрепления вентового покрытия на наклонных параболических арках. Рассмотрим такой пример.

Пример 2. Ромбовидный опорный контур покрытия, рассмотренного в примере 1, заменен двумя параболическими в плане арками, опирающимися на часто расположенные вертикальные стойки (рис.3.7.8)

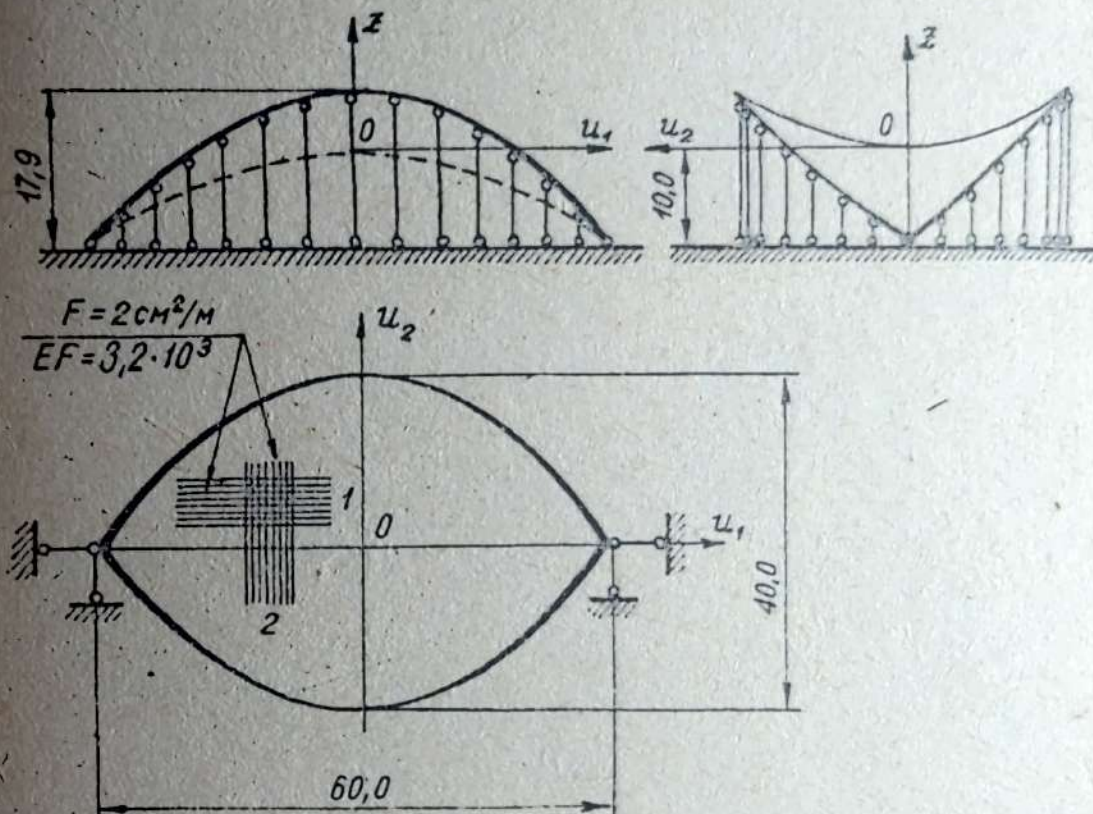


Рис.3.7.8.

Пять арок жестко соединены между собой и опираются на фундамент, воспринимающий распор. Арки имеют переменное по длине сечение, жесткость которого изменяется по закону:

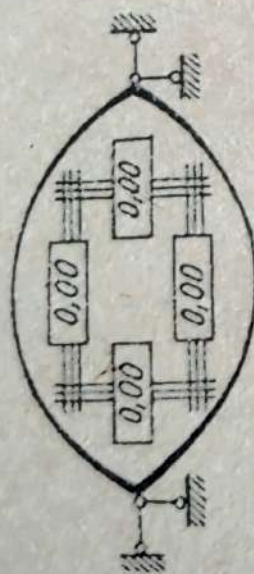
$$EJ = 0,4 \cdot 10^6 \sqrt{1 + \left(\frac{2u_1}{45}\right)^2}$$

(Здесь и в решении примера размерность величин т, м).

Самонапряженное состояние № 1.



$$m_1 = -x^2$$

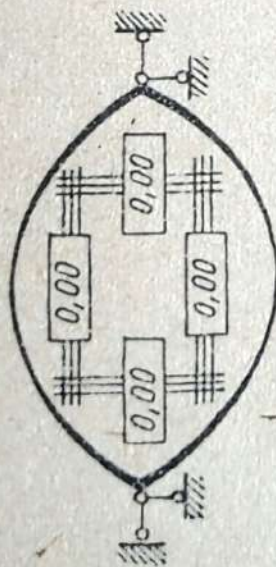
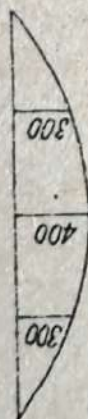


$$m_1 = -x^2$$

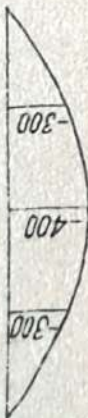


Самонапряженное состояние № 2.

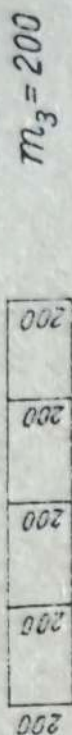
$$m_2 = 20(20 - \frac{x^2}{45})$$



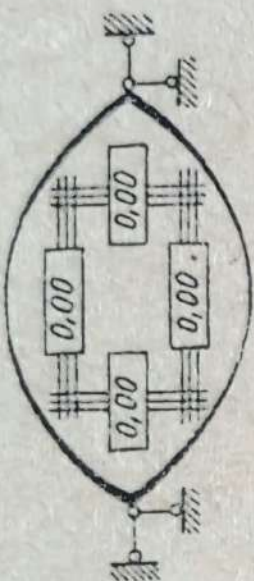
$$m_2 = -20(20 - \frac{x^2}{45})$$



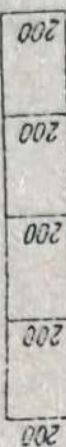
Самонапряженное состояние № 3.



$$m_3 = 200$$

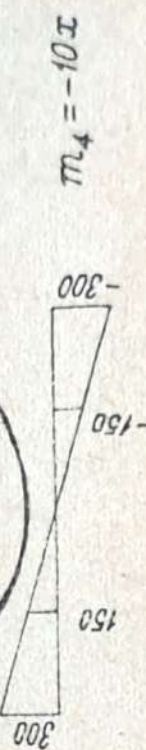
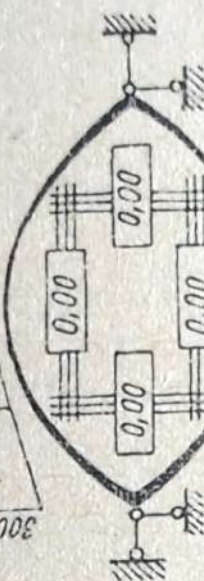
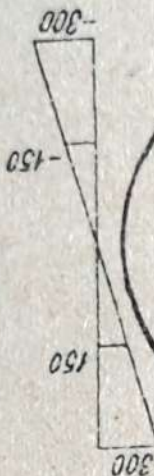


$$m_3 = 200$$



Самонапряженное состояние № 4.

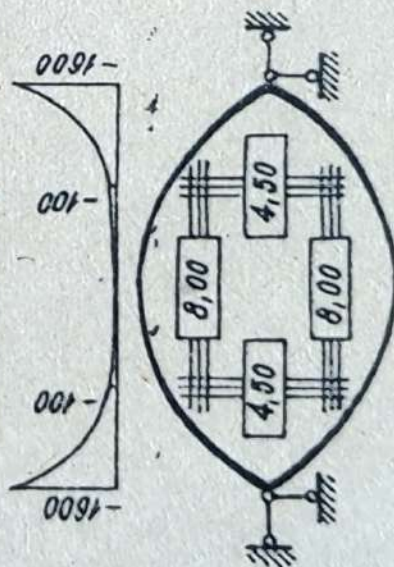
$$m_4 = -10x$$



$$m_4 = -10x$$

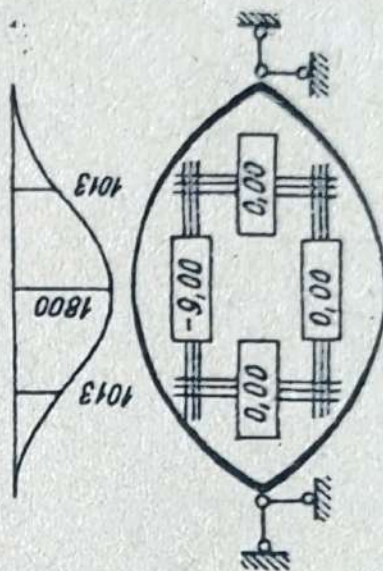
Рис. 3.7.9.

Самонапряженное состояние № 5.



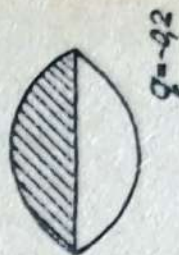
$$m_5 = -\frac{4x^4}{45^2}$$

Нагруженное состояние № 2.



$$M_2 = 4,5(20 - \frac{x^2}{45})$$

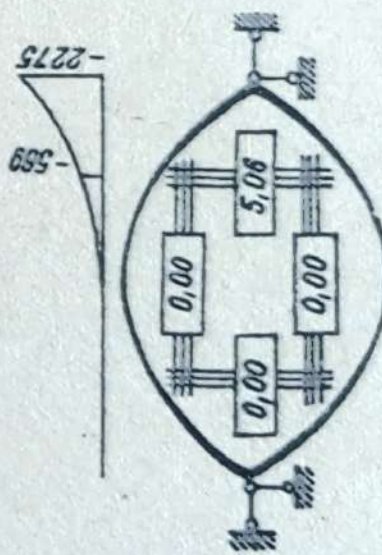
Схема нагрузки



$$q = q/2$$

$$M_2 = 0.$$

Нагруженное состояние № 1.



$$M_1 = -2,53x^2$$

Схема нагрузки



$$q = q/2$$

Нагруженное состояние № 3.

$$M_3 = 0.$$

Схема нагрузки



$$q = q/2$$

$$M_1 = -2,53x^2$$

$$M_3 = 0.$$

Рис. 3.7.10.

Так же, как и в предыдущем примере, требуется определить напряженное состояние конструкции в трех нагрузочных состояниях (см. рис. 3.7.2) и без нагрузки (предварительное напряжение), считая $H_1 = 8 \text{ т/м}$. Кроме основного расчета требуется рассмотреть различные соотношения жесткостей контура и оболочки, как это было сделано в примере 1.

Путь выполнения расчета в точности такой же, как и для примера 1. Самоуравновешенные и нагрузочные состояния системы показаны на рис. 3.7.9 и 3.7.10. Ввиду того, что некоторые эпюры моментов в контуре имеют сложное криволинейное очертание, рядом с эпюрой приводится её уравнение.

Окончательные результаты расчета приведены на рис. 3.7.11, 3.7.12 и 3.7.13. Рис. 3.7.11 содержит эпюры усилий от предварительного натяжения, рис. 3.7.12 — эпюры дополнительных усилий при различных соотношениях жесткостей, рис. 3.7.13 — эпюры полных усилий при различных соотношениях жесткостей.

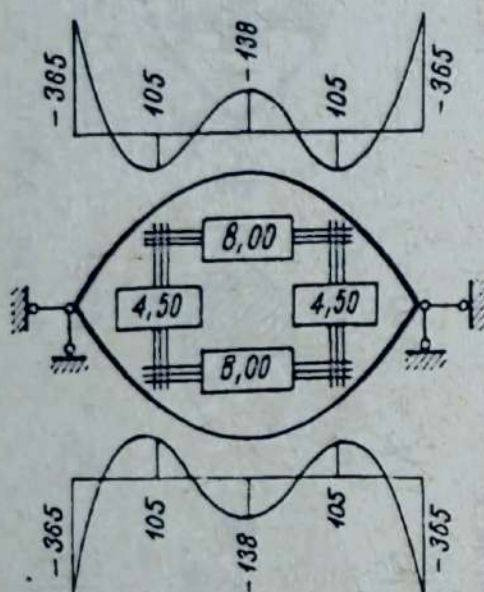


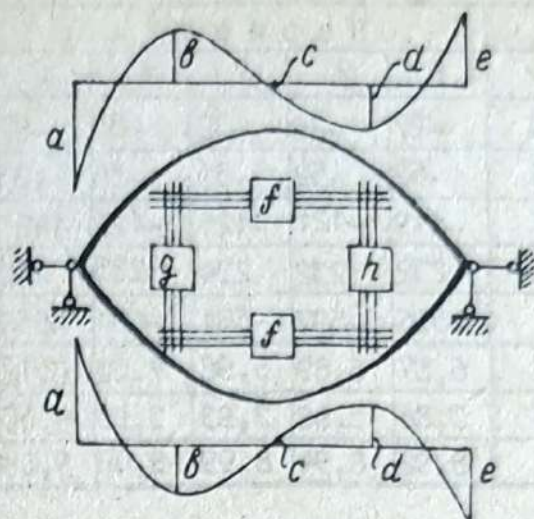
Рис. 3.7.11.

Интересно сравнить результаты, полученные в примерах 1 и 2. Характер эпюр, в основном, сохранился. Сохранилась также зависимость окончательных усилий от изменения соотношения жесткостей. Однако, абсолютные значения изгибающих моментов в контуре упали. Так, предварительное напряжение оболочки вызывает в параболических арках в 1,8 раза меньше моменты, чем в ромбическом опорном контуре. Максимальный мо-

мент в параболических арках от нагрузки в 1,6 раза меньше, чем в ромбическом контуре.

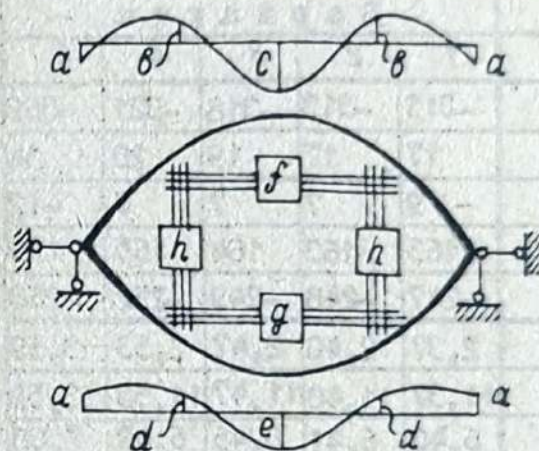
Таким образом, выбор рациональной формы опорного контура может существенно облегчить его работу.

Нагрузочное состояние № 1. Дополнительные усилия.



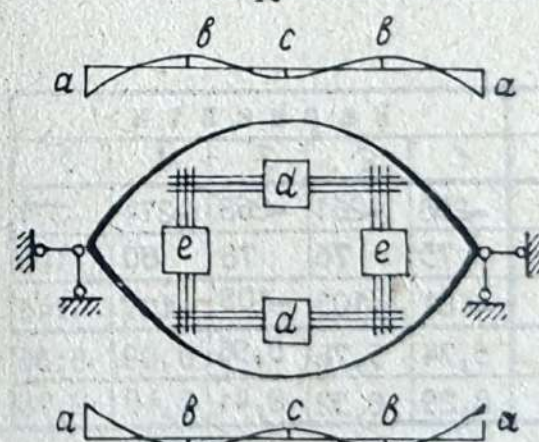
	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	338	336	333	330	278
b	-158	-158	-156	-155	-140
c	18	18	16	15	-4
d	127	127	129	129	144
e	-230	-233	-236	-239	-290
f	-1,13	-1,11	-1,02	-0,96	-0,18
g	-0,64	-0,62	-0,57	-0,54	-0,10
h	4,42	4,44	4,49	4,52	5,16

Нагрузочное состояние № 2. Дополнительные усилия.



	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	52	52	48	45	-4
b	-88	-88	-87	-86	-72
c	147	146	145	144	126
d	57	58	59	60	73
e	-110	-110	-111	-112	-131
f	-5,63	-5,60	-5,53	-5,47	-4,41
g	3,37	3,40	3,47	3,53	4,59
h	1,90	1,91	1,95	1,99	2,58

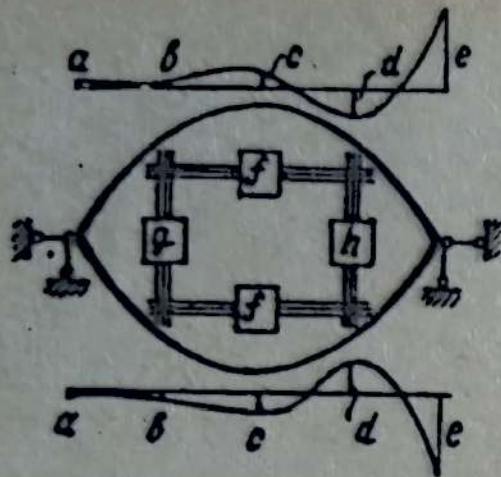
Нагрузочное состояние № 3. Дополнительные усилия.



	В а р и а н т ы				
	1	2	3	4	5
a	108	103	97	91	-12
b	-31	-31	-28	-26	4
c	37	35	33	31	-8
d	-2,26	-2,21	-2,04	-1,91	0,36
e	3,79	3,82	3,91	3,98	5,26

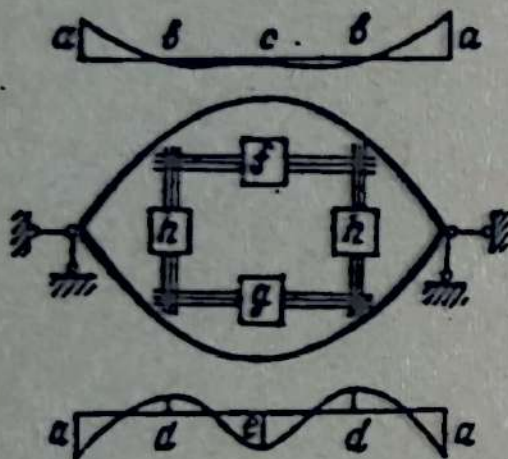
Рис. 3.7.12.

Нагрузочное состояние В 1. Полные усилия.



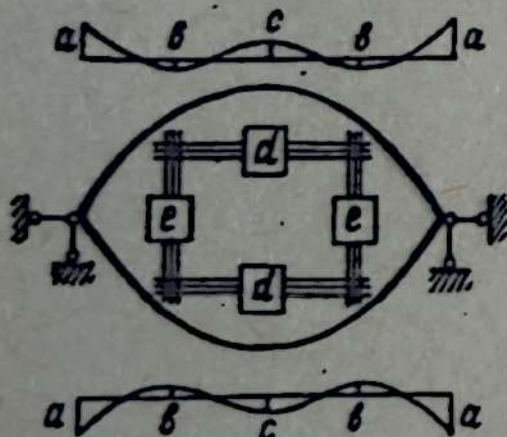
	Варианты				
	1	2	3	4	5
a	-27	-29	-32	-35	-87
b	-52	-52	-51	-50	-35
c	-119	-121	-121	-122	-142
d	232	232	234	235	250
e	-596	-597	-601	-604	-656
f	6,87	6,89	6,98	7,04	8,18
g	3,86	3,88	3,93	3,96	4,60
h	8,92	8,94	8,99	9,02	9,66

Нагрузочное состояние В 2. Полные усилия.



	Варианты				
	1	2	3	4	5
a	-313	-313	-318	-321	-369
b	17	17	19	20	34
c	9	7	7	6	-12
d	163	163	164	165	179
e	-247	-248	-249	-250	-268
f	2,37	2,40	2,47	2,53	3,59
g	11,37	11,40	11,47	11,53	12,59
h	6,40	6,41	6,45	6,49	7,08

Нагрузочное состояние В 3. Полные усилия.



	Варианты				
	1	2	3	4	5
a	-258	-261	-268	-274	-377
b	75	76	78	80	109
c	-101	-103	-105	-107	-146
d	5,74	5,78	5,96	6,09	8,36
e	8,29	8,32	8,41	8,48	9,76

Рис. 3.7.13.

§ 3.8. Некоторые рекомендации по расчету тканых оболочек на произвольные нагрузки.

В § 3.1. и 3.2 были получены уравнения для расчета оболочек, несущих произвольную нагрузку. Однако в дальнейшем внимание акцентировалось лишь на некоторых классах нагрузок, под воздействием которых оболочка ведет себя как линейная. Расчет на такие классы нагрузок производился по линейным уравнениям, в связи с чем успешно были применены законы и методы линейной строительной механики.

При рассмотрении произвольной нагрузки следует пользоваться нелинейными уравнениями, однако, применение этих приемов не утрачивает своего значения. Дело в том, что из произвольной нагрузки можно выделить ее часть, допускающую линейное решение задачи. Это решение, как правило, является существенной частью решения нелинейных уравнений. Поэтому целесообразно искать лишь поправку к линейному решению задачи, при нахождении которой приближенные методы оказываются более эффективными, чем при разыскании полного решения.

Можно воспользоваться, например, методом, применявшимся в настоящей работе для расчета плоских сетей [12]. Однако, применять его следует для разыскания поправки к линейному решению. Вначале необходимо выделить из всей нагрузки составляющую специального вида и рассчитать на ее воздействие оболочку, пользуясь линейными уравнениями. Затем, избрав вспомогательную систему, перемещения которой близки к "кинематическим" перемещениям исследуемой оболочки, — определить ее форму деформирования под остатком нагрузки. Зная эту форму, можно, пользуясь методом Бубнова-Галеркина, найти приближенное решение задачи. Полученное решение будет соответствовать нагрузке, несколько отличной от заданной. Неуравновешенную часть нагрузки необходимо прибавить к ранее применявшейся и скорректированную таким образом нагрузку снова разложить на составляющую специального вида и остаток. Далее процесс повторяется до тех пор, пока уравнения равновесия не удовлетворятся с заданной точностью.

Этот метод применим лишь в том случае, если решение задачи производить в конечных разностях [4], [5]. Дело в том, что решая задачу в линейной постановке, можно получить перемещения, изменяющиеся скачкообразно. В таких местах неуравновешенные нагрузки достигают бесконечно большой величины. При пользовании конечными разностями скачкообразные изменения перемещений исключаются, так

как всякое изменение распределяется по крайней мере на величину шага сетки.

Для расчета оболочки на произвольную нагрузку можно использовать прием, основанный на предположении о том, что напряженное состояние произвольно нагруженной оболочки можно приближенно представить в виде суммы двух слагаемых. Первое из них получается в результате ее расчета на составляющую нагрузки специального вида. Второе — самонапряженное состояние оболочки умноженное на неизвестный коэффициент. Степень приближенности такого предположения требует проверки.

Для определения неизвестного коэффициента удобно применить идею метода сил, приняв коэффициент в качестве основного неизвестного. Перемещение по направлению этого неизвестного необходимо вычислять с учетом нелинейных членов, в результате чего получится нелинейная зависимость. Вряд ли можно получить эту зависимость в явном виде, однако неизвестное можно получить сравнительно простым путем.

Прежде всего необходимо расчленить нагрузку и получить решение линейных уравнений (хотя бы частное). После этого напряженное состояние оболочки будет зависеть от одного параметра — неизвестного коэффициента. Задавшись его значением, можно определить прогибы оболочки и перемещение по направлению основного неизвестного. Путем упорядоченных попыток можно сравнительно быстро решить поставленную задачу.

Такой прием позволяет учитывать податливость поддерживающих конструкций, так как при определении перемещения можно интегрирование распространить и на них.

Несомненно, для расчета тканевых оболочек на произвольную нагрузку можно применить и много других методов. Их разработка, выявление области применения существующих и новых методов, решение других задач, возникающих при проектировании вантовых покрытий, является важной и актуальной проблемой.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В работе исследованы плоские нитяные сети — системы пологих гибких нитей с опорами, лежащими в одной плоскости. Сети подразделяются на статически определимые (неопределимые) относительно натяжений и статически определимые (неопределимые) относительно поперечных усилий. Показано, что сети, статически определимые относительно натяжений являются линейно деформируемыми по отношению к поперечным перемещениям.

2. На основании аналогии в уравнениях, сети, статически определимой относительно натяжений, ставится в соответствие некоторая линейно деформируемая система, совпадающая по структуре с рассматриваемой сетью. Роль жесткостей этой системы играют натяжения нитей. В результате вместо нитяной сети можно рассчитывать другую, аналогичную ей систему.

3. Производится кинематический анализ этой системы, из которого следует:

а. Для геометрической неизменяемости системы достаточно закрепления одной из ее точек.

б. Степень статической неопределимости системы равна разности между числом нитей и числом незакрепленных узлов и равна также числу замкнутых контуров.

4. Приводится формула Мора для определения перемещений воображаемой системы (они же поперечные перемещения сети), являющаяся основой расчета статически неопределимых систем.

5. Показывается применение метода сил и метода перемещений для расчета сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Предлагается использовать контурные эпюры, которые имеют локаль

ный характер.

6. Если перемещения из плоскости сети, статически определимой относительно натяжений, линейно зависят от нагрузки, то перемещения в плоскости сети являются нелинейными функциями нагрузки. Приводится формула для определения перемещений в плоскости сети, аналогичная формуле Мора. Показано, что эти перемещения играют главенствующую роль при решении нелинейной задачи о расчете сети, статически неопределимой относительно натяжений.

7. Особо рассмотрены сети один раз статически неопределимые относительно натяжений. Показано, что расчет сети с опорами на одном уровне сводится к решению неполного кубического уравнения, а расчет сети с опорами в разных уровнях - к решению полного.

8. Для расчета сетей, много раз статически неопределимых относительно натяжений, предлагается использовать метод Бубнова-Галеркина либо последовательные приближения с корректировкой результатов расчета вариационным методом на каждом приближении.

9. Полученные результаты обобщены для случая поперечного нагружения нитей в плоскости сети.

10. Излагаются некоторые принципы механизации вычислений на клавишных машинах. Предложена запись расчетных формул в индексном виде, позволяющая легко перейти к программе вычислений как для клавишных, так и для электронных вычислительных машин. Все расчетные формулы представлены в индексной записи.

11. Составлены программы вычислений применительно к клавишным машинам, позволяющие почти полностью передать в руки оператора следующие расчеты:

а. Определение поперечных усилий в статически определимых сетях (2 варианта).

б. Расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий по методу сил. (4 варианта).

в. То же. Метод перемещений. (2 варианта).

г. Расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий на смещение опор (2 варианта).

д. Определение перемещений из плоскости сети (2 варианта).

е. Определение перемещений в плоскости сети.

ж. Расчет сетей один раз статически неопределимых относительно натяжений. Опоры на одном уровне.

з. То же. Опоры на разных уровнях.

и. Расчет сетей, многократно статически неопределимых относительно натяжений. Метод Вубнова-Галеркина.

к. То же. Метод последовательных приближений (3 варианта).

Всего 19 программ.

12. В работе исследуются также тканевые оболочки-пространственные системы, образованные двумя семействами взаимно пересекающихся густо расположенных гибких нитей, которые применяются, как правило, в вантовых покрытиях. Выведены нелинейные дифференциальные уравнения теории тканевых оболочек в метрике поверхности и метрике плоскости.

13. Указывается, что линейная часть этих уравнений не всегда имеет решение. Исследуются случаи, когда такое решение существует. Рассмотрен случай нетривиального решения однородных уравнений равновесия. Этот случай соответствует той форме оболочки, которая допускает предварительное напряжение. Последняя содержит одну произвольную постоянную.

14. Неоднородные уравнения равновесия могут иметь решение лишь при специальных видах нагрузки, которые зависят от формы оболочки и граничных условий. Такие нагрузки воспринимаются тканевыми оболочками без значительных перемещений. Прочие виды нагрузки вызывают значительное изменение формы оболочки.

15. Исследована на примере, возможность расчета тканевых оболочек на специальные виды нагрузок по линейной теории. Для этого примера получены следующие результаты. Совпадение усилий с точным решением в пределах 5%. Отклонение нагрузки от специального вида на 15% вызывает изменение усилий в пределах 3-4%, т.е. "неравновесные" нагрузки воспринимаются в основном за счет изменения формы оболочки. Перемещения по линейной теории определять нельзя, так как они не имеют определенного значения.

16. Получены простые формулы для расчета тканевой оболочки, имеющей форму гиперболического параболоида, на специальные виды нагрузок.

17. Наличие одной произвольной постоянной в предварительном напряжении оболочки говорит об ее однократно статической неопределимости. Предлагается применять для расчета тканевых оболочек на специальные виды нагрузок метод сил. Приводится формула Мора для определения перемещений, являющаяся в данном случае двойным интегралом, которая позволяет исключить из рассмотрения геометрические и физические уравнения.

18. Исследуются оболочки переноса и оболочки вращения. Показано, что эти формы оболочек могут быть предварительно напряжены. Для них получены классы специальных нагрузок, решения однородных уравнений равновесия (усилия в основной системе от единичного значения неизвестного), решения неоднородных уравнений (усилия в основной системе от нагрузки), после чего решение выражается в квадратурах.

19. Метод сил позволяет рассчитывать оболочки с учетом упругости поддерживающих конструкций. Применение метода сил в этом случае проиллюстрировано примерами. Одновременно исследован порядок перемещений, вносимых опорным контуром и оболочкой. Как правило, перемещения, вносимые контуром, больше перемещений, вносимых оболочкой. Показано, что учет податливости оболочки при определении перемещений увеличивает последние на величину порядка 15% по сравнению с перемещениями, вызванными материалом оболочки.

20. Исследовано на примерах влияние жесткости опорного контура на усилия в оболочке. При изменении соотношения жесткости контура оболочки от нуля до бесконечности, усилия в оболочке изменяются на величину порядка 30%.

21. Даны некоторые рекомендации по расчету тканевых оболочек на произвольную нагрузку.

Методы, предлагаемые в настоящей работе, были применены при реальном проектировании в ГПИ "Укрпроектстальконструкция". По предлагаемой методике были рассчитаны антенные полотна СГД, радицентра в Багдаде (Ирак), типовые антенные полотна для установки на территории СССР и другие объекты.

Багдадский радицентр был построен в 1961 году и успешно эксплуатируется до сих пор. В процессе эксплуатации он перенес ветер, близкий к расчетному. Этот факт говорит в пользу предлагаемых методов и до некоторой степени может служить их экспериментальной проверкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев С.А., К теории мягких оболочек вращения, В сб. Расчёт пространственных конструкций, Вып.3, Госстройиздат, М., 1955.

2. Битюцкий А.И., Некоторые вопросы расчёта висячих покрытий с ортогональной пространственной сеткой нитей, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

3. Варвак П.М., Применение упругой сетки к расчёту висячих балок, В кн. ... упругой сетки и её приложения к расчёту плит и безбалочных перекрытий, Гостехиздат УССР, Харьков-Киев, 1936.

4. Варвак П.М., Развитие и приложение метода сеток к расчёту пластинок, Ч. 1, Изд. АН УССР, Киев, 1949.

5. Варвак П.М., Развитие и приложение метода сеток к расчёту пластинок, Ч. 2, Изд. АН УССР, Киев, 1952.

6. Власов И.И., Механические расчёты вертикальных цепных контактных подвесок, Труды Всесоюзного научно-исследовательского института железнодорожного транспорта, Вып. 138, Трансмехдориздат, М., 1957.

7. Власов И.И., Марквардт К.Г., Контактная сеть, Трансмехдориздат, М., 1961.

8. Гаас Р., Дитциус А., Растяжение материи и деформация оболочек мягких воздушных кораблей, Л., 1931.

9. Гордеев В.Н., Расчёт висячего покрытия на некоторые виды нагрузок, В кн. Теория пластин и оболочек, Изд. АН УССР, Киев, 1962.

10. Гордеев В.М., Рівняння для розрахунку тканинних оболонок, "Прикладна механіка", Т. VIII, Вып.6, 1962.

11. Гохбаум Ф.А., Безмоментные опорные контуры вантовых систем покрытий, в кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

12. Дмитриев Л.Г., До розрахунку вантових покриттів, "Вісник Академії будівництва і архітектури УРСР", № 2, 1961.

13. Дмитриев Л.Г., Расчёт вантовых покрытий, "Строительство и архитектура", № 2, 1963.

14. Дмитриев Л., Городецкий А., Висячие покрытия, "Строительство и архитектура", № 9, 1962.

15. Жукова Т.Р., Системы гибких нитей, "Строительная механика и расчёт сооружений", № 1, 1962.

16. Жукова Т.Р., Практический приём исследования пространственных элементов висячих конструкций, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

17. Загорянский Л.А., Практический способ расчёта ортогональных предварительно напряжённых вантовых сеток, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

18. Затуловский И., Гордеев В., Перельмутер А., Прогрессивные конструктивные решения, "Промышленное строительство и инженерные сооружения", № 5, 1960.

19. Катанский В.В., Проектирование балонно-такелажных конструкций и оборудования оболочек воздушных судов, ОНТИ, М.-Л., 1936.

20. Катурин В.К., Гибкие нити с малыми стрелками, Гостехтеориздат, 1956.

21. Катурин В.К., Теория висячих систем, Госстройиздат, Л.-М., 1962.

22. Катурин В.К., О расчёте круглого висячего покрытия с радиальным расположением вант, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

23. Кирсанов Н.М., Вопросы проектирования висячих покрытий, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

24. Кирсанов Н.М., К расчёту гибких оболочек, закреплённых на прямоугольном контуре, Научные труды ВИСИ, Сб. № 9, Изд. Воронежского университета, Воронеж, 1962.

25. Киселёв В.А., Рациональные формы арок и подвесных систем, Госстройиздат, 1953.

26. Киселёв В.А., Строительная механика, Госстройиздат, М., 1960.

27. Кузнецов Э.Н. Некоторые вопросы расчёта висячих покрытий, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

28. Кузнецов Э.Н., Расчёт висячих покрытий кругового очертания в плане, В кн. Висячие покрытия кругового очертания в плане, Труды НИИЖБ, Вып.2, М., 1962.

29. Кузнецов Э.Н., Статический расчёт двухпоясных вантовых систем, "Строительная механика и расчёт сооружений", № 5, 1962.

30. Лауль Х.Х., Кузьбах В.Р., Из опыта моделирования и испытания висячего покрытия Таллинской певческой эстрады, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

31. Лесников В.В., Возникновение и развитие висячих покрытий кругового очертания в плане, Труды НИИЖБ, Вып. 2, Госстройиздат, М., 1962.

32. Лесников В.В., Харитонов Е.П., Экспериментальные исследования висячих оболочек кругового очертания в плане, Труды НИИЖБ, Вып. 2, Госстройиздат, М., 1962.

33. Липницкий М.Е., О применении висячих конструкций в промышленном строительстве, "Промышленное строительство", № 5, 1962.

34. Людковский И.Г., Подвесные конструкции покрытий в СССР и за рубежом, "Архитектура СССР", № 1, 1960.

35. Людковский И.Г., Современное состояние и перспективы применения висячих покрытий, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.

36. Людковский И.Г., Характеристика вантовых систем и висячих оболочек и некоторые рекомендации по их проектированию, В кн. Висячие покрытия кругового очертания в плане, Труды НИИЖБ, Вып.2, Госстройиздат, М., 1962.

37. Марквардт К.Г., Марквардт Г.Г., Контактная сеть городских электрических дорог, Изд. Министерства коммунального хозяйства РСФСР, М.-Л., 1948.

38. Маркус Г., Теория упругой сетки и её приложение к расчёту плит и безбалочных перекрытий, Гостехиздат УССР, 1936.

39. Мацелинский Р.Н., Статический расчёт гибких висячих конструкций, Стройиздат, 1950.

40. Мацелинский Р.Н., Статический расчёт упругих нитей, "Строительная механика и расчёт сооружений", № 4, 1959.

41. Минов Д.К., Расчёт отклонения контактного провода при цепной подвеске, "Электричество", № 21, 1931.
42. Мухтари Х.М., Галимов К.З., Нелинейная теория упругих оболочек, Таткигоиздат, Казань, 1957.
43. Никонов Н.А., Опыт проектирования и строительства висячих покрытий в Баку, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.
44. Окунов А.И., Зейнштейн В.А., Натяжное покрытие, "Промышленное строительство", № 11, 1961.
45. Пшеничников Г.И., К расчёту висячих покрытий, круглых в плане, "Инженерный журнал", Т. П, Вып. 3, 1962.
46. Рабинович И.М., Основы строительной механики стержневых систем, Госстройиздат, М., 1956.
47. Рабинович И.М., Мгновенно-жёсткие системы, их свойства и основы расчёта, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.
48. Райнус Г.З., Принципы расчёта висячих покрытий с несущей конструкцией из гибких нитей, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.
49. Райнус Г.З., Расчёт пространственной сетки из тросов, В кн. Теория пластин и оболочек, Изд. АН УССР, Киев, 1962.
50. Райнус Г.З. Статический расчёт ферм из тросов, Л., 1962.
51. Рашевский П.К., Курс дифференциальной геометрии, ГИТИ, 1950.
52. Рзанидин А.Р., Статика и динамика пологой упругой нити, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М. 1962.
53. Руководство по инженерному программированию, ГПИ "Укр-проектстальконструкция", Вып. 51, Киев, 1962.
54. Савицкий Г.А., Антенные сооружения, Связьиздат, М., 1947.
55. Савицкий Г.А., Антенные устройства, Связьиздат, М., 1961.
56. Савицкий Г.А., Антенно-мачтовые сооружения, Связьиздат, М., 1962.
57. Синицын А.П., Расчёт сетей, Вестник ВИА, № 20, 1936.

58. Синицын А.П., Колебания сеток с большими прогибами, Вестник ЭИА, № 31, 1941.
59. Синицын А.П., Исследования малых колебаний сеток, Вестник ЭИА, № 31, 1941.
60. Синицын А.П., Упрощенный расчет сеток, Вестник ЭИА, № 31, 1941.
61. Синицын А.П., Динамика гибких покрытий с большими прогибами, В кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.
62. Смирнов В.И., Курс высшей математики, Т. IV, Высшая математика, М., 1958.
63. Сопочко Ю.Л., К расчету предварительно-напряженной круговой вантовой конструкции, "Строительная механика и расчет сооружений", № 6, 1960.
64. Сосис П.М., Механизация расчетов сооружений по типовым программам, Госстройиздат УССР, Киев, 1961.
65. Сосис П.М., Дмитриев Л.Г., Программирование и применение электронных вычислительных машин для расчета строительных конструкций, Киев, 1962.
66. Справочное руководство по использованию инженерных программ, ПИ "Укрпроектстальконструкция", Зп. 83, Киев, 1963.
67. Яйинштейн Э.А., Расчет предварительно-напряженной многопролетной струны, "Строительная механика и расчет сооружений", № 4, 1962.
68. Дрей О., Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1960.
69. Харитонова Э.П., Экспериментальные исследования висячих предварительно напряженных оболочек кругового очертания в плане, 3 кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.
70. Чжоу Чжау-хе, Расчет круглых висячих ненапряженных покрытий с учетом деформации опорного кольца, 3 кн. Висячие покрытия, Госстройиздат, М., 1962.
71. Шевалин Э.А., Расчет цепной подвески контактного провода на отклонение ветром, "Электричество", № 15, 1931.

72. Bandel H.K., Das ortogonale Seilnetz Hyperbolisch-parabolischer Form, „Bauingenieur“, №10, 1959.

73. Bogusz J., Obliczanie siatek cięgnowich przeznaczonych naprężonych, „Inżynieria i Budownictwo“, №5, 1962.

74. Cornelli W., Die statische Berechnung eines seilverspannten Daches, „Der Stahlbau“, №4, 1958.

75. Eras, Elze, Berechnungsverfahren für vorgespannte, doppelt gekrümmte Seilnetzwerke, „Bauplanung“, №7, 1961.

76. Rivlin R.S., Plane strain of a net formed by inextensible cords, „Journal of rational mechanics and analysis“, №8, 1955.

77. Szmodits Kazmer, Függesztett tetőszerkezetek méretezési eljárásai, Budapest, 1959.

КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАСЧЕТОВ ДЛЯ
КОТОРЫХ ПРИХОДИТСЯ ПРОГРАММА ИСЧИСЛЕНИЙ.

Расчет № 1. Определение поперечных усилий в статически определенных сетях. Исходные данные – структурные характеристики системы, равномерно распределенные нагрузки на участках, сосредоточенные силы на границах участка.

Расчет № 2. То же. Случай узловой нагрузки.

Расчет № 3. Расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Метод сил. Исходные данные – поперечные усилия в основной системе. Эпюры поперечных усилий меняются линейно по длине участка. Результаты – поперечные усилия в статически неопределимой системе.

Расчет № 4. То же. Случай узловой нагрузки.

Расчет № 5. То же. Исходные данные – величины узловых нагрузок.

Расчет № 6. Расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Метод сил. Исходные данные – структурные характеристики системы, сосредоточенные силы в узлах, равномерно распределенные нагрузки на участках. Результаты – поперечные усилия в статически неопределимой системе.

Расчет № 7. Расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий. Метод перемещений. Исходные данные – структурные характеристики системы, равномерно распределенные нагрузки на участках, сосредоточенные силы в узлах. Результаты – поперечные усилия в статически неопределимой системе, поперечные перемещения узлов.

Расчет № 8. То же. Случай нагрузки сосредоточенными силами.

Расчет № 9. Расчет сетей, статически неопределимых относительно поперечных усилий, на поперечное смещение опор. Метод сил.

Расчет № 10. То же. Метод перемещений.

Расчет № 11. Определение поперечных перемещений нитяных сетей. Эпюры поперечных усилий меняются линейно по длине участка, натяжения постоянные. Исходные данные – поперечные усилия.

Расчет № 12. То же. Поперечные усилия на участках постоянных.

Расчет № 13. Определение перемещений в плоскости сети по отношению к недеформированному состоянию. Интегрируемые эпюры линейно меняются по длине участка.

Расчет № 14. Расчет сетей, один раз статически неопределимых относительно натяжений, на поперечную нагрузку. Опоры на одном уровне. Исходные данные - поперечные усилия, натяжения нитей от единичного значения основного неизвестного. Результата - натяжения нитей статически неопределимой системы.

Расчет № 15. То же. Опоры на разных уровнях.

Расчет № 16. Расчет сетей, многократно статически неопределимых относительно натяжений. Метод Бубнова-Галеркина. Исходные данные - нагрузки на сеть, ожидаемая форма провесов. Результаты - натяжения нитей и перемещения в статически неопределимой системе.

Расчет № 17. Расчет сетей, многократно статически неопределимых относительно натяжений. Метод последовательных приближений. Исходные данные - нагрузка на сеть, результаты - натяжения нитей и перемещения в статически неопределимой сети.

Расчет № 18. То же. Случай узловых нагрузок.

Расчет № 19. Расчет сетей, многократно статически неопределимых относительно натяжений. Метод последовательных приближений. Исходные данные - нагрузка на сеть. Учитывается поперечная нагрузка на нити в плоскости сети. Результаты - натяжения нитей и перемещения в статически неопределимой сети.

РАСЧЕТ №1 (см. §2.8)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр 1 T_1	$\overline{1}_y$	P_y	T_3	$\overline{1}_y$	i_{yy}	T_5	$\overline{1}_y$	q_{yz}
T_2	$\overline{1}_r$	T_{yr}	T_4	$\overline{1}_r$	P_{r3}			

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_7	$\overline{1}_y$	Q'_{yz}	T_8	$\overline{1}_y$	Q''_{yz}			

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}_y$	T_3	$\overline{1}_y$	T_5	$\overline{1}_y$	T_7	$\overline{1}_y$		
T_2	$\overline{1}_r$	T_4	$\overline{1}_r$	T_6	$\overline{1}_y$	T_8	$\overline{1}_y$		

Программа №1

№ пп	Команда	Шифр блока
1	$гр 1 T_1 \times T_5 = T_6$	ПУ-9
2	$ T_4 \times T_2 + T_6 \times T_3 = T_7$	ПУС-10
3	$ T_7 - T_3 = T_8$	ПС-17

РАСЧЕТ №2 (см. §2.8)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_1	$\overline{1}_r$	T_{yr}	T_2	$\overline{1}_r$	P_{r3}			

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_3	$\overline{1}_y$	Q_{yz}						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}$	T_2	$\overline{1}$	T_3	$\overline{1}$				

Программа №2

№ пп	Команда	Шифр блока
1	$T_2 * T_1 = T_3$	ПУС-10

РАСЧЕТ № 3 (см. §2.9)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр1 T_1	$\overline{1}$	E_1	T_2	$\overline{1}$	Q_{11}	T_7	$\overline{1}$	Q_{13}
гр2 T_1	$\overline{1}$	H_1	T_6	$\overline{1}$	Q_{13}	T_{11}	$\overline{1}$	E

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{13}	$\overline{1}$	Q_{13}	T_{14}	$\overline{1}$	Q_{13}			

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}$	T_2	$\overline{1}$	T_3	$\overline{1}$	T_6	$\overline{1}$	T_{13}	$\overline{1}$
T_2	$\overline{1}$	T_5	$\overline{1}$	T_8	$\overline{1}$	T_{11}	$\overline{1}$	T_{14}	$\overline{1}$
T_3	$\overline{1}$	T_6	$\overline{1}$	T_9	$\overline{1}$	T_{12}	$\overline{1}$		

Программа №3

№ пп	Команда	Шифр блока
1	гр1 T_1 , гр2 $T_1 = гр3 T_1$	ПУС-5
2	гр3 $T_1 * T_2 = T_3$	ПУС-5

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
3	$ T_2 \cdot T_3 \cdot T_4 \cdot T_5 = T_5$ $\frac{T_3}{\text{двог. } T_1} = T_4$	ШМ-2
4	$T_6 \cdot T_7 \cdot T_8$	ПС-17
5	$0,9 \cdot T_9 = T_3$	ПУ-1
6	$\frac{ T_2 \cdot T_3 \cdot T_5 \cdot T_{10} }{\text{двог. } T_1} = T_{10}$	ШМ-3
7	$\frac{ T_{10} \cdot T_{11} \cdot T_4 \cdot T_{12} }{\text{двог. } T_4} = T_{12}$	ШМ-4
8	$ T_2 \cdot T_{12} \cdot T_6 \cdot T_{11} = T_{13}$	ПУС-11
9	$T_{13} \cdot T_6 \cdot T_7 \cdot T_{14}$	ПС-17

РАСЧЕТ №4 (см. §2.9)

Исходные данные

Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.
гр1T ₁	1 _y	2 _y	T ₂	1 _y ^н	2 _y	T ₃		E
гр2T ₁	1 _y	Н _y	T ₆	1 _y ^з	Q _{y2}			

Результаты расчета

Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.
T ₀	1 _y ^з	Q _{y2}						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T ₁	1 _y ^з	T ₂	1 _y ^н	T ₅	1 _y ^н	T ₇	1 _y ^з	T ₉	1 _y
T ₂	1 _y	T ₄	1 _y ^н	T ₆	1 _y ^з	T ₈	1 _y ^з	T ₁₀	1 _y

№ п/п	Команда	Шифр блока
1	$gr\ 1\ T_1 : gr\ 2\ T_1 = gr\ 3\ T_1$	I У-5
2	$gr\ 3\ T_1 \times T_2 = T_3$	II У-9
3	$ T_2 \times T_3 + T_4 \times T_5 = T_5$ $\frac{T_5}{- \text{двог. } T_4} = T_4$	III М-2
4	$ T_3 \times T_6 + T_5 \times T_7 = T_7$ $\frac{T_7}{- \text{двог. } T_5}$	III М-3
5	$ T_7 \times T_8 + T_4 \times T_9 = T_9$ $\frac{T_9}{- \text{двог. } T_4}$	III М-4
6	$ T_2 \times T_9 + T_6 \times T_8 = T_{10}$	II УС-11

РАСЧЕТ № 5 (см. § 2.9)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
gr 1 T ₁	↑ _y	e _y	T ₂	↑ _y "	Q _{ny}	T ₈	↑ ₃ "	P _{г₁}
gr 2 T ₁	↑ _y	H _y	T ₆	↑ _y "	T _{yr}			

Результаты расчета.

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T ₁₀	↑ _y "	Q _{г₁} *						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T ₁	↑ _y "	T ₃	↑ _y "	T ₅	↑ _y "	T ₇	↑ _y "	T ₉	↑ _y "
T ₂	↑ _y "	T ₄	↑ _y "	T ₆	↑ _y "	T ₈	↑ _y "	T ₁₀	↑ _y "

Вычисления следует

производить по программе №4.

РАСЧЕТ № 6

(см. § 2.9)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр 1 T ₁	1 y	e _y	T ₆	1 r	J _{yr}	T ₉	1 y	q _{yr}
гр 2 T ₂	1 y	H _y	T ₇	1 y	i' y y'	T ₁₄		E
T ₂	1 y	Q _{ny}	T ₈	1 r	p _{rs}			

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T ₁₆	1 y	Q'' _{yz}	T ₁₇	1 y	Q''' _{yz}			

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T ₁	1 y	T ₅	1 n	T ₉	1 y	T ₁₃	1 n	T ₁₇	1 y
T ₂	1 y	T ₆	1 y	T ₁₀	1 y	T ₁₄	1 y		
T ₃	1 y	T ₇	1 y	T ₁₁	1 y	T ₁₅	1 n		
T ₄	1 n	T ₈	1 r	T ₁₂	1 y	T ₁₆	1 y		

Программа №6

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	гр 1 T ₁ : гр 2 T ₁ = гр 3 T ₁	I 3-5
2	гр 5 T ₁ * T ₂ = T ₃	II 4-9
3	$ T_2 * T_3 + T_4 * T_5 = T_5$ $\frac{T_5}{-дог. T_5} = T_4$	III M-2
4	гр 1 T ₁ * T ₃ = T ₁₀	IV 9-9
5	$ T_8 * T_6 + T_{10} * T_7 = T_{11}$	V 9-10
6	$ 100 * T_{11} - 0,50 * T_{10} = T_{12}$	VI 9-1

№ п/п	Команда	Шифр блока
7	$\frac{ T_3 \cdot T_4 \cdot T_5 \cdot T_6 }{\text{двог. } T_3} = T_{13}$	III M3
8	$\frac{ T_{13} \cdot T_4 \cdot T_5 \cdot T_6 }{\text{двог. } T_4} = T_{15}$	III M4
9	$ T_5 \cdot T_{13} \cdot T_6 \cdot T_{15} = T_{16}$	II UC-11
10	$T_{16} \cdot T_{10} = T_{17}$	II C-17

РАСЧЕТ №7 (см. §2.10)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр 1 T ₁	$\overline{1}_y$	E _y	T ₃	$\overline{1}_y$	Ÿ ^н н _y	T ₁₁	$\overline{1}_r$	P _{r2}
гр 2 T ₁	$\overline{1}_y$	н _y	T ₈	$\overline{1}_y$	q ₁₃	T ₁₅		-E
T ₂	$\overline{1}_y$	Ÿ ^н н _y	T ₁₀	$\overline{1}_r$	Ÿ ^н н _r			

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T ₁₇	$\overline{1}_r$	Q ^н н _r	T ₁₈	$\overline{1}_y$	G ^н н _y	T ₁₉	$\overline{1}_r$	Ÿ ^н н _r

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T ₁	$\overline{1}_y$	T ₃	$\overline{1}_r$	T ₃	$\overline{1}_y$	T ₃	$\overline{1}_y$	T ₁₇	$\overline{1}_y$
T ₂	$\overline{1}_y$	T ₆	$\overline{1}_r$	T ₁₀	$\overline{1}_r$	T ₄	$\overline{1}_r$	T ₁₈	$\overline{1}_y$
T ₃	$\overline{1}_y$	T ₇	$\overline{1}_r$	T ₁₁	$\overline{1}_r$	T ₁₃	$\overline{1}_r$	T ₁₉	$\overline{1}_r$
T ₄	$\overline{1}_y$	T ₈	$\overline{1}_y$	T ₂	$\overline{1}_y$	T ₆	$\overline{1}_r$		

Программа №7

№ п/п	Команда	Шифр блока
1	гр 2 T ₁ : гр 1 T ₁ = гр 3 T ₁	II J-5

№№ п/п	Команда	шифр блока.
2	$T_1 - T_2 = T_5$	II C-17
3	гр 3 $T_1 \times T_5 = T_4$	II Y-9
4	$ T_4 \times T_5 + T_6 \times T_7 = T_7$ $\frac{T_7}{- \text{двог. } T_7} = T_6$	III M-2
5	$T_2 + T_3 = T_{12}$	II C-17
6	гр 1 $T_1 \times T_8 = T_9$	II Y-9
7	$0,500 \times T_9 = T_{13}$	II Y-1
8	$\frac{ T_{10} \times T_{11} + T_{12} \times T_{13} + T_7 \times T_{14} }{- \text{двог. } T_7} = T_{14}$	III M-3
9	$\frac{ T_4 \times T_{15} + T_6 \times T_{16} }{- \text{двог. } T_6} = T_{16}$	III M-4
10	$ T_4 \times T_{16} + T_{13} \times T_{15} = T_{17}$	II YC-11
11	$T_{17} + T_9 = T_{18}$	II C-17
12	$T_{10} \times T_{16} = T_{19}$	II YC-11

РАСЧЕТ № 8 (см. § 2.10)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр 1 T_1	$\overline{1}_y$	ρ_y	T_3	$\overline{1}_y^*$	σ_{ny}	T_7	$\overline{1}_n^3$	ρ_{n3}
гр 2 T_1	$\overline{1}_y$	n_y	T_6		ε	T_9		$-\varepsilon$

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{10}	$\overline{1}_3^*$	u_{n3}	T_{11}	$\overline{1}_y^3$	Q_{y3}^*			

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_4	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_7	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_{10}	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$		
T_2	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_5	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_8	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_{11}	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$		
T_3	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_6	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	T_9	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$				

Программа №8.

№ п/п	Команда	Шифр блока
1	$gr\ 2T, \cdot gr\ 1T, \cdot gr\ 3T,$	IД-5
2	$gr\ 3T, \cdot T_3 = T_2$	IIУ-9
3	$ T_2 \cdot T_3 - T_4 \cdot T_5 = T_5$ $\frac{T_5}{- \text{двог. } T_5} = T_4$	IIIМ-2
4	$ T_6 \cdot T_7 + T_5 \cdot T_8 = T_8$ $- \text{двог. } T_5$	IIIМ-3
5	$ T_8 \cdot T_9 + T_4 \cdot T_{10} = T_{10}$ $- \text{двог. } T_4$	IIIМ-4
6	$T_2 \cdot T_{10} = T_{11}$	IIУС-11

РАСЧЕТ № 9 (см. § 2.11)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
$gr\ 1T$	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	Q_y	T_2	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	$\bar{Q}_{yn}$	T_7	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	U_{c3}
$gr\ 2T$	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	H_y	T_6	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	$\bar{A}_{nc}$	T_9	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	$-E$

Результаты расчета.

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{11}	$\begin{array}{ c } \hline \text{ } \\ \hline \end{array}$	Q_{y3}						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}_y^3$	T_4	$\overline{1}_H^H$	T_7	$\overline{1}_c^3$	T_{10}	$\overline{1}_b^H$		
T_2	$\overline{1}_y^H$	T_5	$\overline{1}_H^H$	T_8	$\overline{1}_H^3$	T_{11}	$\overline{1}_y^3$		
T_3	$\overline{1}_y^H$	T_6	$\overline{1}_c^H$	T_9	$\overline{1}_b^3$				

Программа №9

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	$gr1 T_1 : gr2 T_1 = gr3 T_1$	I Д-5
2	$gr3 T_1 \times T_2 = T_3$	II Ч-9
3	$\frac{ T_2 \times T_3 + T_4 \times T_5 }{- \text{диаг. } T_5} = T_5$	III М-2
4	$\frac{ T_6 \times T_7 + T_8 \times T_9 }{- \text{диаг. } T_5} = T_8$	III М-3
5	$\frac{ T_8 \times T_9 + T_4 \times T_{10} }{- \text{диаг. } T_4} = T_{10}$	III М-4
6	$T_2 \times T_{10} = T_{11}$	II ЧС-11

РАСЧЕТ №10 (см. §2.11)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
$gr1 T_1$	$\overline{1}_y$	E_y	T_2	$\overline{1}_y^H$	$с_{H_y}$	T_3	$\overline{1}_3^3$	E
$gr2 T_1$	$\overline{1}_y$	H_y	T_6	$\overline{1}_y^3$	Q_{y3}			

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{11}	$\overline{1}_y^3$	Q_{y3}^*						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}_y^3$	T_4	$\overline{1}_n^n$	T_7	$\overline{1}_n^3$	T_{10}	$\overline{1}_y^3$		
T_2	$\overline{1}_y^n$	T_5	$\overline{1}_n^n$	T_8	$\overline{1}_y^3$	T_{11}	$\overline{1}_y^3$		
T_3	$\overline{1}_y^n$	T_6	$\overline{1}_y^3$	T_9	$\overline{1}_y^n$				

Программа №10

№ п/п	Команда	Шифр блока
1	$gr\ 2\ T_1 : gr\ 1\ T_1 = gr\ 3\ T_1$	IД-5
2	$gr\ 3\ T_1 \times T_2 = T_3$	IIУ-9
3	$\frac{ T_2 \times T_3 + T_4 \times T_5 }{- \text{двог. } T_3} = T_4$	IIIМ-2
4	$\frac{ T_3 \times T_6 + T_5 \times T_7 }{- \text{двог. } T_3} = T_7$	IIIМ-3
5	$\frac{ T_7 \times T_8 + T_4 \times T_9 }{- \text{двог. } T_4} = T_9$	IIIМ-4
6	$ T_2 \times T_9 + T_6 \times T_8 = T_{10}$	IIУС-11
7	$gr\ 3\ T_1 \times T_{10} = T_{11}$	IIУ-9

РАСЧЕТ №11 (см. § 2.12)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
$gr\ 1\ T_1$	$\overline{1}_y$	e_y	T_2	$\overline{1}_y^n$	$\bar{Q}'_{ny}$	T_7	$\overline{1}_y^3$	$\bar{Q}'_{y3}$
$gr\ 2\ T_1$	$\overline{1}_y$	n_y	T_3	$\overline{1}_y^n$	$\bar{Q}''_{ny}$	T_8	$\overline{1}_y^3$	Q''_{y3}

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{10}	$\overline{1}_n^3$	Δ_{n3}						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}_y^4$	T_3	$\overline{1}_y^n$	T_5	$\overline{1}_y^n$	T_7	$\overline{1}_y^3$	T_9	$\overline{1}_y^3$
T_2	$\overline{1}_y^n$	T_4	$\overline{1}_y^n$	T_6	$\overline{1}_y^n$	T_8	$\overline{1}_y^3$	T_{10}	$\overline{1}_n^3$

Программа №11

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	$6,00 * \text{гр} 2 T_1 = \text{гр} 3 T_1$	ИУ-1
2	$\text{гр} 1 T_1 : \text{гр} 3 T_1 = \text{гр} 4 T_1$	ИД-5
3	$\text{гр} 4 T_1 * T_2 = T_4$	ИУ-9
4	$\text{гр} 4 T_1 * T_3 = T_5$	ИУ-9
5	$T_4 + T_3 = T_6$	ИС-17
6	$T_7 + T_8 = T_9$	ИС-17
7	$ T_7 * T_4 + T_8 * T_3 + T_9 * T_6 = T_{10}$	ИУС-10

РАСЧЕТ №12 (см. § 2.12)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр1 T_1	$\overline{1}_y$	e_y	T_2	$\overline{1}_y^n$				
гр2 T_1	$\overline{1}_y$	H_y	T_4	$\overline{1}_y^3$				

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_5	$\overline{1}_n^3$	Δ_{n3}						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}_y^3$	T_2	$\overline{1}_y^n$	T_3	$\overline{1}_y^n$	T_4	$\overline{1}_y^3$	T_5	$\overline{1}_n^3$

Программа №12

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	$gr\ 1\ T_1 : gr\ 2\ T_1 = gr\ 3\ T_1$	ИД-5
2	$gr\ 3\ T_1 \times T_2 = T_3$	ИУ-9
3	$T_4 \times T_3 = T_5$	ИУС-10

РАСЧЕТ №13 (см. §2.12)

Исходные данные

Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.
$gr\ 1\ T_1$	$\overline{1}_y$	E_y	$gr\ 4\ T_1$	$\overline{1}_y$	H_y	T_4	$\overline{1}_y^s$	Q'_{yz}
$gr\ 2\ T_1$	$\overline{1}_y$	E_y	$gr\ 5\ T_1$	$\overline{1}_y$	α_y	T_5	$\overline{1}_y^s$	Q''_{yz}
$gr\ 3\ T_1$	$\overline{1}_y$	F_y	T_2	$\overline{1}_y$	t_3	T_3	$\overline{1}_y^n$	$\bar{H}_{ny}$

Результаты расчета

Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.	Адрес	Индекс	Содержан.
T_{11}	$\overline{1}_n^s$	Δ_{n3}						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}_y^s$	T_4	$\overline{1}_y^s$	T_7	$\overline{1}_y^s$	T_{10}	$\overline{1}_y^n$		
T_2	$\overline{1}_y$	T_5	$\overline{1}_y^s$	T_8	$\overline{1}_y^s$	T_{11}	$\overline{1}_n^s$		
T_3	$\overline{1}_y^s$	T_6	$\overline{1}_y^s$	T_9	$\overline{1}_y^n$				

Программа №13

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	$gr\ 2\ T_1 \times gr\ 3\ T_1 = gr\ 6\ T_1$	ИУ-5
2	$gr\ 4\ T_1 : gr\ 6\ T_1 = gr\ 7\ T_1$	ИД-5
3	$gr\ 4\ T_1 : gr\ 4\ T_1 = gr\ 8\ T_1$	ИУ-5

№ п.п.	Команда	шифр блока
4	$0,1667 \cdot \text{гр } 8 T_1 = \text{гр } 9 T_1$	II-1
5	$\text{гр } 5 T_1 + \text{стр } 1 T_2 = T_3$	II-5
6	$ T_1 \times T_4 + T_3 \times T_5 + T_6 \times T_7 = T_8$	II-17
7	$\text{гр } 9 T_1 + T_8 = T_7$	II-9
8	$\text{гр } 7 T_1 + T_3 + T_7 = T_8$	II-9
9	$\text{гр } 1 T_1 + T_9 = T_{10}$	II-9
10	$T_8 + T_{10} = T_{11}$	II-10

РАСЧЕТ № 14 (см. § 2.13)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр 1 T_1	$ _y$	e_y	гр 4 T_1	$ _y$	H_y	T_3	$ _3$	Q'_{y3}
гр 2 T_1	$ _y$	ε_y	гр 5 T_1	$ _y$	α_y	T_4	$ _7$	Q''_{y3}
гр 3 T_1	$ _y$	F_y	11 T_2	.	Δ^a	гр 1 T_5	$ _3$	ε_3

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_7	$ _4$	H_{y3}						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$ _2^{10}$	T_3	$ _2^3$	T_5	$ _2^3$	T_7	$ _7^3$		
T_2	$ _1^1$	T_4	$ _1^3$	T_6	$ _3^6$				

Программа № 14

№ п.п.	Команда	шифр блока
1	$\text{гр } 1 T_1 + \text{гр } 4 T_1 = \text{гр } 5 T_1$	II-5

Л.Л. П.П.	Команда	Шифр блока
2	$гр 2 T_1 \times гр 3 T_1 = гр 7 T_1$	IY-5
3	$гр 6 T_1 : гр 7 T_1 = гр 8 T_1$	IY-5
4	$гр 1 T_1 : гр 4 T_1 = гр 9 T_1$	ID-5
5	$0,1557 \times гр 9 T_1 = гр 10 T_1$	IY-1
6	$гр 5 T_1 \times гр 6 T_1 = 2,1 T_2$	IYC-1
7	$гр 4 T_1 \times гр 8 T_1 = 3,1 T_2$	IYC-1
8	$1,1 T_2 : 3,1 T_2 = 4,1 T_2$	OD-1
9	$2,1 T_2 : 3,1 T_2 = 5,1 T_2$	OD-1
10	$ T_3 \times T_3 + T_4 \times T_4 + T_5 \times T_4 = T_5$	IY-17
11	$гр 10 T_1 \times T_5 = гр 2 T_6$	IYC-1
12	$5,1 T_2 + гр 1 T_6 = гр 3 T_6$	IY-1
13	$-4,1 T_2 + гр 3 T_6 = гр 4 T_6$	IC-1
14	$- гр 2 T_6 : 3,1 T_2 = гр 5 T_6$	ID-9
15	$гр 6 T_6 = x_3$; x_3 есть корень уравнения: $x_3^3 + гр 4 T_6 \cdot x_3^2 + гр 5 T_6 = 0$	
16	$гр 4 T_1 \times гр 6 T_6 = T_7$	IY-3

РАСЧЕТ № 15 (см. § 2.13)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержим.	Адрес	Индексы	Содержим.	Адрес	Индексы	Содержим.
гр 1 T ₁	1 y	e _y	гр 5 T ₁	1 y	d _y	T ₄	1 y δ	g'' _{yz}
гр 2 T ₁	1 y	E _y	гр 6 T ₁	1 y	g _y	гр 1 T ₇	1 z	t _z
гр 3 T ₁	1 y	F _y	1,1 T ₂	•	Δ°			
гр 4 T ₁	1 y	H _y	T ₃	1 y δ	g' _{yz}			

Результаты расчета.

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_8	$\overline{1}_y^3$	Нуз						

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{1}_y^{13}$	T_3	$\overline{1}_y^3$	T_5	$\overline{1}_y^3$	T_7	$\overline{1}_y^3$		
T_2	$\overline{1}_7^1$	T_4	$\overline{1}_y^3$	T_6	$\overline{1}_y^3$	T_8	$\overline{1}_y^3$		

Программа №15

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	$гр\ 1\ T_1 \times гр\ 4\ T_1 = гр\ 7\ T_1$	$\overline{14}-5$
2	$гр\ 2\ T_1 \times гр\ 3\ T_1 = гр\ 8\ T_1$	$\overline{14}-5$
3	$гр\ 7\ T_1 : гр\ 8\ T_1 = гр\ 9\ T_1$	$\overline{17}-5$
4	$гр\ 1\ T_1 : гр\ 4\ T_1 = гр\ 10\ T_1$	$\overline{17}-5$
5	$0.5000 \times гр\ 10\ T_1 = гр\ 11\ T_1$	$\overline{14}-1$
6	$0.1667 \times гр\ 10\ T_1 = гр\ 12\ T_1$	$\overline{14}-1$
7	$гр\ 6\ T_1 \times гр\ 6\ T_1 = гр\ 13\ T_1$	$\overline{14}-5$
8	$гр\ 6\ T_1 \times гр\ 11\ T_1 = гр\ 14\ T_1$	$\overline{14}-5$
9	$гр\ 11\ T_1 \times гр\ 13\ T_1 = 2.1\ T_2$	$\overline{14C}-1$
10	$1.1\ T_2 + 2.1\ T_2 = 3.1\ T_2$	$00-1$
11	$гр\ 5\ T_1 \times гр\ 7\ T_1 = 4.1\ T_2$	$\overline{14C}-1$
12	$гр\ 4\ T_1 \times гр\ 9\ T_1 = 5.1\ T_2$	$\overline{14C}-1$
13	$3.1\ T_2 + 5.1\ T_2 = 6.1\ T_2$	$07-1$
14	$4.1\ T_2 + 5.1\ T_2 = 7.1\ T_2$	$07-1$
15	$T_3 + T_4 = T_5$	$\overline{1C}-17$

№ п/п	Команда	Шифр блока
15	$ T_3 \times T_3 + T_4 \times T_4 + T_5 \times T_5 = T_6$	IIY-17
17	зр 14 $T_1 \times T_5 = \text{зр } 2 T_7$	IIYC-1
18	зр 12 $T_1 \times T_6 = \text{зр } 3 T_7$	IIYC-1
19	7.1 $T_2 \times \text{зр } 1 T_7 = \text{зр } 4 T_7$	IY-1
20	-5.1 $T_2 \times \text{зр } 4 T_7 = \text{зр } 5 T_7$	IC-1
21	-зр 2 $T_7 : 5.1 T_2 = \text{зр } 6 T_7$	ID-9
22	-зр 3 $T_7 : 5.1 T_2 = \text{зр } 7 T_7$	ID-9
23	зр 8 $T_7 = x_3$; x_3 есть корень уравнения: $x_3^2 + \text{зр } 5 T_7 x_3^2 + \text{зр } 6 T_7 x_3 + \text{зр } 7 T_7 = 0$	
24	зр 4 $T_1 \times \text{зр } 8 T_7 = T_8$	IIY-3

РАСЧЕТ № 16 (см. § 2.15)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
зр 1 T_1	$\overline{1}_y$	e_y	зр 1 T_6	$\overline{1}_z$	e_z	T_{17}	$\overline{1}_c^y$	d_{cy}
зр 2 T_1	$\overline{1}_y$	e_y	зр 1 T_5	$\overline{1}_H$	$-\Delta_H^0$	T_{18}	$\overline{1}_c^z$	y_{cz}
зр 3 T_1	$\overline{1}_y$	F_y	T_{11}	$\overline{1}_H^H$	E_{HH}	T_{21}	$\overline{1}_y^z$	f_{yz}
зр 4 T_1	$\overline{1}_y$	d_y	T_{12}	$\overline{1}_y^z$	H_{yz}	T_{35}	$\overline{1}_y^z$	q_{yz}
T_2	$\overline{1}_y^H$	H_{yH}	T_{14}	$\overline{1}_z^z$	E_{zz}	T_{38}	$\overline{1}_c^z$	p_{cz}

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{39}	$\overline{1}_y^z$	H_{yz}^*	T_{40}	$\overline{1}_c^z$	y_{cz}^*	T_{41}	$\overline{1}_y^z$	f_{yz}^*

Размеры таблиц

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{10}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{19}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{28}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{37}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$
T_2	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{11}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{20}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{29}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{38}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$
T_3	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{12}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{21}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{30}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{39}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$
T_4	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{13}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{22}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{31}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{40}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$
T_5	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{14}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{23}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{32}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{41}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$
T_6	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{15}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{24}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{33}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{42}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$
T_7	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{16}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{25}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{34}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$		
T_8	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{17}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{26}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{35}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$		
T_9	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{18}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$	T_{27}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \gamma \\ \hline \end{array}$	T_{36}	$\begin{array}{ c } \hline \delta \\ \hline \delta \\ \hline \end{array}$		

Программа №16

№№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	$2.000 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 5 T_1$	IY-1
2	$0.375 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 6 T_1$	IY-1
3	$0.667 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 7 T_1$	IY-1
4	$\text{гр } 2 T_1 \times \text{гр } 3 T_1 = \text{гр } 8 T_1$	IY-5
5	$\text{гр } 1 T_1 \times T_2 = T_3$	IIY-9
6	$T_3 : \text{гр } 8 T_1 = T_4$	IIY-23
7	$\text{гр } 4 T_1 \times T_3 = \text{гр } 2 T_5$	IIY-1
8	$\text{гр } 2 T_5 \times \text{гр } 1 T_6 = T_7$	IIY-3
9	$\text{гр } 1 T_5 \times T_7 = T_8$	IIY-9
10	$ T_2 \times T_4 + T_9 \times T_{10} = T_{10}$ $\frac{T_{10}}{-\text{двог } T_{10}} = T_9$	IIIM-2

№ п/п	КОМАНДА	ШУДР БЛОКА
11	$\frac{ T_{11} \times T_8 + T_6 \times T_{12} + T_{10} \times T_{13} }{- \delta_{002} T_{10}} = T_{13}$	III M-3
12	$\frac{ T_{13} \times T_{14} + T_9 \times T_{15} }{- \delta_{002} T_9} = T_{15}$	III M-4
13	$ T_{12} \times T_{14} + T_2 \times T_{15} = T_{16}$	II YC-11
14	$T_{18} \times T_{17} = T_{19}$	II YC-10
15	$T_{15} \times T_{19} = T_{20}$	II Y-17
16	$T_{21} \times T_{21} = T_{22}$	II Y-17
17	$- T_{20} : 205 T_1 - T_{22} : 206 T_1 = T_{23}$	II D-23
18	$\frac{ T_2 \times T_{23} + T_9 \times T_{24} }{- \delta_{002} T_9} = T_{24}$	III M-3
19	$\frac{ T_{24} \times T_{14} + T_{10} \times T_{25} }{- \delta_{002} T_{10}} = T_{25}$	III M-4
20	$T_2 \times T_{25} = T_{26}$	II YC-11
21	$T_5 : 201 T_1 = T_{27}$	II D-23
22	$T_{19} \times T_{27} = T_{28}$	II Y-18
23	$T_{17} \times T_{28} = T_{29}$	II YC-11
24	$5,333 \times T_{21} = T_{30}$	II Y-1
25	$T_{27} \times T_{30} = T_{31}$	II Y-17
26	$T_{26} : 201 T_1 = T_{32}$	II D-23
27	$T_{19} \times T_{32} = T_{33}$	II Y-18
28	$T_{17} \times T_{33} = T_{34}$	II YC-11
29	$T_{30} \times T_{32} = T_{35}$	II Y-17
30	$207 T_1 \times T_{36} = T_{37}$	II Y-9
31	$ T_{18} \times T_{34} + T_{21} \times T_{35} = 202 T_1$	II YC-5
32	$ T_8 \times T_{29} + T_{21} \times T_{31} = 205 T_5$	II YC-5

№№ пп	Команда	шифр блока
33	$- T_{18} \times T_{38} - T_{21} \times T_{37} = \text{гр } 4 T_6$	IIY-5
34	$\text{гр } 5 T_6 = \lambda_1, \lambda_2 \text{ есть корни уравнения}$ $\text{гр } 2 T_6 \lambda_1^2 + \text{гр } 3 T_6 \lambda_1 + \text{гр } 4 T_6 = 0$	
35	$\text{гр } 5 T_6 \times \text{гр } 5 T_6 = \text{гр } 6 T_6$	IY-5
36	$\text{гр } 6 T_6 \times T_{28} = T_{39}$	IIY-12
37	$T_{16} \times T_{39} = T_{40}$	II-17
38	$\text{гр } 5 T_6 \times T_{18} = T_{41}$	IIY-12
39	$\text{гр } 5 T_6 \times T_{21} = T_{42}$	IIY-12

РАСЧЕТ №17 (см. §2.16)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
гр1 T ₁	$\overline{1}_y$	e _y	T ₂	$\overline{1}_y^c$	d _{cy}	T ₁₈	$\overline{1}_y^z$	H _{yz}
гр2 T ₁	$\overline{1}_y$	h _y	T ₆		E	стр1 T ₂₀	$\overline{1}_y$	t _z
гр4 T ₁	$\overline{1}_y$	E _y F _y	T ₇		E	T ₂₅	$\overline{1}_y^c$	P _{cz}
гр6 T ₁	$\overline{1}_y$	Δe_y^0	T ₁₀	$\overline{1}_y^H$	H _y	T ₂₅	$\overline{1}_y^z$	q _{yz}
гр7 T ₁	$\overline{1}_y$	a _y	T ₁₄		E			

Результаты расчета.

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T ₂₉	$\overline{1}_y^z$	H _{yz} *	T ₃₀	$\overline{1}_z^c$	y _{yz} *	T ₃₁	$\overline{1}_y^z$	f _{yz} *

Размеры таблиц предварительной
и заключительной частей расчета.

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T ₁	$\overline{1}_y^z$	T ₂	$\overline{1}_z^c$	T ₃	$\overline{1}_z^c$	T ₄	$\overline{1}_z^c$	T ₅	$\overline{1}_z^c$
T ₆	$\overline{1}_y^c$	T ₇	$\overline{1}_z^c$	T ₈	$\overline{1}_z^c$	T ₉	$\overline{1}_z^c$		

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T ₁₀	$\overline{1}^N$	T ₁₅	$\overline{1}^N$	T ₂₀	$\overline{1}^N$	T ₂₅	$\overline{1}^N$	T ₃₀	$\overline{1}^N$
T ₁₁	$\overline{1}^N$	T ₁₆	$\overline{1}^N$	T ₂₁	$\overline{1}^N$	T ₂₆	$\overline{1}^N$	T ₃₁	$\overline{1}^N$
T ₁₂	$\overline{1}^N$	T ₁₇	$\overline{1}^N$	T ₂₂	$\overline{1}^N$	T ₂₇	$\overline{1}^N$		
T ₁₃	$\overline{1}^N$	T ₁₈	$\overline{1}^N$	T ₂₃	$\overline{1}^N$	T ₂₈	$\overline{1}^N$		
T ₁₄	$\overline{1}^N$	T ₁₉	$\overline{1}^N$	T ₂₄	$\overline{1}^N$	T ₂₉	$\overline{1}^N$		

Размеры таблиц последовательных приближений / для одного приближения/.

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T ₁₋₀₁	$\overline{1}^c$	T ₁₋₀₆	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₁	$\overline{1}^c$	T ₁₋₁₆	$\overline{1}^N$	T ₁₋₂₁	$\overline{1}^c$
T ₁₋₀₂	$\overline{1}^N$	T ₁₋₀₇	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₂	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₇	$\overline{1}^N$	T ₁₋₂₂	$\overline{1}^N$
T ₁₋₀₃	$\overline{1}^c$	T ₁₋₀₈	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₃	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₈	$\overline{1}^N$	T ₁₋₂₃	$\overline{1}^N$
T ₁₋₀₄	$\overline{1}^N$	T ₁₋₀₉	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₄	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₉	$\overline{1}^{12}$		
T ₁₋₀₅	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₀	$\overline{1}^N$	T ₁₋₁₅	$\overline{1}^c$	T ₁₋₂₀	$\overline{1}^c$		

Первая цифра в номере таблицы соответствует номеру приближения.

Программа №17

а/ Предварительная часть

№ п/п	Команда	Шифр блока
1	$1.000 : \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 11 T_1$	I Д-1
2	$ \text{гр } 2 \times \text{гр } 11 = \text{гр } 3 T_1$	I У-5
3	$0.125 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 9 T_1$	I У-1
4	$ \text{гр } 9 : \text{гр } 3 = \text{гр } 10 T_1$	I Д-5
5	$0.667 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 12 T_1$	I У-1
6	$0.500 \times \text{гр } 11 T_1 = \text{гр } 13 T_1$	I У-1
7	$2.667 \times \text{гр } 11 T_1 = \text{гр } 14 T_1$	I У-1
8	$ \text{гр } 11 : \text{гр } 9 = \text{гр } 15 T_1$	I Д-5
9	$\text{гр } 3 T_1 \times T_2 = T_3$	II У-9
10	$\frac{ T_2 \times T_3 + T_4 \times T_5 }{-\text{двоц. } T_5} = T_4$	III М-2
11	$\frac{ T_6 \times T_7 + T_8 \times T_9 }{-\text{двоц. } T_5} = T_3$	III М-3
12	$\frac{ T_8 \times T_7 + T_6 \times T_9 }{-\text{двоц. } T_4} = T_9$	III М-4
13	$ \text{гр } 1 : \text{гр } 4 = \text{гр } 5 T_1$	I Д-5
14	$\text{гр } 5 T_1 \times T_{10} = T_{11}$	II У-9
15	$\frac{ T_{10} \times T_{11} + T_{12} \times T_{13} }{-\text{двоц. } T_{13}} = T_{12}$	III М-2
16	$\frac{ T_{10} \times T_{14} + T_{12} \times T_{15} }{-\text{двоц. } T_{12}} = T_{15}$	III М-3
17	$\frac{ T_{15} \times T_{14} + T_{13} \times T_{16} }{-\text{двоц. } T_{13}} = T_{16}$	III М-4
18	$T_{10} \times T_{16} = T_{17}$	II УС-11

№№ п.п.	Команда	шифр блока
19	$ 20\ 1 \times 20\ 7 = 20\ 8 T_1$	ПУ-5
20	$20\ 5 T_1 \times T_{16} = T_{19}$	ПУ-9
21	$20\ 8 T_1 \times \text{строу } T_{20} = T_{21}$	ПУ-5
22	$20\ 6 T_1 \times T_{19} = T_{22}$	ПУ-9
23	$T_{21} \times T_{22} = T_{23}$	ПУ-17
24	$ T_{18} \times T_{16} + T_{23} \times T_{17} = T_{24}$	ПУС-10
25	$20\ 11 T_1 \times T_2 = T_{27}$	ПУ-9
26	$T_{23} = - T_{1-01}$ Проверка	
27	$T_{25} = - T_{1-02}$ Проверка	

Б/ Последовательные приближения.

№№ п.п.	Команда	шифр блока
1	$T_{1-01} \times T_5 = T_{1-03}$	ПУС-11
2	$20\ 10 T_1 \times T_{1-02} = - T_{1-04}$	ПУ-9
3	$T_2 \times T_{1-03} = T_{1-05}$	ПУС-11
4	$T_{1-05} \times T_{1-05} = T_{1-06}$	ПУ-17
5	$T_{1-04} \times T_{1-04} = T_{1-07}$	ПУ-17
6	$ 20\ 13 T_1 \times T_{1-06} + 20\ 14 T_1 \times T_{1-07} = - T_{1-08}$	ПУ-9
7	$T_{1-08} \times T_{17} = T_{1-9}$	ПУС-10
8	$T_{24} \times T_{1-09} = T_{1-10}$	ПУ-17
9	$T_{27} \times T_{1-10} = T_{1-11}$	ПУС-10
10	$T_{24} \times T_{1-04} = T_{1-12}$	ПУ-17
11	$20\ 15 T_1 \times T_{1-12} = T_{1-13}$	ПУ-9
12	$T_{1-05} \times T_{1-9} = T_{1-14}$	ПУ-17
13	$T_{27} \times T_{1-14} = T_{1-15}$	ПУС-10

№№ п.п.	Команда	шифр блока
14	$T_{1-04} * T_{1-9} = T_{1-15}$	IIY-17
15	гр 15 $T_1 * T_{1-16} = T_{1-17}$	IIY-9
16	гр 12 $T_1 * T_{1-04} = T_{1-18}$	IIY-9
17	$T_{1-03} * T_{1-15} = \text{гр } 1 T_{1-19}$	IIYC-7
18	$T_{1-17} * T_{1-18} = \text{гр } 2 T_{1-19}$	IIYC-5
19	$T_{1-03} * T_{1-11} = \text{гр } 3 T_{1-19}$	IIYC-7
20	$T_{1-13} * T_{1-18} = \text{гр } 4 T_{1-19}$	IIYC-5
21	$T_{1-03} * T_{25} = \text{гр } 5 T_{1-19}$	IIYC-7
22	$T_{26} * T_{1-18} = \text{гр } 6 T_{1-19}$	IIYC-5
23	$\text{гр } 1 T_{1-19} * \text{гр } 2 T_{1-19} = \text{гр } 7 T_{1-19}$	IC-5
24	$\text{гр } 3 T_{1-19} * \text{гр } 4 T_{1-19} = \text{гр } 8 T_{1-19}$	IC-5
25	$\text{гр } 5 T_{1-19} * \text{гр } 6 T_{1-19} = \text{гр } 9 T_{1-19}$	IC-5
26	$\text{гр } 10 T_{1-19} = \lambda_3$; λ_3 есть корень уравнения: $\text{гр } 7 T_{1-19} \lambda_1^2 + \text{гр } 8 T_{1-19} \lambda_1 + \text{гр } 9 T_{1-19} = 0$	
27	$\text{гр } 10 T_{1-19} * \text{гр } 10 T_{1-19} * \text{гр } 10 T_{1-19} = \text{гр } 11 T_{1-19}$	IY-5
28	$\text{гр } 11 T_{1-19} * T_{1-15} = T_{1-20}$	IIY-9
29	$\text{гр } 10 T_{1-19} * T_{1-11} = T_{1-21}$	IIY-9
30	$\text{гр } 11 T_{1-19} * T_{1-17} = T_{1-22}$	IIY-9
31	$\text{гр } 10 T_{1-19} * T_{1-13} = T_{1-23}$	IIY-9
32	$T_{1-01} * T_{1-20} * T_{1-21} - T_{23} = T_{2-01}$	IC-17
33	$T_{1-02} * T_{1-22} * T_{1-23} - T_{25} = T_{2-02}$	IC-18

№ п/п	Команда	Шифр блока
34	Повторяется программа последовательных приближений расчета №17 с пункта 1 по пункт 33, причем первая цифра „i“ в номерах таблиц $T_{i-01} \div T_{i-23}$ увеличивается на 1; повторение продолжается до соблюдения условий;	
	1/ $T_{(i+1)-01} = T_{i-01}$ 2/ $T_{(i+1)-02} = T_{i-02}$	

б/ Заключительная часть.

№ п/п	Команда	Шифр блока
1	$\text{гр } 10 \times \text{гр } 10 = \text{гр } 12 \mid T_{i-19}$	IIY-5
2	$\text{гр } 12 T_{i-19} \times T_{i-9} = T_{28}$	IIY-12
3	$T_{24} + T_{28} = T_{29}$	IIС-17
4	$\text{гр } 10 T_{i-19} \times T_{i-03} = T_{30}$	IIY-9
5	$\text{гр } 10 T_{i-19} \times T_{i-04} = T_{31}$	IIY-12

Программа заключительной части расчета №17 выполняется после окончания последнего необходимого приближения, так что вместо „i“ следует читать номер этого приближения.

РАСЧЕТ №18 (см. §2.16)

Исходные данные

Адрес	Индекс	Содержан	Адрес	Индекс	Содержан	Адрес	Индекс	Содержан
гр1Т ₁	1 _у	е _у	гр4Т ₁	1 _у	ЕF _у	гр7Т ₁	1 _у	α _у
гр2Т ₁	1 _у	h _у	гр6Т ₁	1 _у	Δe° _у	T ₂	1 _у ^c	dс _у

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_3		E	T_{14}		E	T_{25}	$\overline{z}^c$	P_{0z}
T_7		E	T_{18}	$\overline{y}^{\delta}$	H_{yz}			
T_{10}	$\overline{y}^n$	$\tilde{H}_{ny}$	стр. T_{20}	$\overline{z}$	Δz			

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{28}	$\overline{y}^{\delta}$	H_{yz}^*	T_{29}	$\overline{y}^{\delta}$	y_{yz}^*			

*Размеры таблиц предварительной
и заключительной частей расчета.*

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\overline{y}^{10}$	T_7	$\overline{c}^c$	T_{13}	$\overline{n}^n$	T_{19}	$\overline{z}^{\delta}$	T_{25}	$\overline{z}^c$
T_2	$\overline{y}^c$	T_8	$\overline{c}^c$	T_{14}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{20}	$\overline{z}$	T_{26}	$\overline{y}^c$
T_3	$\overline{y}^c$	T_9	$\overline{c}^c$	T_{15}	$\overline{n}^{\delta}$	T_{21}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{27}	$\overline{y}^{\delta}$
T_4	$\overline{c}^c$	T_{10}	$\overline{y}^n$	T_{16}	$\overline{y}^n$	T_{22}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{28}	$\overline{y}^{\delta}$
T_5	$\overline{c}^c$	T_{11}	$\overline{y}^n$	T_{17}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{23}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{29}	$\overline{z}^c$
T_6	$\overline{c}^c$	T_{12}	$\overline{n}^n$	T_{18}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{24}	$\overline{y}^{\delta}$		

*Размеры таблиц последовательных приближений
/для одного приближения/.*

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_{1-01}	$\overline{z}^c$	T_{1-04}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{1-07}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{1-10}	$\overline{z}^c$	T_{1-13}	$\overline{z}^c$
T_{1-02}	$\overline{z}^c$	T_{1-05}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{1-08}	$\overline{y}^c$	T_{1-11}	$\overline{z}^{\delta}$		
T_{1-03}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{1-06}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{1-09}	$\overline{y}^{\delta}$	T_{1-12}	$\overline{z}^c$		

Первая цифра в обозначении таблицы соответствует номеру приближения

Программа №18

а/ Предварительная часть расчета.

№ п.п.	Команда	Шифр блока
1	$1.000 : \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 9 T_1$	IД-1
2	$ \text{гр } 2 \times \text{гр } 9 T_1 = \text{гр } 3 T_1$	IУ-5
3	$0.500 \times \text{гр } 9 T_1 = \text{гр } 10 T_1$	IУ-1
4	$\text{гр } 3 T_1 \times T_2 = T_3$	IIУ-9
5	$\frac{ T_2 \times T_3 + T_4 \times T_5 }{- \text{двог } T_5} = T_4$	IIIM-2
6	$\frac{ T_6 \times T_7 + T_5 \times T_8 }{- \text{двог } T_5} = T_8$	IIIM-3
7	$\frac{ T_6 \times T_7 + T_4 \times T_9 }{- \text{двог } T_4} = T_9$	IIIM-4
8	$ \text{гр } 1 : \text{гр } 4 T_1 = \text{гр } 5 T_1$	IД-5
9	$\text{гр } 5 T_1 \times T_{10} = T_{11}$	IIУ-9
10	$\frac{ T_{10} \times T_{11} + T_{12} \times T_{13} }{- \text{двог } T_{13}} = T_{12}$	IIIM-2
11	$\frac{ T_{10} \times T_{14} + T_{12} \times T_{15} }{- \text{двог } T_{12}} = T_{15}$	IIIM-3
12	$\frac{ T_{15} \times T_{14} + T_{13} \times T_{16} }{- \text{двог } T_{13}} = T_{16}$	IIIM-4
13	$T_{10} \times T_{16} = T_{17}$	IIУС-11
14	$ \text{гр } 1 \times \text{гр } 7 T_1 = \text{гр } 8 T_1$	IУ-5
15	$\text{гр } 5 T_1 \times T_{18} = T_{19}$	IIУ-9

№№ п/п	Команда	Шифр блока
16	$\text{гр } 8 T_1 \times \text{стр } 1 T_{20} = T_{21}$	ПУ-5
17	$\text{гр } 6 T_1 \times T_{19} = T_{22}$	ПС-9
18	$T_{21} \times T_{22} = T_{23}$	ПС-17
19	$T_{18} \times T_{23} \times T_{17} = T_{24}$	ПУС-10
20	$T_{25} = T_{1-01}$ Проверка.	
21	$\text{гр } 9 T_1 \times T_2 = T_{25}$	

Б/. Последовательные приближения

№№ п/п	Команда	Шифр блока
1	$T_{1-01} \times T_9 = T_{1-02}$	ПУС-11
2	$T_2 \times T_{1-02} = T_{1-03}$	ПУС-11
3	$T_{1-03} \times T_{1-03} = T_{1-04}$	ПУ-17
4	$\text{гр } 10 T_1 \times T_{1-04} = T_{1-05}$	ПУ-9
5	$T_{1-05} \times T_{17} = T_{1-06}$	ПУС-10
6	$T_{24} \times T_{1-03} = T_{1-07}$	ПУ-17
7	$T_{25} \times T_{1-07} = T_{1-08}$	ПУС-10
8	$T_{1-06} \times T_{1-03} = T_{1-09}$	ПУ-17
9	$T_{26} \times T_{1-09} = T_{1-10}$	ПУС-10
10	$T_{1-10} \times T_{1-02} = \text{гр } 1 T_{1-11}$	ПУС-7
11	$T_{1-08} \times T_{1-02} = \text{гр } 2 T_{1-11}$	ПУС-7
12	$T_{25} \times T_{1-02} = \text{гр } 3 T_{1-11}$	ПУС-7
13	$ \text{гр } 2 : \text{гр } 1 T_{1-11} = \text{гр } 4 T_{1-11}$	ИД-5
14	$ \text{гр } 3 : \text{гр } 1 T_{1-11} = \text{гр } 5 T_{1-11}$	ИД-5
15	$\text{гр } 6 T_{1-11} = \lambda_3$; λ_3 это корень уравнения $\lambda^3 + \text{гр } 4 T_{1-11} \cdot \lambda + \text{гр } 5 T_{1-11} = 0$	

№№ п.п.	Команда	шифр блока
16	$\text{гр } 6 \times \text{гр } 6 \mid T_{r-11} = \text{гр } 7 T_{r-11}$	ІУ-5
17	$\text{гр } 7 \times \text{гр } 6 \mid T_{r-11} = \text{гр } 8 T_{r-11}$	ІУ-5
18	$\text{гр } 8 T_{r-11} \times T_{r-10} = T_{r-12}$	ІУ-9
19	$\text{гр } 6 T_{r-11} \times T_{r-08} = T_{r-13}$	ІУ-9
20	$T_{r-01} + T_{r-12} + T_{r-13} - T_{25} = T_{2-01}$	
21	Повторяется программа последовательных приближений расчета №8 с пункта 1 по пункт 20, причем первая цифра „i“ в номерах таблиц $T_{i-01} \div T_{i-13}$ увеличивается на 1; повторение продолжается до соблюдения условия $T_{i+1-01} = T_{i-01}$	

в). Заключительная часть расчета.

№№ п.п.	Команда	шифр блока
1	$\text{гр } 7 T_{i-11} \times T_{i-06} = T_{27}$	ІУ-12
2	$T_{24} + T_{27} = T_{28}$	ІС-17
3	$\text{гр } 6 T_{i-11} \times T_{i-02} = T_{29}$	ІУ-9

Программа вычислений заключительной части расчета №8 выполняется после окончания последнего необходимого приближения, так что вместо „i“ следует читать номер этого приближения.

РАСЧЕТ №19 (см. § 2.17)

Исходные данные

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
стр 1 T_1	$\downarrow y$	e_y	T_2	$\downarrow y^c$	d_{cy}	T_{18}	$\downarrow y^b$	H
стр 2 T_1	$\downarrow y$	h_y	T_6		E	стр 1 T_{20}	$\downarrow y^b$	Δt_3
стр 4 T_1	$\downarrow y$	$E F_y$	T_7		E	T_{25}	$\downarrow y^c$	P_{c3}
стр 6 T_1	$\downarrow y$	Δe_y^o	T_{10}	$\downarrow y^H$	$\bar{H}$	T_{26}	$\downarrow y^b$	φ_{y3}
стр 7 T_1	$\downarrow y$	α_y	T_{14}		E	T_{27}	$\downarrow y^b$	η_{y3}

Результаты расчета

Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.	Адрес	Индексы	Содержан.
T_{30}	$\downarrow y^b$	H^*_{y3}	T_{32}	$\downarrow y^b$	f^*_{y3}			
T_{31}	$\downarrow y^c$	y^*_{c3}	T_{33}	$\downarrow y^b$	w^*_{y3}			

Размеры таблиц предварительной
и заключительной частей расчета.

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_1	$\downarrow y^{15}$	T_8	$\downarrow y^c$	T_{15}	$\downarrow y^b$	T_{22}	$\downarrow y^b$	T_{29}	$\downarrow y^b$
T_2	$\downarrow y^c$	T_9	$\downarrow y^c$	T_{16}	$\downarrow y^H$	T_{23}	$\downarrow y^b$	T_{30}	$\downarrow y^b$
T_3	$\downarrow y^c$	T_{10}	$\downarrow y^H$	T_{17}	$\downarrow y^b$	T_{24}	$\downarrow y^b$	T_{31}	$\downarrow y^c$
T_4	$\downarrow y^c$	T_{11}	$\downarrow y^H$	T_{18}	$\downarrow y^b$	T_{25}	$\downarrow y^c$	T_{32}	$\downarrow y^b$
T_5	$\downarrow y^c$	T_{12}	$\downarrow y^H$	T_{19}	$\downarrow y^b$	T_{26}	$\downarrow y^b$	T_{33}	$\downarrow y^b$
T_6	$\downarrow y^c$	T_{13}	$\downarrow y^H$	T_{20}	$\downarrow y^b$	T_{27}	$\downarrow y^b$		
T_7	$\downarrow y^c$	T_{14}	$\downarrow y^b$	T_{21}	$\downarrow y^b$	T_{28}	$\downarrow y^c$		

Размеры таблиц последовательных приближений /для одного приближения/.

Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры	Табл.	Размеры
T_{1-01}	$\overline{1}^c$	T_{1-09}	$\overline{1}^3$	T_{1-17}	$\overline{1}^c$	T_{1-25}	$\overline{1}^3$	T_{1-33}	$\overline{1}^3$
T_{1-02}	$\overline{1}^3$	T_{1-10}	$\overline{1}^3$	T_{1-18}	$\overline{1}^3$	T_{1-26}	$\overline{1}^3$	T_{1-34}	$\overline{1}^3$
T_{1-03}	$\overline{1}^3$	T_{1-11}	$\overline{1}^3$	T_{1-19}	$\overline{1}^3$	T_{1-27}	$\overline{1}^3$	T_{1-35}	$\overline{1}^3$
T_{1-04}	$\overline{1}^c$	T_{1-12}	$\overline{1}^3$	T_{1-20}	$\overline{1}^3$	T_{1-28}	$\overline{1}^3$	T_{1-36}	$\overline{1}^3$
T_{1-05}	$\overline{1}^3$	T_{1-13}	$\overline{1}^3$	T_{1-21}	$\overline{1}^3$	T_{1-29}	$\overline{1}^3$		
T_{1-06}	$\overline{1}^3$	T_{1-14}	$\overline{1}^3$	T_{1-22}	$\overline{1}^3$	T_{1-30}	$\overline{1}^3$		
T_{1-07}	$\overline{1}^3$	T_{1-15}	$\overline{1}^3$	T_{1-23}	$\overline{1}^c$	T_{1-31}	$\overline{1}^c$		
T_{1-08}	$\overline{1}^3$	T_{1-16}	$\overline{1}^3$	T_{1-24}	$\overline{1}^3$	T_{1-32}	$\overline{1}^c$		

Первая цифра в обозначении таблицы соответствует номеру приближения.

Программа №19

а/Предварительная часть расчета.

№ п/п	Команда	Шифр блока
1	$1.000 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 11 T_1$	IД-1
2	$ \text{гр } 2 \times \text{гр } 11 T_1 = \text{гр } 3 T_1$	IУ-5
3	$0.125 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 9 T_1$	IУ-1
4	$ \text{гр } 9 : \text{гр } 3 T_1 = \text{гр } 10 T_1$	IД-5
5	$0.667 \times \text{гр } 1 T_1 = \text{гр } 12 T_1$	IУ-1
6	$0.500 \times \text{гр } 11 T_1 = \text{гр } 13 T_1$	IУ-1
7	$2.667 \times \text{гр } 11 T_1 = \text{гр } 14 T_1$	IУ-1
8	$ \text{гр } 11 : \text{гр } 9 T_1 = \text{гр } 15 T_1$	IД-5

№№ пп	Команда	шифр блока
9	$2p\ 3\ T_1 \times T_2 = T_3$	IIY-9
10	$\frac{ T_2 \times T_3 + T_4 \times T_5 }{- \partial \text{у} \partial \text{г} T_5} = T_4$	IIIM-2
11	$\frac{ T_6 \times T_7 + T_5 \times T_8 }{- \partial \text{у} \partial \text{г} T_5} = T_8$	IIIM-3
12	$\frac{ T_8 \times T_7 + T_4 \times T_9 }{- \partial \text{у} \partial \text{г} T_4} = T_9$	IIIM-4
13	$ 2p\ 1 : 2p\ 4 T_1 = 2p\ 5\ T_1$	IIJ-5
14	$2p\ 5\ T_1 \times T_{10} = T_{11}$	IIY-9
15	$\frac{ T_{10} \times T_{11} + T_{12} \times T_{13} }{- \partial \text{у} \partial \text{г} T_{13}} = T_{12}$	IIIM-2
16	$\frac{ T_{10} \times T_{14} + T_{12} \times T_{15} }{- \partial \text{у} \partial \text{г} T_{12}} = T_{15}$	IIIM-3
17	$\frac{ T_{15} \times T_{14} + T_{13} \times T_{16} }{- \partial \text{у} \partial \text{г} T_{13}} = T_{16}$	IIIM-4
18	$T_{10} \times T_{16} = T_{17}$	IIYC-11
19	$ 2p\ 1 \times 2p\ 7 T_1 = 2p\ 8\ T_1$	IIY-5
20	$2p\ 5\ T_1 \times T_{18} = T_{19}$	IIY-9
21	$2p\ 8\ T_1 \times \text{стр} 1\ T_{20} = T_{21}$	IIY-5
22	$-2p\ 6\ T_1 + T_{19} = T_{22}$	IIIC-9
23	$T_{21} + T_{22} = T_{23}$	IIIC-17
24	$T_{18} + T_{23} \times T_{17} = T_{24}$	IIYC-10
25	$T_{25} = - T_{1-01}$ Проверка	
26	$T_{26} = - T_{1-02}$ Проверка	
27	$T_{27} = - T_{1-03}$ Проверка	
28	$2p\ 11\ T_1 \times T_2 = T_{28}$	IIY-9

Б/ Последовательные приближения.

№ п.п.	Команда	шифр блока
		II УС-11
1	$T_{-01} * T_9 = T_{-04}$	II У-9
2	$ -2p 10 T_1 * T_{-02} = T_{-05}$	II У-9
3	$ -2p 10 T_1 * T_{-03} = T_{-06}$	II УС-11
4	$T_2 * T_{-04} = T_{-07}$	II У-17
5	$T_{-07} * T_{-07} = T_{-08}$	II У-17
6	$T_{-05} * T_{-05} = T_{-09}$	II У-17
7	$T_{-06} * T_{-06} = T_{-10}$	II У-17
8	$T_{-09} * T_{-10} = T_{-11}$	II У-9
9	$2p 13 T_1 * T_{-08} = T_{-12}$	II У-9
10	$2p 14 T_1 * T_{-11} = T_{-13}$	II С-17
11	$T_{-12} * T_{-13} = -T_{-14}$	II УС-10
12	$T_{-14} * T_{-17} = T_{-15}$	II У-17
13	$T_{24} * T_{-07} = T_{-16}$	II УС-10
14	$T_{28} * T_{-16} = T_{-17}$	II У-17
15	$T_{24} * T_{-05} = T_{-18}$	II У-9
16	$2p 15 T_1 * T_{-18} = T_{-19}$	II У-17
17	$T_{24} * T_{-06} = T_{-20}$	II У-9
18	$2p 15 T_1 * T_{-20} = T_{-21}$	II У-17
19	$T_{-15} * T_{-07} = T_{-22}$	II УС-10
20	$T_{28} * T_{-22} = T_{-23}$	II У-17
21	$T_{-15} * T_{-05} = T_{-24}$	II У-9
22	$2p 15 T_1 * T_{-24} = T_{-25}$	II У-17
23	$T_{-15} * T_{-06} = T_{-26}$	

№№ п/п	Команда	шифр блока
24	$2p15 T_1 * T_{1-25} = T_{1-27}$	IIY-9
25	$2p12 T_1 * T_{1-05} = T_{1-28}$	IIY-9
26	$2p12 T_1 * T_{1-06} = T_{1-29}$	IIY-9
27	$T_{1-25} * T_{1-04} = 2p1 T_{1-30}$	IIYC-7
28	$T_{1-25} * T_{1-28} = 2p2 T_{1-30}$	IIYC-5
29	$T_{1-27} * T_{1-29} = 2p3 T_{1-30}$	IIYC-5
30	$T_{1-17} * T_{1-04} = 2p4 T_{1-30}$	IIYC-7
31	$T_{1-19} * T_{1-28} = 2p5 T_{1-30}$	IIYC-5
32	$T_{1-21} * T_{1-29} = 2p6 T_{1-30}$	IIYC-5
33	$-T_{25} * T_{1-04} = 2p7 T_{1-30}$	IIYC-7
34	$-T_{26} * T_{1-28} = 2p8 T_{1-30}$	IIYC-5
35	$-T_{27} * T_{1-29} = 2p9 T_{1-30}$	IIYC-5
36	$ 2p1 + 2p2 + 2p3 T_{1-30} = 2p10 T_{1-30}$	IC-5
37	$ 2p4 + 2p5 + 2p6 T_{1-30} = 2p11 T_{1-30}$	IC-5
38	$ 2p7 + 2p8 + 2p9 T_{1-30} = 2p12 T_{1-30}$	IC-5
39	$ 2p10 + 2p12 T_{1-30} = 2p13 T_{1-30}$	ID-5
40	$ 2p11 + 2p12 T_{1-30} = 2p14 T_{1-30}$	ID-5
41	$2p15 T_{1-30} = \lambda_3$; λ_3 есть корень уравнения $2p13 \lambda_3^2 + 2p14 \lambda_3 + 1 = 0$.	
42	$ 2p15 * 2p15 T_{1-30} = 2p16 T_{1-30}$	IY-5
43	$ 2p15 * 2p16 T_{1-30} = 2p17 T_{1-30}$	IY-5
44	$2p17 T_{1-30} * T_{1-25} = T_{1-31}$	IIY-9
45	$2p15 T_{1-30} * T_{1-17} = T_{1-32}$	IIY-9
46	$T_{1-01} + T_{1-31} + T_{1-32} - T_{25} = T_{2-01}$	IIIC-17

№№ п.п.	Команда	шифр блока
47	$2p\ 17\ T_{i-30} * T_{i-25} = T_{i-33}$	IIY-12
48	$2p\ 15\ T_{i-30} * T_{i-19} = T_{i-34}$	IIY-12
49	$T_{i-02} * T_{i-33} * T_{i-34} - T_{26} = T_{2-02}$	IIС-17
50	$2p\ 17\ T_{i-30} * T_{i-27} = T_{i-35}$	IIY-12
51	$2p\ 15\ T_{i-30} * T_{i-21} = T_{i-36}$	IIY-12
52	$T_{i-03} * T_{i-35} * T_{i-36} - T_{27} = T_{2-03}$	IIС-17
53.	Повторяется программа последовательных приближений расчета №19 с пункта 1 по пункт 52, причем первая цифра „i“ в номерах таблиц $T_{i-01} - T_{i-36}$ увеличивается на 1; повторение продолжается до соблюдения условия: 1/ $T_{i+1/-01} = T_{i-01}$ 2/ $T_{i+1/-02} = T_{i-02}$ 3/ $T_{i+1/-03} = T_{i-03}$	

8/ Заключительная часть расчета.

№№ п.п.	Команда	шифр блока
1	$2p\ 16\ T_{i-30} * T_{i-15} = T_{29}$	IIY-12
2	$T_{24} * T_{29} = T_{30}$	IIС-17
3	$2p\ 15\ T_{i-30} * T_{i-04} = T_{31}$	IIY-9
4	$2p\ 15\ T_{i-30} * T_{i-05} = T_{32}$	IIY-12
5	$2p\ 15\ T_{i-30} * T_{i-06} = T_{33}$	IIY-12

Программа вычислений заключительной части расчета №19 выполняется после окончания последнего необходимого приближения, так что вместо „i“ следует читать номер этого приближения.