

А.В. Шимановский, **М.П. Кондра**, С.М. Кондра

ВЫСОТНЫЕ СООРУЖЕНИЯ. ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

*Под общей редакцией
члена-корреспондента Национальной академии наук
Украины, заслуженного деятеля науки и техники Украины,
доктора технических наук, профессора
А.В. Шимановского*

**Киев
Издательство «Сталь»
2014**

УДК 624.97-034.14
ББК 38.112

Шимановский А.В., **Кондра М.П.**, Кондра С.М.

Ш 61 Высотные сооружения. Теория и практика / Под общей редакцией Шимановского А.В. – К.: Изд-во «Сталь», 2014. – 392 с., рис. 151, табл. 60.

В книге с единых методологических позиций изложены элементы статического и динамического расчетов, а также оптимального проектирования высотных сооружений. Освещены принципы выбора конструктивных параметров стальных башен и мачт. Описано построение основных разрешающих соотношений, методы и алгоритмы теории оптимального проектирования. Приведен обширный обзор конструктивных решений башен, мачт, башен специального назначения (дымовых труб, вытяжных и водонапорных башен), антенных систем и монументов. Представлены различные практические примеры, реальные оптимизационные задачи и методы их решения.

Для научных работников, инженеров, преподавателей, аспирантов, магистров и студентов высших технических учебных заведений.

ISBN 978-617-676-063-4

УДК 624.97-034.14
ББК 38.112

Шимановський О.В., **Кондра М.П.**, Кондра С.М.

Ш 61 Висотні споруди. Теорія та практика / За загальною редакцією Шимановського О.В. – К.: Вид-во «Сталь», 2014. – 392 с., рис. 151, табл. 60.

У книзі з єдиних методологічних позицій викладені елементи статичного й динамічного розрахунків, а також оптимального проектування висотних споруд. Висвітлені принципи вибору конструктивних параметрів сталевих веж і щогл. Описана побудова основних розв'язних співвідношень, методи й алгоритми теорії оптимального проектування. Наведений великий огляд конструктивних рішень веж, щогл, веж спеціального призначення (димарів, витяжних і водонапірних веж), антенних систем і монументів. Представлені практичні приклади, реальні оптимізаційні задачі та методи їх розв'язку.

Для науковців, інженерів, викладачів, аспірантів, магістрів і студентів вищих технічних навчальних закладів.

Рецензенты: Л.М. Лобанов, академик Национальной академии наук Украины, доктор технических наук, профессор
В.Н. Гордеев, заслуженный деятель науки и техники Украины, доктор технических наук, профессор

Рекомендовано к изданию Научно-техническими советами: Министерства регионального развития, строительства и жилищно-коммунального хозяйства Украины, Украинской государственной корпорации «Укрмонтажспецстрой», Института электросварки имени Е.О. Патона Национальной академии наук Украины, ООО «Украинский институт стальных конструкций имени В.Н. Шимановского».

© **А.В. Шимановский,**
М.П. Кондра, С.М. Кондра, 2015
© Издательство «Сталь», 2015

ISBN 978-617-676-063-4

ВВЕДЕНИЕ

Представляется хорошо известным, что высотные сооружения применяются во многих отраслях промышленности и в сфере обслуживания населения, а именно: в связи, радиовещании, телевидении, энергетике, металлургии, химической и нефтеперерабатывающей промышленности и др. Сооружения большой высоты также очень часто возводятся для метеорологических исследований и других целей. Более того, некоторые монументальные сооружения (в том числе почти все уникальные) по характеру работы своей конструкции и примененным инженерным решениям относятся к высотным сооружениям башенного типа. Что же касается непосредственного назначения башен и мачт, то они могут использоваться в качестве опор радиорелейных линий связи, телевизионных опор, опор для подвески антенных сетей, стальных дымовых труб, вытяжных башен химических предприятий, факельных установок, прожекторных опор, монументов-obelisks, видовых башен и многих других сооружений. А также кроме своего основного назначения они могут быть использованы для экскурсионных и туристических мероприятий.

Далее нужно сказать о том, что высотные сооружения, как это вытекает из их названия, отличаются от обычных зданий и сооружений своей большой высотой, намного превышающей размеры поперечного сечения и основания в плане, а также второстепенной ролью собственного веса конструкции и оборудования по сравнению с ветровыми нагрузками. Следующей их весьма характерной отличительной особенностью является относительная гибкость и, как следствие, низкая частота собственных колебаний. Кроме того, рассматриваемые конструкции имеют малую величину декремента затухания колебаний, чем, кстати говоря, объясняется достаточно большая доля динамической составляющей в общей величине ветровой нагрузки. А еще здесь стоит упомянуть весьма сильную зависимость реакции высотных сооружений на основные воздействия от их конструктивных форм, параметров и сечений элементов.

Возникает логичный вопрос. Что же означает все изложенное фактически? Или, формулируя этот же вопрос иными словами, – какие последствия могут иметь эти особенности? Следует подчеркнуть, что ответ на поставленный вопрос достаточно прост: башням и мачтам свойственна аэродинамическая неустойчивость при некоторых конструктивных формах и соотношениях параметров, а также необходимость обеспечения технологических требований по ограничению перемещений, например угловых, для отдельных точек при относительно большой общей податливости (деформативности) сооружения.

И поэтому вполне очевидно, что все описанные особенности высотных сооружений требуют использования специальных подходов при их расчете, конструировании, проектировании (в том числе оптимальном) и возведении. Причем особо выделим здесь то, что именно эти объективные особенности определяют выбор материала для сооружения. А именно: чаще всего конструкции башен и мачт выполняются из металла, поскольку он обладает высоким значением коэффициента конструктивного качества. Впрочем, невзирая на это, но принимая во внимание специальные (а часто и субъективно-специфические) требования к внешнему архитектурному виду объекта, достаточно большое количество уникальных башен выполнено из железобетона, а в некоторых случаях даже были применены алюминиевые сплавы и другие материалы, к примеру, дерево.

Теперь по существу рассматриваемого вопроса укажем также на то, что практически все высотные сооружения представляют собой не просто знаковые, но весьма видные (в прямом и переносном смысле этого слова) объекты, требующие очень серьезного отношения к формированию их внешнего облика. И потому такое серьезное отношение делает высотные сооружения весьма интересными в инженерном и эстетическом плане. Насколько отмеченное является важным, можно судить, к примеру, по силуэтам изображенных на рис. В.1 – В.3 некоторых уникальных башен.

Ныне накоплен большой опыт расчета, конструирования, проектирования и возведения высотных сооружений. Причем особо значительные темпы роста объемов строительства башен и мачт наблюдались в 50 – 70-х годах XX-го века. Однако в последнее время по целому ряду объективных причин наметился некоторый спад в строительстве высотных сооружений, а особенно инженерных сооружений больших и сверхбольших высот. Поэтому представляется вполне естественным процесс некоторого снижения внимания к теоретическим исследованиям, проектным разработкам конструкций, методам изготовления и монтажа, что в свою очередь может привести к практически невозполнимой утрате накопленных достижений в области проектирования. А потому с целью недопущения этой утраты и максимального сбережения имеющихся наработок в части высотных сооружений очень важным является обобщение опыта проектирования и возведения башенных и мачтовых конструкций. И в предлагаемой книге делается попытка в какой-то степени выполнить такую задачу.



Рис. В.1. Телебашня CN Tower
в г. Торонто высотой 553,33 м



Рис. В.2. Телебашня Останкино
в г. Москве высотой 540,1 м



Рис. В.3. Варианты проектного решения телебашни в г. Минске высотой 440 м

Теперь скажем всего лишь несколько слов, касающихся общей характеристики настоящего издания. Книга состоит из десяти глав и трех приложений. В первой главе приведен обширный обзор башен, мачт, башен специального назначения (дымовых труб, вытяжных и водонапорных башен), антенных систем и монументов, а также описаны их основные конструктивные решения. Вторая и третья главы посвящены изложению вопросов в части стальных башен. Причем если во второй главе рассмотрены их схемы, то в третьей – конструкции узловых соединений. В четвертой главе нашла отражение информация о материалах конструкций высотных сооружений. Пятая глава освещает вопросы, связанные с воздействиями и нагрузками на высотные сооружения. При этом особое внимание уделено анализу и сопоставлению требований различных нормативных документов. В шестой главе описаны принципы антивибрационной защиты высотных сооружений и представлены многочисленные примеры различных гасителей колебаний. Седьмая глава содержит общие данные о статическом и динамическом расчетах и оптимальном проектировании высотных сооружений, а в восьмой главе, продолжающей это рассмотрение, основное внимание сосредоточено на конкретизации особенностей выполнения расчетов и конструирования высотных сооружений с использованием Еврокодов. В девятой главе изложена теория оптимального проектирования и аспекты поиска оптимальных параметров стальных башен. Десятая глава раскрывает наполнение многочисленных вопросов по подготовке и проведению обследований металлических конструкций, а также сущность возникновения дефектов и повреждений на этапах проектирования, изготовления, транспортирования, монтажа и эксплуатации и их влияние на работу высотных сооружений. И, наконец, в приложениях № I и № II в весьма краткой форме представлены основные сведения о методах оптимизации и задачах управления, а также о расчете гибких нитей, которые были широко использованы при написании данной книги. Кроме того, в приложении № III приведены примеры проектных решений некоторых наиболее типичных высотных сооружений.

Рассмотрим далее содержание всех разделов настоящего издания, останавливаясь при этом на их наиболее характерных моментах.

В первой главе сосредоточены общие сведения о широкой гамме различных по конструктивному исполнению, назначению и принципам работы высотных инженерных сооружений. Последовательно рассмотрены характерные примеры наиболее известных стальных башен, в том числе уникальных, большинство из которых являются единственными реализованными такого рода объектами в мировой практике строительства, и утилитарных, т. е. башен широкого применения, имеющих, как правило, узкопрактическое (или другими словами прикладное) назначение. Особое внимание уделено уникальным мачтам и мачтам массового применения, башням специального назначения – дымовым трубам, вытяжным и водонапорным, а также антенным системам и монументам.

Описаны конструктивные и расчетные схемы, оценена пространственность работы сооружений. Изложены вопросы проектирования, расчета, изготовления и монтажа, а также приведена характеристика их несущих конструкций. Освещены требования, предъявляемые к таким сооружениям в целом и к конструктивным материалам, нагрузкам и воздействиям в частности. Указаны особенности используемых конструктивных решений и узлов. Отмечены некоторые перспективные тенденции развития конструктивных форм и методов монтажа высотных инженерных сооружений.

Вторая глава включает основные данные о схемах стальных решетчатых башен, их классификации, свойствах и конструктивных отличиях. Сообразно с этим указано, что структура решетчатой башни определяется не только характером взаимосвязи ее стержней и узлов, но и очертанием ее пространственной конструкции. С учетом изложенного сформулированы принципы построения и описаны пять типов решетчатых башен, отличающихся друг от друга размещением узлов и элементов, наличием, количеством и рисунком расположения связей, принципами работы и требованиями к образующим решетку элементам, а также схемами диафрагм. Показаны наиболее характерные представители всех указанных типов башен.

Наряду с освещением вопросов, касающихся схем и типов стальных решетчатых башен, особое внимание обращено на построение типоразмеров решетчатых башен одинакового назначения. При этом отмечено, что указанное построение проводится шестью основными способами, суть которых состоит в отсечении нижнего участка самой высокой башни, исключении секций на участках с параллельными поясами, геометрически подобном изменении схемы, вырезании участков из модульной унифицированной схемы, применении нескольких модульных схем с кратными уклонами поясов и одинаковыми их длинами независимо от уклона пояса, а также сохранении рисунка решетки при переходе к башне с большим количеством граней. Рассмотрены особенности способов построения типоразмеров башен и их реализации на практике.

И, наконец, завершает вторую главу перечень ряда типовых проектов башен объектов связи, разработанных Украинским институтом стальных конструкций им. В.Н.Шимановского с использованием приведенных выше основных способов построения типоразмеров башен одинакового назначения и их модульных схем.

В третьей главе описаны разнообразные типы узловых соединений решетчатых стальных башен (опорные, примыкания раскосов и распорок к поясам, пересечения раскосов) и представлены их принципиальные конструктивные схемы. Значительное внимание уделено стыкам трубчатых элементов и крестовых сечений, узловым бесфасоночным прикреплениям труб, а также деталям концевых закреплений распорок и раскосов. Приведены примеры наиболее распространенных расчетов фланцевых соединений, стыков поясов башни из уголкового профиля и определения толщины

фланца, сформированных таким образом, чтобы в максимальной степени прояснить сущность решаемых задач. Обсуждены вопросы назначения и конструктивного решения башен, выполненных в виде листовых оболочек, а в качестве их характерного примера рассмотрена осветительная опора стадиона Национального спортивного комплекса «Олимпийский» в г. Киеве.

Четвертая глава освещает вопросы, связанные с применяемыми в конструкциях высотных инженерных сооружений материалами и профилями. Отмечено, что применительно к этим сооружениям, во-первых, нашли наиболее широкое использование стали с гарантированными химическими и механическими свойствами и профили с минимальным коэффициентом лобового сопротивления, а, во-вторых, марки сталей и условия их поставки обычно принимаются в зависимости от климатического района и группы конструкций для элементов высотного сооружения. Представлен всеобъемлющий перечень групп конструкций и рекомендуемых марок стали для некоторых элементов высотных сооружений, а также сортамент горячедеформированных труб, применяемых для решетчатых высотных сооружений. Кроме того, раскрыты общие положения и требования к условиям поставки стали труб, болтов (шпилек), гаек и шайб.

В пятой главе нашли свое отражение многочисленные аспекты, свойственные определению расчетных параметров и величин воздействий и нагрузок на высотные инженерные сооружения. В этом плане указано на то, что по характеру взаимодействия окружающей среды с сооружением существует три основных вида воздействия. Причем воздействия первого (нагрузочного) вида характеризуются непосредственным влиянием на напряженно-деформированное состояние конструкции и его изменение во времени, второго (химического) – разрушением металла и особенно его поверхности и, наконец, третьего (специфического) – изменением физических характеристик материала, из которого изготовлена конструкция.

Изложены подходы и конкретизирующие их методы нахождения собственной массы конструкций и оборудования, климатических воздействий и нагрузок (ветрового режима местности, атмосферной турбулентности, аэродинамических коэффициентов, учета пульсации воздушного потока, гололеда, температуры), воздействия прямой солнечной радиации, сейсмических воздействий, предварительного напряжения и монтажных нагрузок. При этом особое внимание обращено на изучение двух не совсем традиционных составляющих воздействий и нагрузок и установление их расчетных параметров: воздействий от торнадо и влияния условий эксплуатации на изменение нагрузок. Выполнен анализ и сопоставлены требования различных нормативных документов, регламентирующих определение расчетных значений воздействий и нагрузок.

Шестая глава раскрывает принципы расчета, конструирования и проектирования разнообразных средств антивибрационной защиты высотных инженерных сооружений от аэроупругих колебаний галопирующего типа, возникающих в результате инициации вихреобразования при обтекании

высотных сооружений воздушным потоком. В связи с этим отмечено, что широкое применение нашли три вида средств антивибрационной защиты: дополнительные связи (тяжи, оттяжки основные силовые или антивибрационные, оттяжки с грузами и демпфирующими устройствами), аэродинамические способы гашения колебаний (пластины, спирали, перфорированные решетки, каналы у острых кромок) и механические гасители колебаний (ударные и динамические гасители, демпферы). Представлены принципиальные схемы средств защиты, изложены принципы их работы и подробно описаны присущие им достоинства и недостатки. Также особое внимание сделано на изучении целого ряда различных параметров и условий, определяющих выбор типа и конструктивное решение механических гасителей колебаний, – конструкцию и величину приведенной массы высотного сооружения, существующие конструктивные ограничения и частоты, на которых возможно появление автоколебаний, и др. Рассмотрены практически важные случаи нахождения частоты колебаний гасителей. Приведена методика и пример расчета воздушного демпфера. Описан порядок действий при проведении настройки гасителей колебаний и характерные особенности их эксплуатации.

Завершает шестую главу достаточно обширный раздел, содержащий методики расчета высотных инженерных сооружений при вихревом возбуждении и на ветровой резонанс. Причем в качестве примеров применения этих методик представлены результаты аэродинамических исследований монумента Независимости Украины в г. Киеве в виде коэффициентов аэродинамических сил и моментов при круговой обдувке модели монумента набегающим воздушным потоком и практических рекомендаций с целью обеспечения его надежной работы.

В седьмой главе содержатся общие данные о положениях статического и динамического расчетов, а также оптимального проектирования высотных инженерных сооружений. Отмечено, что при проведении статических расчетов в большинстве случаев используется линейная зависимость между нагрузкой и перемещением, а нелинейные свойства оттяжек, висячих и вантовых элементов представляются как свойства гибкой упругой нити с малой стрелой провисания. Расчет же решетчатых конструкций башен, как правило, осуществляется с применением расчетной схемы в виде пространственной фермы по специализированным программам. Впрочем, широко используются и упрощенные расчетные подходы, в которых для вычисления расчетных характеристик принимается схема башни в виде консольного стержня со ступенчато изменяющейся жесткостью, усилия в поясах и решетке определяются по приближенным формулам через моменты, продольные и поперечные силы, а при определении приведенных жесткостей учитывается податливость решетки.

Что же касается динамического расчета, то решение состоит из двух этапов, первый из которых заключается в преобразовании воздушного потока в действующие на высотные сооружения возмущающие силы. Причем

указанное преобразование осуществляется с помощью аэродинамической передаточной функции, зависящей от относительных размеров сооружений и от длин волн гармоник скорости. Второй этап расчета заключается в преобразовании возбуждения в движение и осуществляется с помощью второй передаточной функции, зависящей от собственных частот сооружения и его диссипативных свойств (суммарного коэффициента диссипации).

В части же поиска оптимального решения конструкции высотного сооружения указано на то, что этот поиск подразделяется на два основных этапа: вариантное проектирование (выбор и разработка вариантов конструкции) и уточнение параметров принятого варианта для окончательной его разработки. При этом подчеркнуто, что главная особенность оптимального проектирования высотного сооружения состоит в том, что действующая на него нагрузка, вызванная климатическими воздействиями, существенно зависит от параметров конструкции. А потому при решении задачи оптимизации необходимо учитывать взаимосвязь нагрузки с искомыми параметрами.

Восьмая глава в достаточно общей форме характеризует внедряемую в Украине Европейскую систему подходов к подготовке нормативных документов для проектирования и возведения зданий и объектов инфраструктуры. Наряду с этим здесь же описаны основные правила расчета башен и мачт с оттяжками в соответствии с требованиями Еврокодов и Национальных приложений к этим Еврокодам, а также приведены примеры вычисления динамических характеристик при расчете башен.

Изложены понятия и дана градация расчетных ситуаций и классов надежности, используемых Еврокодами с целью обеспечения надежности при определении предельного состояния по несущей способности башен и мачт. Отмечено, что Еврокоды оперируют тремя видами значений нагрузок и воздействий – характеристическим, репрезентативным и расчетным, каждому из которых не только дано определение, но и указано на существующую между ними взаимосвязь. Помимо того, последовательно раскрыты особенности регламентируемых Еврокодами методик в части установления величин ветровых, гололедно-ветровых, постоянных и временных (в том числе от жесткого и мягкого ударов) нагрузок, а также предварительного натяжения оттяжек.

Обсуждены подходы Еврокодов к выполнению расчетных исследований высотных сооружений. При этом указано, что Еврокоды для нахождения внутренних сил и моментов предусматривают возможность использования упругого или пластического расчетов как в линейной постановке, так и по деформированной схеме с учетом деформаций и перераспределений внутренних усилий. Освещены особенности выполнения некоторых важных, но специализированных видов расчетов, а именно: мачты при разрыве оттяжки, соединений высотных сооружений, а также оттяжек (вант) и предварительно напряженных растянутых элементов. Причем наряду с описанием расчета предварительно напряженных растянутых элементов представлено их подразделение на группы в зависимости от конструкции и объектов применения.

В девятой главе развиваются изложенные в предшествующей седьмой главе положения оптимального проектирования высотных инженерных сооружений применительно к оптимальному проектированию и выбору соответствующих параметров стальных башен и мачт. Дана общая постановка, формулировка и принципиальная схема решения задачи оптимизации, а также изложен алгоритм нахождения оптимальных параметров четырехгранной башни с ромбической решеткой. А при определении схемы башни минимального объема последовательно выявлено качественное и количественное влияние на эту схему следующих параметров: фундаментов, зависимостей геометрических параметров схемы башни от нагрузки, прочности и сортамента стали. Кроме того установлено влияние конструктивных и технологических коэффициентов на стоимость высотных сооружений. Определены оптимальные параметры некоторых высотных инженерных сооружений, а именно: геометрические параметры треугольной в плане башни высотой 70 м и стоимость трехгранной в плане мачты высотой 71,5 м, в том числе с учетом цены земельного участка.

И, наконец, в заключительной части девятой главы представлены результаты оптимального поиска и описаны найденные конструктивные решения башни мобильной связи высотой 70 м в г. Черняховск Калининградской области и мачты высотой 71,51 м в г. Великий Новгород Новгородской области.

Десятая глава посвящена отклонениям фактического состояния металлических конструкций на этапах проектирования, изготовления, транспортирования, монтажа и эксплуатации в течение всего их жизненного цикла: от возникновения и выявления отклонений при проведении обследования и вплоть до момента их устранения. Изложены общие положения касательно подготовки и проведения обследования металлических конструкций и указано, что обследование может быть выборочным или полным. Раскрыта структура и последовательность подготовки и проведения подготовительных работ, а также приведен перечень документов, которые оформляются как перед их началом, так и по их итогам. Освещены вопросы, связанные с анализом технической документации обследуемого сооружения и отмечено, что по его результатам определяются состав, объем работы по обследованию конструкций, ее трудоемкость и стоимость. Представлен состав натурного освидетельствования конструкций и, кроме того, уделено значительное внимание техническим аспектам выявления отклонений. Дана характеристика различных отклонений фактического состояния конструкций высотных сооружений от предусмотренных проектом, стандартами и нормативными документами. Указано, что различают отклонения проектных решений (т. е. отличия проектных конструктивных решений от требований действующих норм и современной конструктивной формы) и отклонения действительного состояния конструкций (т. е. отличия самой конструкции от предусмотренных проектом параметров). При этом обращено внимание на то, что отклонения действительного состояния, возникшие на этапах изготовления, транспортирования и монтажа конструкций, принято называть дефектами, а возникшие в результате действия нагрузок и условий эксплуатации – повреждениями.

Выполнена оценка влияния дефектов и повреждений и их накопления на работу высотных сооружений. В этом смысле указано, что ухудшение технического состояния, уменьшение показателей долговечности и даже выход из строя высотных сооружений происходит из-за ряда факторов, в том числе: физического износа, накопления усталости от переменных нагрузок, коррозионного износа, морального старения и неправильной эксплуатации. Опираясь на результаты анализа обобщающих исследований факторов дефектов, повреждений и аварийности высотных сооружений, построена зависимость отказов и разрушений высотных сооружений от этих факторов. Приведены показательные примеры дефектных высотных сооружений, рассмотрены причины возникновения такого состояния и даны рекомендации для восстановления работоспособности объектов.

Дано определение понятий усиления и реконструкции высотных сооружений, описаны характерные методы, схемы и мероприятия по устранению дефектов и повреждений, освещены разнообразные варианты и приемы усиления и реконструкции, а также раскрыта присущая им последовательность производства работ. Изложена сущность наиболее распространенных подходов к усилению и реконструкции дефектных и поврежденных высотных сооружений и их конструктивных элементов.

Обсуждены вопросы развития теоретических и экспериментальных исследований в области диагностики и обеспечения несущей способности металлических конструкций, а также методов технического диагностирования конструкций высотных сооружений и сформулированы основные направления их усовершенствования. Дана краткая характеристика современных подходов к решению диагностических задач и отмечено, что они (подходы) базируются на применении эффективных методов и систем неразрушающего контроля, а именно: визуально-оптического, радиационного, ультразвукового, вихретокового, магнитного, капиллярного и контроля герметичности. Показано, что развитие комплексного технического диагностирования может осуществляться только на основе поиска оптимального соотношения физических методов для решения сложных диагностических задач и создания разнообразных комплексов технических средств.

А теперь обратимся к содержанию приложений к книге. И сразу же напомним, что в первых двух приложениях в весьма краткой форме представлены основные сведения о методах оптимизации и задачах управления (приложение № I) и расчете гибких нитей (приложение № II), а в приложении № III приведены примеры проектных решений некоторых наиболее типичных высотных инженерных сооружений.

Далее следует заметить, что приложение № I сформировано таким образом, что в нем в той или иной форме нашли отражение точки зрения авторов многочисленных монографий, книг и работ, посвященных различным задачам оптимального проектирования металлических конструкций и численным методам их решения. Впрочем, основное внимание при построении данного

приложения все же было уделено монографии [63], практически и явившейся первоисточником большинства его разделов. Что же касается непосредственного содержания приложения № I, то здесь изложена классификация задач оптимизации, которая разделяет их в зависимости от набора условий на три группы: однокритериальные и многокритериальные, детерминированные и стохастические, а также математического программирования, вариационного исчисления и оптимального управления.

Раскрыта сущность математического программирования, нашедшего широкое использование для решения задач, экстремум в которых достигается в изолированных точках или в бесконечно малых окрестностях этих точек. Дана постановка и характеристика задач, приводящихся к линейному программированию, и описаны наиболее известные методы их решения – геометрический и аналитический. Представлено определение выпуклых множеств и функций, что позволило также сформулировать суть симплекс-метода решения задач линейного программирования. Освещено важное с теоретической точки зрения понятие двойственности в математическом программировании, связывающее исходную и двойственную задачи линейного программирования. Показано, что связь этих задач состоит в том, что коэффициенты функции цели исходной задачи являются свободными членами системы ограничений двойственной задачи, свободные члены системы ограничений исходной задачи служат коэффициентами функции цели двойственной задачи, а матрица коэффициентов системы ограничений двойственной задачи является транспонированной матрицей коэффициентов системы ограничений исходной задачи. На примерах некоторых задач изложены особенности применения метода условного экстремума к задачам нелинейного программирования, а также введено и разъяснено понятие седловых точек функции Лагранжа.

Рассмотрены численные методы поиска экстремума в задачах математического программирования. При этом отмечено, что методы минимизации (максимизации) функций могут быть разделены на прямые, поиск точки экстремума в которых начинается с произвольной точки и осуществляется путем последовательных постепенных ее улучшений, и не прямые, в которых точки минимума (максимума) находятся из необходимых условий экстремума функции многих переменных. В связи с этим последовательно освещена постановка и суть наиболее известных численных методов: метода Эйлера, метода Ньютона, метода наискорейшего спуска, метода покоординатного спуска и метода возможных направлений.

Большое внимание уделено решению задач оптимизации с применением вариационного исчисления, основная идея которого заключается в разработке методов решения на экстремум процессов с бесконечным числом переменных. Введено понятие о функционале, изложена его сущность и область определения. Описана общая формулировка классических задач вариационного исчисления, причем для ее иллюстрации использованы два весьма

характерных примера, а именно: задача о геодезических линиях и изопериметрическая задача. Раскрыт смысл понятий вариации функции, приращения функционала и его вариации, а также подчеркнуто, что если бесконечно малому изменению функции отвечает бесконечно малое изменение функционала, то функционал является непрерывным. Рассмотрено необходимое условие экстремума функционала и указано на то, что если на функциях функционала существует его вариация, то они называются допустимыми. Если же на этих функциях вариация функционала равна нулю, то функции называются экстремальными или, иначе говоря, стационарными.

Далее в приложении № I изложены общие подходы к получению дифференциальных уравнений экстремалей и преобразованию их в ряде важных частных случаев к каноническим уравнениям, т. е. к форме, имеющей достаточно ясный физический смысл при решении технических задач. Выполнена формулировка достаточных условий существования относительного и условного экстремума функционала. Причем в последнем случае введено и дано пояснение двум видам связей – конечным или голономным и неголономным или дифференциальным. Изложена постановка и суть решения вариационных задач с неподвижными и подвижными концами, причем сделано ударение на том, что если в первом случае допустимые функции проходят через две различные неподвижные точки, то во втором – через подвижные. Освещена формулировка прямых (приближенных) методов решения вариационных задач, сущность которых состоит в рассмотрении вариационной задачи как предельной задачи на экстремум функции многих переменных. А основная идея и особенности этих методов показаны на примере наиболее часто применяемого на практике метода Ритца.

Представлена общая постановка задач управления и указано, что структурная схема задачи управления состоит из двух звеньев: управляющего органа и объекта управления. В этом плане также отмечено, что если управление осуществляется без участия человека, то оно называется автоматическим, а если в системах управления обязательно присутствие человека – то автоматизированным. Освещены возможности применения вариационного исчисления к решению задач управления. При этом упомянуто, что в терминах вариационного исчисления может быть сформулирована как прямая задача управления, так и обратная. Сообразно со сказанным изложена сущность этих задач. Сформулированы и раскрыты понятия принципов максимума и динамического программирования. Пояснено, что если основная идея решения задачи управления с использованием первого принципа базируется на использовании кусочно-непрерывных управлений, то второго – на шаговом управлении выбором пути.

Теперь остановимся на характеристике приложения № II. При этом отметим, что данное приложение, как и предшествующее ему приложение № I, сформировано с учетом большого числа литературных источников,

посвященных изучению работы гибких нитей. Однако, в отличие от приложения № I, при построении приложения № II авторы предпочтение отдали своей монографии [121], в которой собран и систематизирован разобщенный и рассредоточенный по отдельным публикациям многочисленный материал по теории расчета гибких нитей, а также уточнено его изложение применительно к использованию принципа возможных перемещений (принципа Лагранжа). Таким образом, в приложении № II сформулированы основные зависимости расчета гибких нитей, а также дано общее решение задачи для гибких упругих нитей, обладающее высокой степенью точности. Рассмотрены практически важные случаи расчета гибких нитей, в том числе с нулевой стрелой провисания (так называемых струн) с учетом и без учета предварительного напряжения, а также многопролетных гибких нитей на упруго-податливых опорах. Представлены решения, отображающие влияние изменения температуры окружающей среды, смещения и неравномерной осадки опор на работу гибких нитей.

Что же касается приложения № III, то в нем приведены примеры реальных проектных решений некоторых наиболее типичных высотных сооружений: проект унифицированной башни высотой 70 м для объектов связи, проект вытяжной башни для объектов химии и проект фундамента башни высотой 40 м для объектов связи.

Остановимся подробнее еще на нескольких важных соображениях, имеющих отношение ко всему изданию в целом.

В первую очередь заметим, что при написании книги авторы во многом основывались на результатах обобщения опыта многолетних исследований конструкций, зданий и сооружений, выполненных в Украинском институте стальных конструкций им. В.Н.Шимановского. Кроме того, были использованы многие разработки Института электросварки им. Е.О. Патона, а также некоторых других институтов и организаций. Относительно приведенных в книге конструктивных решений, то многие из них можно встретить в типовых проектах, а целый ряд конкретных примеров взят из реальных проектов, выполнявшихся с участием авторов.

Авторы надеются, что данная книга не только заинтересует, но и будет полезна специалистам, причастным к созданию (расчету, конструированию, проектированию) разнообразных высотных инженерных сооружений. Причем эта надежда базируется на нескольких моментах. Во-первых, в книге изложен весьма обширный и интересный обзор конструктивных решений башен, мачт, башен специального назначения (дымовых труб, вытяжных и водонапорных башен), антенных систем и монументов. Во-вторых, в книге с единых методологических позиций представлен теоретический и практический материал в части статического и динамического расчетов, а также оптимального проектирования высотных сооружений и выбора соответствующих параметров стальных башен и мачт. При этом описаны все исполь-

зованные соотношения теории оптимального проектирования, а также освещены различные оптимизационные задачи и методы их решения. И, в-третьих, причем это, наверно, едва ли не наиболее важное, книга снабжена не только практическими примерами, позволяющими вникнуть в детали алгоритмов, но и наглядными реальными задачами, содержащими дальнейшее развитие идей, лишь слегка затронутых в тексте. Более того, именно эти отмеченные моменты, по мнению авторов, делают книгу весьма доступной для самостоятельного изучения студентами, бакалаврами, магистрами, аспирантами, научными работниками, инженерами и всеми, кому представленные задачи интересны с практической точки зрения.

И еще упомянем одну важную деталь, на которой, с точки зрения авторов, обязательно нужно остановиться во введении, а именно: расчет, конструирование и проектирование высотных инженерных сооружений представляет собой обширнейшую область инженерного опыта и научных знаний. И поэтому является вполне очевидным и не требующим дополнительных разъяснений то, что изложить этот огромный багаж теоретических и практических данных в одном издании практически не представляется возможным, поскольку *«нельзя объять необъятное»*. А потому при подготовке книги перед авторами стояла очень трудная задача, поскольку им хотелось без ущерба для содержания сделать книгу настолько краткой, насколько это вообще возможно. Исходя из сказанного, безжалостному редактированию подвергались не только некоторые главы, но и целые темы. Таким образом, решалась своего рода задача оптимизации изложения, так как наиболее трудной и важной частью составления книги является решение о том, что следует, а чего не следует опускать.

Нужно сказать, что этот тезис может быть дополнен еще одним замечанием следующего характера – в столь бурно развивающейся области инженерных знаний, как расчет и проектирование строительных конструкций, зданий и сооружений очень трудно подготовить книгу, которая одновременно обладала бы определенной завершенностью и была бы полностью свободна от недостатков. И потому авторы будут искренне рады любым читательским откликам, содержащим дискуссионные положения, критические замечания и пожелания относительно содержания книги, а самое главное – указания на не отраженные в книге проблемы, с которыми им (читателям) довелось столкнуться в своей инженерно-технической деятельности.

Улучшению содержания рукописи в значительной мере способствовали замечания и рекомендации рецензентов – академика Национальной академии наук Украины, доктора технических наук, профессора Л.М. Лобанова и заслуженного деятеля науки и техники Украины, доктора технических наук, профессора В.Н. Гордеева, большая часть которых была учтена при подготовке окончательного варианта рукописи. Им авторы выражают свою искреннюю признательность.

А теперь, в заключение данного раздела, сделаем последнюю ремарку. Авторы с благодарностью вспоминают своего коллегу и соавтора – Михаила Петровича Кондру, который, к сожалению, преждевременно ушел из жизни во время подготовки рукописи данной книги. Именно Михаил Петрович предложил не только основную ее идею, определил структуру и форму подачи материала, но также выполнил значительную работу по его сбору, систематизации и редактированию. Михаил Петрович был не только талантливым ученым, высококвалифицированным инженером, но и просто хорошим человеком. Или, как принято говорить в этом случае, *«человеком с Большой Буквы»*. Авторы навсегда сохраняют о Михаиле Петровиче благодарную память и уверены в том, что данная книга увековечит хотя бы малую толику из его еще не опубликованного многочисленного научного и инженерного творческого наследия.

г. Киев, июль 2014 года

А.В.Шимановский

ГЛАВА 1

БАШНИ. МАЧТЫ. БАШНИ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ. АНТЕННЫЕ СИСТЕМЫ. МОНУМЕНТЫ

§ 1.1. Уникальные стальные башни

Вынесенное в название данного параграфа понятие «уникальный» уже само по себе позволяет сложить общее представление о рассматриваемых в нем объектах. Детализируя же это понятие применительно к стальным башням, можно сказать, что здесь под ним понимается значительное отличие одного или нескольких параметров их конструктивного решения от традиционно используемых на практике. Иллюстрацией сказанному могут служить примеры наиболее известных башен, большинство из которых являются единственными реализованными такого рода объектами в мировой практике строительства.

И сразу же, в качестве первого примера, вспомним самую известную башню в мире – Эйфелеву. Далее, в принципе, можно было бы и не продолжать. Потому что едва ли найдется хотя бы один человек, который ничего не слышал об этой знаменитой башне и не знал о ней хоть некоторых фактов. Но, тем не менее, представим краткое описание ее основных характеристик. Эйфелева башня имеет высоту 300 м, а вместе с новой антенной – 324 м. Башня была воздвигнута в г. Париже на Марсовом поле в 1889 г. и служила входной аркой парижской Всемирной выставки (рис. 1.1). В связи с этим укажем на тот общеизвестный факт, что башня первоначально была задумана как временное сооружение, но со временем стала не только символом и наиболее известной архитектурной достопримечательностью Парижа, но самой посещаемой и самой фотографируемой достопримечательностью мира. Отметим также и то, что на протяжении более сорока лет Эйфелева башня была высочайшим сооружением в мире, почти в два раза превосходящим самые высокие здания того времени.

Фундаментом башни служат бетонные массивы. Ее нижний этаж представляет собой пирамиду, стороны основания которой равны 129,2 м, и образован четырьмя колоннами, соединяющимися на высоте 57,63 м арочным сводом. На этом своде находится первая платформа Эйфелевой башни. Выше расположена вторая пирамидальная башня, образуемая также четырьмя колоннами, соединяющимися сводом, на котором на высоте 115,73 м находится вторая платформа. Четыре колонны, возвышающиеся на второй платформе, пирамидально сближаясь и постепенно переплетаясь, образуют колоссальную пирамидальную колонну высотой 190 м, несущую на себе на высоте 276,13 м третью платформу, на которой расположен маяк с куполом. И, наконец, завершает башню находящаяся на куполе на высоте 300 м обзорная площадка. Все платформы – площадки башни выполнены квадратной формы с размерами в поперечнике: первая – 65 м, вторая – 35 м, третья – 16,5 м и четвертая – 1,4 м.



Рис. 1.1. Общий вид Эйфелевой башни

Что же касается первоначального обустройства Эйфелевой башни, то заметим следующее. На первой платформе были размещены залы ресторана, на второй – резервуары с машинным маслом для гидравлической подъемной машины (лифта) и ресторан в стеклянной галерее, а на третьей – астрономическая и метеорологическая обсерватории и физический кабинет.

Башня радиотелевизионного центра в г. Москве на улице Шаболовка (иное название Шуховская башня) высотой 150 м, а вместе с двумя траверсами и флагштоком – 160 м, была построена в 1922 г. (рис. 1.2). Башня представляет собой гиперboloидную конструкцию, выполненную в виде оригинальной ажурной стальной сетчатой оболочки. Сообразно с этим достигается минимальное воздействие ветровых нагрузок, представляющих главную опасность для высоких сооружений. Башня состоит из шести секций высотой 25 м каждая, причем нижняя секция установлена на бетонном фундаменте диаметром 40 м и глубиной 3 м. Геометрическая форма всех секций башни подобна однополостному гиперboloиду вращения, а ее конструктивные элементы являются прямыми стержнями, упирающимися концами в кольцевые основания. И именно поэтому изящная стальная конструкция отличается не только прочностью, но и легкостью, а именно: на единицу высоты Шуховской башни израсходовано в три раза меньше металла, чем на единицу высоты Эйфелевой башни в г. Париже. Указанное подтверждается тем, что первоначальный проект Шуховской башни высотой 350 м (который, к сожалению, по целому ряду причин не был реализован) имел расчетную массу всего лишь 2200 т, а Эйфелева башня при высоте 300 м весит около 7300 т.

Башня телевизионного центра в г. Санкт-Петербурге высотой 316 м построена в 1962 г. (рис. 1.3). Несущая башня шестигранного сечения выполнена с крестовой решеткой с предварительно натянутыми трубчатыми раскосами. На несущей башне установлен каркас технического здания, выше которого расположена этажерка из трех призматических секций квадратного сечения. Между основанием башни и техническим зданием внутри каркаса закреплена шахта лифта. Впервые в практике строительства конструкция башни решена цельносварной из трубчатых элементов. Трубы изготовлены из низколегированной стали 15ХСНД. Стыки трубчатых элементов выполнены на кольцевой подкладке. Диаметры труб вертикальных элементов составляют: поясов от 273 до 426 мм, а элементов решетки от 121 до 168 мм. В свою очередь, каркас шахты лифтов и коммуникаций выполнен из прокатных уголков. А уже к прямоугольному каркасу закреплена листовая оболочка ограждения.

Необходимо также отметить, что с момента ввода в эксплуатацию башня претерпела целый ряд модернизаций оборудования, например, антенна, установленная выше отметки 301,5 м, была заменена дважды. В связи с этим, а также вследствие увеличения наветренной площади нового антенного оборудования было проведено усиление решетки башни. А для снижения нагрузки от пульсации ветра были разработаны проекты динамических гасителей колебаний и проведены работы по замене антенного оборудования другим, имеющим меньшую наветренную площадь.



Рис. 1.2. Общий вид башни радиотелевизионного центра в г. Москве на Шаболовке

Теперь обратим внимание на то, что башня в г. Санкт-Петербурге проектировалась в конце 50-х годов XX-го века. При этом параллельно с ней проектировались телевизионные башни подобного конструктивного решения высотой 400 м в г. Пекине и 500 м в г. Москве, силуэты которых приведены на рис. 1.4. Однако, к сожалению, реализована в натуре была только башня в г. Санкт-Петербурге.



Рис. 1.3. Общие виды башни телевизионного центра в г. Санкт-Петербурге

Башня телевизионного центра в г. Ереване высотой 311,7 м построена в 1973 г. (рис. 1.5). Она выполнена в виде трехгранной в плане решетчатой конструкции, внутри которой закреплена шахта лифтов в виде оболочки – трубы диаметром 4000 мм, переходящей в антенную часть.

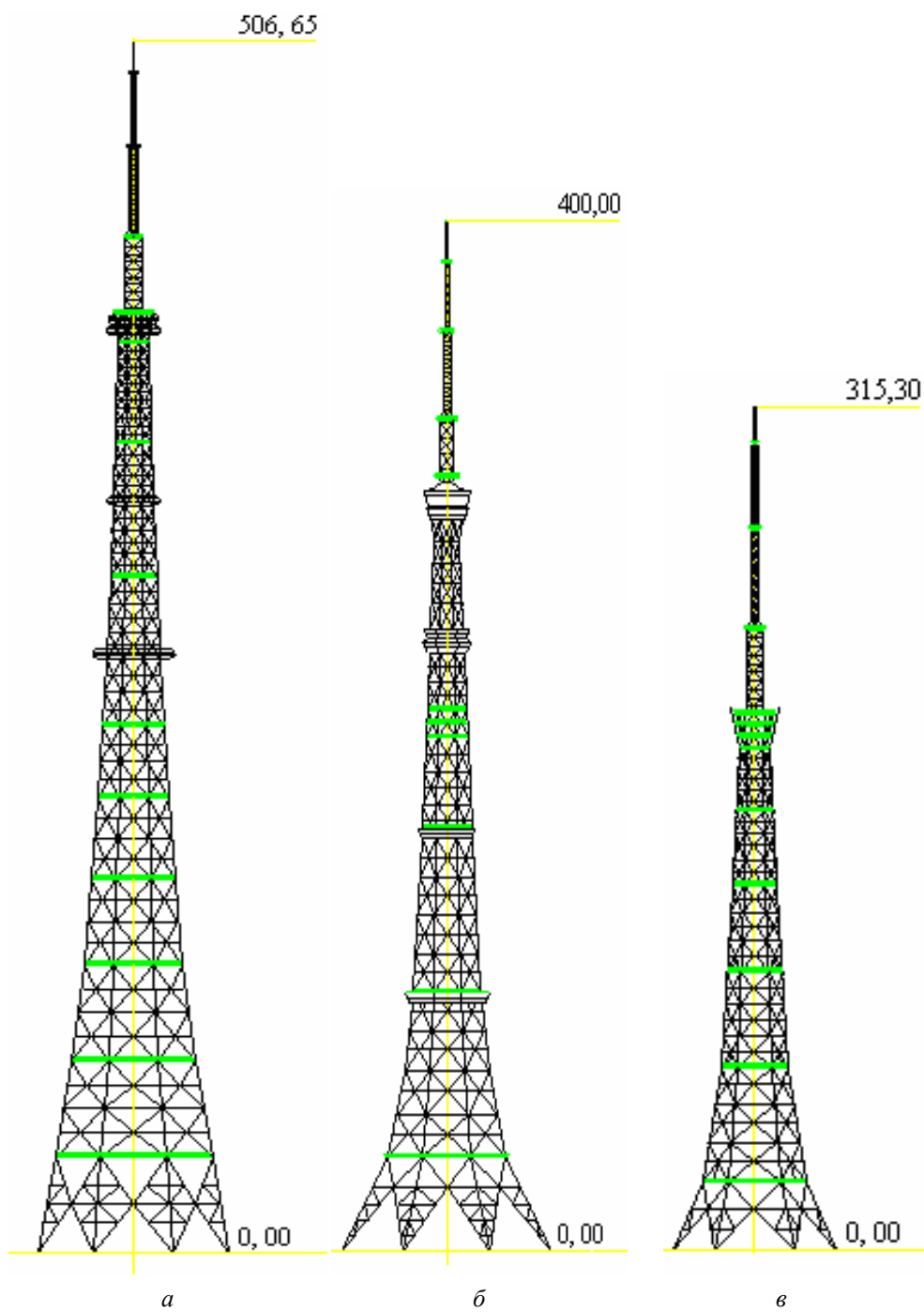


Рис. 1.4. Силуэты телевизионных башен в городах:
а – Москве; б – Пекине; в – Санкт-Петербурге

Антенная часть представляет собой трубчатую оболочку переменного сечения. Техническое здание находится сверху решетчатой конструкции. Отличительной особенностью конструкции башни является принятая из-за больших усилий в поясах схема с пространственными треугольными элементами. Сторона основания башни достигает 60 м, а в верхней части решетчатой конструкции (на отметке 134,4 м) – 10 м. Распорки и раскосы выполнены из сквозных решетчатых элементов (пространственных и плоских ферм).

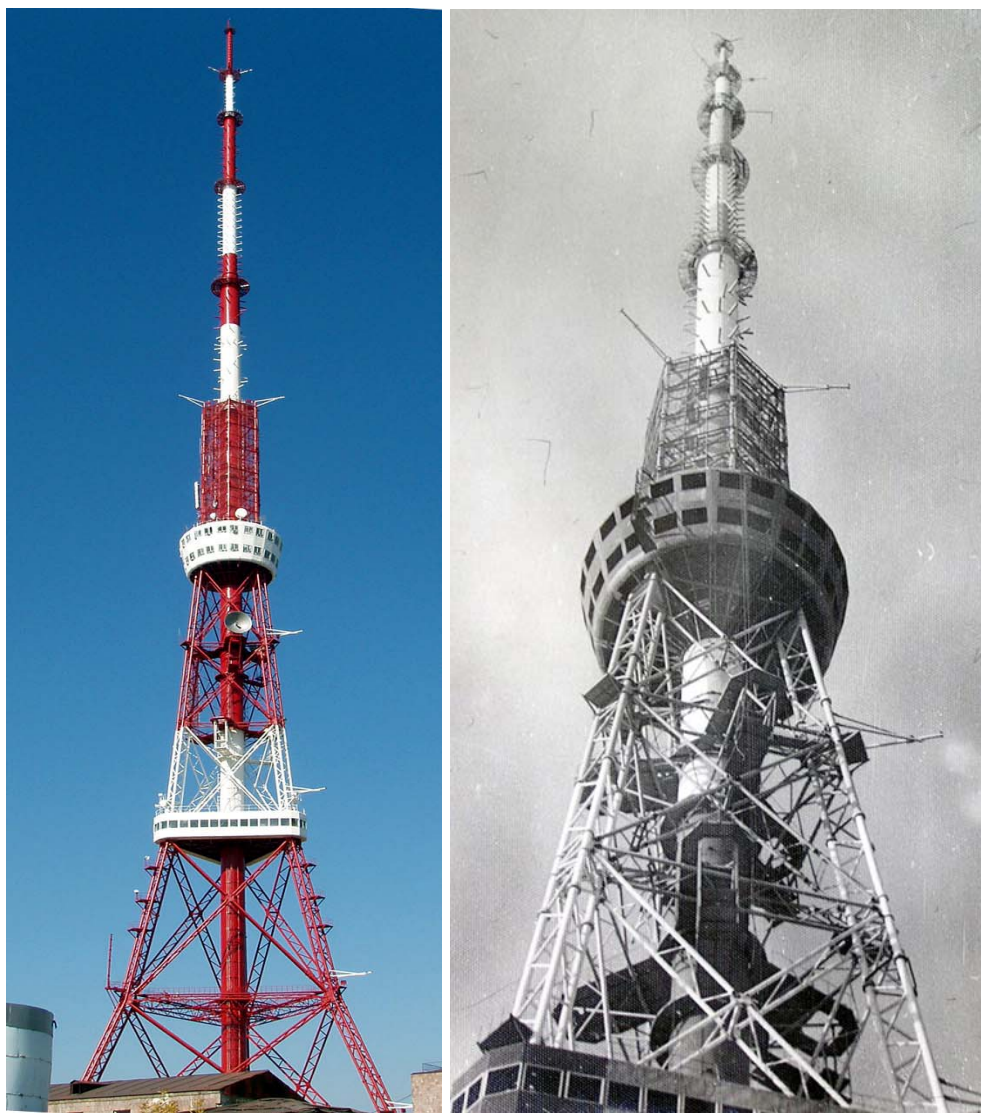
*а**б*

Рис. 1.5. Телевизионная башня в г. Ереване:
а – общий вид; *б* – фрагмент конструкции

Башня Киевского телевизионного центра высотой 385 м была построена в 1973 г. Но до сегодняшнего дня является самой высокой в мире цельносварной стальной башней, имеющей решетчатую конструкцию (рис. 1.6). Конструктивно схему башни можно разделить на три части: базу, решетчатый призматический ствол и шахту лифтов с антенной частью. База башни с размером в основании 90 м представляет собой решетчатую восьмигранную обойму, к которой закреплены пространственные четырехгранные «ноги». В свою очередь, решетчатый призматический ствол восьмигранного сечения с диаметром описанной окружности 20 м заземлен в верхней части обоймы базы. Верхняя часть призматического участка несет каркас технического здания. Высота панелей ствола принята равной 8 м. Шахта лифтов диаметром 4000 мм, внутри которой расположены два лифта (грузовой и пассажирский), опирается на фундаменты у основания башни и проходит внутри решетчатого призматического ствола, а выше его переходит в антенную часть. Шахта лифтов и антенная часть башни выполнены из стальных цилиндрических оболочек, центры которых для обеспечения размещения лифтов смещены друг относительно друга. Шахта лифтов закрепляется к призматическому стволу «лучевыми» диафрагмами. Между техническим зданием и стволом шахты лифтов размещен фидерный мост, состоящий из двух наклонных плоских ферм, опирающихся на плоские опоры, выполненные из наклонных поясов и решетки.

При проектировании башни было применено много новых решений (конструктивная схема, метод монтажа, высокопрочная сталь, бесфасоночные узлы и др.), причем одним из важнейших решенных вопросов при ее проектировании являлся выбор высоты и типа антенной опоры, а также мощности передатчиков. Конструктивная схема башни принята исходя из требований метода монтажа, при котором башня подрачивается снизу. Элементы башни выполнены из высокопрочных электросварных труб диаметром 550 мм с переменной толщиной стенки из стали 138ИЗ, элементы решетки – из прокатных труб из стали Ст20, а ее основные узлы – бесфасоночными сварными с непосредственным примыканием трубчатых элементов друг к другу.

Что же касается использованного при строительстве башни метода подрачивания, то суть его заключается в том, что в первую очередь собиралась верхняя часть башни, которая с помощью системы синхронно действующих гидравлических домкратов поднималась на восьмиметровую высоту, т. е. на высоту панели одной секции ствола. На следующем этапе монтировалась секция, которая размещается ниже, и вместе с предыдущей они поднимались на высоту 16 м и т. д., пока общая высота ствола не достигла отметки 240 м. При этом масса каждой секции в зависимости от толщины труб колебалась в пределах от 28 до 30 т.

Башня телевизионного центра в г. Тбилиси высотой 274,4 м построена в 1973 г. Является примером башни с несимметричной конструктивной схемой (рис. 1.7), которая воплощает идею совмещения несущих и ограждающих функций одного из ее поясов.

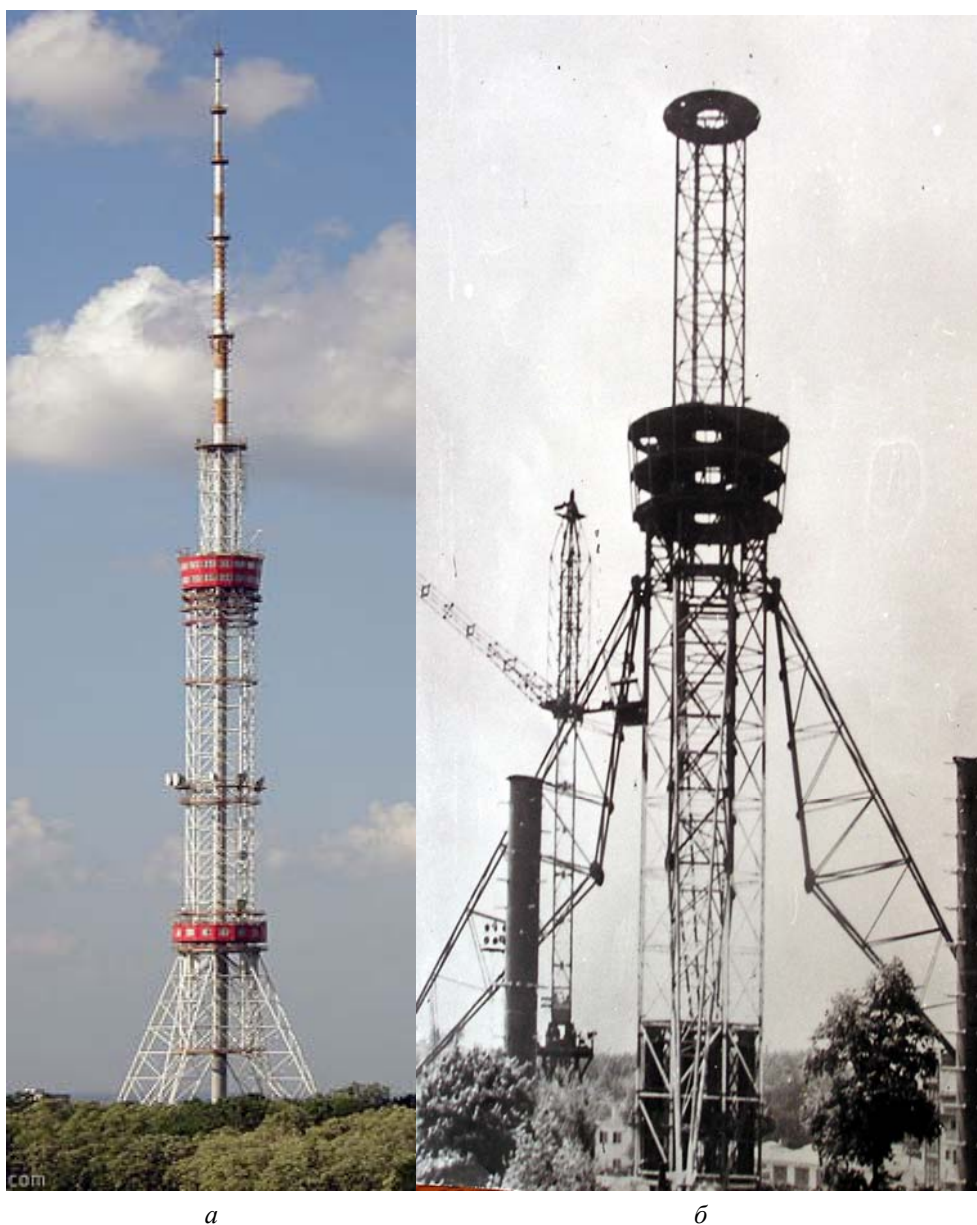


Рис. 1.6. Телевизионная башня в г. Киеве:
а – общий вид; б – фрагмент монтажа

Вертикальный пояс, переходящий в антенну, служит шахтой лифтов и поддерживается наклонными трубчатыми поясами, связанными с ним системой распорок из труб и раскосов из высокопрочных канатов. Две боковые грани башни образованы вертикальными, а третья – наклонными

плоскостями, причем двугранный угол между боковыми гранями составляет 60° . И именно поэтому любое горизонтальное сечение по нижней части башни представляет собой равносторонний треугольник. При этом на отметке 0,0 сторона его равна 60 м, а на отметке 151,0 – 3,2 м. В большинстве узлов применены бесфасоночные примыкания. А выше отметки 71,0 и ниже отметки 168,3 установлены технические здания.

*a**б*

Рис. 1.7. Башня телевизионного центра в г. Тбилиси:
a – общий вид; *б* – фрагмент монтажа

Башня Харьковского телецентра высотой 240,7 м была построена в 1965 г. (рис. 1.8, *а*). Эта башня служит примером сооружения, у которого решетчатый призматический ствол проходит до основания, а база закреплена к стволу только относительно горизонтальных перемещений. Отметим также то, что в отличие от многих других башен в данном случае с отметки 140,0 и до вершины башня была смонтирована из тринадцати десятитонных блоков с помощью грузовых вертолетов Ми-10К (рис. 1.8, *б*).

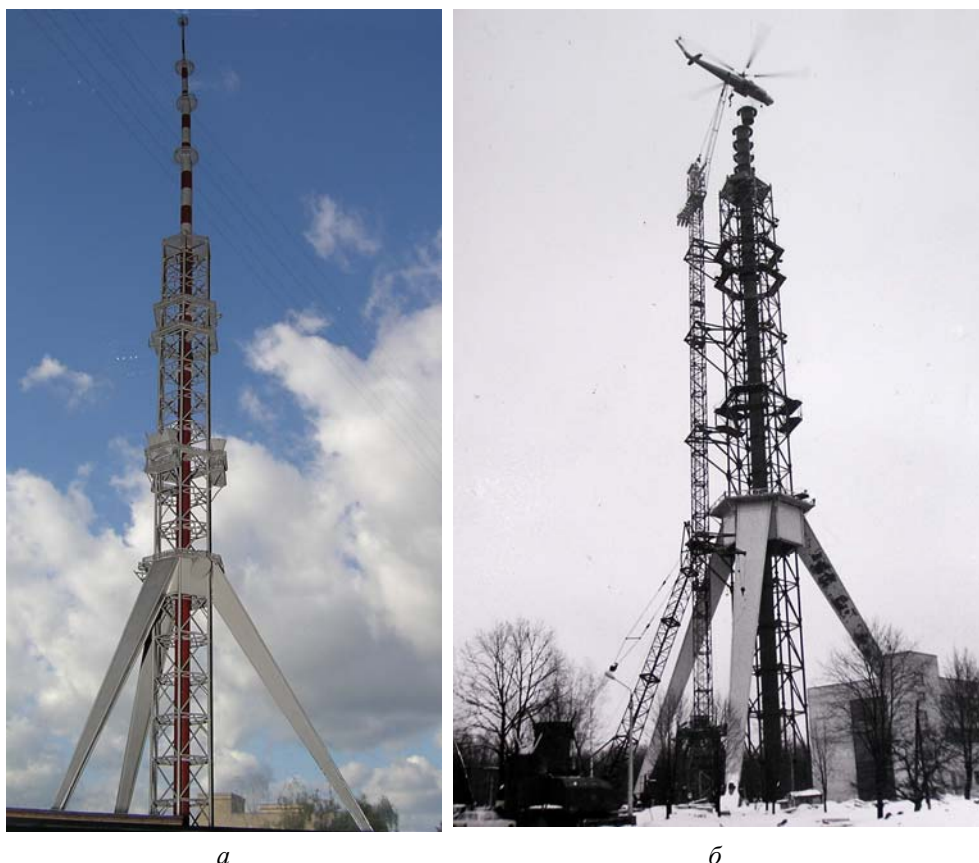


Рис. 1.8. Башня телевизионного центра в г. Харькове:
а – общий вид; *б* – фрагмент монтажа

Башня радиотелевизионного центра в г. Витебске высотой 243,9 м построена в 1983 г. (рис. 1.9). Предназначена для установки типовых панельных телевизионных антенн, которые размещены на призме 2500×2500 мм. В связи с тем, что для установки антенн потребовался участок высотой около 120 м, то естественным решением для его удержания явилось применение системы из канатов и рей. Элементы башни приняты из труб из стали Ст20. Общий расход металла на конструктивную часть башни составил 628,0 т.



Рис. 1.9. Общие виды башни радиотелевизионного центра в г. Витебске

Нужно отметить, что при разработке конструкции каркаса Витебской телебашни одновременно были определены основные решения типовой серии 3.603.2-II «Унифицированные металлические элементы башенных опор», в которой были разработаны чертежи КМ конструкции трех- и четырехгранных решетчатых призматических и пирамидальных блоков с уклонами пояса в плоскости грани. Причем длина поясов в блоках независимо от уклона принята равной 13500 или 6750 мм, а горизонтальный базовый размер – кратным 2500 мм. В плоскости пересечения решетки блоков, а также в стыках двух блоков с разными уклонами поясов установлены диафрагмы, которые в зависимости от способа монтажа и технологических особенностей башни могут быть выполнены стержневыми или рамными. Пояса, решетка и диафрагмы выполнены из труб из сталей Ст20, ВСтЗпсб, ВСтЗсп5 и 09Г2С. Все заводские стыки приняты на сварке, а монтажные – на болтах. Важным является также то, что конструктивные решения блоков позволяют выполнять монтаж башен прогрессивными методами поворота, подрачивания, наращивания, вертолетом или комбинированным. И, наконец, укажем на то, что аналогичные по конструкции телебашни построены в городах Гродно (Беларусь) и Астара (Азербайджан).

Видными (в прямом и переносном смысле этого слова) сооружениями мирового уровня являются башни телевизионных центров в городах Алматы, Ташкенте и Риге, характерной особенностью которых является то, что при их конструировании были учтены особенности местной архитектуры.

Башня телевизионного центра в г. Алматы высотой 360 м построена в 1983 г. на площадке с сейсмичностью 10 баллов (рис. 1.10). Основанием башни служит железобетонный фундамент в виде трехэтажного секционного подвала. Сама же башня выполнена из решетчатого ствола, состоящего из телескопически соединенных между собой призм с размерами базы 18,5; 13 и 9 м, и антенной этажерки высотой 124 м. Ствол башни представляет собой металлический ступенчатый шестнадцатигранник диаметром 18,5 м в основании, а также 13 и 9 м в местах расположения служб технического обслуживания и смотровых площадок на высотах 146 и 252 м, облицованный панелями профилированного алюминия.

Между поясами ствола, выполненными из стали 16Г2АФ, в местах стыковки в радиальном направлении установлена решетка, которая в гранях располагается в шахматном порядке. Пояса изготовлены из сварных двутавровых сечений, а решетка – из уголков. Несущий элемент антенной этажерки выполнен из цилиндрических оболочек. В стволе башни размещены два лифта грузоподъемностью по 1000 кг каждый, а в антенной этажерке – ручной подъемник грузоподъемностью 250 кг.

Теперь обратим внимание на то, что с целью уменьшения амплитуд резонансных колебаний башни на втором этаже секционного подвала установлены четыре двухмассовых динамических гасителя колебаний массой по 10 т каждый.



Рис. 1.10. Общие виды телевизионной башни в г. Алматы

Башня Ташкентского телевизионного центра высотой 375 м была построена в 1985 г. на площадке с сейсмичностью 9 баллов (рис. 1.11). В связи с этим в качестве фундамента башни принят мощный толщиной одиннадцать метров железобетонный монолит. Ствол башни высотой 200 м выполнен из сталей 16Г2АФ и Ст20, имеет постоянное поперечное сечение и представляет собой правильный двенадцатигранник с радиусом описанной окружности 11 м. Ствол подкреплен подкосами, имеющими вид конусообразных оболочек, а его секции собраны из плоских трубчатых ферм, соединенных по высоте фланцами, а в плане – короткими балками (так называемая башня со сдвоенными поясами). В стволе башни размещены три высокоскоростных лифта со скоростью подъема не менее 4,8 м/с.

Находящиеся на башне технические сооружения (в том числе комплексная станция высотных наблюдений при Узбекском гидрометеорологическом центре) установлены между отметками 93,5 – 117,8 и 204,0 – 223,0 и соединены между собой шахтой лифтов, переходящей выше отметки 220,0 в антенную часть. А на высоте 100 м расположена круглая смотровая площадка, на которой в настоящее время действует музей «Великие башни мира» и с которой можно подняться в размещенный чуть выше ресторан.



Рис.1.11. Общий вид телевизионной башни в г. Ташкенте



Рис. 1.12. Общий вид телевизионной башни в г. Риге

Башня телевизионного центра в г. Риге на острове Закюсала посреди реки Даугава высотой 368,5 м построена в 1986 г. (рис. 1.12). В связи со строительством башни в черте города к ее конструкции изначально были предъявлены особые архитектурные требования для того, чтобы ее внешний вид не только был отличен от иных схожих по типу башен индивидуальностью и выразительностью, но и для того, чтобы сама башня со временем стала высотным символом г. Риги. Кстати говоря, эта башня является первой цельносварной башней из листового и профильного проката.

Сообразно с этим башня была запроектирована в виде треноги, вписанной в основании в окружность радиусом 47 м, элементами которой являются четырехгранные наклонные опоры и которые, в свою очередь, опираются на заглубленные на глубину до 27 м фундаменты. Выше отметки 88,3 м опоры объединены радиальными и обвязочными фермами, диафрагмами и обшивкой из листовой стали. Центральный решетчатый каркас, проходящий внутри пирамидальной части башни, опирается на отметке 88,3 м на радиальные фермы и объединяет двенадцать этажей перекрытий ее технических помещений. Антенная же часть высотой 150 м состоит из цилиндрических секций диаметром от 1 до 4 м. На высоте 93 м расположен ресторан «Роза ветров», а на высоте 97 м – обзорная площадка.

В двух наклонных опорах башни имеются высокоскоростные лифты, поднимающие на высоту 97 м за 52 секунды, а в третьей – резервная лестница и кабели, идущие из административного здания к передатчикам. В центральном же каркасе проходят энергетические коммуникации и лифт грузоподъемностью 320 кг.

Основные показатели некоторых представленных выше и других известных башен приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Город	Высота башни, м	Расход материала		
		прокат на башню, т	арматура для фундамента, т	железобетон для фундамента, м ³
Киев	385,0	2737,7	23,0	1066,0
Ташкент	375,0	5800,0	–	–
Рига	368,5	4500,0	–	–
Алматы	360,0	4760,0	–	–
Санкт-Петербург	316,0	1300,0	21,8	1664,0
Ереван	311,7	1757,8	18,6	1269,0
Тбилиси	274,4	1242,5	31,5	1331,0
Витебск	243,9	628,0	32,6	260,0
Харьков	240,7	1233,0	45,3	1080,0
Париж	300,0	7300,0	–	–
Токио	330,0	3600,0	–	–
Милуоки	329,0	730,0	–	–

Следует отметить, что в последние десятилетия во многих странах мира было построено большое количество (десятки и сотни) уникальных телевизионных башен, в которых были использованы многие достижения в области высотного строительства. Наиболее характерные и значимые из этих башен, высота которых превышает 300 м, приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Название башни и город	Страна	Высота, м	Год открытия	Примечание
Небесное дерево, г. Токио	Япония	634	2012	Высота обзорных площадок 340, 345, 350 и 451 м
Телебашня Гуанчжоу, г. Гуанчжоу	КНР	600	2009	Высота обзорной площадки 488 м (самая высокая в мире)
Си-Эн Тауэр, г. Торонто	Канада	553,3	1976	Высота обзорной площадки 447 м
Останкинская башня, г. Москва	Россия	540,1	1967	Высота обзорных площадок 337 и 340 м
Восточная жемчужина, г. Шанхай	КНР	468	1994	Высота конференц-зала 350 м, танцевальной площадки – 271 м, вращающегося ресторана – 267 м
Бордже Милад, г. Тегеран	Иран	435	2007	Высота вращающегося ресторана 276 м
Менара Куала-Лумпура, г. Куала-Лумпур	Малайзия	421	1994	Высота вращающегося ресторана 283 м
Тяньцзиньская телебашня, г. Тяньцзинь	КНР	415,2	1991	Высота вращающегося ресторана 257 м
Центральная телебашня Пекина, г. Пекин	КНР	405	1992	Высота обзорных площадок 221 и 238 м
Чженчжоуская телебашня, г. Чженчжоу	КНР	388	2011	
Киевская телебашня, г. Киев	Украина	385	1973	Самая высокая в мире цельносварная стальная башня, имеющая решетчатую конструкцию
Ташкентская телебашня, г. Ташкент	Узбекистан	375	1985	Высота вращающегося ресторана 104 м; сейсмичность площадки 9 баллов по шкале Рихтера (самая высокая башня в Центральной Азии)
Башня Освобождения, г. Кувейт	Кувейт	372	1996	

Продолжение таблицы 1.2

Название башни и город	Страна	Высота, м	Год открытия	Примечание
Телебашня Алматы, г. Алматы	Казахстан	371,5	1983	Сейсмичность площадки 10 баллов по шкале Рихтера. До установки новой антенны высота башни была 360 м
Рижская телебашня, г. Рига	Латвия	368,5	1986	Высота обзорной площадки 97 м (самая высокая башня в Европейском Союзе)
Берлинская телебашня, г. Берлин	Германия	368	1969	Высота вращающегося кафе 207,5 м
Башня Гербранди, г. Эйсельстейн	Нидерланды	366,8	1961	В Рождество становится крупнейшей в мире рождественской елкой
Стратосфера Лас-Вегаса, г. Лас-Вегас	США	350,2	1996	Имеет обзорную площадку, вращающийся ресторан и различные аттракционы
Западная Жемчужина, г. Чэнду	КНР	339	2004	
Телебашня Аомынь, г. Аомынь	Макао	338	2001	Высота площадки для банджи-джампинга 233 м
Европатурм, г. Франкфурт-на-Майне	Германия	337	1979	
Торрена, г. Гвадалахара	Мексика	336,5	—	Строительство заморожено с 30 октября 2009 г. (будет самой высокой башней в Латинской Америке)
Башня Дракона, г. Харбин	КНР	336	2000	
Телебашня Токио, г. Токио	Япония	330	1958	Высота обзорной площадки 250 м
Телебашня Йоркшир, г. Хаддерсфилд	Великобритания	330,5	1971	Диаметр башни составляет 24,4 м
Скай Тауэр, г. Окленд	Новая Зеландия	328	1997	Высота обзорной площадки 220 м (самая высокая башня в Южном полушарии)
Телебашня Вильнюса, г. Вильнюс	Литва	326,5	1980	Высота вращающегося ресторана 165 м

Окончание таблицы 1.2

Название башни и город	Страна	Высота, м	Год открытия	Примечание
Санкт-Петербургская телебашня, г. Санкт-Петербург	Россия	326	1962	До установки новой антенны высота башни была 316 м
Эйфелева башня, г. Париж	Франция	324	1889	Символ Парижа и Франции. До установки новой антенны высота башни была 300 м
Телебашня Рамешварама, г. Рамешварам	Индия	323	1995	
Телебашня Нанкина, г. Нанкин	КНР	318,5	1996	
Таллиннская телебашня, г. Таллинн	Эстония	314	1980	
Ереванская телебашня, г. Ереван	Армения	311,7	1977	Основание башни находится на высоте около 1170 м над уровнем моря
Телебашня Ухань, г. Ухань	КНР	311,4	1986	
Бакинская телебашня, г. Баку	Азербайджан	310	1996	Высота вращающегося ресторана 175 м
Сиднейская телебашня, г. Сидней	Австралия	309	1981	Вторая по высоте в Южном полушарии
Телебашня Шэньян, г. Шэньян	КНР	305,5	1989	
Телебашня Мумбаи, г. Мумбаи	Индия	300,2	—	
Телебашня Синт-Питерс-Леу, г. Синт-Питерс-Леу	Бельгия	300	1996	

В заключение данного параграфа обратим внимание на то, что в нем были описаны только некоторые уникальные башни для крупных телевизионных центров. Вместе с тем, в качестве опор различного назначения запроектированы тысячи башен с другими конструктивными решениями.

§ 1.2. Утилитарные стальные башни

Прежде всего заметим, что под утилитарными стальными башнями (или иными словами стальными опорами) понимаются башни широкого применения, имеющие, как правило, узкопрактическое (прикладное) назначение. Отметим, что использование подобных башен является наиболее присущим операторам мобильной связи и другим структурам, кото-

рые, во-первых, активно развивают соответствующий сегмент рынка и, во-вторых, работа которых связана с эксплуатацией широкой и разветвленной сети узлов связи. В этой связи нужно сказать и о том, что наличие многих операторов мобильной связи, выступающих в роли заказчиков, а также предприятий, способных строить (изготавливать, поставлять и монтировать) башни, создало особые условия, которые необходимо учитывать при их проектировании. Причем последнее заключается не только в большой повторяемости применения башни одного типа со сравнительно небольшой высотой, которая колеблется в пределах от 30 до 100 м, но и в относительно малой парусности устанавливаемого антенного оборудования, а также в ряде других менее важных факторах.

Как и в предыдущем параграфе, иллюстрацией к сказанному могут служить характерные примеры нашедших наибольшее распространение в последнее время типов утилитарных стальных башен, а именно: башен связи.

Так, например, в бывшем Советском Союзе с начала 50-х годов XX-го века было построено большое количество специально запроектированных телевизионных опор для областных телевизионных центров. Причем первые из этих опор имели турникетную антенну высотой 12 м и фидер диаметром около 50 мм. В дальнейшем же высота антенных устройств телевизионных опор возросла и начиная с 1954 г. в бывшем СССР было сооружено большое количество опор высотой 192 м с турникетной антенной высотой 12 м и антенной высотой 25 – 30 м для телевизионного и звукового вещания с частотной модуляцией сигналов в диапазоне ультракоротких волн, а также антеннами другого назначения. Одна из таких утилитарных телевизионных опор высотой 192 м изображена на рис. 1.13. В свою очередь, на рис. 1.14 представлена типовая башня для антенн связи, а на рис. 1.15 – башня для радиорелейных антенн технологической связи вдоль газопроводов.



Рис. 1.13. Общий вид утилитарной телевизионной опоры высотой 192 м



Рис. 1.14. Общий вид башни для антенн связи



Рис. 1.15. Фрагмент башни для радиорелейных антенн технологической связи

Указанные башни можно отнести к высотным сооружениям с, как правило, крестовой решеткой с предварительным натяжением, расчетной схемой которых служит жестко закрепленный в основании консольный стержень. Пояса и распорки башен выполнены из горячедеформированных труб. Следует заметить, что проектирование и строительство этих башен дало толчок к развитию высотных конструкций для телевидения, связи и ряда других отраслей.

Вернемся теперь к характеристике отдельных аспектов современного состояния развития утилитарных стальных башен и, в частности, к уже упоминавшимся ранее особым условиям их проектирования, и дадим их краткое описание. Эти условия, вызванные жесткой конкуренцией между заказчиками башен (операторами мобильной связи), с одной стороны, и подрядчиками (изготовителями, поставщиками и монтажниками), с другой стороны, заключаются в:

- минимизации веса и стоимости конструкции;
- сокращении сроков принятия проектных решений;
- уменьшении сроков строительства;
- возрастании стоимости земельных участков, на которых возводятся опоры;
- обеспечении (в некоторых случаях) защиты от вандализма;
- повышении требований к антикоррозионной защите;
- уменьшении транспортных расходов;
- совершенствовании схем опор с целью уменьшения объемов перевозимых конструкций (так называемая проблема компактности упаковки);
- разрешении основного противоречия оптимального проектирования между минимизацией веса, приводящей к повышению податливости сооружения, и технологическими требованиями, налагающими жесткие ограничения на угловые и линейные перемещения точек установки антенн, путем поиска новых конструктивных решений схем и узлов опор.

И потому, сообразно с приведенными условиями, а также целым рядом других специфических технологических требований на первый план вышла необходимость проектирования башен, а в некоторых случаях даже и их изготовления «впрок» (на склад) с целью не только глубокой проработки проектных решений, но и получения в последующем временного выигрыша при участии в тендерах на строительство, непосредственно при строительстве и особенно при изготовлении и монтаже.

Далее стоит уделить внимание тому факту, что в настоящее время имеется достаточно большое количество проектов утилитарных башен объектов связи высотой от 20 до 120 м, разработанных на основе схемы башни высотой 120 м путем отсечения ее нижних, а в некоторых случаях и верхних секций (рис. 1.16). Особенность данного конструктивного решения состоит в том, что трехгранная башня выполняется из прямоугольных уголков с применением болтовых монтажных соединений с целью обеспечения компактности упаковки при транспортировании башни на строительную площадку. Здесь стоит подчеркнуть также то, что существенным преимуществом открытых уголкового сечения является не только удобство проведения работ по антикоррозионной защите при изготовлении конструкций и ремонте в период эксплуатации, но и простота возможного усиления элементов башни при реконструкции. Причем указанные преимущества весьма часто перекрывают даже тот выигрыш в экономии веса башни, который, например, может быть получен при снижении ветровых нагрузок на башню из-за более низкого коэффициента лобового сопротивления при выполнении ее элементов из труб.

Что же касается непосредственно рассматриваемых башен объектов связи, то их решетка выполняется с горизонтально расположенными распорками и раскосами, выходящими из узлов пересечения нижележащей распорки с поясами и сходящимися на середине верхней распорки. Такая решетка удобна для крепления антенн, коммуникаций и устройства площадок обслуживания, однако ее недостатком является необходимость установки в панелях

секций башни дополнительных связей для уменьшения свободной длины элементов из-за малого радиуса инерции уголкового сечения. Кроме того, серьезным является также вопрос решения узла крепления элементов решетки к поясам в связи с повышенными требованиями к контролю геометрических параметров узла, а также качества сварного шва, прикрепляющего листовую деталь узла к перу поясного уголка. В качестве примера, характеризующего металлоемкость рассматриваемых башен объектов связи, на рис. 1.17 приведен график зависимости веса башен от их высоты для IV-го ветрового района.

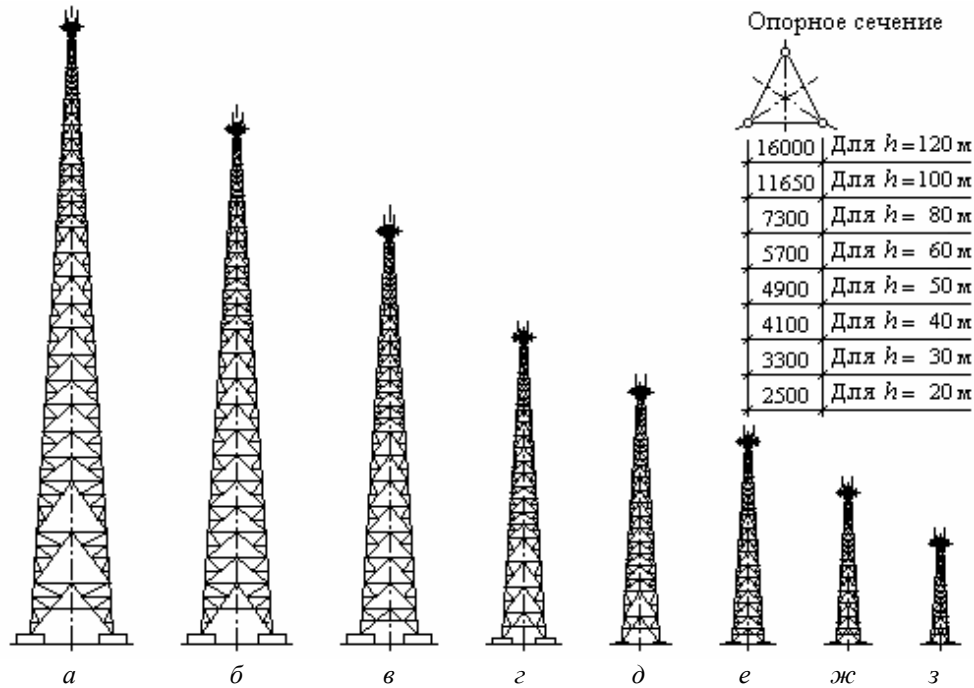


Рис. 1.16. Схемы башен объектов связи высотой:
 $a - 120$ м; $б - 100$ м; $в - 80$ м; $г - 60$ м; $д - 50$ м; $е - 40$ м; $ж - 30$ м; $з - 20$ м

Приведем теперь еще один интересный пример утилитарных стальных башен, а именно: башен радиорелейных линий связи (рис. 1.18). Заметим, что в данном случае получили широкое применение уголкового четырехгранные башни для технологической связи вдоль газопроводов, в частности, вдоль линии газопровода Новый Уренгой – Сургут, а также трехгранные башни из труб и уголкового сечений для второго и четвертого ветровых районов.

И, наконец, рассмотрим также достаточно широко применяющийся тип башен, а именно: трубчатые стальные башни, представляющие собой усеченную трехгранную решетчатую пирамиду (рис. 1.19). Конструкция башни выполнена из отдельных элементов, которые соединяются между собой при помощи болтов. Пояса и горизонтальные элементы башни изготавли-

ваются из горячекатаного стального профиля трубчатого сечения, а диагональные элементы – из горячекатаного уголкового профиля. Внутри башня оборудована лестницей для монтажа со страховочным профилем и специальными кронштейнами для крепления кабелей и площадками отдыха.

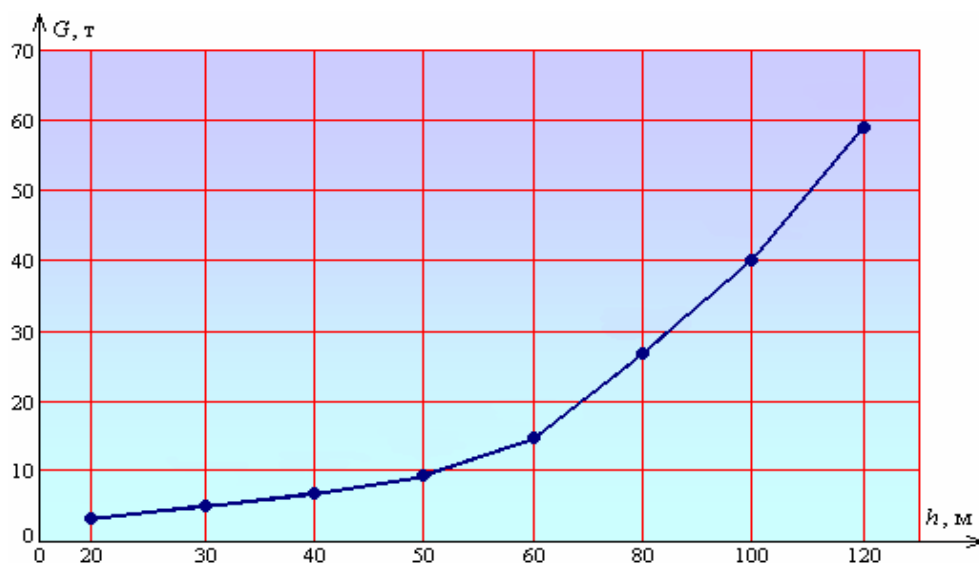


Рис. 1.17. График зависимости веса башен объектов связи от их высоты $G = f(h)$ для IV-го ветрового района

В завершение же данного параграфа отметим, что несколько проектов утилитарных башен объектов связи и радиорелейных антенн были разработаны с учетом технологических возможностей Вильнюсского завода универсальных металлоконструкций, а трехгранные башни из прямоугольных уголков высотой от 50 до 120 м были предложены для компании «Сатурн Лтд» (рис. 1.20). Также кроме конструкций башен традиционного очертания приведем пример башни с ограниченной структурой, решетка которой образована из однотипных плоских габаритных сварных элементов, имеющих вид равнобедренных треугольников. Общий вид такой башни представлен на рис. 1.21.

Кроме того, сделаем еще одну важную ремарку. Опыт проектирования и строительства описанных в данном параграфе башен однозначно свидетельствует о том, что рациональный выбор типа башни возможен только после всестороннего анализа всех присущих каждому конкретному объекту условий. Ведь не является секретом такой уже хорошо известный факт, что достаточно часто экономия начальных затрат, особенно при проектировании, приводит в последствии к серьезным потерям при эксплуатации. И потому хотелось бы обратить внимание на это прежде всего заказчиков, перед которыми постоянно возникают вопросы развития объекта, а также начинающих проектировщиков в области высотных сооружений.

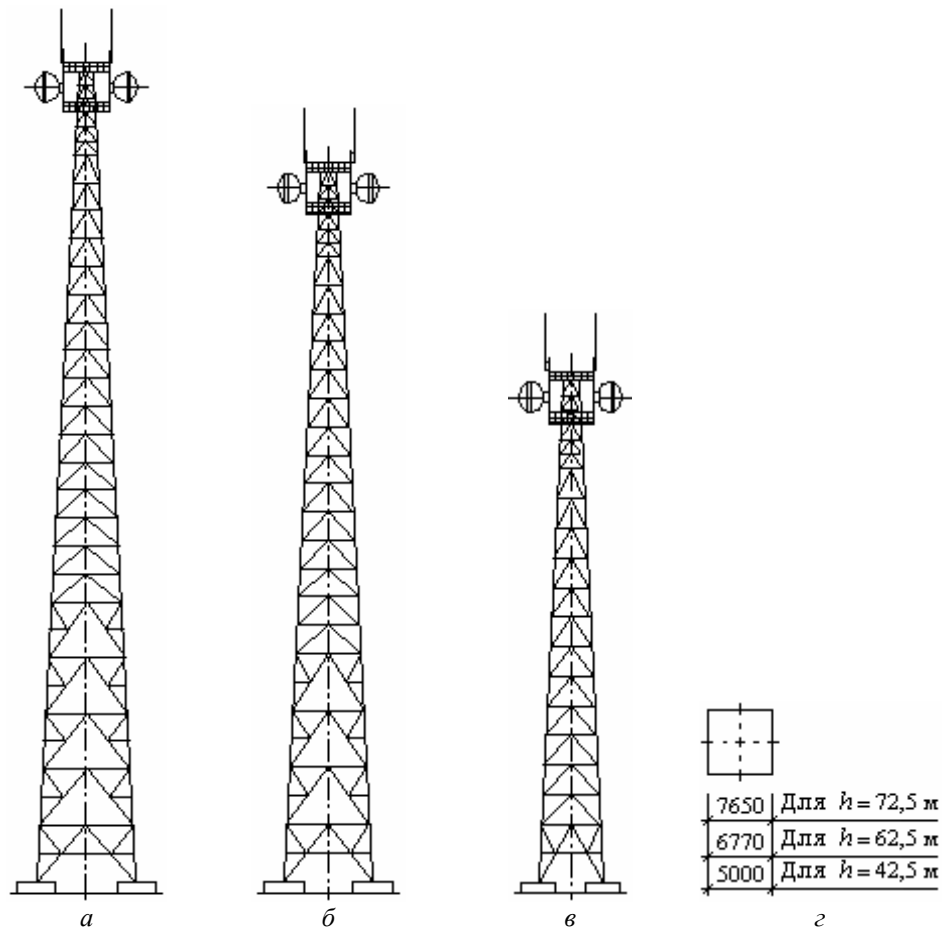


Рис. 1.18. Схемы башен радиорелейных линий связи высотой:
 $a - 72,5$ м; $б - 62,5$ м; $в - 42,5$ м; $г -$ опорное сечение

§ 1.3. Мачты

Наряду с башенными сооружениями в практике строительства широко используются и мачтовые, главная отличительная особенность которых заключается в том, что их высота достаточно часто превосходит высоту башен. Прежде чем рассмотреть наиболее известные мачты, следует сказать, что мачты подобно представленным в предшествующих параграфах башенным сооружениям, подразделяются на мачты уникальные и массового применения. Вполне понятно, что рассмотрение уникальных мачт позволяет не только ознакомиться с наиболее яркими примерами подобных инженерных сооружений, но и получить общее представление об использованных при их проектировании технических и конструктивных решениях. А потому, прежде всего, остановимся на такого рода примерах.

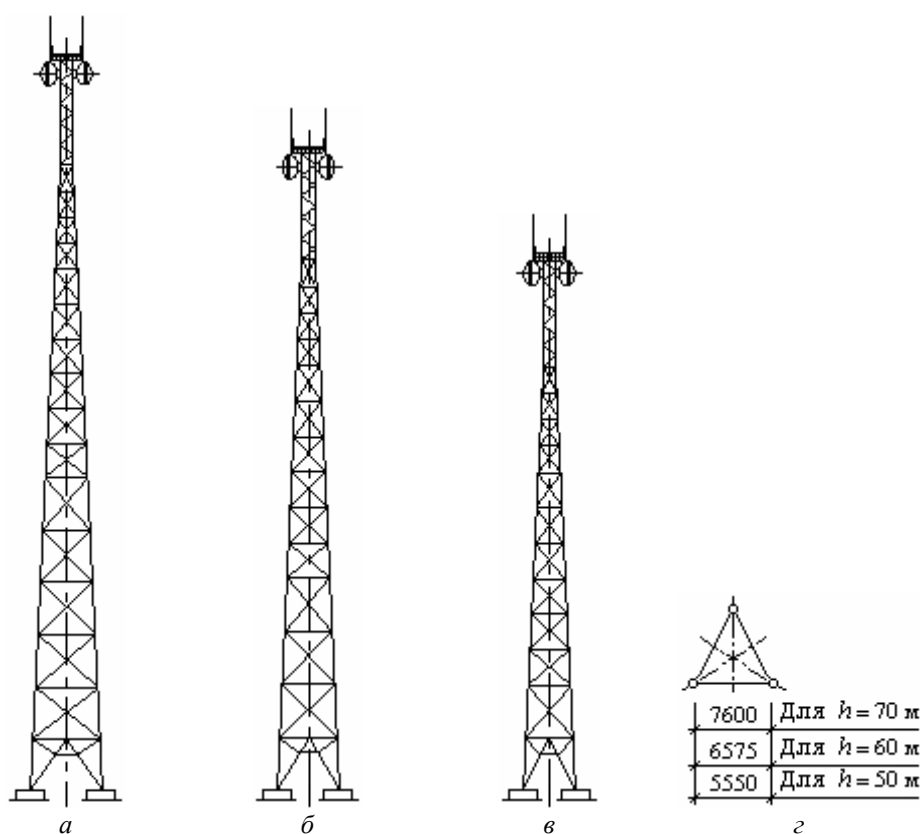


Рис. 1.19. Схемы башен трубчатых стальных высотой:
 a – 70 м; b – 60 м; v – 50 м; $г$ – опорное сечение

В качестве первого примера упомянем мачту в г. Кейп-Джераро (США), которая имеет высоту 535,0 м (рис. 1.22, a). Ствол этой мачты в виде решетчатой призмы с размером базы 3,05 м и высотой секции 9,0 м поддерживается шестью ярусами оттяжек. Ее пояса выполнены из круглой стали диаметром 108 – 189 мм, а раскосы – из круглой стали диаметром 20 – 35 мм с предварительным натяжением. Второй пример представляет собой мачту со стволом переменного сечения (так называемая «сигарообразная» форма) высотой 318,0 м в г. Будапеште (рис. 1.22, b). Ствол мачты имеет трехгранное поперечное сечение и поддерживается одним ярусом оттяжек. Общий вес мачты составляет 180 т. Заметим, что эта мачта была разрушена во время Второй мировой войны 1939 – 1945 годов. Далее обратим внимание на мачту-антенну высотой 460,0 м, являющуюся самой высокой мачтой, построенной на территории бывшего СССР (рис. 1.22, $в$). Как и в предыдущем случае, ствол мачты принят трехгранного поперечного сечения, а его элементы выполнены из стали 09Г2С. Следует сказать, что эта мачта была рассчитана на эксплуатацию в районах с низкими температурами.



Рис. 1.20. Общий вид трехгранной башни для антенн мобильной связи



Рис. 1.21. Общий вид беспоясной башни

Еще одним примером уникальных мачт может служить мачта высотой 353,0 м в г. Виннице (рис. 1.22, з). Характерной особенностью данной мачты является применение рей для повышения общей жесткости конструкции. Ствол принят в виде трубчатой оболочки диаметром 2,5 м, а рей – в виде решетчатых стержней из горячедеформированных труб. На мачте установлено четыре яруса оттяжек, причем применение рей позволило использовать круто падающие оттяжки с целью уменьшения площади занимаемого мачтой земельного участка. Следующим примером является мачта высотой 315,5 м в г. Обнинске (рис. 1.22, д), выполненная в виде оболочки (трубы), внутри которой расположены коммуникации и лифт для подъема на мачту. Ее ствол поддерживается четырьмя ярусами оттяжек. И, наконец, нужно сказать о том, что самая высокая в мире мачта (высота 646,4 м) была построена в г. Константинове (Польша) в 1974 г. На мачте установлено пять ярусов оттяжек, а ее общий вес равен 420 т. К сожалению, в 1991 г. во время проведения ремонтных работ по замене одной из оттяжек мачта разрушилась.

Перейдем теперь к характеристике мачт массового применения. Однако прежде чем непосредственно приступить к их рассмотрению, уделим внимание основным требованиям, предъявляемым к этим мачтам. Здесь стоит подчеркнуть, что в отличие от уникальных мачт при проектировании, изготовлении и строительстве мачт массового применения в первую очередь требуется, чтобы они были не только надежны и экономичны, но также обеспечивали технологические условия работы оборудования связи, обладали малой массой, простотой изготовления, монтажа и эксплуатации. При этом является хорошо известным, что наиболее полно указанные требования нашли свое отражение в мачтах объектов связи и в мачтах объектов связи с поясами из труб. И потому начнем рассмотрение с примеров мачт объектов связи.

Общий вид типовой мачты объектов связи изображен на рис. 1.23, а схемы их конструктивных решений для мачт высотой от 20 до 120 м – на рис. 1.24. Далее обратим внимание на то, что конструкция этих мачт выполнена таким образом, что позволяет собирать их из унифицированных решетчатых секций треугольного поперечного сечения. При этом само собой разумеется, что база каждой конкретной мачты принимается в зависимости от ее высоты. А именно: для высот 20, 30 и 40 м ее размер равен 330 мм, для высот 50 и 60 м – 630 мм, а для высот 80, 100 и 120 м – 1000 мм.

Пояса всех указанных выше мачт приняты из круглой стали, раскосы и распорки мачт с базой 330 мм – также из круглой стали, а с базой 630 мм и 1000 мм – из одиночных уголков. Секции стыкуются между собой на фланцах с помощью болтов. Кроме того, секции мачт с базой 1000 мм для упрощения операции оцинкования и уменьшения затрат при транспортировке могут выполняться россыпью с возможностью сборки на монтаже.

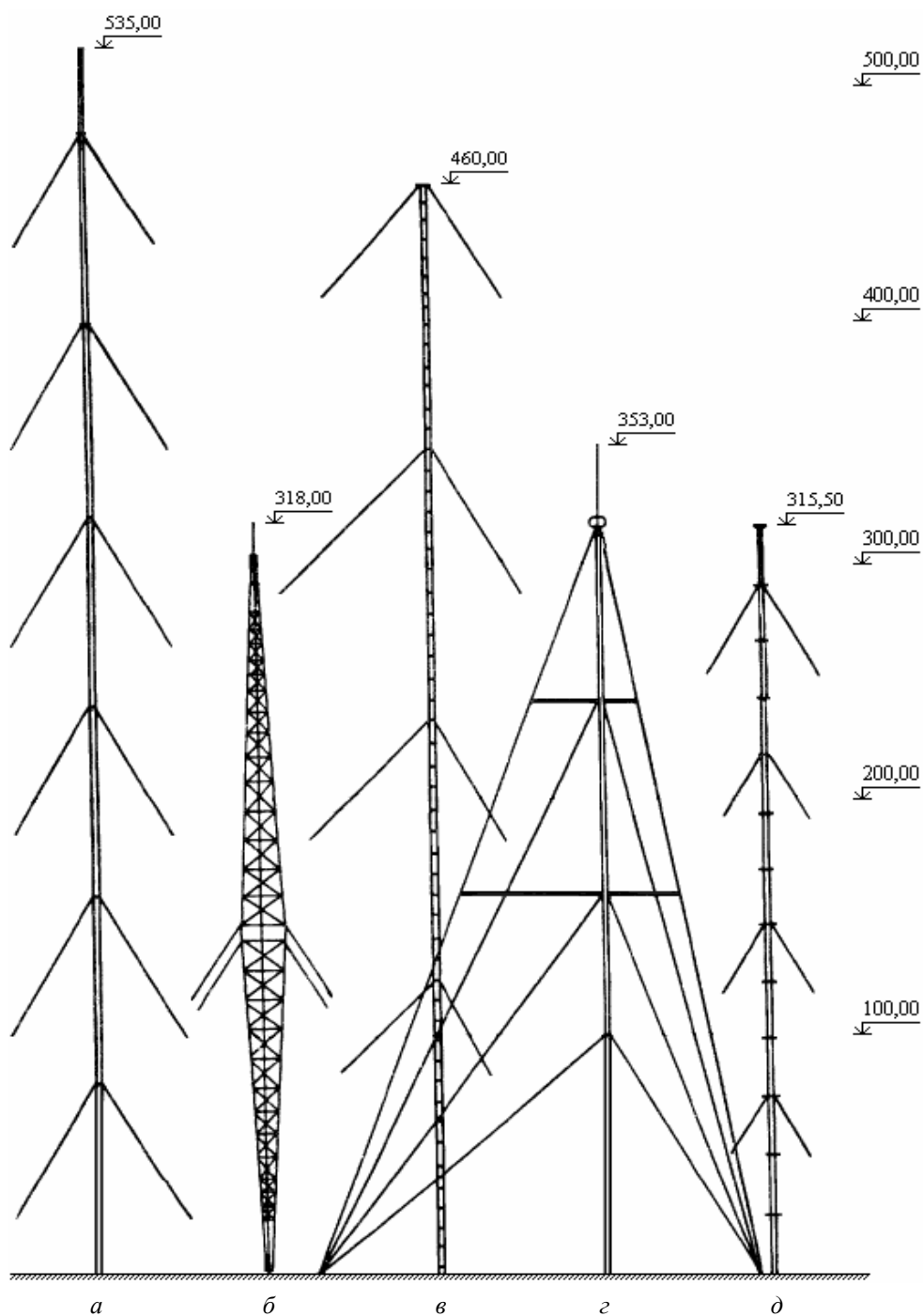


Рис. 1.22. Схемы уникальных мачтовых сооружений в городах (странах):
а – Кейп-Джераро; *б* – Будапеште; *в* – СССР; *г* – Виннице; *д* – Обнинске

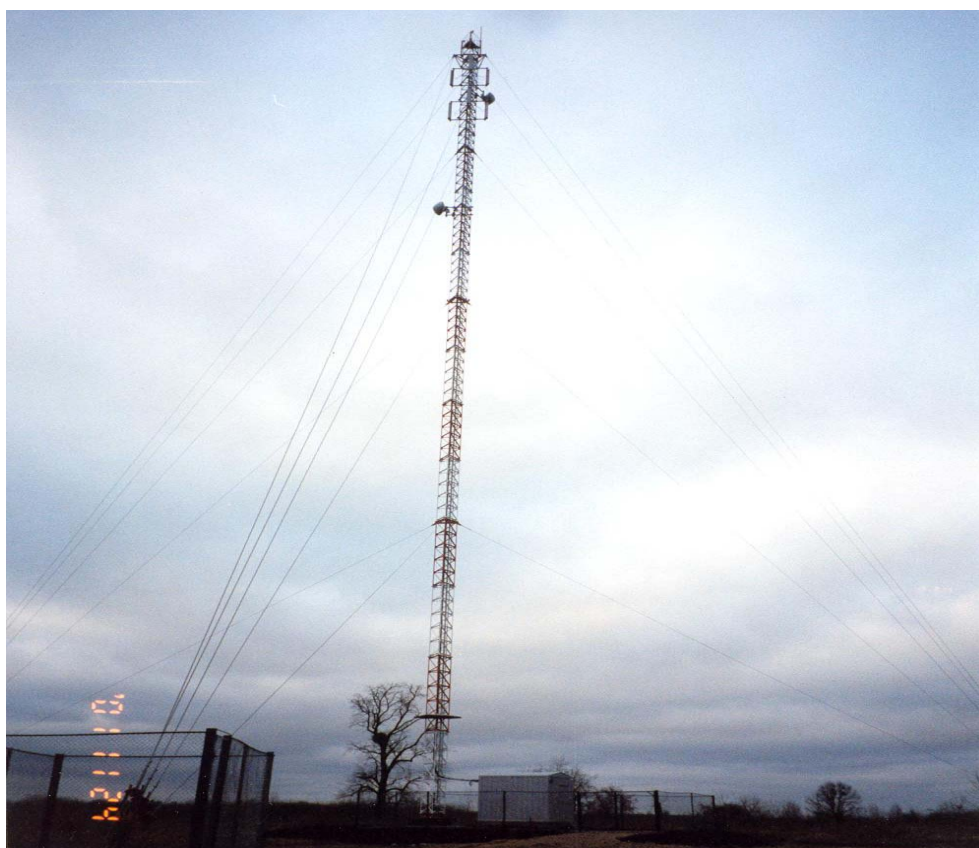


Рис. 1.23. Общий вид типовой мачты объектов связи

Следует заметить, что весьма показательными для рассматриваемых мачт являются также две их следующие отличительные особенности. Причем первая из них заключается в том, что оттяжки мачт с целью экономии площади застройки выполнены круто падающими. А для уменьшения числа анкерных фундаментов с целью сокращения расхода железобетона все или часть ярусов оттяжек сводятся на один фундамент. Вторая же особенность состоит в повышении жесткости верхнего узла, у которого устанавливаются антенны, путем размещения траверс, служащих для закрепления спаренных оттяжек, удерживающих узел от поворота и закручивания.

Резюмируя, наконец, рассмотрение мачт объектов связи, укажем на то, что эти мачты по всем своим конструктивным и технологическим характеристикам представляют собой весьма эффективные инженерные сооружения. К тому же они характеризуются достаточно малой металлоемкостью. А иллюстрирует сказанное рис. 1.25, на котором, к примеру, изображен график зависимости веса мачт от их высоты для IV-го ветрового района.

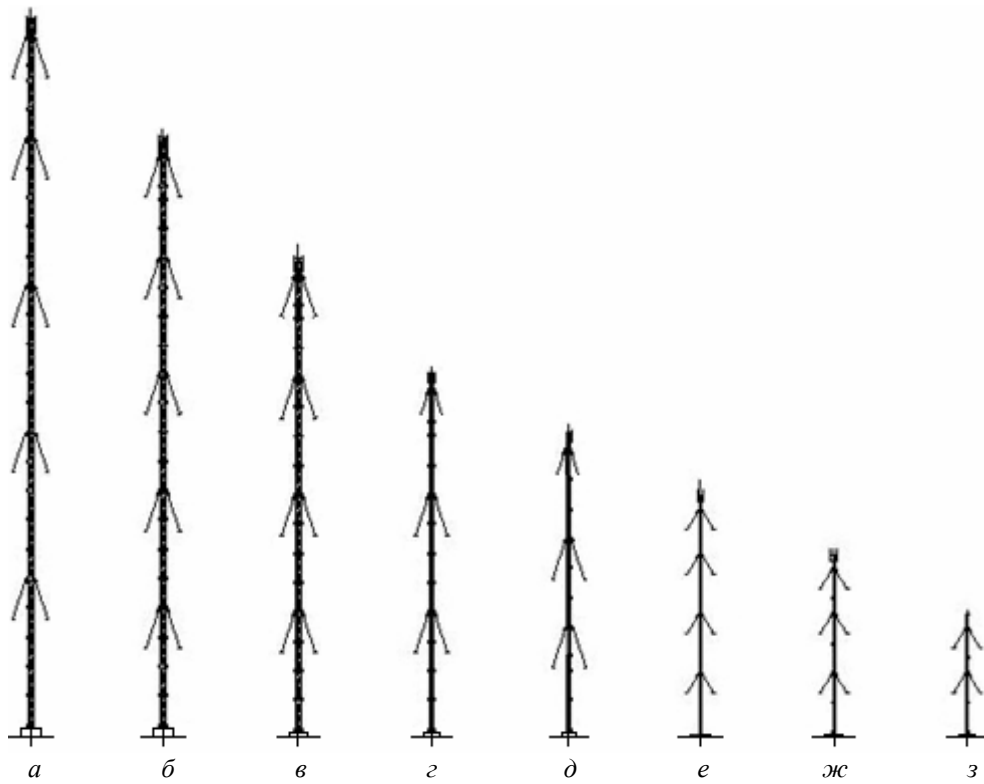


Рис. 1.24. Схемы мачт объектов связи высотой:
 $a - 120$ м; $б - 100$ м; $в - 80$ м; $г - 60$ м; $д - 50$ м; $е - 40$ м; $ж - 30$ м; $з - 20$ м

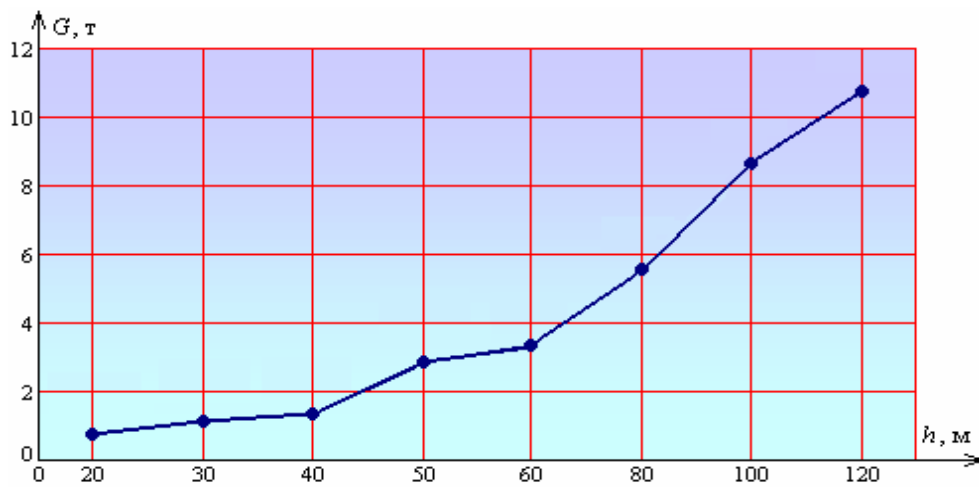


Рис. 1.25. График зависимости веса мачт объектов связи от их высоты $G = f(h)$ для IV-го ветрового района

Теперь рассмотрим, останавливаясь только на наиболее характерных моментах, второй тип мачт массового применения – мачты объектов связи с поясами из труб. И прежде всего заметим, что конструктивное решение этих мачт принято из унифицированных секций длиной 5000 мм для мачт высотой 50 – 70 м и 2000 мм для мачт высотой менее 50 м. Что же до размера баз мачт, то по аналогии с ранее представленными мачтами объектов связи он устанавливается в зависимости от высоты мачты. В том числе: для высот от 50 до 70 м этот размер составляет 1000 мм, а для высот 50 м и ниже – 500 мм. В части же поясов мачт, то, как вытекает из самого их названия, они принимаются из труб малых диаметров с толщиной стенки от 5 до 8 мм на фланцевых соединениях, а решетка – из уголков или круглой стали. Относительно антикоррозионной защиты конструктивных элементов мачт скажем лишь то, что она выполняется оцинкованием или грунтовкой с последующей окраской. Причем в случае использования антикоррозионной защиты оцинкованием применяется решение фланцевого узла без заглушки с организацией водоотвода в нижней опорной секции, а без оцинкования – фланцевые узлы выполняются с заглушками с последующей заливкой битумом.

Подводя итоги данного параграфа и опираясь на предшествующее изложение, скажем всего лишь несколько слов об общей характеристике мачтовых сооружений. Начнем с напоминания, что основными элементами мачт являются ствол, оттяжки и фундаменты (центральный и анкерные). Имеются также конструктивные решения мачт с реями для уменьшения пролета оттяжек, при этом рея опирается одним своим концом на ствол мачты, а другим – на оттяжку.

Чаще всего на практике применяются схемы мачт с тремя и четырьмя оттяжками в плане, прикрепляющимися к стволу в одном ярусе. Количество ярусов зависит от высоты мачты, горизонтальной нагрузки и ограничений на сортамент канатов и проката. Оттяжки различных ярусов могут быть наклонены под одним углом к горизонту или под разными углами. Обычно оттяжки закрепляются на отдельных анкерных фундаментах. Впрочем, имеются также варианты мачт, когда оттяжки нескольких ярусов закрепляются только на одном анкерном фундаменте.

Как правило, оттяжки располагаются и крепятся в плоскости, проходящей через ось мачты и ось пояса. Заметим, что использование такого приема позволяет оттяжкам не включаться в работу при воздействии нагрузок, закручивающих ствол мачты, поскольку крутящий момент воспринимается стволом, работающим как стержень, закрепленный относительно закручивания в основании. Применяются также мачты со спаренными оттяжками, прикрепленными к стволу с разнесом и удерживающими его от закручивания. Кроме того, встречаются мачты и с расположенными в параллельных плоскостях спаренными оттяжками, закрепленными на специальной площадке или, другими словами, оттяжечном узле. Причем сам этот узел закрепляется на стволе только относительно горизонтальных перемещений. И потому оттяжечный узел по своей сути представляет самостабилизирующую платформу для остронаправленных антенн.

Важно здесь же отметить, что основными элементами оттяжки являются канат, концевые крепления (втулки, концевое крепление скобой с коушем и сжимами или сплеткой и др.), стяжные детали (стяжная муфта, фаркопф) и переходные детали (тройник, переходное звено). А для натяжения и контроля предварительных натяжений используют различные натяжные устройства.

Далее обратим внимание на то, что имеется несколько вариантов конструктивного решения ствола: решетчатый постоянного сечения по высоте, решетчатый сигарообразный, в виде трубы-оболочки, в виде шпренгельной стойки, а также телескопический (с перепадами сечения). При этом основным вариантом служит решетчатый ствол постоянного сечения – треугольный либо четырехгранный. В мачтах высотой до 350 м решетчатый ствол, как правило, составляется из пространственных сварных секций, соединяемых на монтаже фланцевыми болтовыми стыками. Для мачт выше 350 м ее базу принимают больше 2500 мм, и в этом случае секцию собирают из плоских габаритных ферм. А в отдельных случаях, например при необходимости горячего оцинкования элементов, секции изготавливаются поэлементно (россыпью) с укрупнительной сборкой на монтаже болтами.

§ 1.4. Башни специального назначения

1.4.1. Дымовые трубы и вытяжные башни. Для объектов энергетики, металлургии, химии, нефтеперерабатывающей промышленности, а также многих других отраслей народного хозяйства неотъемлемыми элементами являются дымовые трубы и вытяжные башни. Стальные дымовые трубы применяются двух основных типов конструкции:

- с самонесущей листовой конструкцией в виде сочетания конической и цилиндрической оболочек, объединяющей технологические и несущие функции;
- в виде цилиндрического стального (или другого материала) газоотводящего ствола, поддерживаемого решетчатым стальным каркасом.

Примером дымовой трубы в виде листовой оболочки может служить труба высотой 50 м с газоотводящим стволом диаметром 2500 мм для Алексинской ТЭС. Дымовая труба представляет собой тонкостенную цилиндрическую оболочку диаметром 2500 мм, установленную на участок, имеющий форму усеченного конуса с диаметром основания 7000 мм и толщиной стенки 10 мм (от отметки +15,300 м и до отметки +26,000 м). Дымовая труба установлена на цокольной части демонтированной кирпичной трубы. Труба имеет по высоте переходные площадки для лестницы-стремянки. Элементы площадок опираются на круговые ребра-столики и поддерживаются подкосами, которые крепятся к оболочке.

Кроме того заметим, что оболочка на монтаже собиралась из отдельных секций, так называемых царг, которые присоединялись друг к другу при помощи фланцевых соединений. Причем для обеспечения их герметичности во фланце на внутренней поверхности по периметру был выполнен «желобок», в который закладывался асбестовый шнур, а его плотность обеспечивалась натяжением болтов.

Большое распространение в 1970 – 1980 годах XX-го века получили вытяжные башни для предприятий энергетики, химической промышленности и других отраслей народного хозяйства. В качестве примера подобных сооружений приведем вентиляционную башню-трубу 3-го и 4-го энергоблоков Чернобыльской АЭС и типовую конструкцию вытяжной башни-трубы высотой от 120 до 180 м для химического завода в г. Терешково (Россия). Общий вид этих башен-труб представлен на рис. 1.26 и 1.27.

Остановимся теперь подробнее на вентиляционной башне-трубе 3-го и 4-го энергоблоков Чернобыльской АЭС. Вентиляционная башня-труба высотой 75,5 м установлена на покрытии блока «Б» на отметке 74,5 м и представляет собой пространственную решетчатую восьмигранную в плане конструкцию. Ее основание закреплено посредством опорных башмаков, каждый из которых закреплен в железобетонном контуре с помощью восьми анкерных болтов М-48 на глубину 1,72 м. Каркас башни-трубы имеет по высоте шесть секций и шесть переходных площадок, расположенных на относительных отметках 72,5; 60,5; 48,5; 36,5; 24,5 и 10,5 м. Причем две нижние секции имеют увеличенные размеры в плане, что придает башне-трубе повышенную устойчивость. Общая масса башни-трубы составляет 330 т, в том числе ее каркас – 228,1 т и газоотводящий ствол – 101,9 т.

Основными конструктивными элементами каркаса башни-трубы являются стойки из труб диаметром 426 мм с толщиной стенки 7 и 10 мм. Пояса же переходных площадок приняты из труб диаметром 206 мм с толщиной стенки 6 мм и диаметром 209 мм с толщиной стенки 8 мм. А раскосы каркаса запроектированы из труб 168×6, 203×6 и 299×8. Все узловые соединения конструктивных элементов выполнены с помощью сварки.

Что же касается вытяжной башни-трубы для химического завода, то ее отличительной особенностью является наличие на некоторых отметках стальных спиральных ребер для исключения резонансных колебаний. Кроме того отметим, что опорная плита ее ствола крепится к цоколю анкерными болтами, проходящими сквозь выполненные в плите овальные отверстия для устранения возможных деформаций вследствие температурного расширения ствола в радиальном направлении.

В качестве еще одного примера вытяжной башни-трубы в решетчатом каркасе приведем башню-трубу высотой 120 м, газоотводящий ствол которой имеет диаметр 3600 мм и выполнен из полимерных материалов (рис. 1.28, а). Из этого рисунка хорошо видно, что каркас вытяжной башни-трубы состоит из пирамидальной и призматической частей. Причем усеченная пирамида пирамидальной части каркаса расположена между отметками 0 и 48,8 м; ее нижнее сечение принято размерами 12×12 м, а верхнее – 5,5×5,5 м. А между отметками 48,8 и 107 м находится призматическая часть каркаса с сечением 5,5×5,5 м.



Рис. 1.26. Вентиляционная башня-труба 3-го и 4-го энергоблоков Чернобыльской АЭС (снимок сделан в 1996 г. с крыши 3-го энергоблока во время обследования башни)



Рис. 1.27. Вытяжная башня-труба для химического завода в г. Терешково (Россия)



Рис. 1.28. Вытяжная башня-труба в решетчатом каркасе:
a – общий вид; *б* – фрагмент монтажа методом подрачивания

Пояса и решетка пирамидальной части каркаса башни выполнены из горячедеформированных труб. В призматической же части каркаса пояса и распорки приняты из труб, а раскосы – из одиночного уголка, работающего только на растяжение. Пояса каркаса башни соединены на фланцах. А все остальные соединения элементов башни трубчатого сечения выполнены на монтажных болтах.

Теперь скажем несколько слов об особенностях конструктивного решения вытяжной башни-трубы, связанных с тем, что в ее газоотводящем стволе вследствие нагрева высокотемпературными отводимыми газами появляются большие температурные изменения длины и диаметра. Поэтому с целью уменьшения воздействия температуры на конструктивные элементы башни-трубы ее ствол принят из трех соединенных компенсаторами участков, каждый из которых имеет независимое крепление. Сообразно с указанным, верхний и средний участки газоотводящего ствола подвешены на площадках на отметках 106,79 и 72,4 м, а нижний опирается на балки и площадки на отметке 15,75 м. Кроме того, на площадках на отметках 30; 48,8 и 89 м размещены специальные упоры, не только закрепляющие участки ствола от горизонтальных смещений, но и обеспечивающие возможность их температурного расширения.

1.4.2. Водонапорные башни. Упомянутые в названии данного подраздела башни представляют собой особую узкоспециализированную разновидность башенных сооружений, отличающуюся от всех прочих значительной полезной нагрузкой (превышающей обычную для башен объектов связи в десятки и сотни раз) и сравнительно не очень большой высотой. Что же касается предназначения водонапорных башен, то оно заключается в том, что в часы уменьшения водопотребления избыток воды, подаваемой насосной станцией, накапливается в водонапорных башнях и расходуется из них в часы увеличенного водопотребления.

Сама водонапорная башня состоит из бака для воды, обычно цилиндрической формы, и опорной конструкции (рис. 1.29). Высота водонапорной башни (расстояние от поверхности земли до низа бака) обычно не превышает 25 м, в редких случаях – 40 м, а емкость бака – от нескольких десятков (для малых водопроводов) до нескольких тысяч кубических метров (в больших городских и промышленных водопроводах).

Опорные конструкции водонапорной башни выполняются в основном из стали и железобетона, иногда из кирпича, а баки – преимущественно из стали и железобетона. Внутри бака на его стенки привариваются скобы льдоудерживателя, а также скобы для передвижения обслуживающего персонала. Для подъема же на башню устраивается наружная лестница с предохранительным ограждением. Кроме того, водонапорная башня оборудуется трубами для подачи и отвода воды, переливными устройствами для предотвращения переполнения бака, а также системой замера уровня воды. А для предохранения запаса воды от загрязнения и замерзания бак башни окружается специальной защитой.



Рис. 1.29. Общий вид типичной водонапорной башни

Теперь же с целью более детального ознакомления с конструктивными решениями водонапорных башен рассмотрим, останавливаясь на наиболее характерных моментах, водонапорную башню высотой 59,90 м с емкостью бака 5000 м³, принципиальная конструктивная схема которой показана на рис. 1.30. Как видно из представленного рисунка, конструкция водонапорной башни состоит из бака, опирающегося на 12 опор. Кроме того, для пропуска сантехнических трубопроводов и размещения лестниц для подъема на бак в центре башни предусмотрена технологическая шахта со стальным каркасом. Отметим также то, что покрытие башни выполнено из двенадцати радиально расположенных балок, соединяемых по центру трубой. А ее опоры запроектированы из прокатных широкополочных двутавров, развязанных кольцевыми диафрагмами, которые, в свою очередь, образованы из двенадцати ферм. При этом связи между опорами выполнены полураскосными из гнутосварных профилей (рис. 1.31). Каркас технологической шахты принят из четырех стоек, связанных между собой попарно связями и диафрагмой и обшитых панелями типа «сэндвич». Обратим внимание на то, что на отметке 38,80 из шахты устроен мостик для выхода на наружную лестницу, ведущую на крышу бака.

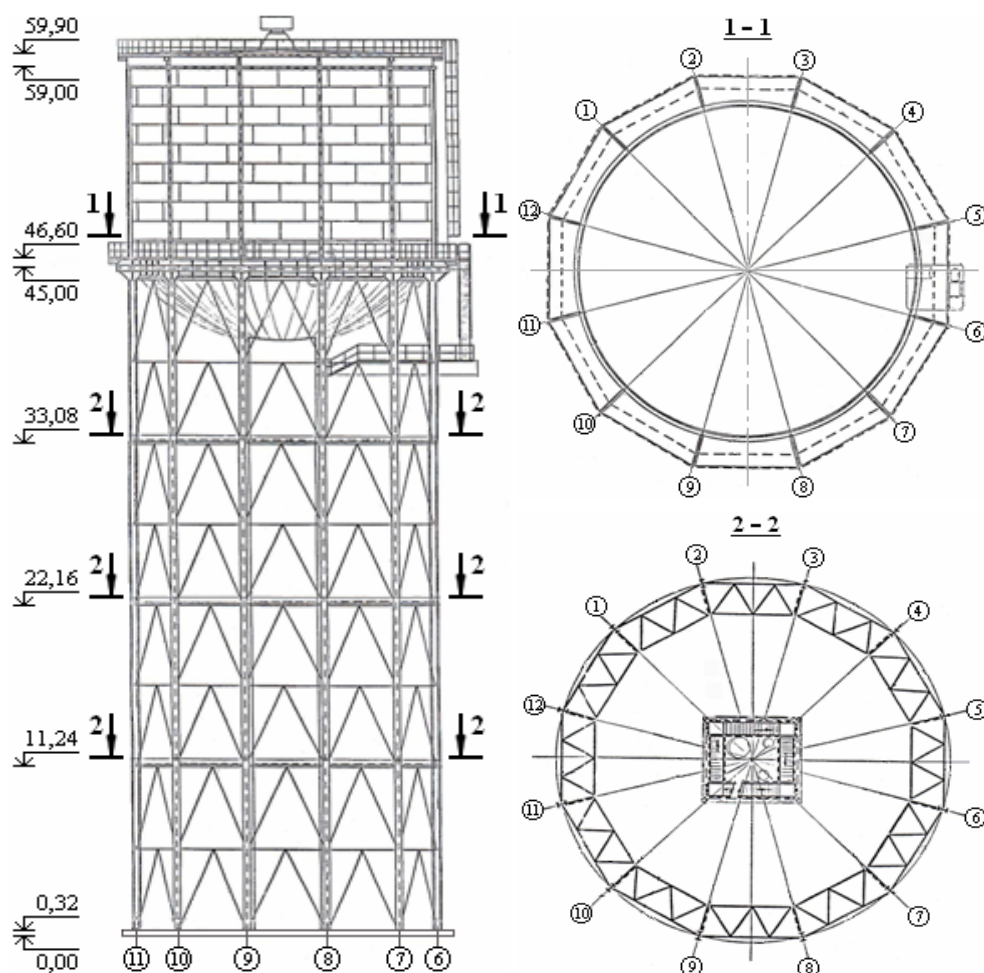


Рис. 1.30. Принципиальная конструктивная схема водонапорной башни с баком емкостью 5000 м³

Что касается конструкции самого бака, то она состоит из цилиндрической части диаметром 20 м и высотой 14 м, а также сферического днища с радиусом кривизны 5 м, как это показано на рис. 1.32. Кровля бака выполнена из рулонного ковра по легкому утеплителю, а его стенки и днище утеплены фенопластом и обшиты кровельной сталью.

Опоры башни выполнены из стали 14Г2Б, балки покрытия – из стали СтЗпс6, бак – из стали СтЗсп5, а другие конструкции – из стали СтЗкп2.

И, наконец, в завершение скажем несколько слов о проведении монтажных работ. Здесь представляется наиболее интересным, что сборка бака на монтаже предусмотрена из отдельных элементов (царг и лепестков). С этой целью пояс бака разбит по длине на восемь габаритных единиц, в которые входят, помимо самого пояса, нижние царги его цилиндрической части.

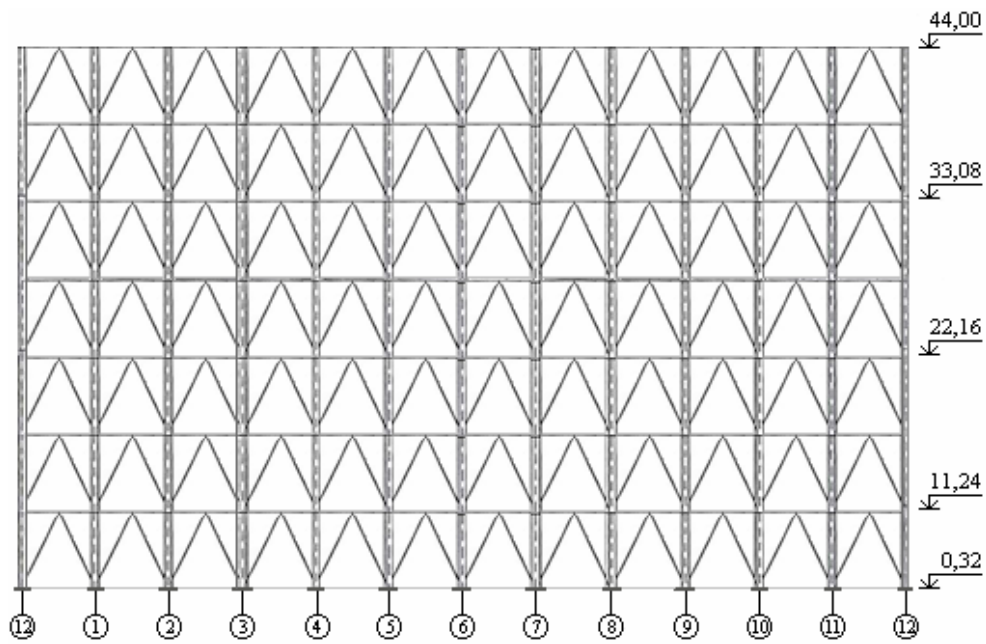


Рис. 1.31. Развертка ствола водонапорной башни емкостью 5000 м³

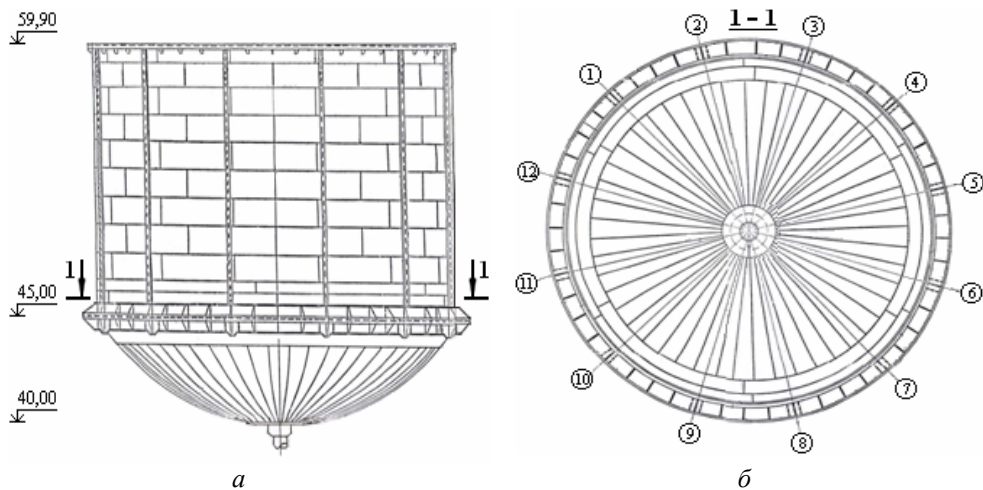


Рис. 1.32. Общий вид (а) и разрез 1 – 1 (б) бака емкостью 5000 м³

А раскрой сферического днища предусмотрен из 48 лепестков и пояса, выполненного по образующей усеченного конуса, для исключения достаточно трудоемкой операции вальцовки листов по сферической поверхности (рис. 1.33). При этом образующийся при пересечении лепестков с конической частью достаточно малый зазор в 1,9 мм ликвидируется с помощью стяжных монтажных приспособлений перед сваркой (выгибом

кромки лепестка по линии пересечения). Кроме того, для уменьшения объема монтажной сварки лепестки рекомендуется предварительно соединять заводской сваркой в монтажные элементы по две – три штуки.

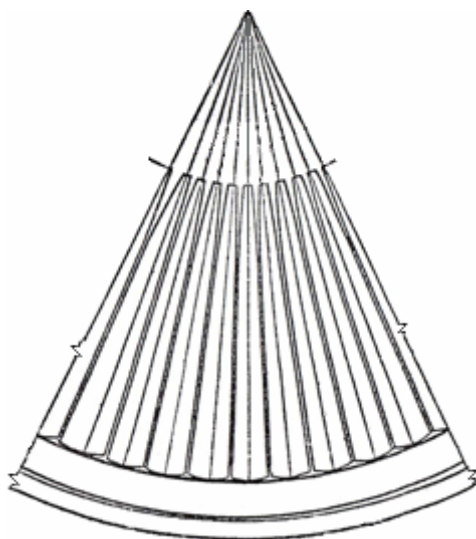


Рис. 1.33. Схема раскроя сферического днища бака емкостью 5000 м³

§ 1.5. Антенные системы

В качестве еще одного весьма показательного примера высотных сооружений рассмотрим так называемые антенные системы, представляющие собой большепролетные пространственные комбинированные висячие и вантовые конструкции. Указанные высотные сооружения обладают рядом специфических особенностей, связанных с объединением в единое целое элементов различной структуры, мерности и жесткости, например, жестко закрепленных в основании консольных стержней, поддерживаемых в вертикальном положении оттяжками, неразрезных или шарнирных стержней, а также висячих и вантовых сетей. Принципиальные схемы названных сооружений приведены на рис. 1.34 и 1.35.

Как следует из представленных рисунков, опоры для подвески синфазных горизонтальных диапазонных коротковолновых антенн нагружены проволочными антенными сетями или системой жестких вибраторов и рефлектором. Причем наиболее часто проволочные антенны закрепляются на опорах при помощи подвесной системы с контурным леером, образующей вместе с антенной плоскую сеть, устанавливаемую в вертикальной плоскости. А настраиваемый аperiодический рефлектор выполняется из ряда натянутых биметаллических проводов с шагом 0,5 – 1,5 м в зависимости от длины оптимальной волны и повторяет сеть антенны.

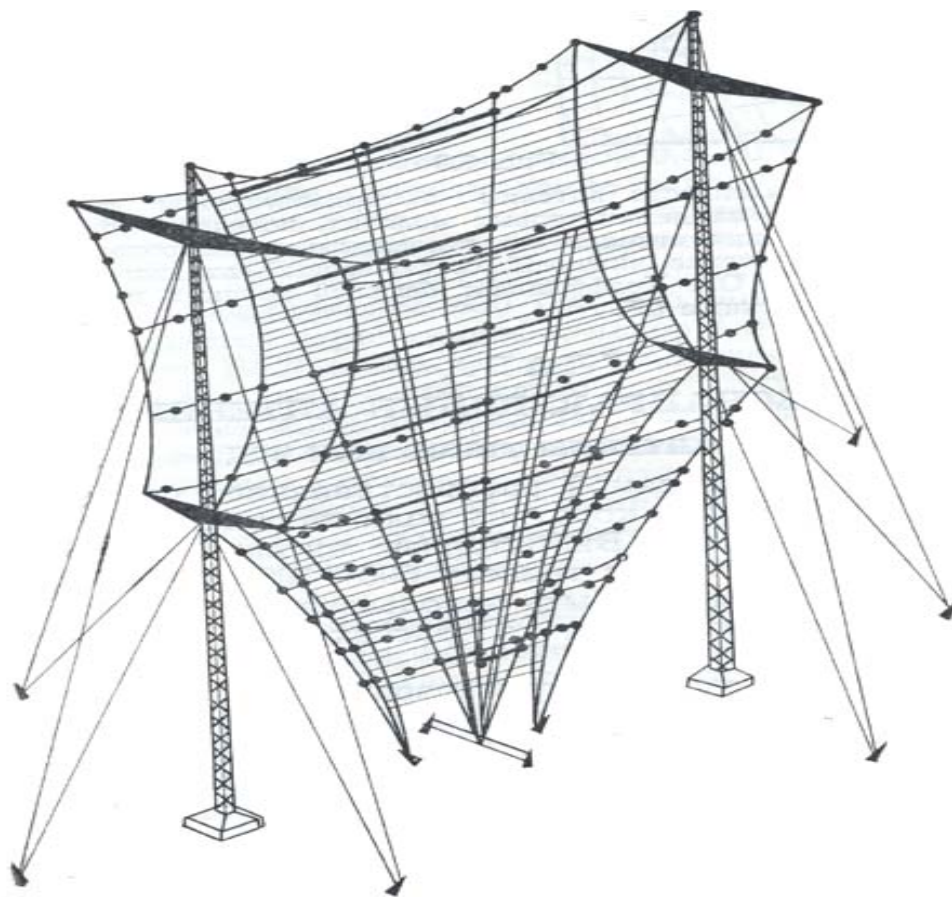


Рис. 1.34. Принципиальная схема мачтово-антенной системы коротковолновых антенн

Вообще говоря, размеры антенных систем зависят от их структуры и длины оптимальной волны и могут достигать в поперечнике 150×100 м и более. Само же антенное полотно закрепляется на опоре через специальные траверсы с жесткой или шарнирной подвеской, при этом в случае применения шарнирной подвески дополнительно устанавливается уравнивающее полотно. Также укажем на то, что антенны, как правило, размещаются в различных комбинациях с углами перелома в плане от 0 до 60 градусов (рис. 1.35).

Следует заметить, что подвеску антенных сетей удобно выполнять на трех- или четырехгранных опорах пирамидального очертания без изломов поясов. В случае же возникновения необходимости подвески набора антенн с разными размерами к опоре одной высоты, здесь требуется установка диафрагм и усиление решетки в уровне подвески антенного полотна с меньшими размерами. Что же касается крепления рефлектора, то с этой целью обычно применяются специальные балки или контурные леера.

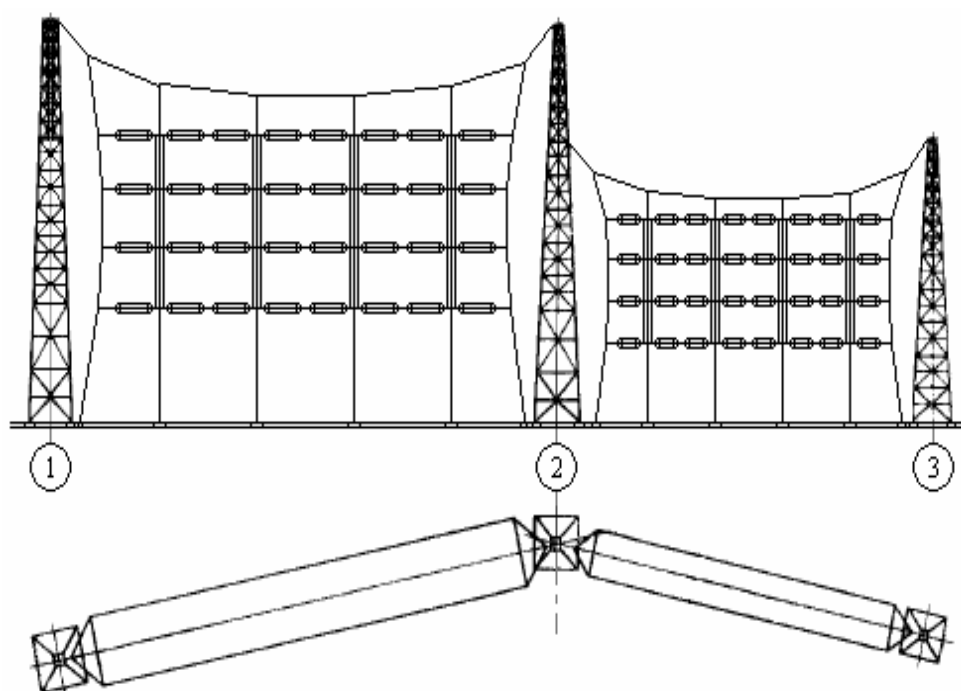


Рис. 1.35. Принципиальная схема башенно-антенной системы коротковолновых антенн

Отметим теперь еще один примечательный факт, вытекающий из опыта строительства антенных систем и заключающийся в том, что при строительстве новых объектов коротковолновой связи их антенны, как правило, подвешиваются на опорах в виде мачтовых систем, а башни применяются на реконструируемых объектах при отсутствии свободной площади.

И, наконец, в завершение данного параграфа уделим внимание тому моменту, что при проектировании высотных сооружений антенных систем в виде большепролетных пространственных комбинированных висячих и вантовых конструкций приходится иметь дело с системами, составленными из элементов, которые при расчетном анализе можно считать гибкими нитями, или системами из гибких нитей. Хорошо известно, что эти конструктивные элементы отличаются большой кинематической подвижностью и высокой деформативностью в процессе нагружения и потому указанные системы и задачи их расчета являются геометрически нелинейными, а методика их расчета основана на специально построенных нелинейных соотношениях метода конечных элементов. Не задерживаясь далее на всех заслуживающих внимания особенностях их расчета, укажем лишь на то, что методы расчета разнообразных висячих и вантовых систем приведены в работах [25, 35 – 37, 48, 49, 53, 65, 67, 79, 87, 90, 119 – 123].

§ 1.6. Монументы

Кроме рассмотренных ранее, к высотным сооружениям также можно отнести монументы. Таковым является, например, монумент Независимости Украины, возведенный в 2001 г. в честь празднования 10-летия независимости Украины на площади Независимости в г. Киеве (рис. 1.36, *а*). Монумент представляет собой облицованную гранитом стальную колонну, закрепленную на железобетонном постаменте высотой 12 м и заканчивающуюся капителью на отметке 50,25 м. На капители установлена базирующаяся на шаре венчающая бронзовая фигура женщины (богини Березины – Оранты Украины) с калиновой ветвью в руках весом 20 т (рис. 1.36, *б*). Высота всей скульптурной композиции равна 11 м, а общая высота монумента составляет 62 м.

Конструктивно металлическая колонна решена в виде регулярной восьмигранной призмы с поясами из сварных балок, кольцевыми диафрагмами, шаг которых по высоте равен 3 м, и центральным блоком винтовых лестниц. Кольцевые диафрагмы предназначены для навески на них плит гранитной облицовки, которые крепятся к каркасу по методу так называемого «сухого» монтажа – с использованием специальных металлических направляющих и креплений.

Далее обратим внимание на то, что одной из важных инженерных задач, которую необходимо было решить при проектировании колонны, было обеспечение снижения уровня ее колебаний. Указанная проблема состояла в том, что в связи с принятой формой скульптуры, при некоторых углах направления ветра в плане проявлялась неустойчивость подъемной силы. Поэтому с целью гарантированного обеспечения надежности эксплуатации монумента было предусмотрено устройство его антивибрационной защиты путем размещения в верхней части колонны динамического маятникового гасителя колебаний с демпфером сухого трения.

Другим весьма характерным примером монументального высотного сооружения служит монумент «Родина-мать» Национального музея истории Великой Отечественной войны 1941 – 1945 гг. в г. Киеве, открытого в 1981 г. на День Победы (рис. 1.37, *а*). По своим размерам – это один из крупнейших монументов не только в Украине, но и в мире [43], поскольку высота фигуры женщины (Родины-матери) составляет 68 м, а всего сооружения, включая здание, служащее ее пьедесталом – 108 м (рис. 1.37, *б*). Отметим здесь также то, что монумент представляет собой цельносварную конструкцию из отдельных блоков весом 25 – 30 т каждый, общий вес которой достигает 450 т.

Оболочка монумента выполнена тонколистовой (1,5 мм) из листовой нержавеющей хромоникелевой стали, отвечающей всем предъявляемым техническим требованиям в части прочности, свариваемости, формуемости и долговечности. Кроме того, нержавеющая сталь была применена и для некоторых других элементов несущего каркаса, доступ к которым при эксплуатации является затрудненным, а также для меча высотой 16 м и весом 9 т и щита размером 13×8 м и весом 13 т.

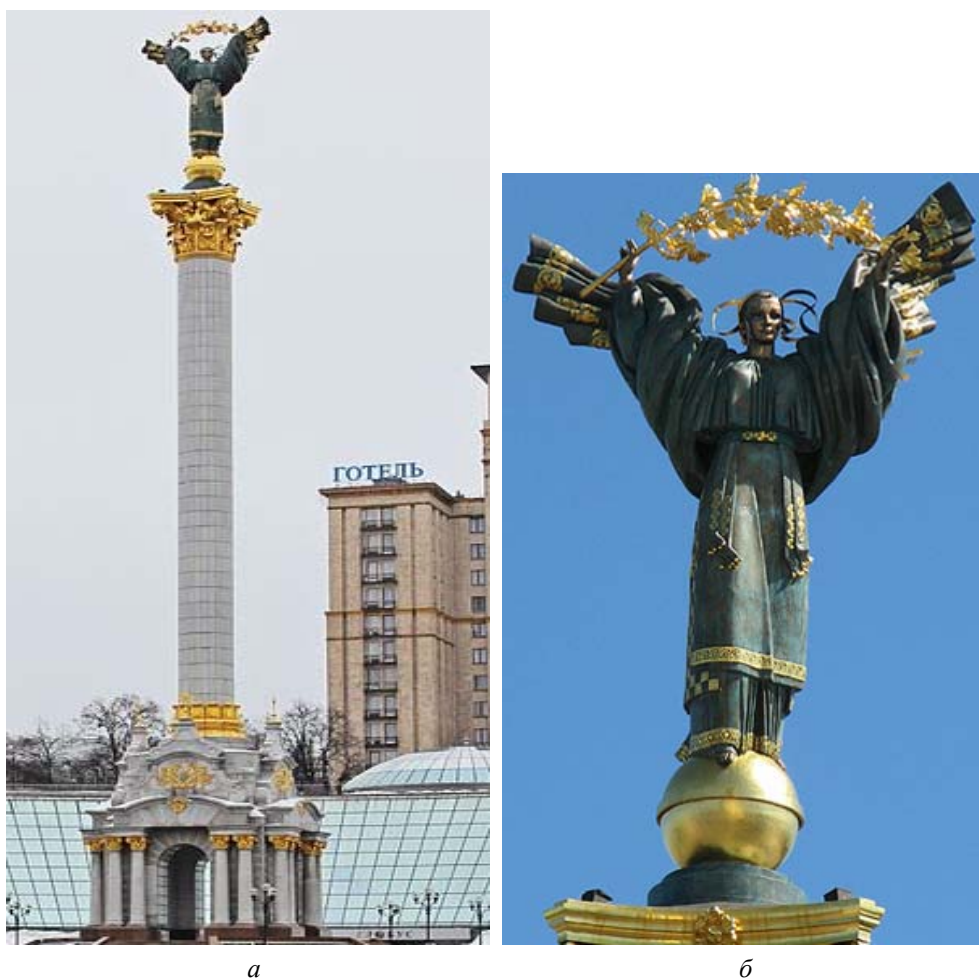


Рис. 1.36. Монумент Независимости Украины в г. Киеве:
а – общий вид; *б* – венчающая фигура женщины

Основой сооружения служит внутренний вертикальный решетчатый ствол прямоугольного сечения (рис. 1.37, *б*), выполненный из углеродистой стали, переходящий от уровня груди в трубчатые каркасы рук. Меч конструктивно является продолжением каркаса руки и представляет собой листовую (толщиной 8 – 12 мм) сплошностенчатую конструкцию ромбического поперечного сечения. Каркас головы фигуры выполнен в виде стальной трубы, защемленной в верхней секции решетчатого ствола, при этом регулирование уровня заделки и наклона трубы давало возможность корректировать положение головы при монтаже. Тонколистовая оболочка монумента для решения вопросов формообразования и обеспечения местной устойчивости подкреплена системой продольных и поперечных элементов

жесткости, которые образуют подкрепляющий каркас с ячейками порядка 500×500 мм. А общая устойчивость оболочки обеспечена системой внутренних диафрагм-площадок, размещенных через два метра по высоте.

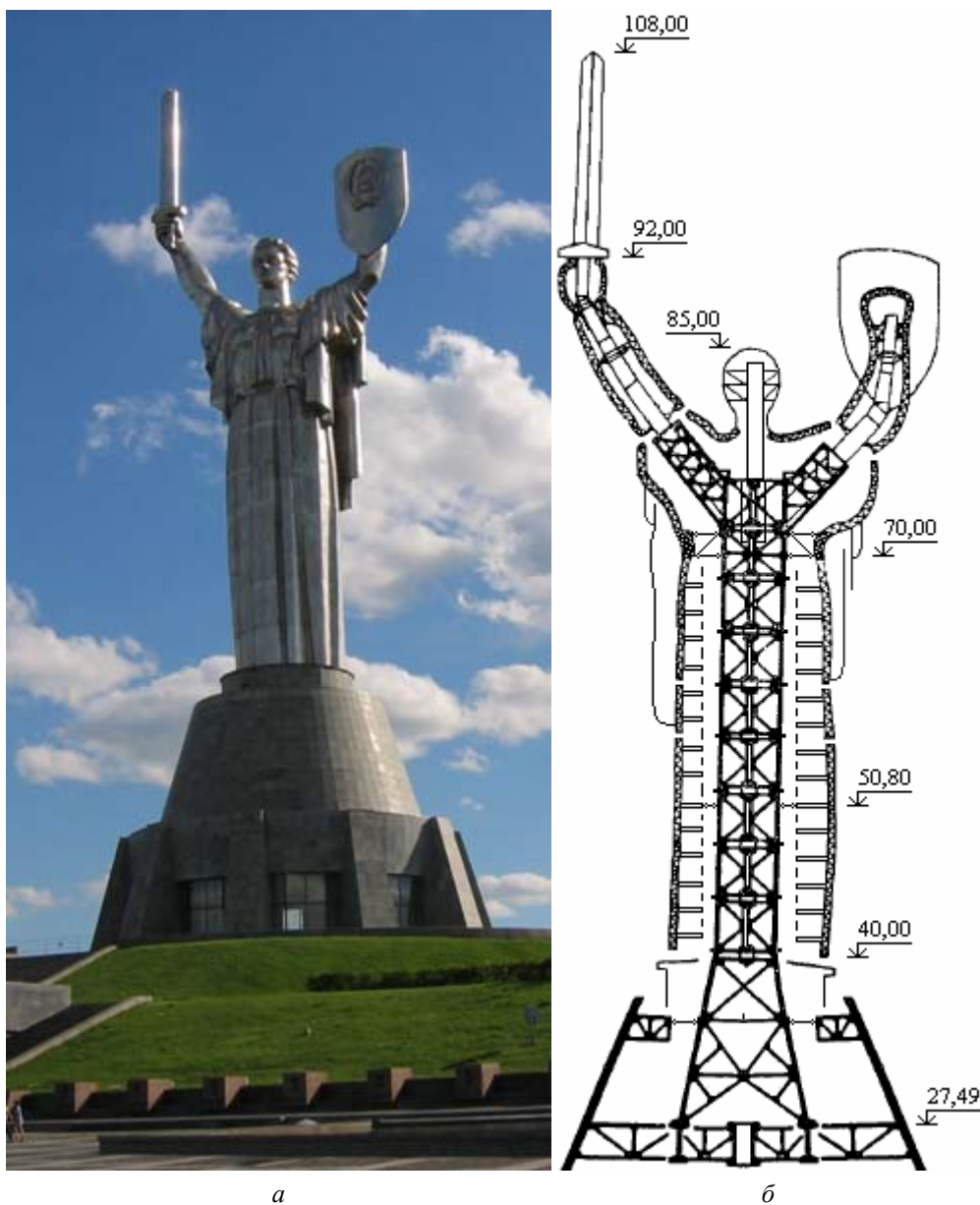


Рис. 1.37. Монумен «Родина-мать» Национального музея истории Великой Отечественной войны 1941 – 1945 гг. в г. Киеве:
а – общий вид; *б* – характерное поперечное сечение

Что же касается раскрепления оболочки на несущий каркас с целью обеспечения их взаимно независимого деформирования, то была реализована следующая схема. При общей высоте основного ствола каркаса монумента 48,5 м от уровня заделки в здании-пьедестале на отметке 40,0 м оболочка жестко раскреплена на него распределенными связями выше отметки 70,0 м, что позволяет также передать на каркас и ее вес (рис. 1.37, б). А ниже указанного уровня в оболочке выполнено еще только одно раскрепление на ствол каркаса горизонтальной диафрагмой на отметке 50,8 м, полностью обеспечивающее свободу ее вертикальных перемещений. При этом самая нижняя часть оболочки вообще освобождена от каких-либо закреплений. В связи с этим следует обратить внимание и на такой весьма интересный момент, что описанное решение позволяет оболочке, помимо всего прочего, быть малочувствительной к температурным воздействиям.

Далее упомянем также о том, что для обслуживания внутреннего пространства монумента предусмотрены лифт и система лестниц, а в его голове установлен самовыдвижной грузоподъемный механизм с откидной стрелой для проведения профилактических или ремонтных работ на наружной поверхности. Кроме того, с целью обеспечения аэродинамической устойчивости самой высокой конструктивной детали монумента – руки с мечом, в наивысшей точке меча установлен динамический гаситель колебаний, сочетающий воздушный демпфер и перевернутый маятник.

И, наконец, в завершение данного параграфа, рассмотрим, останавливаясь только на наиболее характерных моментах, монумент «Воин» мемориального комплекса «Битва за Днепр» в районе бывшего Букринского плацдарма в с. Балыко-Щучинке. Монумент представляет собой облицованный гранитом железобетонный пьедестал высотой 15 м, на котором установлена бронзовая фигура солдата, сжимающего в руках развевающееся над головой знамя (рис. 1.38, а). Общая высота монумента составляет 31,5 м, высота фигуры солдата равна 16,5 м, а ее вес достигает более 50 т.

Нужно сказать, что фигура солдата выполнена достаточно традиционным способом и представляет собой литую бронзовую оболочку толщиной от 10 до 15 мм, раскрепленную на внутреннем несущем стальном каркасе с применением специально предложенного конструктивного решения. Причем особенность этого решения состоит в том, что оно позволило не только включить оболочку в совместную работу с каркасом, но и, тем самым, снизить его металлоемкость почти в два раза [43].

Впрочем, особый интерес в этом монументе представляет новое конструктивное решение, разработанное для отлитого из бронзы знамени, имеющего наветренную площадь более 20 м² и вес более 12 т. Суть же этого решения заключается в том, что опорные элементы каркаса (трубчатые стержни) проходят внутрь знамени и соединяются между собой пластинчатыми стальными поясами, которые идут в верхнем и нижнем плоских сечениях по длине и оказываются зажатыми между крепящимися к ним литыми бронзовыми блоками оболочки знамени.

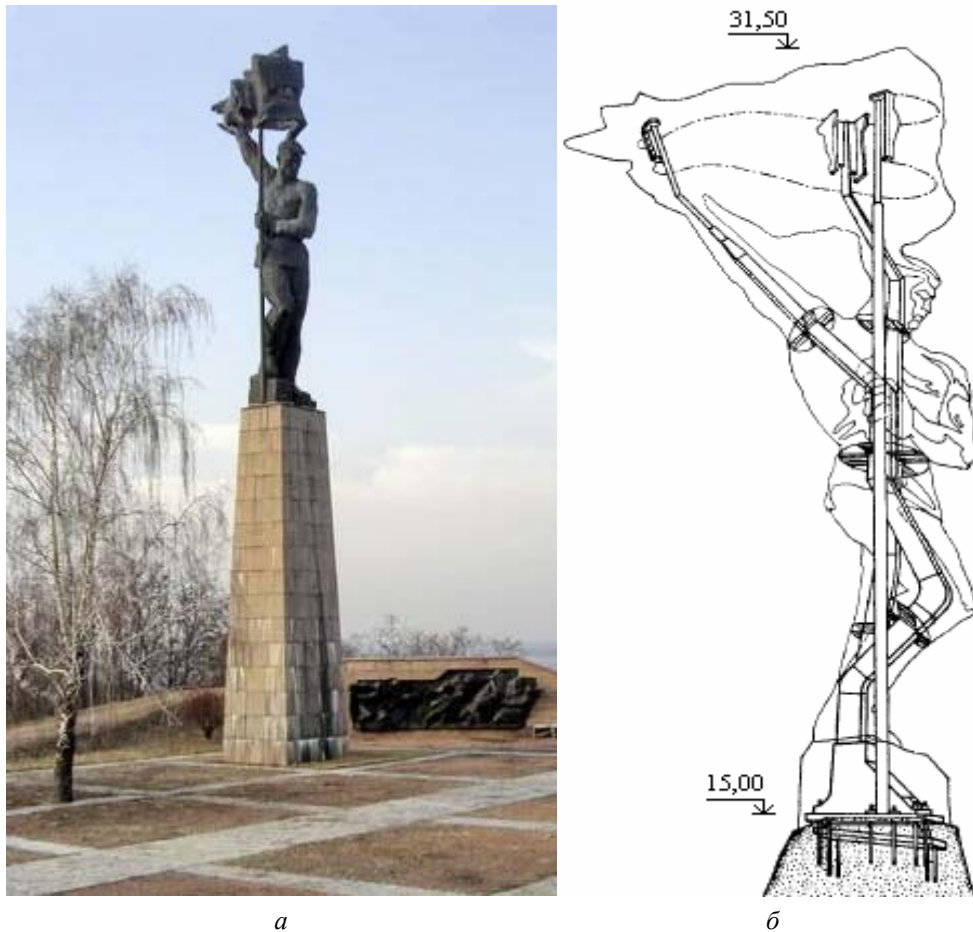


Рис. 1.38. Монумент «Воин» мемориального комплекса «Битва за Днепр» в районе бывшего Букринского плацдарма в с. Балыко-Щучинке:
а – общий вид; *б* – характерное поперечное сечение

Здесь стоит подчеркнуть, что, по существу дела, расчетная схема знамени является балкой на нескольких опорах. При этом пластинчатые стальные пояса выполняют функции несущих поясов этой балки, а бронзовая оболочка, заключенная в срединной части между этими поясами и скрепленная с ними болтами, играет роль стенки. Отметим также, что конструктивные и технологические преимущества изложенного решения не только вполне понятны, но и очевидны: стальные элементы каркаса максимально просты (пояса вырезаны из стального листа по шаблону, снятому с гипсовой модели), а надежность бронзовой оболочки, которая по технологическим условиям сваривалась из фрагментов площадью $1,0 - 1,5 \text{ м}^2$, только увеличилась, поскольку она оказалась в обрамлении из стальных поясов, скрепляющих эти фрагменты множественным крепежом.

ГЛАВА 2

СХЕМЫ СТАЛЬНЫХ БАШЕН

В практике высотного строительства применяются башни решетчатые и башни, представленные сплошной оболочкой, как правило, усиленной ребрами. Поскольку наибольшее распространение получили башни первого вида, то вначале рассмотрим наиболее характерные особенности башен именно этого вида.

§ 2.1. Решетчатые башни

Как было сказано выше, решетчатые конструкции являются преобладающими для башенных опор широкого применения. К такому типу башен относятся опоры для радиорелейных линий передач, опоры для подвески антенных сетей коротковолновых вещательных радиоцентров, многие телевизионные башни, осветительные опоры, а также опоры другого назначения.

Хорошо известно, что решетчатая башня представляет собой пространственную конструкцию (ферму), у которой поперечные размеры намного меньше ее высоты. Структура пространственной фермы выбирается при разработке конструкции башни и зависит от многих объективных, а иногда и субъективных обстоятельств и факторов. В этом плане можно указать не только на технологическое назначение башни, но и на различные ограничения, например, наличие определенного сортамента, площадь застройки, величины угловых перемещений в уровнях установки оборудования, технические возможности проведения монтажа, а также на опыт авторов проекта башни и на многое другое. Кроме того, часто на первый план выходят и становятся определяющими эстетические требования, так как башня, возвышаясь над другими сооружениями, всегда привлекает внимание людей. Ведь, как это уже отмечалось в предшествующей главе, стальная башня может выступить в роли символа города или даже всей страны (как башня Эйфеля в Париже).

Вообще говоря, структура решетчатой башни определяется, как и для всех других решетчатых сооружений, характером взаимосвязи стержней и узлов. На этой основе можно выделить типы решетчатых башен, которые уже применялись на практике или все еще ожидают своего применения. Что же касается пространственной конструкции решетчатой башни, то она, как правило, выполняется симметричной относительно вертикальной оси. В этом случае узлы пересечения основных элементов (стержней) расположены на поверхности вращения некоторой кривой относительно вертикальной оси башни. С учетом сказанного рассмотрим типы решетчатых башен.

2.1.1. Решетчатые башни первого типа. Этот тип башен является наиболее традиционным. Для него характерно размещение узлов и элементов (связей между узлами) в пересечении меридиональных плоскостей, проходящих через ось h , с поверхностью вращения функции $f(h)$ и параллельными горизонтальными плоскостями. Принцип построения схемы башни рассматриваемого типа показан на рис. 2.1.

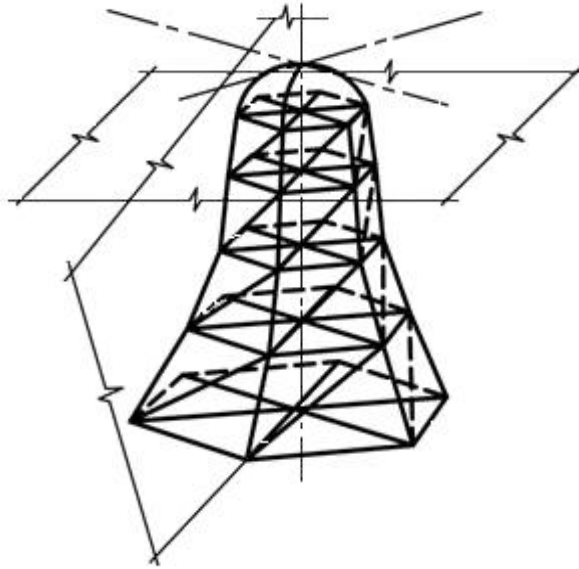


Рис. 2.1. Принцип построения схемы башни с поясами в меридиональных плоскостях

Как видно из рис. 2.1, башня состоит из пирамидальных и призматических секций, совмещенных между собой концевыми сечениями. Причем в ребрах секций помещены наиболее нагруженные элементы (пояса или стойки). В свою очередь, решетка размещается в боковых гранях секций. В зависимости от наличия, количества и рисунка расположения связей, решетка может быть представлена различными схемами, отличающимися друг от друга характером работы и требованиями к образующим решетку элементам. Схемы решетки приведены на рис 2.2.

Обратим внимание теперь на то, что в схемах решетки $a - и$ все ее элементы должны быть жесткими, способными воспринимать как растягивающее, так и сжимающее усилие. Решетка же крестовая (схемы $к - л$) может выполняться в двух вариантах: с жесткими раскосами, воспринимающими как сжатие, так и растяжение, и с гибкими раскосами, воспринимающими только растяжение и выключающимися при сжатии. Следует заметить, что конструкции крестовой решетки и решетки, выполненной по схеме e , позволяют создавать в них предварительное напряжение элементов, которое обычно задается в крестовой решетке при «гибких» раскосах.

Двойная же крестовая решетка m применяется при ограничении на сортамент сечений для исполнения «гибких» раскосов (например, из круглой стали), а также при реконструкции башен в случаях, когда усилить раскосы одинарной крестовой решетки не представляется возможным. При этом башню по высоте можно собирать из секций с различными типами решетки.

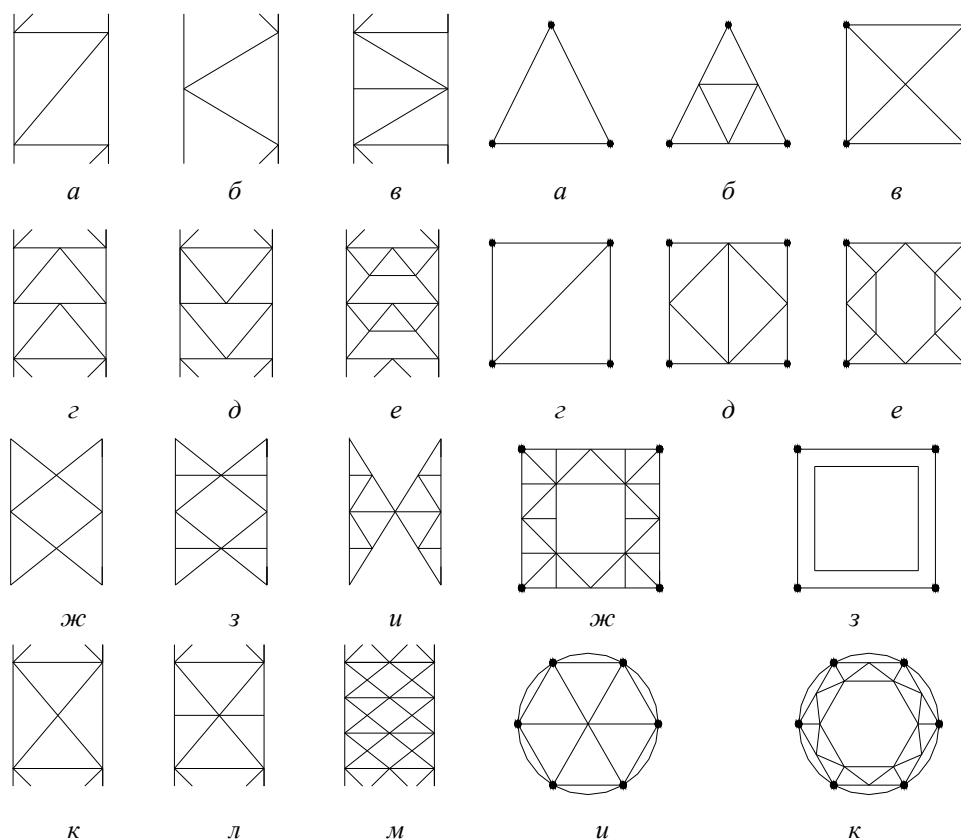


Рис. 2.2. Типы решеток башни: a – раскосная; $б, в$ – треугольные; $г, д$ – с восходящими раскосами; $е$ – с восходящими раскосами и дополнительными связями для уменьшения свободной длины элемента; $ж, з, и$ – ромбические; $к, л$ – крестовые; $м$ – двойная крестовая

Рис. 2.3. Примеры схем диафрагм: a – контур треугольной башни; $б$ – дополнительные распорки треугольной башни; $в$ – растянутые диагональные элементы и сжато-растянутые распорки четырехгранной башни; $г$ – жесткие сжато-растянутая диагональная и контурные распорки четырехгранной башни; $д, е$ – диафрагмы с элементами, расположенными на осях ромба, вершины которого примыкают к серединам распорок четырехгранных башен; $ж, з$ – рамные диафрагмы; $и, к$ – стержневая и рамная диафрагмы шестигранной башни

Башни первого типа с решетками, изображенными на рис. 2.2, выполняются трехгранными, четырехгранными, а также с большим числом граней. По высоте башни в горизонтальных плоскостях устанавливаются жесткие диски-диафрагмы стержневой или рамной конструкции, которые служат для обеспечения неизменяемости схемы башни, распределения усилий по граням, создания жесткого контура сечения башни, что приводит к улучшению работы каркаса башни в целом и отдельных его элементов в частности. Схемы диафрагм приведены на рис. 2.3. Следует отметить, что в соответствии с нормами проектирования стальных конструкций шаг установки диафрагм по высоте принимается не большим трех размеров поперечного сечения башни и, как правило, увязывается с местами изломов поясов и местами приложения нагрузки.

Характерным является также то, что для представленных на рис. 2.2 типов решетки важно размещение узлов решетки в смежных гранях, поскольку от этого размещения зависит расчетная длина элемента при расчетах на устойчивость и при проверках на выполнение требований норм проектирования по ограничению гибкости элементов.

Предельные гибкости поясов и опорных раскосов из труб, одиночных и парных уголков решетчатых башен высотой более 50 м принимаются не более 120, а поясов и опорных раскосов из труб и парных уголков башен высотой до 50 м – не более $180 - 60\alpha$, где $\alpha = N/\varphi AR_y\gamma_c$ (принимается не менее 0,5). Здесь N – расчетное усилие; φ – коэффициент продольного изгиба; A – площадь сечения; R_y – расчетное сопротивление стали по пределу текучести; γ_c – коэффициент условий работы.

Для сжатых элементов решетки (кроме опорных раскосов, для которых принимается гибкость 120) гибкость принимается не более 150. Причем кроме ограничений гибкости, приведенных в строительных нормах для трубчатых элементов, необходимо учитывать также ограничения на отношение диаметра элемента к его длине с целью исключения появления резонансных колебаний элемента в ветровом потоке. И именно по этому условию рекомендуется принимать отношение $l/d < 40$, где l – длина; d – диаметр элемента. Заметим, что этому отношению соответствует значение гибкости элемента примерно 130 – 140. А вот при большей гибкости необходимо ставить antivибрационные связи.

Кроме того, расчетные длины l_{ef} элементов решетчатых конструкций из труб с бесфасоночными узлами, за исключением элементов перекрестной решетки, следует принимать по табл. 2.1.

Заметим далее следующее. Во всех диафрагмах, за исключением представленных на схемах б и к, элементы должны быть жесткими при ограниченной их гибкости. А диафрагмы, изображенные на схемах б и к, допускается выполнять из гибких диагональных элементов с предварительным натяжением или без него, при этом контурные элементы (распорки) выполняются работающими на сжатие. Вспомогательные же элементы, предназначенные для уменьшения свободной длины стержней, которые показаны на рис. 2.2,

развязывают длину поясов в двух направлениях, а раскосов – в одном. Если же необходимо уменьшить длину раскоса в двух направлениях, то ставят связи в плоскости, образованной осями раскосов двух смежных граней (рис. 2.4).

Таблица 2.1

Направление продольного изгиба	Расчетная длина, l_{ef}			
	поясов, опорных раскосов и опорных стоек	прочих элементов решетки		
		без сплющивания концов	со сплющиванием концов	
			одного или двух в разных плоскостях	двух в одной плоскости
В плоскости решетки	l	$0,85 l$	$0,9 l$	$0,95 l$
В направлении, перпендикулярном плоскости решетки (из плоскости решетки)	l_1	$0,85 l_1$	$0,9 l_1$	$0,95 l_1$

Примечания:
 1. В таблице приняты следующие обозначения:
 l – геометрическая длина элемента (расстояние между центрами узлов);
 l_1 – расстояние между узлами, закрепленными от смещения в плоскости решетки.
 2. Данные приняты по рекомендациям Пособия по проектированию стальных конструкций к СНиП II-23 – 81*. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 148 с.

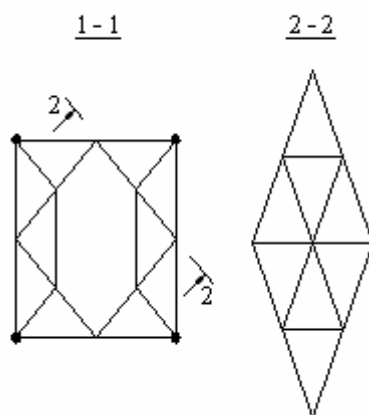
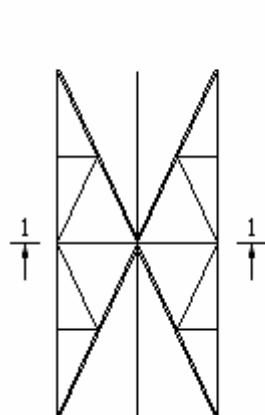


Рис. 2.4. Схема связей для поддержания раскоса в четырехгранной башне

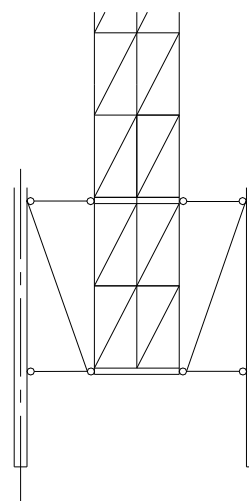


Рис. 2.5. Подвеска антенной этажерки в четырехгранной башне РТС

Нужно сказать и о том, что в башнях рассматриваемого типа при скачкообразном изменении сечения призму меньшего сечения обычно защемляют между двумя диафрагмами секции и подвешивают в уровне верхней диафрагмы (рис. 2.5). Впрочем, возможны и другие способы закрепления.

Что же касается очертания башен, то оно зависит от многих факторов: от нагрузки; ограничений на поперечные размеры башни на некоторых участках из-за технологического оборудования; ограничений, вызванных требованиями монтажа; ограничений по сортаменту; требований по жесткости сооружений в точках установки оборудования. Как правило, все эти факторы определяются в процессе вариантного проектирования. А в некоторых случаях очертания башен уточняются при решении задачи оптимизации. В многогранных башнях решетку иногда ставят в шахматном порядке, что есть достаточно удобным, поскольку тогда грань башни вписывается в габарит средств доставки конструкции на монтажную площадку.

К башням традиционной структуры можно отнести также башню с перекрестной решеткой и дополнительной распоркой в пересечении раскосов, которые имеют излом внутрь – к оси башни.

Вообще говоря, на основе описанной структуры башен первого типа построены схемы большинства телевизионных башен, совпадающие с этой схемой то ли полностью, то ли с некоторыми изменениями. Например, на рис. 2.6, 2.7 показана конструктивная схема башни Санкт-Петербургского телецентра, которая является классическим вариантом башен первого типа. Как видно из рис. 2.6, ствол башни представляет собой решетчатую шестигранную конструкцию из усеченной пирамиды, плавно сужающуюся кверху. А решетка ствола башни принята крестовой с предварительно натянутыми раскосами. Антенная же часть башни выполнена в виде решетчатой четырехгранной призмы ступенчатого очертания с крестовой решеткой и промежуточными распорками. Шахта лифта запроектирована также в виде несущего решетчатого каркаса, к которому крепится обшивка. Причем расположена она внутри ствола башни и раскреплена к стволу с помощью лучей диафрагм.

Элементы ствола башни Киевского телецентра (рис. 2.8, 2.9) также выполнены по схеме башен первого типа, а сам ствол башни имеет раскосную решетку (рис. 2.2, а). Верхнее техническое здание представляет собой цельносварную усеченную многогранную пирамиду с диаметром описанной окружности нижнего основания 24,0 м, а верхнего – 26,0 м. Стоит отметить, что ствол башни меняется скачкообразно как раз в районе технического здания.

Конструкция башни Тбилисского телецентра является вариацией схемы башен первого типа, поскольку в ней применена крестовая решетка из канатов с предварительным натяжением (рис. 2.18, 2.19). Пояса, как уже отмечалось в первой главе, приняты в виде тонкостенных оболочек, а именно: диаметр шахты лифтов равен 4000 мм, наклонных поясов – 1800 мм и распорок – 920 мм.

Конструктивная схема башни Ереванского телецентра изображена на рис. 2.10, 2.11, а присущие ей особенности также отмечались в первой главе.

ТАБЛИЦА СЕЧЕНИЙ

Распорки	Промежуточные	194	273 x 8	194 x 6	133 x 6	168 x 6	-	-
	Основа	377/40	377/40		273 x 8	168 x 6	95 x 6	60 x 6
Раскосы	194	377/46	194 x 6		133 x 6	168 x 6	133 x 6	95 x 6
	Пояса	426 x 24			377 x 20	377 x 16	325 x 15	219 x 12

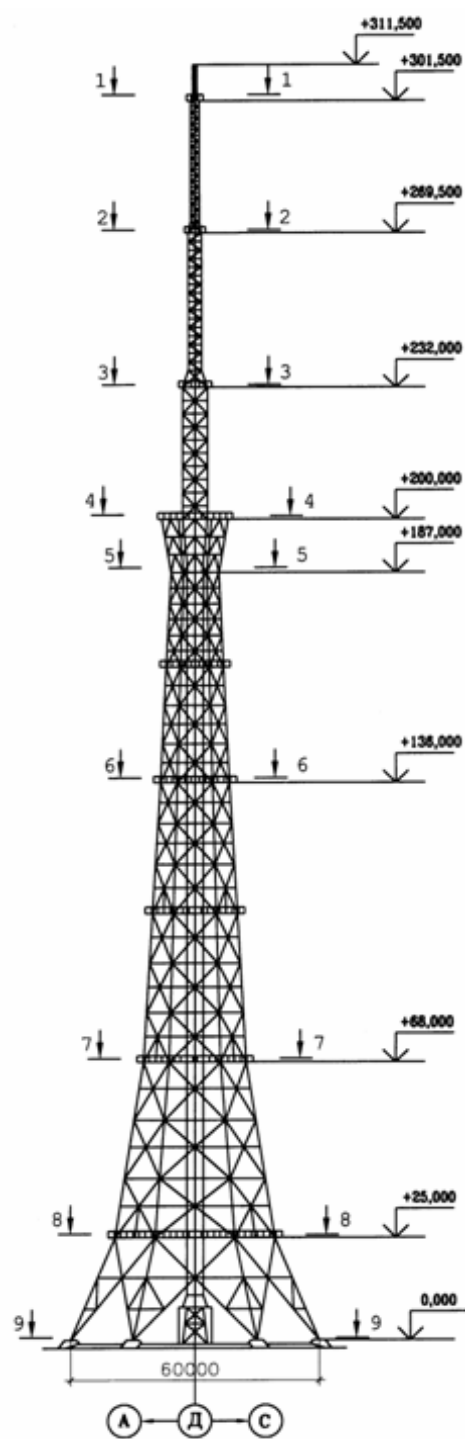


Рис. 2.6. Конструктивная схема башни Санкт-Петербургского телецентра

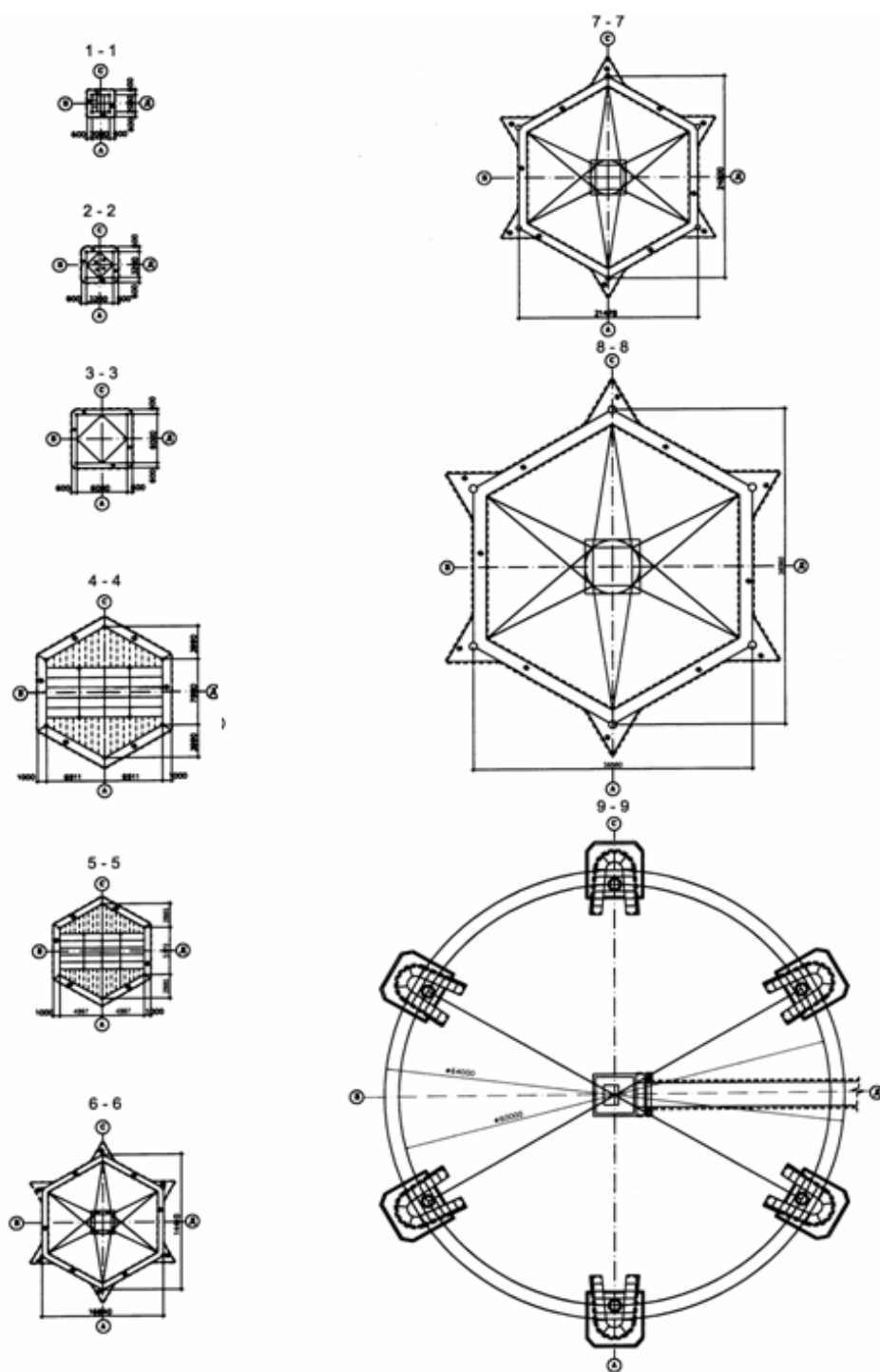


Рис. 2.7. Поперечные разрезы башни Санкт-Петербургского телецентра

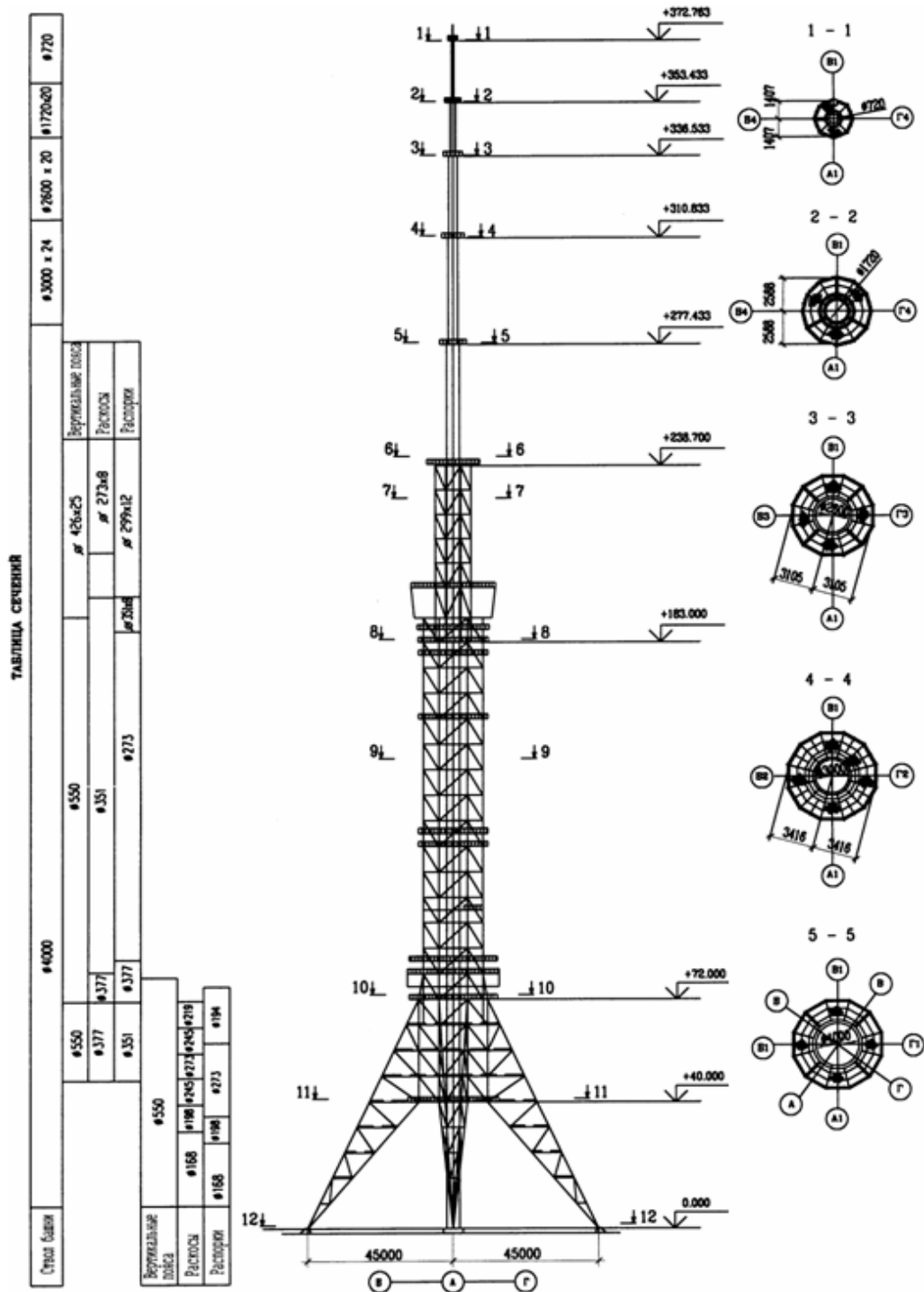


Рис. 2.8. Конструктивная схема башни Киевского телецентра

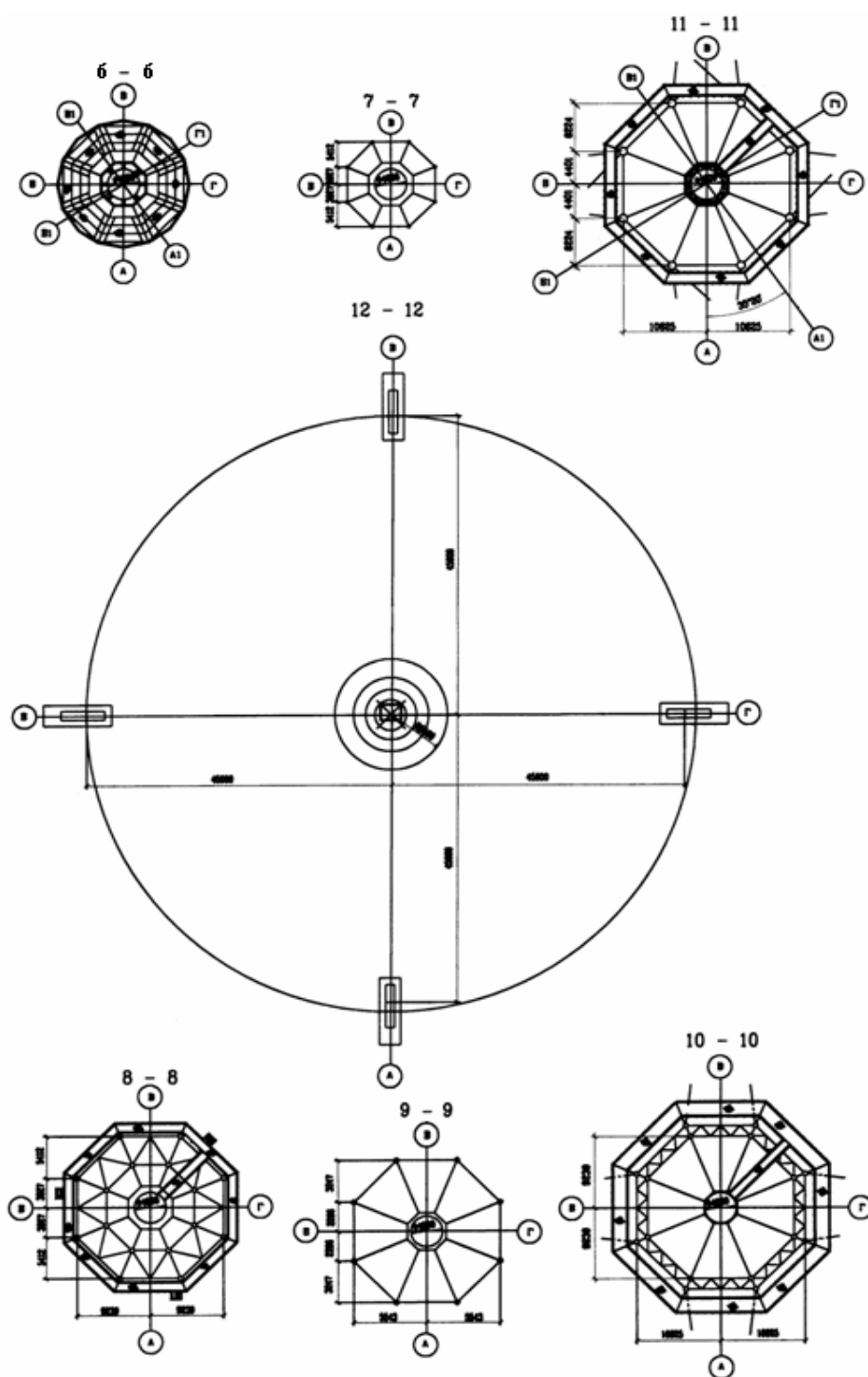


Рис. 2.9. Поперечные разрезы башни Киевского телецентра

ТАБЛИЦА СЕЧЕНИЙ

		Ø4000				Ø3000 x 24	Ø2600 x 20	Ø1720 x 20	Ø720
Вертикальный пояс и латерный ствол		Ø426 x 32	Ø426 x 28	Ø426	Вертикальные пояса				
Ветви	Наклонные пояса	Ø168 x 6		Ø351 x 11	Раскосы				
Решетка		Ø351 x 11	Ø245 x 11	Ø245 x 11	Распорки				
Ветви		Ø168 x 6	Ø95 x 6						
Решетка		Ø245 x 11	Ø245 x 11						
Ветви		Ø95 x 6	Ø95 x 6						
Решетка									

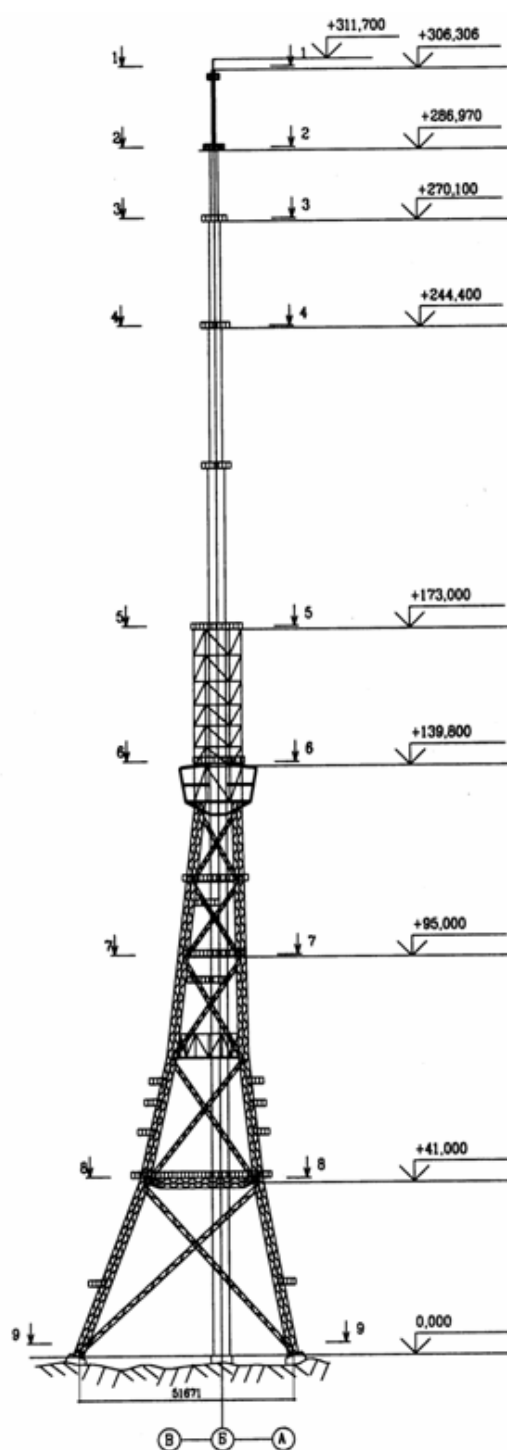


Рис. 2.10. Конструктивная схема башни Ереванского телецентра

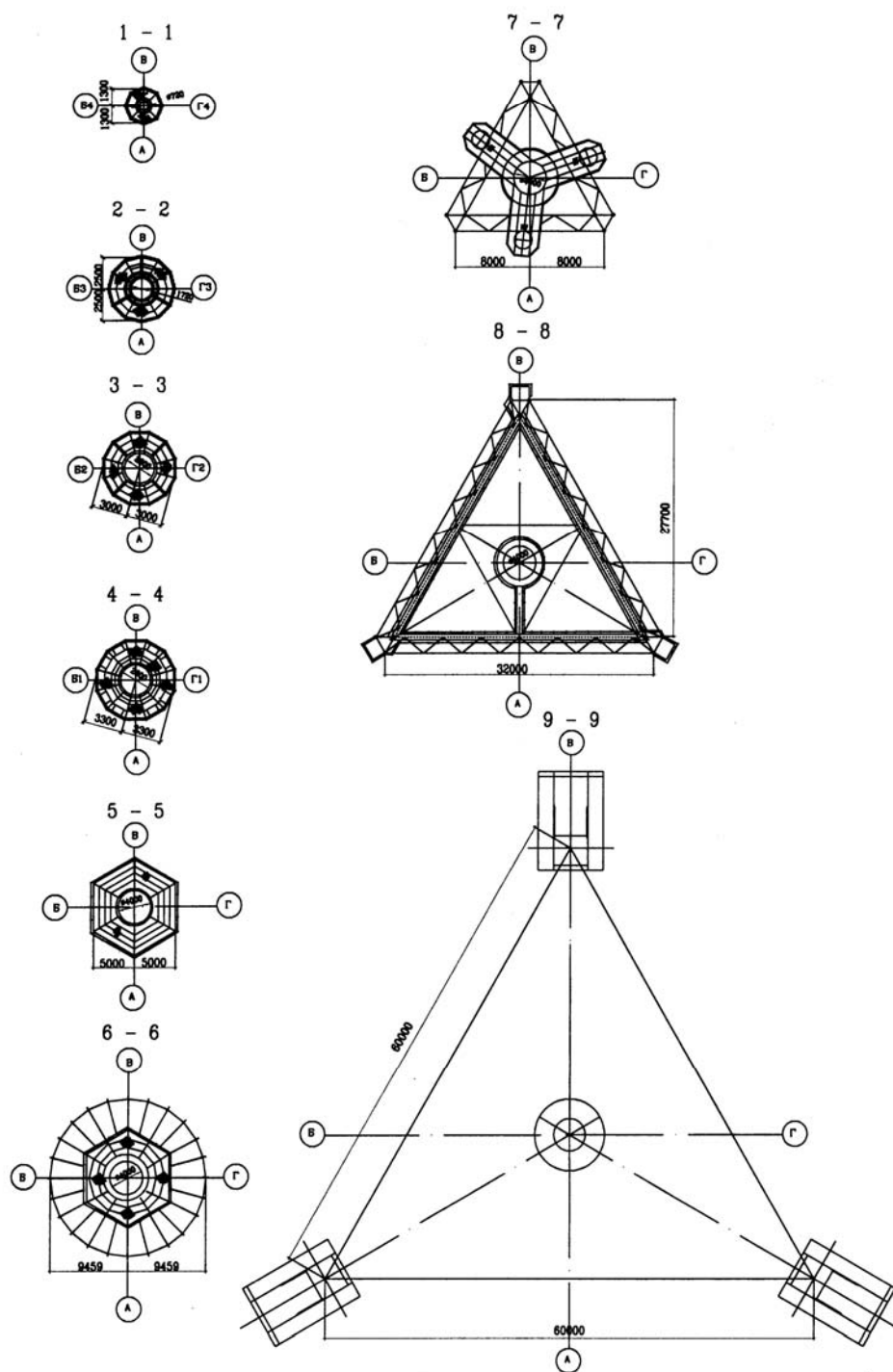


Рис. 2.11. Поперечные разрезы башни Ереванского телецентра

2.1.2. Решетчатые башни второго типа. В башнях этого типа узлы расположены ярусами (как и в башнях первого типа) на поверхности вращения функции $f(h)$ в плоскостях, перпендикулярных оси башни и в вершинах n -угольника. Отличием же является поворот n -угольников смежных ярусов на некоторый угол, например $\alpha/2$, где α – угол в плане между биссектрисами углов при вершинах n -угольника. Структура секций показана на рис. 2.12.

В случае же превышения количества сторон n -угольника трех, в каждом ярусе необходимо устраивать диафрагму для обеспечения геометрической неизменяемости секции.

2.1.3. Решетчатые башни третьего типа. В секциях башен этого типа все элементы являются наклонными и входят в два семейства прямых, расположенных на поверхности однополостного гиперболоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$:

$$\text{I. } \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = u \left(1 + \frac{y}{b} \right), \quad u \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c} \right) = 1 - \frac{y}{b};$$

$$\text{II. } \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = v \left(1 - \frac{y}{b} \right), \quad v \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c} \right) = 1 + \frac{y}{b},$$

где u и v – произвольные величины.

Параметры a , b и c называются полуосями однополостного гиперболоида. В случае же если $a = b$, то гиперболоид получен вращением гиперболы с полуосями a и c вокруг оси $2c$. Исходя из вышесказанного, башни третьего типа представляются уравнением $x^2 + y^2 - \frac{r^2}{c^2} z^2 = r^2$, где r – радиус окружности среднего сечения симметричной секции (рис. 2.13).

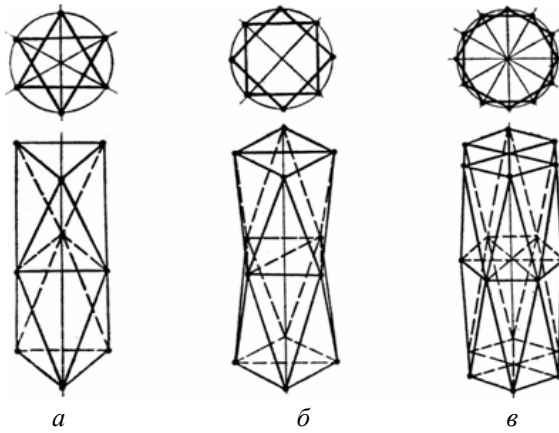


Рис. 2.12. Башни из равнобедренных треугольников с поперечным сечением: a – треугольным; b – четырехугольным; $в$ – шестиугольным



Рис. 2.13. Секция башни третьего типа

Башни третьего типа являются многоэлементными сетчатыми башнями, пересечения элементов которых происходят в нескольких ярусах. Поэтому в концевых сечениях секций необходимы диафрагмы. Этот тип башен, о чем уже упоминалось в главе 1, был изобретен и впервые построен В.Г. Шуковым. Наиболее известная из таких башен построена в г. Москве на улице Шаболовка. Схема башни и некоторые ее узлы представлены на рис. 2.14.

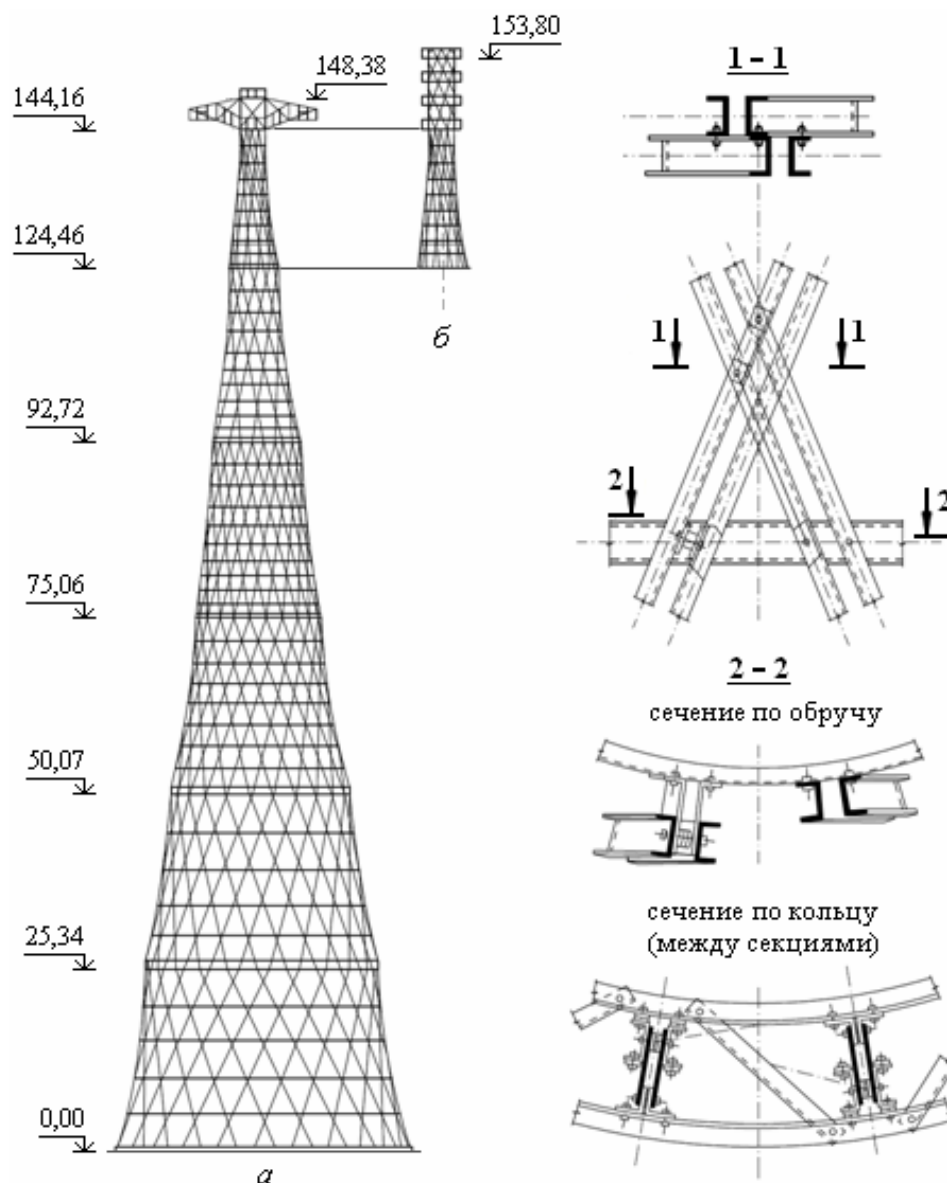


Рис. 2.14. Принципиальная схема башни в г. Москве на Шаболовке:
а – решение 1922 г.; б – решение 1992 г.

Обратим внимание на то, что, как следует из рис. 2.14, конструкция каждой отдельной секции башни состоит из наклонных стержней из профильного проката (с некоторым небольшим их наклоном к вертикали) и замкнутых горизонтальных опоясывающих колец, которые играют формообразующую роль и выполняют силовые функции. Стержни соединены между собой в местах их пересечения и прикреплены к опоясывающим кольцам. При этом в пределах гиперболической поверхности стержни остаются прямыми и непрерывными по всей длине. А на линиях пересечения стержни перекрещиваются и в месте их соприкосновения соединяются болтами. Заметим, что рассматриваемая башня очень хорошо воспринимает вертикальную нагрузку, так как наклонные стержни работают на сжатие, а силы распора воспринимаются растяжением колец.

Весьма характерным является также то, что для башни, построенной в г. Москве, В.Г. Шухов разработал и внедрил метод монтажа, при котором укрупнительная сборка каждой секции, начиная со второй, выполнялась внизу – во внутренней полости нижней секции, а их поочередный подъем в проектное положение осуществлялся во внутреннем пространстве ранее собранных и смонтированных секций (метод подрачивания). Указанный метод оказался настолько хорош, что впоследствии использовался на целом ряде объектов.

Кстати говоря, башня Шухова служит аналогом многих решений башен третьего типа, из которых можно выделить сетчатую с предварительным напряжением и многоярусную, решетчатую башню с внутренней стойкой, гибкими тягами и связями со стволом. Так, в сетчатой башне, показанной на рис. 2.15, для увеличения шага кольцевых диафрагм внешние и внутренние стержни (лежащие на небольшом расстоянии от теоретической поверхности гиперboloида) изогнуты, и к каждому из них жестко прикреплен соединительный элемент. Схема многоярусной башни показана на рис. 2.16.

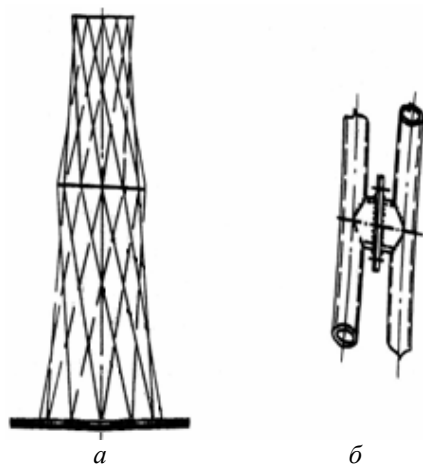


Рис. 2.15. Сетчатая башня с изогнутыми элементами и разреженными диафрагмами:
а – башня; б – стяжной узел

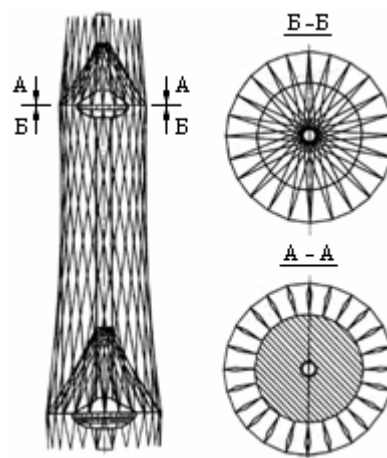


Рис. 2.16. Многоярусная решетчатая башня с гибкими тягами и связями и жестким стволом

2.1.4. Решетчатые башни четвертого типа. Башни четвертого типа являются башнями, нижняя часть которых с целью уменьшения и перераспределения нагрузок на фундаменты подкрепляется жесткими подкосами, примыкающими к стволу либо непосредственно, либо через охватывающую ствол кольцевую обойму.

В этом плане нужно сказать, что развитие конструктивной формы башен с подкосами привело к решению, которое состоит в том, что подкосы с обоймой или стержневой развязкой образуют отдельно стоящую базу, охватывающую ствол и связанную с ним только для восприятия горизонтальных перемещений. Заметим, что впервые такая конструктивная схема была применена для башни в г. Багдаде. Кроме того, характерными примерами таких башен является дымовая труба высотой 100 м для металлургического комбината в г. Перник, Болгария (рис. 2.17) и представленная в первой главе данной книги башня Харьковского телецентра.

Остановимся подробнее на конструкции несущей решетчатой башни дымовой трубы, изображенной на рис. 2.17. Как следует из рисунка, эта башня принята с квадратным в плане призматическим стволом с ромбической решеткой. Призма защемлена в уровне опирания на фундаменты и подкреплена базой на отметке 39,100 м. А сама база башни решена в виде усеченной пирамиды, боковые грани которой образованы шестью трубами большого сечения, сходящимися попарно на три фундамента, образуя при этом три опорные ноги. В свою очередь, смежные трубы соседних ног сходятся на уровне диафрагмы базы.

Связь базы с решетчатым стволом осуществляется через листовую диафрагму, снабженную системой балок и ребер для обеспечения ее устойчивости. Причем листовая диафрагма допускает независимую осадку фундаментов ствола и базы, что делает сооружение малочувствительным к деформации грунта. База запроектирована цельносварной, а призматический ствол – с фланцевыми стыками поясов на высокопрочных шпильках. Поперечные сечения всех несущих элементов приняты трубчатыми.

Укажем также на то, что на верхней площадке башни установлен гаситель колебаний, а внутри решетчатой четырехгранной башни подвешен стальной газоотводящий ствол. Кроме того, в нижней части призматического ствола предусмотрен проем для пропуска секций газоотводящего ствола при их монтаже. В связи с этим решетка нижней панели вынесена за габариты ствола и в общей схеме представляет портал.

Также стоит подчеркнуть, что преимуществом такой конструкции башни является отсутствие изгибающих моментов в подкосах при просадках фундаментов и разности температуры в основном стволе и базе, а недостатком – большая металлоемкость по сравнению с башнями первого типа.

2.1.5. Решетчатые башни пятого типа. Схема башен этого типа отличается от схемы башен первого типа своим несимметричным конструктивным решением. Причем наиболее ярким представителем этого типа башен может служить уже упоминавшаяся ранее башня Тбилисского телецентра, конструктивная схема которой представлена на рис. 2.18, 2.19.

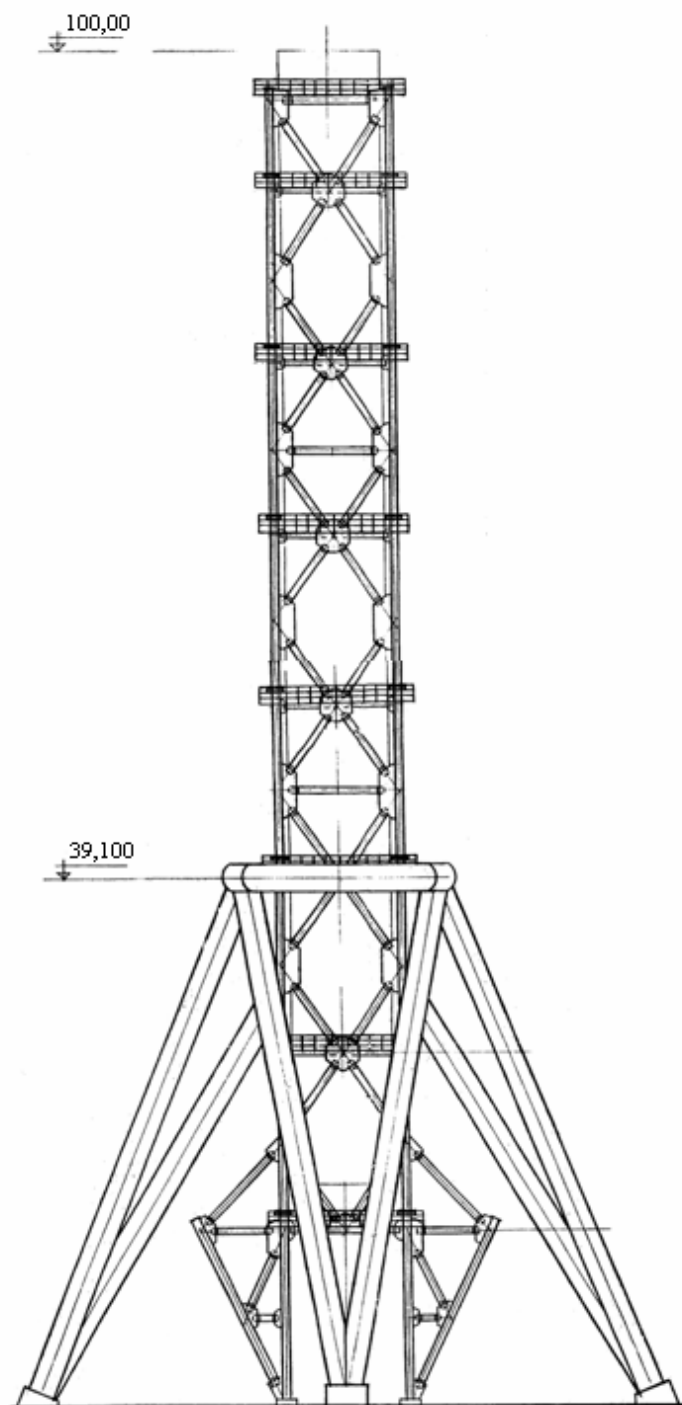


Рис. 2.17. Конструктивная схема дымовой трубы с охватывающей базой

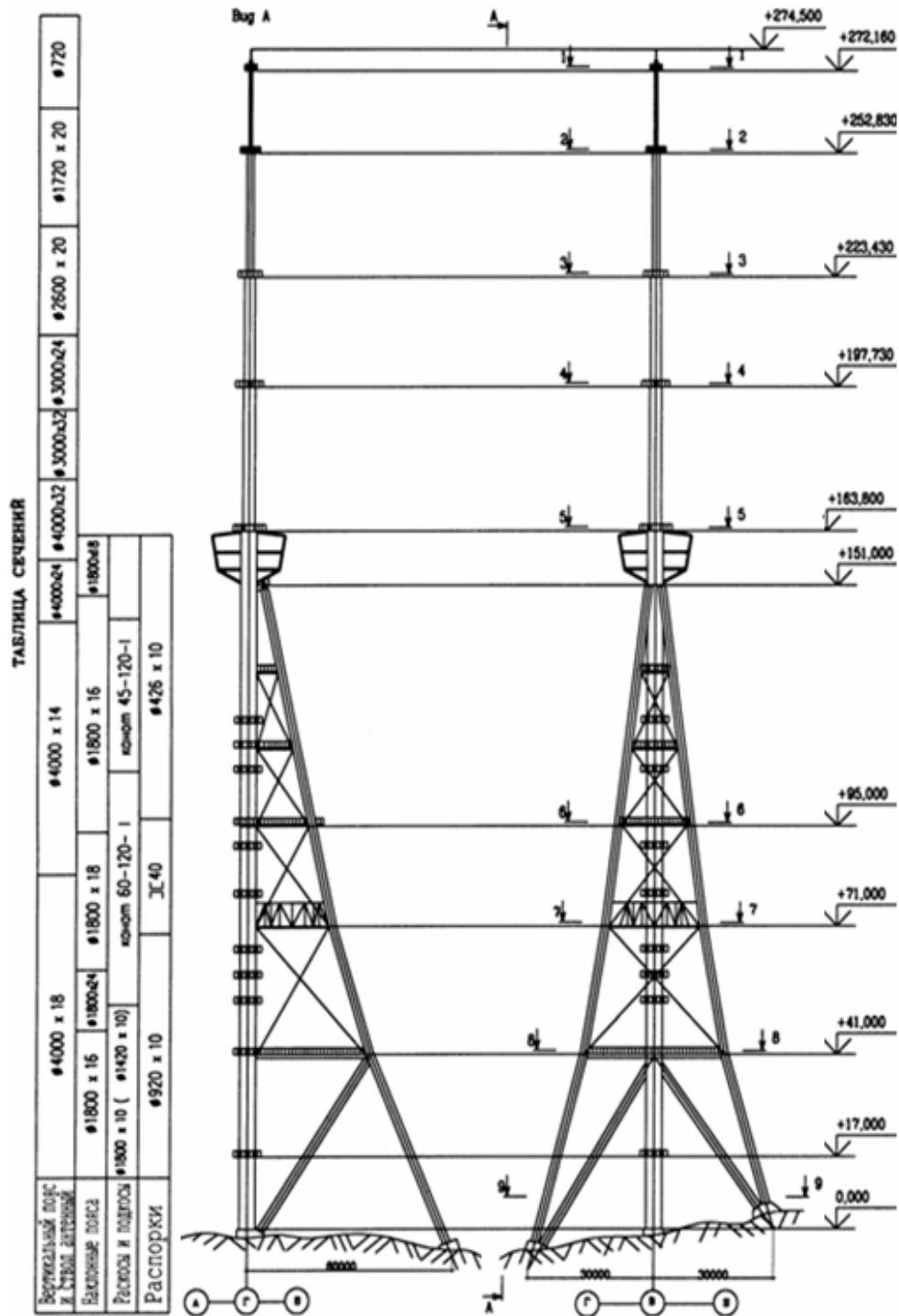


Рис. 2.18. Конструктивная схема башни Тбилисского телецентра

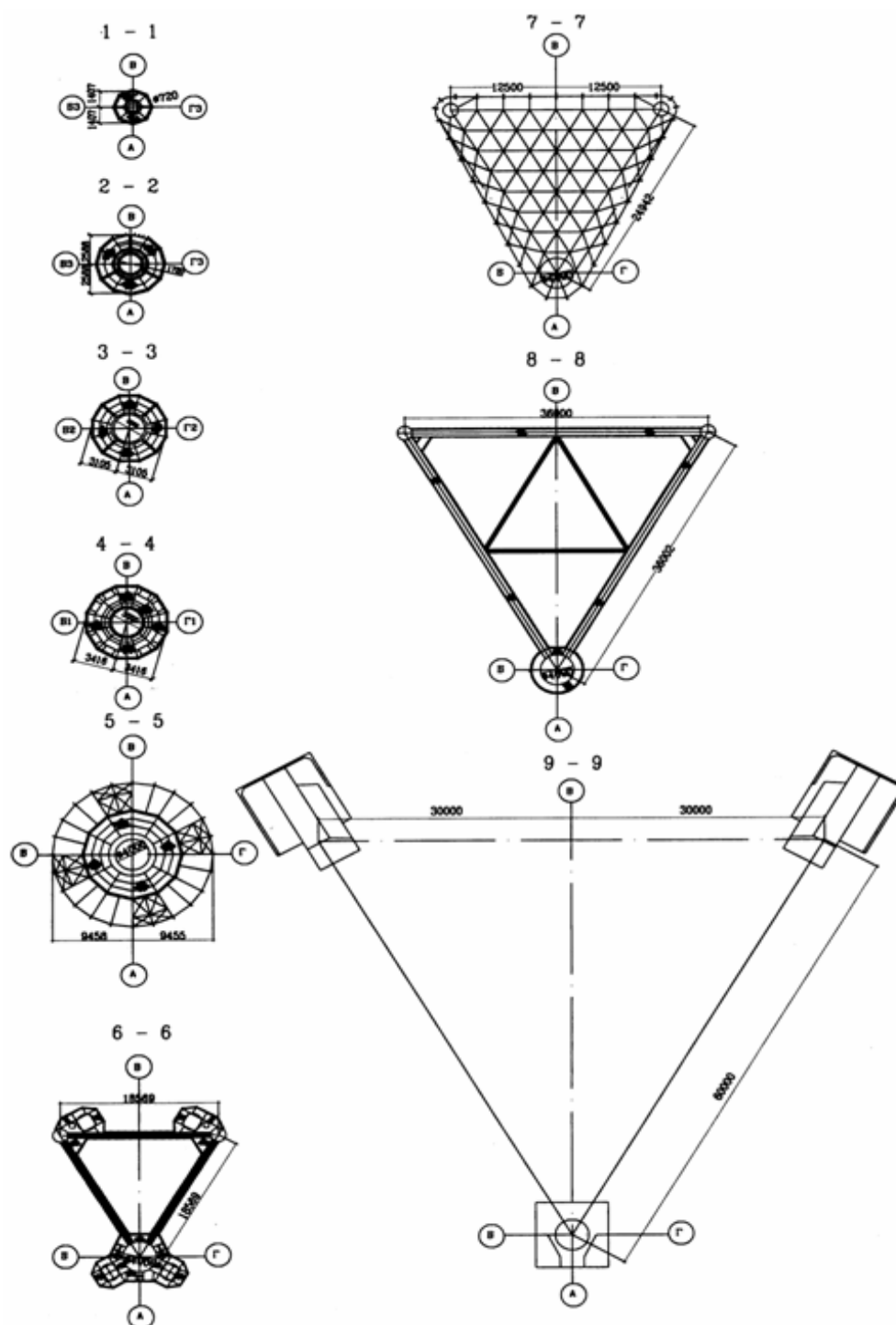


Рис. 2.19. Поперечные разрезы башни Тбилисского телецентра

§ 2.2. Построение типоразмеров башен одинакового назначения

Прежде всего рассмотрим способы построения типоразмеров башен одинакового назначения. И сразу же заметим, что таких способов разработано достаточно большое количество. Поэтому в дальнейшем изложении, не задерживаясь на изучении всех существующих способов, остановимся только на тех из них, которые применяются наиболее часто и, таким образом, могут считаться основными. Сообразно со сказанным отметим, что в настоящее время построение типоразмеров башен одинакового назначения проводится шестью основными способами, а именно:

1. Отсечением нижнего участка самой высокой башни.
2. Исключением секций на участках с параллельными поясами.
3. Геометрически подобным изменением схемы.
4. Вырезанием участков из модульной унифицированной схемы.
5. Применением нескольких модульных схем с кратными уклонами поясов и одинаковыми их длинами независимо от уклона пояса.
6. Сохранением рисунка решетки при переходе к башне с большим количеством граней.

Теперь рассмотрим, останавливаясь на наиболее характерных моментах, особенности представленных выше способов построения башен и их реализации на практике.

Так, образование башни меньшей высоты путем отсечения нижнего участка самой высокой башни является одним из самых распространенных приемов построения типоразмеров башен пирамидальной формы для подвески антенных сетей. Применение этого способа вполне ясно из рис. 2.20. Далее следует сказать, что по такому принципу построены практически все башни для синфазных горизонтальных диапазонных антенн, а также башни другого назначения, например, для антенн сотовой связи.

В свою очередь, получение башни меньшей высоты путем исключения секций на участках с параллельными поясами используется, как правило, для некоторых типов башен-труб радиорелейных линий связи, имеющих вверху участок с параллельными поясами значительной длины. Суть этого приема иллюстрирует рис. 2.21.

Принцип геометрического подобия изменения схемы башни в настоящее время используется достаточно редко, потому что в этом случае трудно увязать размеры башни с модулем ее разбивки по высоте. Преимуществом же данного способа является то, что его применение дает возможность максимально унифицировать детали конструкции, так как углы наклона элементов башни не изменяются. При этом само собой разумеется, что наиболее значительный эффект от применения данного способа достигается именно при массовом строительстве подобных сооружений. Следует заметить, что весьма характерным примером такого строительства может служить сооружение в период 1960 – 1980 гг. большого количества дымовых башен-труб в районах Байкало-Амурской железнодорожной магистрали.

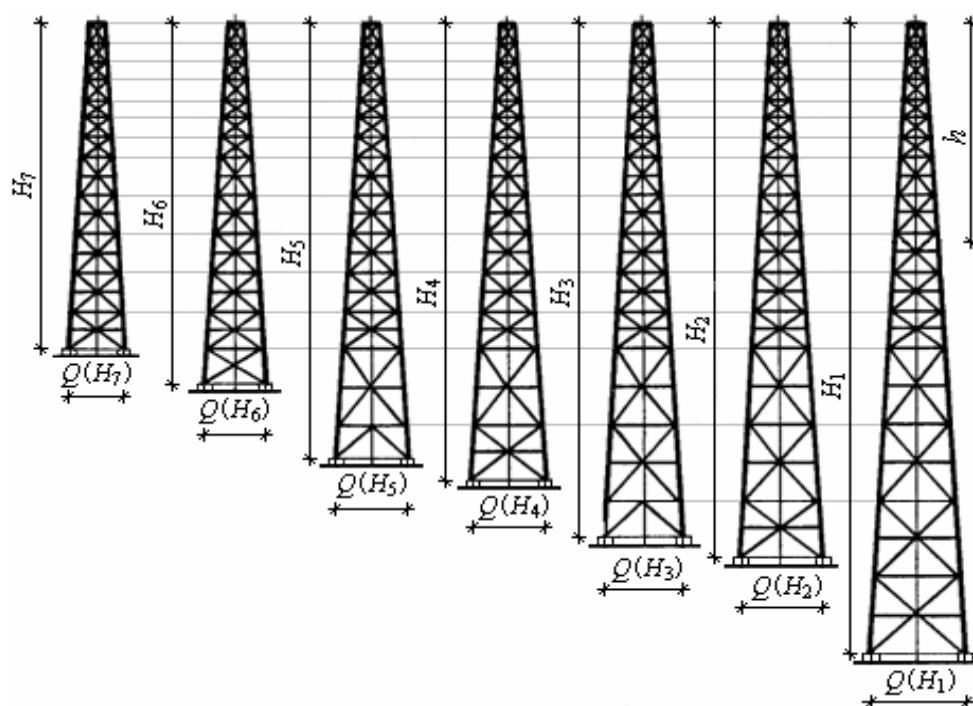


Рис. 2.20. Построение типоразмеров башен путем последовательного отсечения нижней секции

Образование башен разных высот с использованием модульной схемы самой высокой башни путем вырезания подходящих участков из ее общей унифицированной схемы показано на рис. 2.22. Как видно из этого рисунка, при этом можно не только выделить участки с оптимальными очертаниями, но и выдержать модуль разбивки башни по высоте.

Стоит отметить, что унификация конструкций башен на основе унифицированных секций проводится исходя из одинаковых длин для всех отправочных марок поясов. При этом синусы углов наклона поясов к вертикали устанавливаются кратными. И, по существу дела, башня образуется из унифицированных призматических и пирамидальных участков. Последнее позволяет не только максимально увеличить повторяемость размеров поясов, раскосов и распорок для многих башен при их серийном изготовлении, но и определить оптимальные очертания сооружения и ограничить используемый сортамент прокатных профилей. Кроме того, связывая секции прямым примыканием, с помощью вставок можно получить схему с оптимальными очертаниями. При этом стыковые поверхности вставок являются перпендикулярными осям поясов примыкающих участков. Именно поэтому башню можно набирать из однотипных поясов независимо от того, какой уклон имеют оси участка конструкции, в котором расположен пояс.

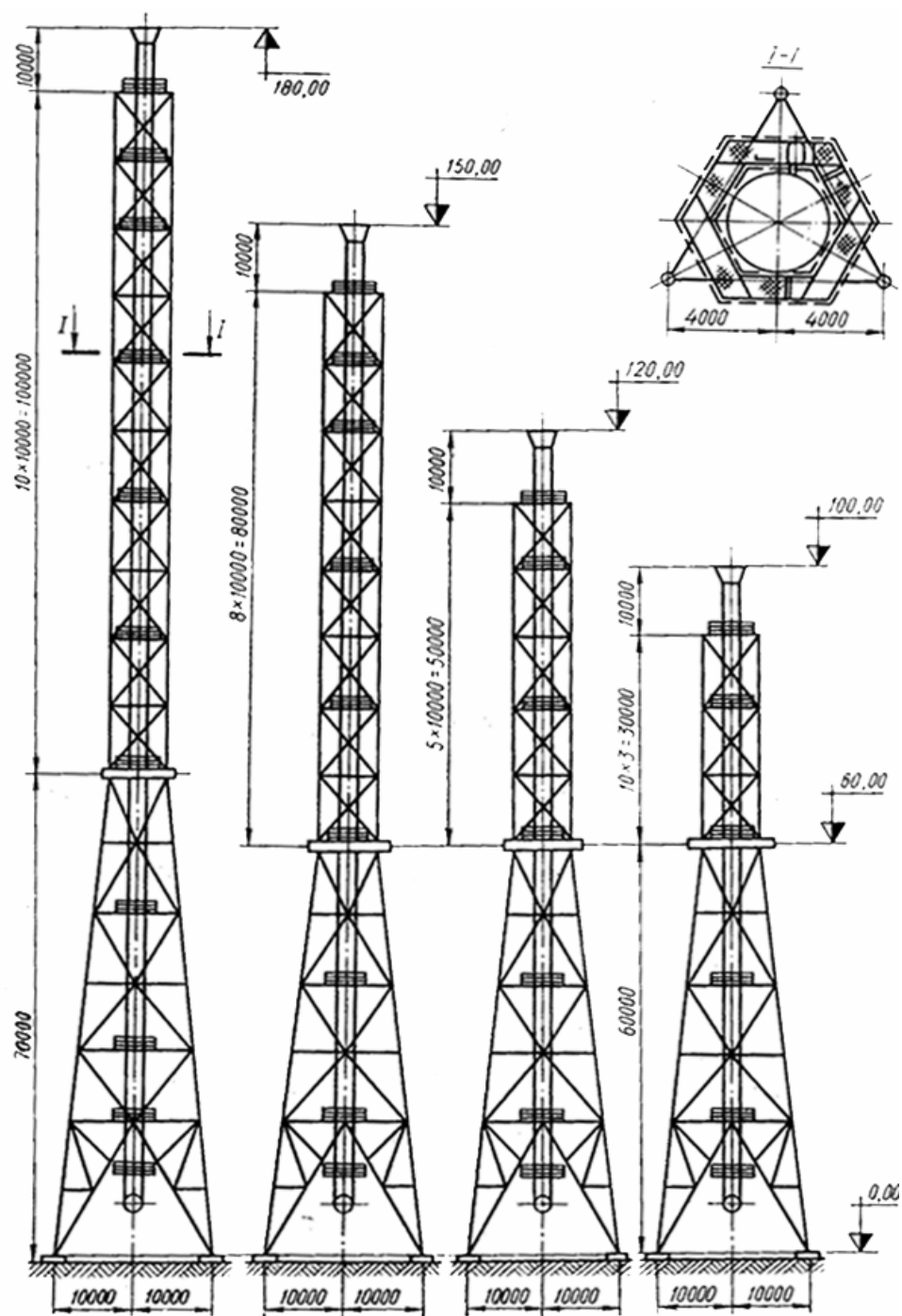


Рис. 2.21. Построение типоразмеров башен путем последовательного исключения секций на участках с параллельными поясами

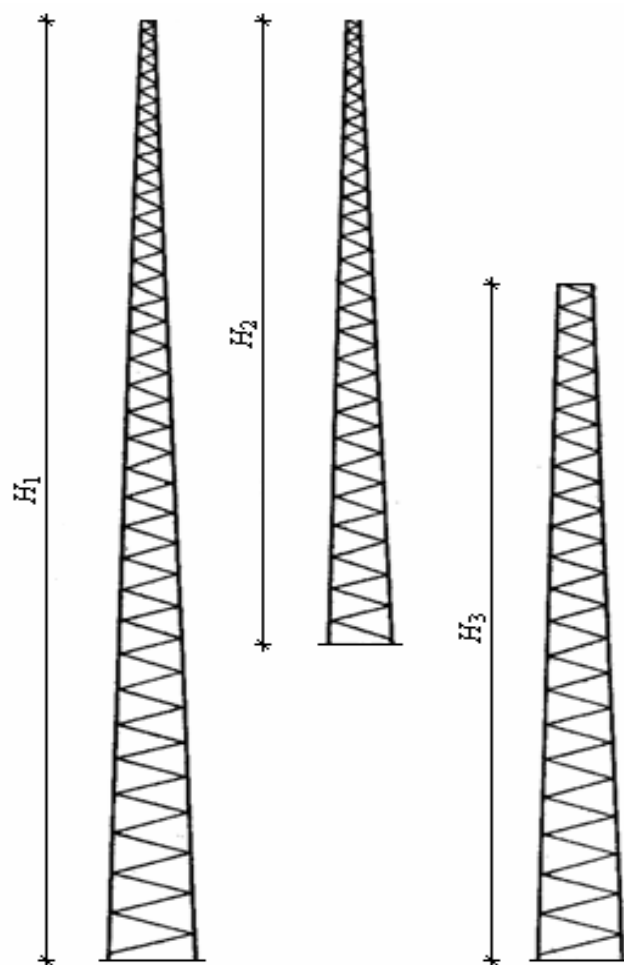


Рис. 2.22. Построение типоразмеров башен путем вырезания участка по ее высоте

Что же касается пятого способа построения типоразмеров башен, то укажем на следующее. В этом случае принимается ряд модульных схем с кратными уклонами поясов (уклоны $1/n$, $2/n$ и т. д., где n близко к 10). Причем за модульный размер вертикального членения обычно принимается геометрическая длина пояса, величина которой кратна, например, 13500 мм. А на вполне очевидный вопрос: почему же принимается именно такой размер, следует такой же очевидный ответ: потому, что он увязан не только с длиной железнодорожной платформы, но также с модулем вертикального членения мачт по высоте. Примеры модульных схем пирамидальных и призматических секций показаны на рис. 2.23, а варианты построения типоразмеров башен по этим схемам – на рис. 2.24.

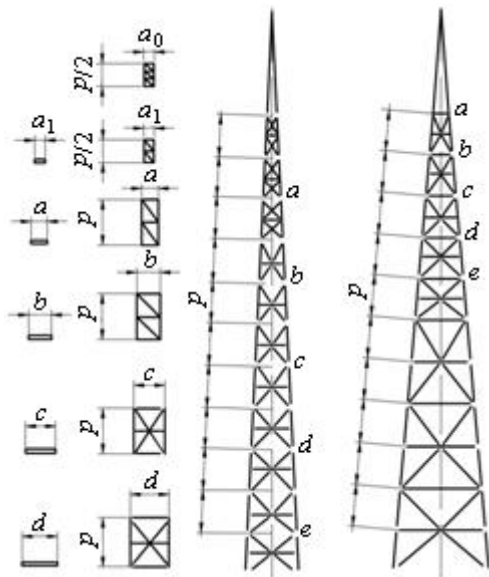


Рис. 2.23 Модульные схемы пирамидальных и призматических секций

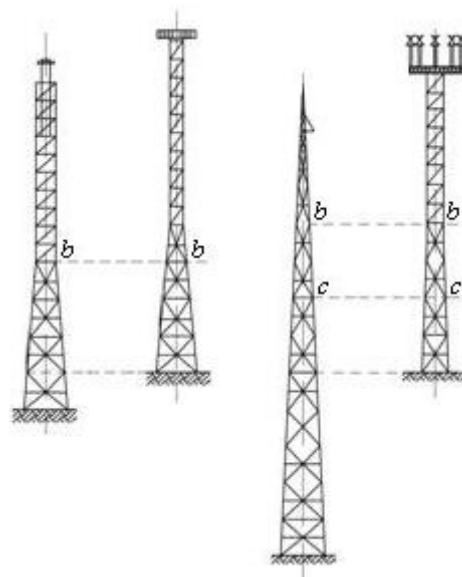


Рис. 2.24. Варианты построения типоразмеров башен

Способ построения типоразмеров башен с применением нескольких модульных схем с кратными уклонами поясов и одинаковыми их длинами независимо от уклона пояса позволяет унифицировать длины распорок в секциях с разными уклонами. Кроме того, из пространственных призматических секций можно выполнить также и элементы башен – пояса и распорки. При этом для башен любого назначения принимаются однотипные элементы, чем обеспечивается взаимозаменяемость основных деталей и упрощение изготовления и монтажа. А применение вставок решает вопрос компоновки схемы, когда наверху башни устанавливается призматическая часть с перепадом сечения или мачта с реями.

Теперь скажем лишь несколько слов о шестом способе образования типоразмеров башен путем сохранения рисунка решетки при переходе к башне с большим количеством граней. Как правило, этот прием используется в вытяжных башнях высотой до 180 м с трехгранным конструктивным решением для газоотводящих стволов диаметром от 3,0 до 4,8 м, а также в опорах радиорелейных линий связи.

И, наконец, в заключение, обратим внимание на то, что с использованием описанных выше основных способов построения типоразмеров башен одинакового назначения и их модульных схем Украинским институтом стальных конструкций им. В.Н.Шимановского разработан ряд типовых проектов башен объектов связи. Причем указанные проекты, и это стоит выделить особо, легли в основу многих башен разной высоты и конструктивных решений и нашли широкое применение в практике строительства. Перечень наиболее значимых проектов башен представлен в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Номер и наименование проекта	Краткая характеристика
Серии 3.603.2-11/86 и 3.603.2-15. Типовые проектные решения. Унифицированные металлические элементы башенных опор	Разработаны чертежи марки КМ трех- и четырехгранных блоков решетчатых башен. Уклоны пирамидальных блоков приняты 1:20; 1:10; 1:5. Длина поясов кратна 13500 мм, а горизонтальный размер кратен 2500 мм
Серия 603-083.86. Типовые проектные решения. Унифицированные башни для радиорелейных линий связи высотой 50 и 120 м с металлизационным покрытием для V ветрового района	Разработаны на основе применения блоков серии 3.603.2-11/86. Монтаж осуществляется методом наращивания
Серия 604-041.88. Типовые проектные решения. Унифицированные башни для радиорелейных линий связи высотой 50 и 120 м с металлизационным покрытием для V ветрового района	Конструкции аналогичны конструкциям серии 603-083.86. Их особенностью является разбивка секций на элементы такой длины, которая позволяет выполнять горячее оцинкование
Серия 604-0-3. Типовые проектные решения. Унифицированные башни для телевизионных ретрансляторов высотой 50 и 75 м для III ветрового района	Башни предназначены для установки передающих и приемных телеантенн. Решены из трехгранных блоков серии 3.603.2-11/86. Монтаж осуществляется методом поворота
Серия 604-0-4. Типовые проектные решения. Унифицированные башни для радиорелейных линий связи высотой 50 и 120 м для III ветрового района	Башни предназначены для радиорелейных линий связи и телевизионных ретрансляторов. Решены на основе серии 3.603.2-11/86. Монтаж осуществляется комбинированным методом: конструкции наращивают при подрачивании ствола телеантенн и шахты фидеров
Серия 604-38.87. Типовые проектные решения. Унифицированные комбинированные телевизионные башни высотой 200, 250 и 300 м для III ветрового района	Четырехгранные башни высотой до 300 м для телеантенн с радиальными вибраторами и панельными антеннами. Решены на основе серии 3.603.2-11/86
Серия 3.603-2/86. Типовые проектные решения. Унифицированные башни для системы дуплексной автоматической мобильной связи «Алтай» высотой 88 и 110 м для III ветрового района	Разработаны два типа конструкций башен для двух методов монтажа: подрачивания (тип I) и поворота (тип II)

ГЛАВА 3

УЗЛЫ РЕШЕТЧАТЫХ СТАЛЬНЫХ БАШЕН

Прежде всего заметим, что основными узлами, от качества конструктивного решения которых зависит надежность и технологичность возведения конструкций башен, являются их опорные узлы, узлы примыкания раскосов и распорок к поясам, а также узлы пересечения раскосов. Рассмотрим теперь, останавливаясь на наиболее характерных моментах, конструкции этих узлов.

§ 3.1. Опорные узлы

Как это хорошо известно, в каждом опорном узле башен сходятся пояса и опорные раскосы, а распорки в уровне фундаментов отсутствуют. Причем узел, как правило, нагружен поясными усилиями сжатия и усилиями растяжения, достигающими 90% и более сжимающего усилия. А величины усилий в раскосах колеблются в значительных пределах в зависимости от структуры панели и поперечной нагрузки.

Далее нужно сказать, что при проектировании опорного узла необходимо обеспечить не только его прочность, но также и передачу усилий на фундамент. При этом усилие сжатия передается на бетон через плиту башмака, а усилие вырывания воспринимается анкерными болтами или специальными элементами закладной детали. В свою очередь, поперечная сила передается при малых ее значениях непосредственно на болты, а при относительно больших – предусматривается специальная закладная деталь, к которой через листовую деталь сваркой крепится плита башмака. Кроме того, иногда к плите башмака привариваются специальные детали, входящие в бетон для улучшения условий передачи поперечной силы.

Что же касается разнообразия существующих опорных узлов, то в практике проектирования и строительства применяется несколько их типов, которые представлены в табл. 3.1. Так, под номером 1 показан пример схемы опорного узла башен радиотелевизионной связи, а под номером 2 – узел вытяжной башни. Узлы же 3 и 4 типов применяются для башен с поясами из горячекатаных труб при относительно небольших поперечных силах. Причем для пропуска болтов через башмак в нем с целью выборки погрешностей в расстоянии между центрами закладных деталей и фундаментов предусматриваются увеличенные отверстия. А для связи болтов с плитой применяется привариваемая к плите дополнительная шайба, перекрывающая увеличенное отверстие. Кстати говоря, башмак четырехгранных башен крепится четырьмя или восемью болтами, а трехгранных – чаще шестью. При этом диаметры болтов достигают иногда 100 – 120 мм.

Стоит также обратить внимание на то, что в узле 4 типа предусмотрены дополнительные гайки под плитой для выверки нижней панели при монтаже. Причем окончательное бетонирование фундамента осуществляется исключительно после проведения выверки панели. Теперь заметим,

что узлы 3 и 4 типов применяются в башнях для синфазных горизонтальных диапазонных антенн и в башнях-трубах.

При больших поперечных усилиях опорную плиту и верхний обрез фундамента выполняют перпендикулярно оси пояса. Кроме того, иногда анкерные болты опорных узлов закрепляют на выносных траверсах, что является характерным для применяющегося в башнях-трубах узла 5 типа. Однако его конструкция является более сложной по сравнению с другими узлами. В опорах радиорелейных линий связи применяется опорный узел 6 типа. Однако и для этого случая также необходимо отметить определенную сложность конструкции, поскольку применение закладных деталей с выполненными из круглой стали больших диаметров болтами часто связано со сложностью изготовления. Более простое решение узла крепления поясов с большими усилиями к фундаменту свойственно узлу 7 типа, в котором башмак башни закрепляется к закладной детали листовыми полосами или уголками. А для регулирования положения башмака здесь введены вставки из листа, расположенные перпендикулярно приваренным к плите башмака листовым деталям. Окончательное же бетонирование фундамента, как и ранее, производится после выверки нижней панели и сварки угловых элементов закладной детали.

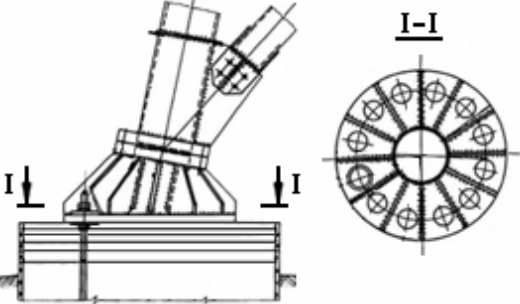
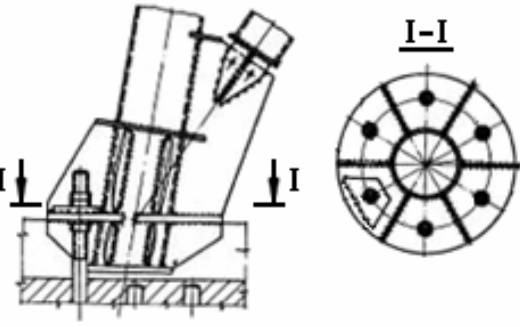
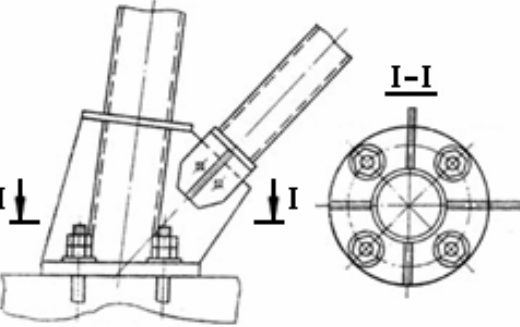
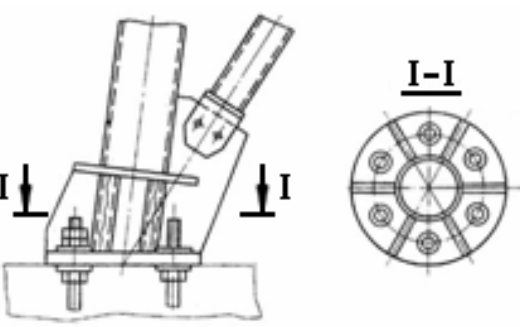
Следует отметить, что при выполнении поясов башни из уголков или сварных крестов опорные узлы применяются по типам 8 – 10.

§ 3.2. Узлы примыкания раскосов и распорок к поясам

Прежде всего заметим, что кроме раскосов и распорок к узлу могут подходить также элементы диафрагм. В большинстве случаев они подходят к поясу с точной центровкой на ось пояса или же с небольшим эксцентриситетом. Элементы диафрагм крепятся к поясу сваркой или болтовым соединением, как это показано в табл. 3.2. А стыковка элементов поясов осуществляется на фланцах или же сварным швом на подкладном кольце. Причем стыки могут быть расположены в месте пересечения раскосов (типы 1 – 3) или же вынесены за пределы узла (тип 4). Отметим, что в башнях объектов связи чаще всего применяются узлы с фланцевыми соединениями типов 1, 3, 4 при решении поясов из труб и типа 9, если пояса приняты из уголков или сварных крестов.

При непосредственном же примыкании раскосов и распорок из труб к поясу узел решается по типу 7 или 8, причем здесь конец элемента (раскоса, распорки) выполняется с фигурным вырезом. Укажем здесь также на то, что при возведении башни способом наращивания патрубки привариваются к поясам на заводе, а раскосы крепятся при монтаже на полубандажах. При использовании же способа подрачивания на монтаже можно выполнять приварку по фигурным вырезам без стыка на полубандажах, примером чему являются узлы башни Киевского телецентра. Кроме того, на изломах поясов при небольших углах (до 5°) стык осуществляется на фланцах с увеличенным отверстием или отверстием, вырезанным под углом. При больших же углах на переломе стык выполняется на заводе сваркой с подкладным кольцом, а фланец выносится за пределы узла.

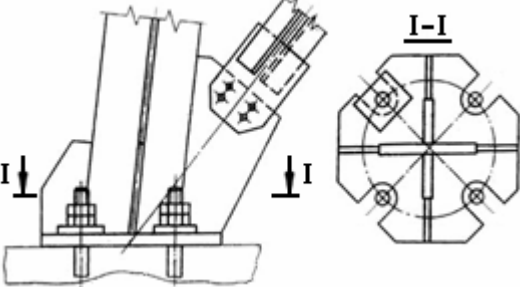
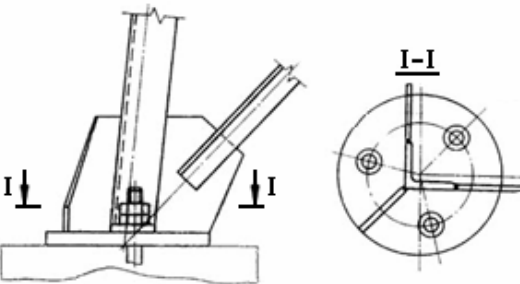
Таблица 3.1

№ типа узла	Наименование опорного узла	Схема узла
1.	Узел башни радиотелевизионной связи	
2.	Узел вытяжной башни	
3.	Узел трубчатой башни	
4.	Узел башни трубы для химического производства	

Продолжение таблицы 3.1

№ типа узла	Наименование опорного узла	Схема узла
5.	Узел башни-трубы с траверсами для анкерных болтов	
6.	Узел башни радиорелейной линии связи с (переходной деталью)	
7.	Узел с переходными деталями из уголков	
8.	Узел башни с поясами из уголков крестом	

Окончание таблицы 3.1

9.	Узел башни с поясами из электросварных сечений	
10.	Узел башни с поясами из одиночных уголков	

Что же касается современных методов блочного монтажа с применением кранов большой грузоподъемности или вертолетов, то в этом случае стык выполняется в уровне пересечения раскосов с поясами. Причем особенно существенно метод монтажа влияет на стык поясов и примыкание раскосов и распорок в узле сопряжения пирамидальной и призматической частей вытяжной башни, монтируемой методом подрачивания.

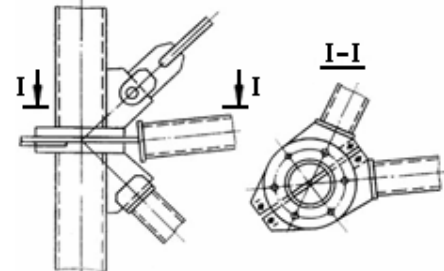
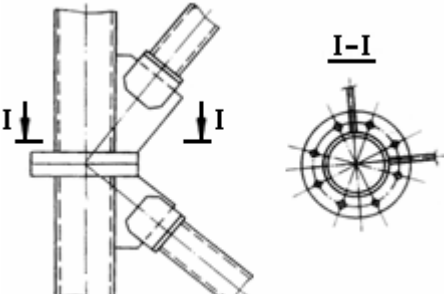
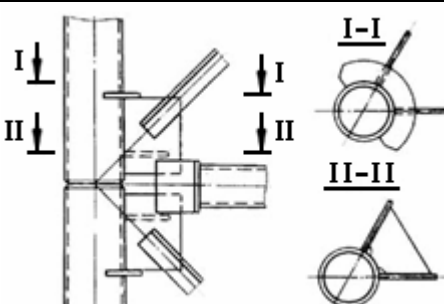
Нужно также отметить, что иногда узел на переломе поясов делается со вставной распоркой, воспринимающей изгиб от моментов, возникающих за счет небольшого эксцентриситета (тип 5). Если же монтаж производится способом подрачивания, то к вставке крепится монтажный хвостовик. Тут очень кстати обратить внимание на то, что поскольку труба слабо сопротивляется местному воздействию усилий от примыкающих фасонек, их окаймляют кольцевыми ребрами. Причем последнее имеет особенно большое значение в случае применения тонкостенных труб.

§ 3.3. Узлы пересечения раскосов

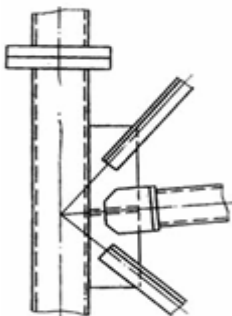
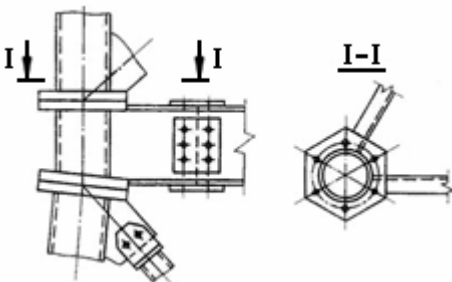
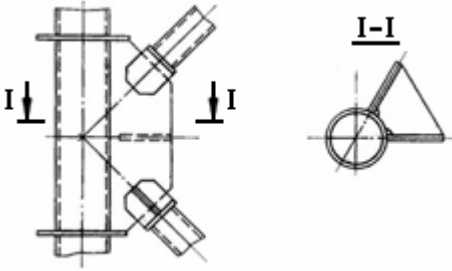
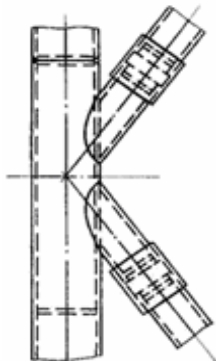
Хорошо известно, что в узлах пересечения раскосов может сходиться достаточно большое количество элементов (раскосы, промежуточные распорки, элементы диафрагм), в связи с чем они имеют различные варианты решения. Так, например, в табл. 3.3 показан простейший узел пересечения двух уголкового раскосов (тип 1). Кроме того, иногда в узле дополнительно закрепляется антивибрационная подвеска основной распорки. В случае же

относительно небольших усилий в раскосах применяются узлы типов 2 и 3, которые отличаются друг от друга только способом крепления фасонки к промежуточной распорке, а именно: в первом случае трубу прорезают и фасонка выполняется неразрывной, а во втором – фасонка крепится к стенке трубы и окаймляется кольцевыми ребрами. Заметим также то, что узлы с разрывом распорки применяются двух видов: со стыковкой распорки на фланце и с креплением раскосов к промежуточным распоркам (тип 2, 3), а также с центральной сварной вставкой из листов, к которой крепятся все элементы (тип 4). В случае же изготовления секций башен (как правило, башен радиотелевизионной связи) из укрупненных пространственных блоков, используется узел пересечения раскосов типа 5 с разрывом распорки.

Таблица 3.2

№ типа узла	Наименование узла примыкания распорок и раскосов к поясам	Схема узла
1.	Узел примыкания раскосов из круглой стали к поясам из труб	
2.	Узел примыкания распорок и раскосов к поясам башни радиорелейной линии связи	
3.	Узел примыкания распорок и раскосов к поясам башни – трубы для химического производства	

Продолжение таблицы 3.2

№ типа узла	Наименование узла примыкания распорок и раскосов к поясам	Схема узла
4.	Узел примыкания распорок и раскосов к поясам башни (с вынесенным стыком)	
5.	Узел примыкания распорок и раскосов к поясам башни радиорелейной линии связи в поселке Тараща	
6.	Узел примыкания распорок и раскосов к поясам башни с окаймлением фасонок	
7.	Узел с непосредственным примыканием раскосов и распорок к поясам башни	

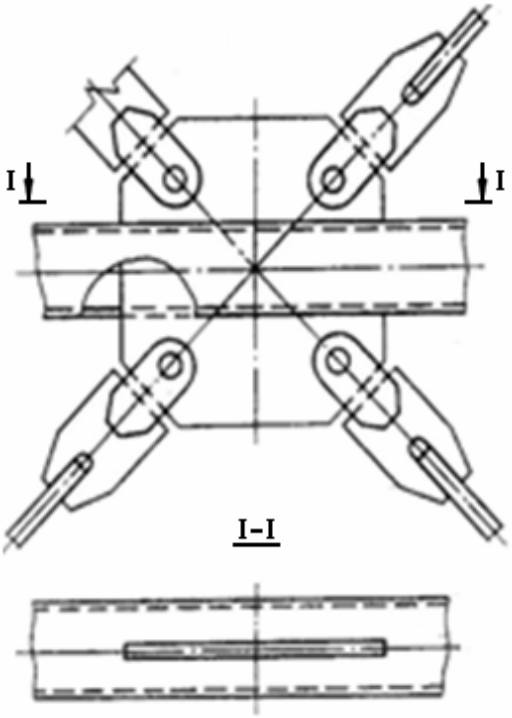
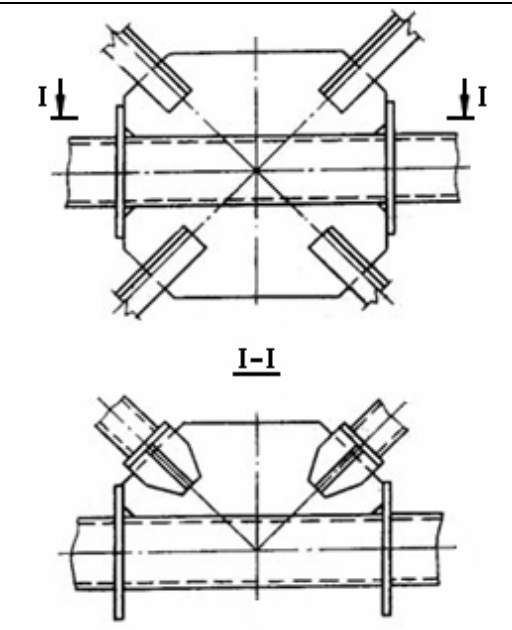
Окончание таблицы 3.2

№ типа узла	Наименование узла примыкания распорок и раскосов к поясам	Схема узла
8.	Узел с непосредственным примыканием раскосов и распорок к поясам башни	
9.	Узел примыкания распорок и раскосов к поясам башни (с элементами из уголков)	

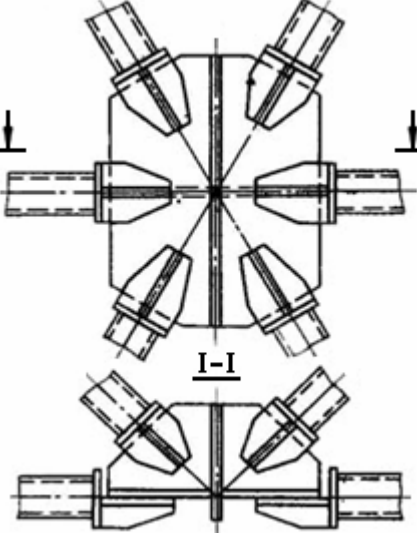
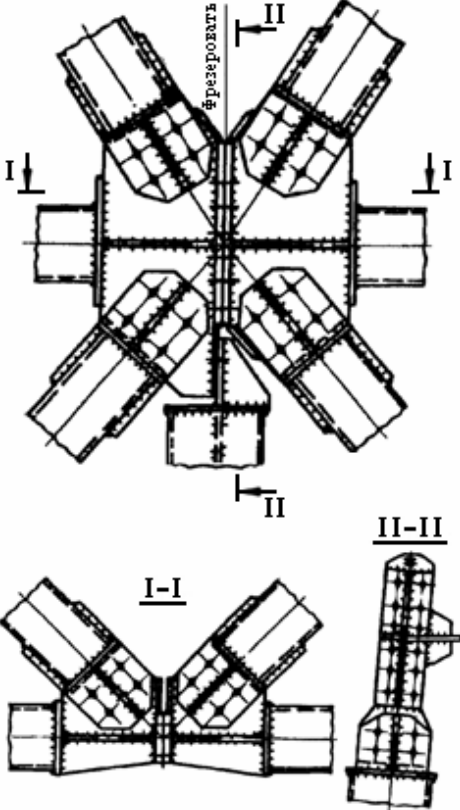
Таблица 3.3

№ типа узла	Наименование узла пересечения раскосов	Схема узла
1.	Узел пересечения раскосов из одиночных уголков	

Продолжение таблицы 3.3

№ типа узла	Наименование узла пересечения раскосов	Схема узла
2.	Узел пересечения с предварительно напряженными раскосами	
3.	Узел пересечения раскосов с промежуточными распорками с раскосами из уголков	

Окончание таблицы 3.3

№ типа узла	Наименование узла пересечения раскосов	Схема узла
4.	Узел пересечения раскосов с промежуточными распорками со сварной вставкой из стальных листов	
5.	Узел пересечения раскосов с разрывом распорки	

§ 3.4. Конструктивные решения башен, выполненных в виде листовых оболочек

Прежде всего заметим, что башни, выполненные в виде листовых оболочек, нашли достаточно широкое применение при строительстве собственно телевизионных башен, а также опор телевизионных ретрансляторов, осветительных опор разного назначения и др. И потому в качестве наиболее характерного примера одного из подобных сооружений приведем осветительную опору стадиона Национального спортивного комплекса «Олимпийский» в г. Киеве, общий вид которой представлен на рис. 3.1, а конструктивное решение – на рис. 3.2. Как видно из этих рисунков, ствол опоры до отметки 13,0 м выполнен в виде конической оболочки с наружным диаметром нижнего основания 4000 мм и верхнего основания 2800 мм. Выше же отметки 13,0 м и вплоть до верха опоры ствол представляет собой цилиндрическую оболочку с наружным диаметром 2800 мм и с переменной толщиной стенки.

Что же касается изготовления и монтажа ствола опоры, то отметим следующее. Коническая часть ствола была изготовлена на заводе в виде единой негабаритной секции, доставка которой выполнялась специальным автоприцепом, а ее цилиндрическая часть собрана из изготовленных на заводе отдельных габаритных секций, посредством монтажной сварки с подваркой корня шва изнутри оболочки. Кроме того, секция конической части ствола была дополнена комплектом уголков-анкеров для ее соединения с закладными деталями фундамента.



Рис. 3.1. Общий вид осветительной опоры стадиона Национального спортивного комплекса «Олимпийский» в г. Киеве

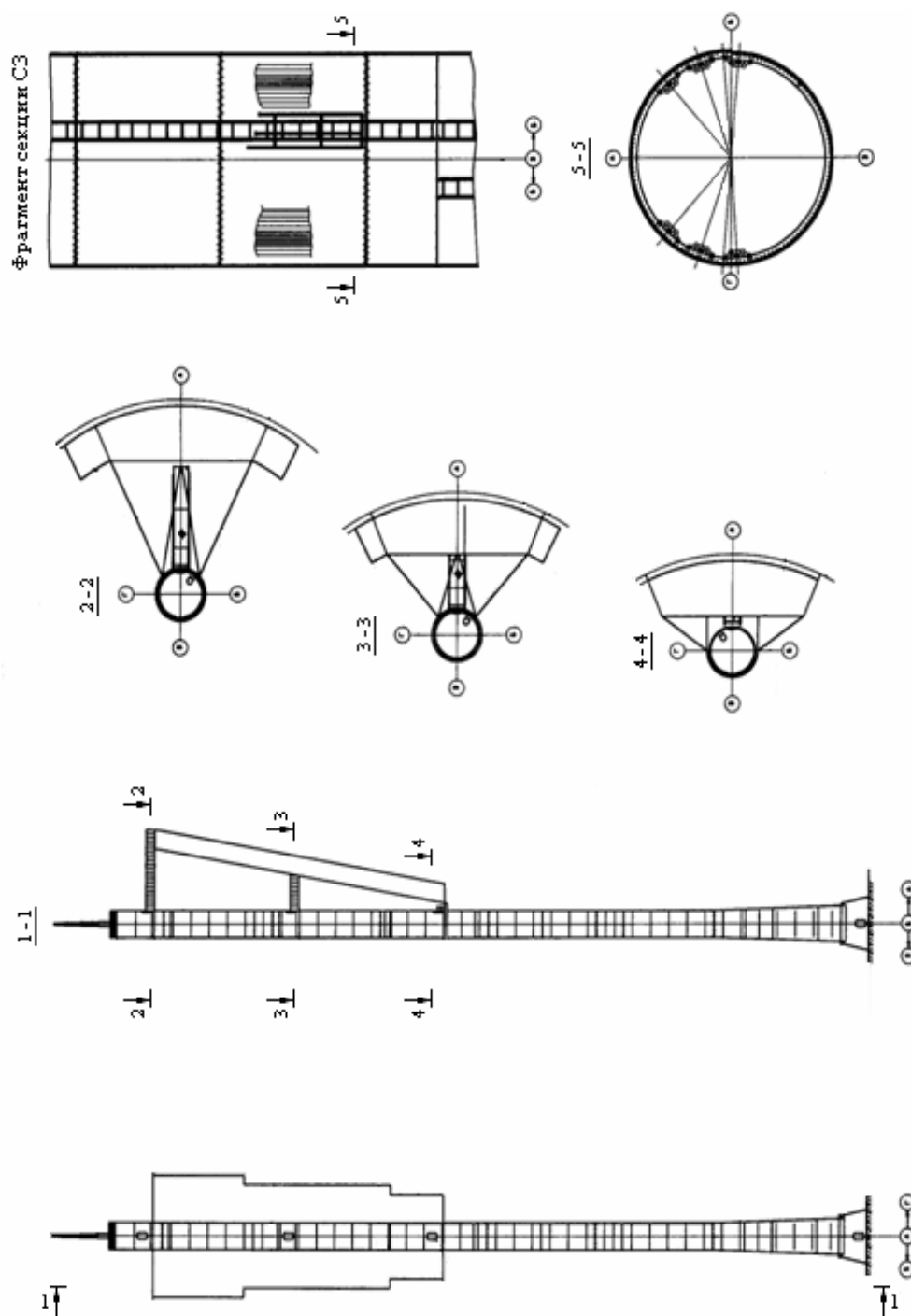


Рис. 3.2. Конструктивное решение осветительной опоры стадиона Национального спортивного комплекса «Олимпийский» в г. Киеве

Все оболочки секций имеют диафрагмы и кольцевые ребра жесткости, расположенные с шагом 2,0 м по высоте. Внутри же секций ствола проходят, во-первых, лестница-стремянка, переходными площадками которой служат уже упомянутые диафрагмы, и, во-вторых, блоки труб для электропроводки. А в месте примыкания переходных площадок к прожекторному щиту секции оборудованы дверями, наружными кольцевыми балками для закрепления переходных площадок и прожекторного щита, а также сальниками для выпуска электропроводки из ствола опоры к рабочим площадкам прожекторного щита. Кроме того, в верхней секции ствола опоры предусмотрен динамический гаситель колебаний и имеется люк для выхода на площадку, где установлены сигнальные светильники заградительных огней и молниеотвод.

Остановимся теперь подробнее на конструктивном решении прожекторного щита, который состоит из горизонтальных рабочих площадок (шаг которых по высоте равен 2,0 м), объединенных в единую конструкцию вертикальными фермами. Передний край прожекторного щита обращен к игровому полю и представляет собой часть ступенчатой цилиндрической оболочки постоянного радиуса, наклоненной по оси симметрии щита под углом 80° к горизонту. Настил рабочих площадок из рифленой стали подкреплен ребрами и примыкает к контурным балкам таким образом, что последние образуют отбойный брус (т. н. комингс) высотой 140 мм. Кроме того, к настилу с боковых сторон рабочих площадок приварены коротыши из труб с фланцем для установки прожекторов. При этом на ограждении задней части рабочих площадок закреплены блоки пускорегулирующей аппаратуры, а ограждение их передней части выполнено открывающимся для обеспечения возможности доступа к установленным на щите прожекторам ПКН-2000.

Что же касается самой верхней рабочей площадки прожекторного щита, то она имеет отличное от всех других площадок технологическое предназначение и, как следствие, конструктивное решение. Во-первых, на этой площадке не установлены прожекторы и поэтому она не имеет консолей для их крепления. Во-вторых, на этой площадке установлена обслуживающая щит лебедка и поэтому ограждение по всему контуру площадки выполнено глухим – неоткрываемым.

Скажем еще несколько дополнительных слов о входящих в конструктивное решение прожекторного щита различных фермах. Так, раньше уже упоминалось о том, что щит имеет вертикальные фермы, служащие для объединения всех горизонтальных рабочих площадок в единое целое. В связи с этим, разумеется, указанные фермы предназначены также для передачи нагрузок от прожекторного щита на ствол опоры. Кроме того, помимо вертикальных ферм щит имеет еще и ветровую ферму, которая проходит по его задней поверхности и обеспечивает вместе с вертикальными фермами общую жесткость его конструкции.

§ 3.5. Стыки трубчатых элементов

Рассмотрим теперь, останавливаясь на наиболее существенных моментах, стыки трубчатых элементов решетчатых стальных башен. И сразу же отметим, что эти стыки выполняются как сварными, так и на фланцевых соединениях. Основные варианты сварных стыков труб приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Наименование стыка	Схема стыка	Примечание
Стык труб на подкладном кольце		Размеры по разделке кромок и приближения между притуплениями приняты по рекомендациям Института электросварки им. Е.О.Патона, а именно: при ручной сварке $a = 6 \pm 1,5$ мм; при сварке в среде CO_2 $a = 1,5 - 2,0$ мм
Стык труб на накладках с фигурными вырезами		$L = \frac{\pi D + 2t_n}{2},$ где D – диаметр трубы; t_n – толщина накладки, которая принимается равной $1,2t_{тр}$; $r_1 = 20 - 30$ мм; $r_2 = r_1 + 5$ мм, а высота сварного шва принимается равной толщине накладки
Стыки труб разных диаметров		a – стык через листовую прокладку, при применении которого необходимо проводить проверку листа на расслой; b – коническая вставка с уклоном не более 1:5

Хорошо известно, что сварной стык на подкладном кольце равнопрочен основному металлу и не требует расчета. Однако если расчетное сопротивление наплавляемого металла ниже материала свариваемых труб, то шов необходимо проверять по формуле

$$\frac{N}{\pi d_{\text{ср}} t_{\text{тр}} m} \leq R_{\text{св}},$$

в которой принято, что N – расчетное усилие; $d_{\text{ср}}$ – средний диаметр поперечного сечения трубы; $t_{\text{тр}}$ – толщина стенки трубы; m – коэффициент условий работы; $R_{\text{св}}$ – расчетное сопротивление сварного шва.

Следует заметить, что в стыках на накладках сварные швы рассчитываются как угловые. Трубы же разных диаметров соединяются при помощи листовой прокладки или конической вставки, причем последняя должна иметь уклон не более 1:5 с целью уменьшения краевого эффекта. А в случае применения труб малых диаметров в местах их сопряжения необходимо предусматривать утолщенные вставки. Здесь стоит подчеркнуть, что при применении стыков труб с передачей усилий через листовую прокладку требуется проводить проверку листа на расслой, особенно для стыков поясов, нагруженных растягивающим усилием. Кстати говоря, применяются также стыки и других типов, например через крестовую вставку, однако им свойственны существенные недостатки, в связи с чем они не нашли широкого применения.

Широко применяемый в башенных конструкциях фланцевый стык труб изображен на рис. 3.3.

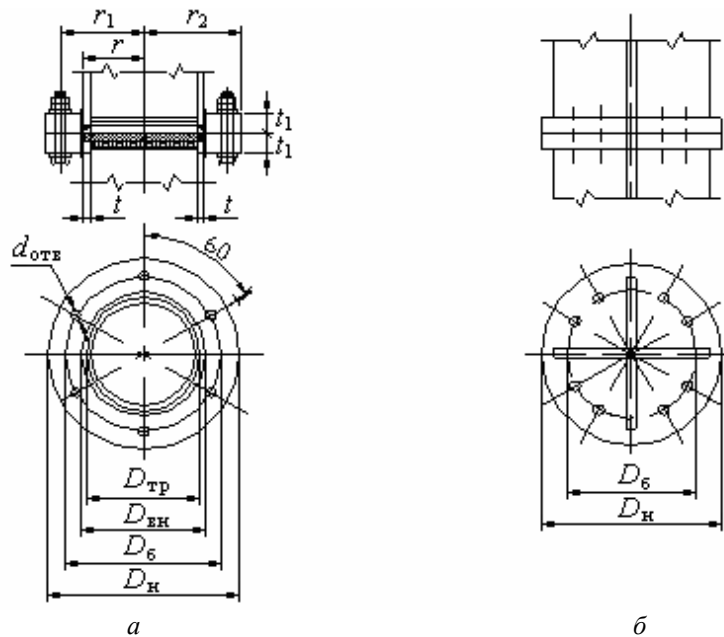


Рис. 3.3. Фланцевый стык труб:
а – кольцевой для стыковки труб; б – листовой для крестовых сечений

Нужно сказать, что используемый при проектировании башен набор типоразмеров фланцев тесно увязан с сокращенным сортаментом труб. Кроме того, поскольку эти соединения выполняются на болтах (рис. 3.3, а), то их число для фланцевых стыков определяется из соотношения

$$N \leq R_b n \frac{\pi d_b^2}{4} \gamma_c,$$

где R_b – расчетное сопротивление материала болта; n – число болтов; d_b – наружный диаметр стержня болта; γ_c – коэффициент условий работы болтового соединения (который в данном случае равен 0,8).

Вполне понятно, что при определении количества болтов во фланцевом соединении всегда стремятся к уменьшению их диаметра, поскольку это ведет не только к уменьшению диаметра окружности по центрам болтов, но и в итоге – к уменьшению массы самого фланцевого соединения. Количество болтов зависит от ряда факторов, в том числе и от углов при замыкания элементов к поясу. Так, например, при угле между центрами болтов 120° количество болтов равняется 3, при угле 90° – 4, при угле 60° – 6, при угле 45° – 8 и, наконец, при угле 30° – 12. Болты для фланцевых соединений, как правило, изготавливают из стали 40Х и 35Х. Несущая способность высокопрочных болтов диаметром до 48 мм приведена в табл. 3.5.

Таблица 3.5

Тип болта	Временное сопротивление разрыву, кгс/мм ²		Значение коэффициентов			Расчетное сопротивление материала болта, кг/см ²		Расчетная площадь сечения, см ²	Несущая способность одного болта, тс	
	сталь 40Х	сталь 35Х	k_1	$k_2 k_3 k_4$	$k_1 k_2 k_3 k_4$	сталь 40Х	сталь 35Х		сталь 40Х	сталь 35Х
М48	100	80	0,8	0,8	0,410	4100	3280	13,75	56,4	45,0
М42	100	80	0,8	0,8	0,410	4100	3280	10,45	42,8	34,3
М36	100	80	0,9	0,8	0,460	4600	3680	7,58	34,8	27,8
М30	100	80	1,0	0,8	0,512	5120	4100	5,19	26,6	21,3
М27	100	80	1,1	0,8	0,563	5630	4500	4,27	24,0	19,2
М24	100	80	1,2	0,8	0,615	6150	4910	3,24	19,9	15,9
М20	100	80	1,2	0,8	0,615	6150	4910	2,25	13,8	11,0
М16	100	80	1,2	0,8	0,615	6150	4910	1,44	8,85	7,05
М14	100	80	1,2	0,8	0,615	6150	4910	1,047	6,45	5,15

Расчет фланцевого соединения заключается в подборе толщины фланца, диаметра и числа болтов, катета угловых швов и производится с учетом работы стенки трубы. При этом размеры r_1 и r_2 назначаются конструктивно в зависимости от диаметра трубы, числа и диаметра болтов, размещения гаек с шайбами, а внутренний диаметр фланца определяется как $D_b \approx 2r + 3$ мм.

В свою очередь, диаметр окружности по рискам расположения болтов находится по формуле $D_6 = 2r_1 \approx D_b + d_{ш} + 2h_{ш} + 5$ мм, где $d_{ш}$ – диаметр шайбы. Наружный же диаметр фланца можно найти так: $D_n = 2r_2 \approx D_6 + d_{ш} + (10 - 20)$ мм. Толщина фланца, работающего на изгиб под действием растягивающей силы N_p , определяется следующим образом: $t_1 = [N_p / (k_1 k_2)]^{1/2}$, где $k_1 = \sigma_t^H / 24$. Здесь принято, что σ_t^H является нормативным пределом текучести стали, а значения коэффициента k_2 приведены в табл. 3.6.

Теперь обратим внимание на то, что поскольку в расчете используется большое количество параметров, то на практике это вызывает необходимость проведения нескольких пробных проверок. Также нужно иметь в виду, что в случае несовпадения вычисленных отношений r_1/r , r_2/r , t_1/t и r/t с указанными в табл. 3.6 величинами, значение коэффициента k_2 следует определять интерполяцией.

Таблица 3.6

r_1/r	r_2/r_1	Значение коэффициента k_2 , кН/см ² , при величине отношения t_1/t								
		3			5			7		
		$r/t = 5$	$r/t = 10$	$r/t = 15$	$r/t = 5$	$r/t = 10$	$r/t = 15$	$r/t = 5$	$r/t = 10$	$r/t = 15$
1,2	1,2	93,0	113,6	123,8	54,0	58,9	62,5	46,5	48,1	49,6
	1,3	98,5	117	127,8	61,5	66,2	69,2	53,8	55,5	57,6
	1,4	108,4	129,4	143,4	67,5	73,4	76,6	61,0	61,9	63,8
1,6	1,2	41,6	47,9	52,4	28,3	29,9	31,3	25,7	26,3	26,9
	1,3	43,9	50,8	54,7	30,4	32,1	33,3	27,8	28,4	28,9
	1,4	45,3	52,6	57,1	32,2	33,8	35,1	29,5	30,1	30,7
2	1,2	39,1	49,7	58,7	23,0	24,6	26,0	20,5	21,1	21,6
	1,3	45,8	62,7	78,6	24,7	26,8	28,4	21,8	22,4	23,0
	1,4	53,5	78,0	109,3	26,2	28,6	30,6	22,9	23,7	24,3

Угловые швы, прикрепляющие фланец к трубе, из условия равнопрочности стыка рекомендуется рассчитывать по формулам:

- при сжатии пояса силой $P_c - \tau = P_c / (\beta_f k_f l_{ш}) \leq R_y^{cb}$;
- при растяжении пояса силой $P_p - \tau = \sqrt{(T_m^2 + T_p^2)} / (\beta_f k_f) \leq R_y^{cb}$,

где τ – напряжение в расчетном сечении по металлу шва; β_f – коэффициент для расчета углового шва по металлу шва; k_f – катет углового шва; $l_{ш} = 4\pi r$ – длина сварного шва; R_y^{cb} – расчетное сопротивление металла шва растяжению, сжатию и изгибу по пределу текучести; $T_m = m_{пл} / h$ и $T_p = P_p / l_{ш}$ – горизонтальное и вертикальное усилия на 1 см шва; $m_{пл} = t \sigma_t^H / 4$ – пластический момент от защемления фланца в трубе; h – расстояние между центрами кольцевых швов; t – толщина стенки трубы.

3.5.1. Пример расчета фланцевого соединения. Требуется определить толщину фланца для трубы $\varnothing 219 \times 14$. При этом усилие сжатия в трубе принято равным $N = 1500$ кН, а растяжения – $N = 1100$ кН. Усилие же в раскосе составляет $N = \pm 150$ кН. Угол наклона раскоса равен $\alpha = 40^\circ$. Число болтов во фланцевом соединении $n = 8$.

Раньше уже говорилось о том, что расчет фланцевого соединения, работающего на растяжение, заключается в подборе диаметра и количества болтов, толщины фланца и высоты сварных швов, обеспечивающих совместность работы трубы и фланца.

Решение задачи начнем с того, что вначале определим величины расчетных усилий, которые могут быть восприняты одним болтом:

- на растяжение: $N_b = R_{bt} \cdot A_{bn} = 450 \cdot 440 = 198$ кН,

где принято, что $R_{bt} = R_{bt1} \cdot \gamma_b = 500 \cdot 0,9 = 450$ МПа, причем $R_{bt1} = 500$ МПа – расчетное сопротивление для болтов класса 10.9 и γ_b – коэффициент условий работы соединения (который в данном случае равен 0,9), а $A_{bn} = 440$ мм² – площадь сечения болта нетто для болта $\varnothing 30$ мм;

- на срез: $N_b = R_{bs} \cdot \gamma_b \cdot A \cdot n_s = 400 \cdot 0,9 \cdot 707 \cdot 1 = 254,5$ кН,

где $R_{bs} = 400$ МПа – расчетное сопротивление для болтов класса 10.9 на срез; $A = \pi d_b^2 / 4 = 3,14 \cdot 30^2 / 4 = 707$ мм²; $n_s = 1$ – число расчетных срезов одного болта.

Дальше найдем усилие в болте: $N = N_p / n = 1215 / 8 = 152$ кН, где $N_p = 1100 + 150 \cdot \cos 40^\circ = 1215$ кН.

Поскольку величина усилия в болте $N = 152$ кН меньше ее расчетного значения на растяжение $N_b = 198$ кН, то условие выполняется.

Теперь определим требуемую площадь болта, которая находится так: $A_b = N / R_{bt} = 3,4$ см², а также его диаметр – $d_b = \sqrt{4A_b / \pi} = 21$ мм. Поэтому принимаем болт $\varnothing 30$ мм.

Количество болтов при действии на соединение продольной силы проверяем по формуле $n \geq N_p / (\gamma_c \cdot N_{\min})$, где $\gamma_c = 1,0$ – коэффициент условий работы; $N_{\min} = 198$ кН – меньшее из значений расчетного усилия на растяжение и на срез для одного болта. Тогда имеем $8 > 1215 / (1,0 \cdot 198) = 6,14$, т. е. проверка выполняется.

Перейдем теперь к определению размеров фланца.

Внутренний диаметр фланца составляет $D_b \approx 2r + 3$ мм = 222 мм.

Диаметр окружности по рискам расположения болтов равен $D_6 = 2r_1 \approx D_b + d_{\text{ш}} + 2h_{\text{ш}} + 5$ мм = $222 + 55 + 2 \cdot 14 + 5 = 310$ мм, где $d_{\text{ш}} = 55$ – диаметр шайбы для болта $\varnothing 30$ мм.

Наружный же диаметр фланца составляет $D_n = 2r_2 \approx D_6 + d_{\text{ш}} + (10 - 20)$ мм = $310 + 55 + 20 = 374$ мм.

Толщину фланца, работающего на изгиб под действием силы N_p , определяем по формуле

$$t_1 = \sqrt{N_p / (k_1 k_2)} = \sqrt{1215 / (1 \cdot 75)} = 4,0 \text{ см},$$

где $k_1 = 1,0$; $k_2 = 75$ кН/см² (при $\sigma_t^u = 24$ кН/см², $r_1/r = 1,4$; $r_2/r = 1,2$; $r/t = 7,8$).

Угловые швы, прикрепляющие фланец к трубе, рассчитываем из условия равнопрочности стыка по представленным выше формулам. А именно:

- при сжатии пояса силой $P_c - \tau = N_p / (\beta_f k_f l_{ш}) \leq R_y^{cb}$, причем значения входящих в эту формулу параметров таковы: $N_p = 1500 + 150 \cdot \cos 40^\circ = 1615$ кН; $\beta_f = 0,7$; $l_{ш} = 4\pi r = 4 \cdot 3,14 \cdot 109,5 = 1375$ мм; $k_f = 14$ мм; $R_y^{cb} = 180$ МПа. Тогда имеем $\tau = 1615 / (0,7 \cdot 14 \cdot 1375) = 119,85$ МПа < 180 МПа и проверка выполняется;

- при растяжении пояса силой $P_p - \tau = \sqrt{(T_m^2 + T_p^2)} / (\beta_f k_f) \leq R_y^{cb}$, а значения входящих в эту формулу параметров таковы: $T_m = m_{пл} / h = t \sigma_t^H / 4h = 14 \cdot 24 / (4 \cdot 45) = 1,87$ кН/см (при $t = 14$ мм; $\sigma_t^H = 24$ кН/см²; $h = 45$ мм); $T_p = N_p / l_{ш} = 1215 / 1375 = 8,8$ кН/см (при $N_p = 1100 + 150 \cdot \cos 40^\circ = 1215$ кН; $l_{ш} = 1375$ мм). Тогда имеем $\tau = \sqrt{(1,87^2 + 8,8^2)} / (0,7 \cdot 14) = 91,84$ МПа < 180 МПа и проверка выполняется.

В заключение укажем на то, что данный пример составлен таким образом, чтобы придать большую ясность и последовательность его изложению. И именно поэтому при определении значений искомых параметров в формулы были подставлены величины с указанной ранее в тексте размерностью. Впрочем, и это является само собой разумеющимся, размерность результатов выполненных вычислений всегда коррелирует с размерностью величин, используемых при проведении тех или иных проверок или сопоставлений.

§ 3.6. Стыки крестовых сечений

Прежде всего заметим, что крестовые и уголкового сечения соединяются, как правило, с помощью фланцевых стыков или накладок, а реже – сваркой встык. Причем фланцевый стык применяется в узлах с соединением поясов в пересечении раскосов, в основном в башнях для тяжелых антенных сетей. Нужно сказать, что для фланцев крестовых сечений из уголков и сварных сечений из листа, изображенных на рис. 3.3, б, болты рассчитываются аналогично болтам фланцевых соединений трубчатого сечения. А толщина фланца подбирается из расчета секторной плиты, защемленной по радиальным кромкам со свободным дуговым краем. При этом хорошо известно, что упругий расчет такой плиты является не только весьма трудоемким, но и приводит к появлению в ее центре бесконечных значений моментов. И именно поэтому более удобным и широко применяемым является расчет плиты по методу предельного равновесия. Здесь стоит обратить внимание на то, что на основании этого метода для различных марок стали построены графики зависимости толщины фланца от усилий и угла между полками уголкового сечения (рис. 3.4), позволяющие находить толщину плиты t при заданной расчетной нагрузке P и решать обратную задачу, т.е. по известному значению t находить величину P . Отметим, что на рис. 3.4 в качестве примера изображен такой график для низколегированной стали марки 10Г2С1 ($\sigma_t = 350$ МПа; $k = 0,85$; $\gamma = 0,8$). А к другим материалам с величинами σ_t' , k' и γ' можно перейти, умножая полученные из графика значения t на $(2400 / \sigma_t' k' \gamma')^{1/2}$.

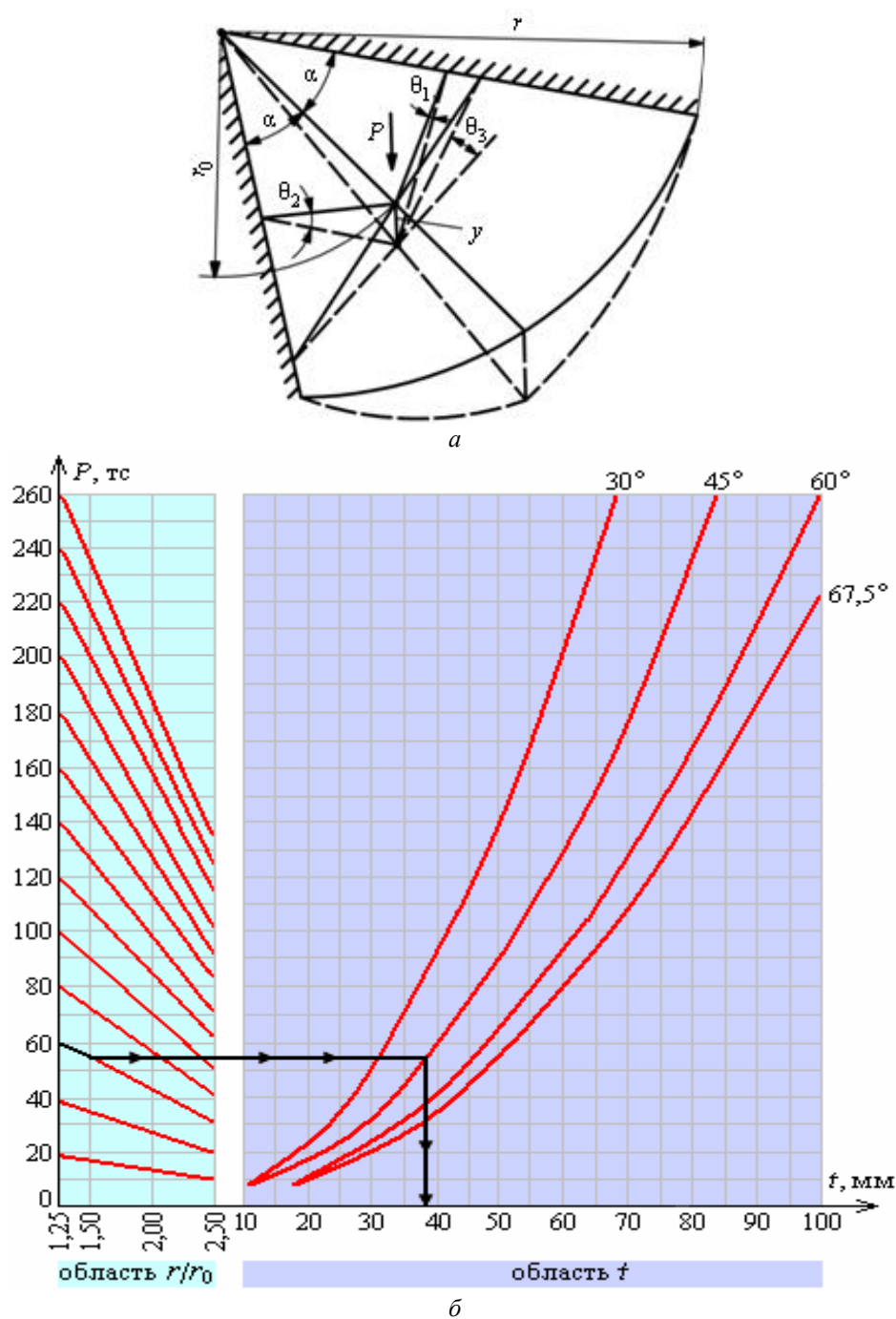


Рис. 3.4. К расчету секторной плиты по методу предельного равновесия: a – расчетная схема предельного состояния плиты; b – графики зависимости толщины плиты t от расчетной нагрузки (усилий в болтах) P и угла между ветвями в сечении

Наконец следует сказать, что графики изображенной на рис. 3.4 зависимости толщины плиты от расчетной нагрузки (усилий в болтах) и угла между ветвями в сечении определяются формулой

$$t = \sqrt{\frac{2 r P}{\sigma_T r_0 \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right)}}.$$

Рассмотрим теперь практические примеры расчета толщины фланца с использованием представленных на рис. 3.4 графиков и стыка поясов башни из уголкового профиля.

3.6.1. Пример расчета толщины фланца. Определим толщину фланца из стали марки 10Г2С1. При этом расчетная нагрузка (усилие в болтах) принята равной $P = 60$ тс, угол между полками уголкового сечений – $\alpha = 45^\circ$, а величина отношения радиусов – $r/r_0 = 1,5$.

Решение задачи начинаем с того, что на рис. 3.4, б на оси P находим точку с числом 60. После чего, от этой точки по наклонной линии спускаемся к вертикальной прямой, отвечающей значению $r/r_0 = 1,5$. Затем по горизонтальной прямой следуем до кривой, соответствующей углу $\alpha = 45^\circ$. А уже от точки пересечения с этой кривой опускаемся вертикально вниз до оси t , на которой и находим искомый результат $t = 38$. Таким образом, толщина фланца составляет 38 мм.

3.6.2. Пример расчета стыка поясов башни из уголкового профиля. Требуется провести расчет стыка поясов башни из уголка $160 \times 160 \times 11$. Считается, что на стык действуют усилия: растягивающее – 400 кН и сжимающее – 580 кН. Стык принят симметричным с двумя накладками толщиной $t = 12$ мм каждая, на болтах нормальной точности диаметром $d_b = 24$ мм класса 5.8, имеющих $R_{bs} = 200$ МПа = 20 кН/см². Кроме того задано, что отверстия для болтов диаметром $d = 27$ мм просверлены в уголках и накладках. Коэффициент условий работы соединения принимается равным $\gamma_b = 0,9$.

Вначале определим величины расчетных усилий, которые могут быть восприняты одним болтом:

- на срез: $N_b = R_{bs} \cdot \gamma_b \cdot A \cdot n_s = 20 \cdot 0,9 \cdot 452 \cdot 1 = 81,36$ кН,

где $R_{bs} = 200$ МПа – расчетное сопротивление для болтов класса 5.8 на срез; $A = \pi d_b^2 / 4 = 3,14 \cdot 24^2 / 4 = 452$ мм²; $n_s = 1$ – число расчетных срезов одного болта;

- на смятие: $N_b = R_{bp} \cdot \gamma_b \cdot d \cdot \sum t = 42 \cdot 0,9 \cdot 24 \cdot 11 = 99,79$ кН,

где $R_{bp} = 420$ МПа – расчетное сопротивление для болтов класса 5.8 на смятие; $d_b = 24$ мм – наружный диаметр стержня болта; $\sum t = 11$ мм – наименьшая суммарная толщина элементов, сминаемых в одном направлении.

Находим количество болтов при действии на соединение продольной силы по формуле $n \geq N_p / \gamma_c \cdot N_{\min} = 400 / 1,0 \cdot 81,36 = 4,9$ шт. В результате принимаем шесть болтов, а именно: по три на каждой стороне уголка.

А далее проверяем несущую способность уголка, ослабленного отверстиями для болтов. Для этого, прежде всего, найдем величину мак-

симально возможного усилия, воспринимаемого уголком по формуле $N = A_{нт} \cdot R \cdot \gamma = (34,42 - 2 \cdot 2,7) \cdot 24 \cdot 1,1 = 766,13$ кН, где $A_{нт}$ – площадь сечения уголка нетто; $R = 240$ МПа – расчетное сопротивление; $\gamma = 1,1$ – коэффициент условий работы. Сравнивая полученный результат с действующими в поясе усилиями (как растягивающим, так и сжимающим), убеждаемся в том, что эти усилия значительно меньше максимально возможного и, таким образом, несущая способность уголка обеспечена полностью.

Теперь обратим внимание, что, как и в разделе 3.5.1, в примере при определении значений искомых параметров в формулы были подставлены величины с указанной ранее в тексте размерностью. Тем не менее, вполне понятно, что размерность результатов выполненных вычислений всегда корреспондируется с размерностью величин, используемых при проведении тех или иных проверок или сопоставлений.

§ 3.7. Узловые бесфасоночные крепления труб

Решетчатые башни и стволы решетчатых мачт из труб выполняются с узлами с применением соединений на фасонках или с непосредственным примыканием трубчатых элементов (т. н. бесфасоночные узлы). Причем в последнем случае диаметры труб решетки принимаются не менее 0,3 диаметра пояса, а толщина стенки трубы элемента решетки (раскос, распорка) не должна превышать толщину трубы пояса. Предельные соотношения диаметров и толщин примыкающих элементов приведены в табл. 3.7.

Таблица 3.7

Предел текучести стали, R_{yn} , МПа (кгс/см ²)	Отношение диаметра к толщине стенки трубы		
	поясов	примыкающих элементов	
		сжатых	растянутых
До 295 (3000)	30	90	90
Св. 295 (3000)	35	80	90
До 390 (4000)	40	70	90
Св. 390 (4000)			

Типы (примеры) узлов с непосредственным примыканием труб показаны на рис. 3.5.

Нужно также иметь в виду, что при непосредственном примыкании элемента под произвольным углом α необходимо проверять несущую способность узла, устанавливать соотношение диаметров и толщин труб пояса и примыкающего элемента и производить расчет сварных швов. Кроме того, особенности работы башенных конструкций определяют применение различных конструктивных мероприятий при разработке их узлов и деталей. Следует заметить, что наиболее важные из этих мероприятий связаны с

переменным случайным характером нагружения башен и, как следствие, с возможностью возникновения их колебаний. И потому разрабатываются мероприятия по устранению концентрации напряжений – осуществляются плавные переходы в местах изменения сечений и замыкания швов, применяется специальная механическая обработка деталей и др. Кстати говоря, особое внимание уделяется разработке таких мероприятий при проектировании башен, эксплуатируемых в условиях низких температур.

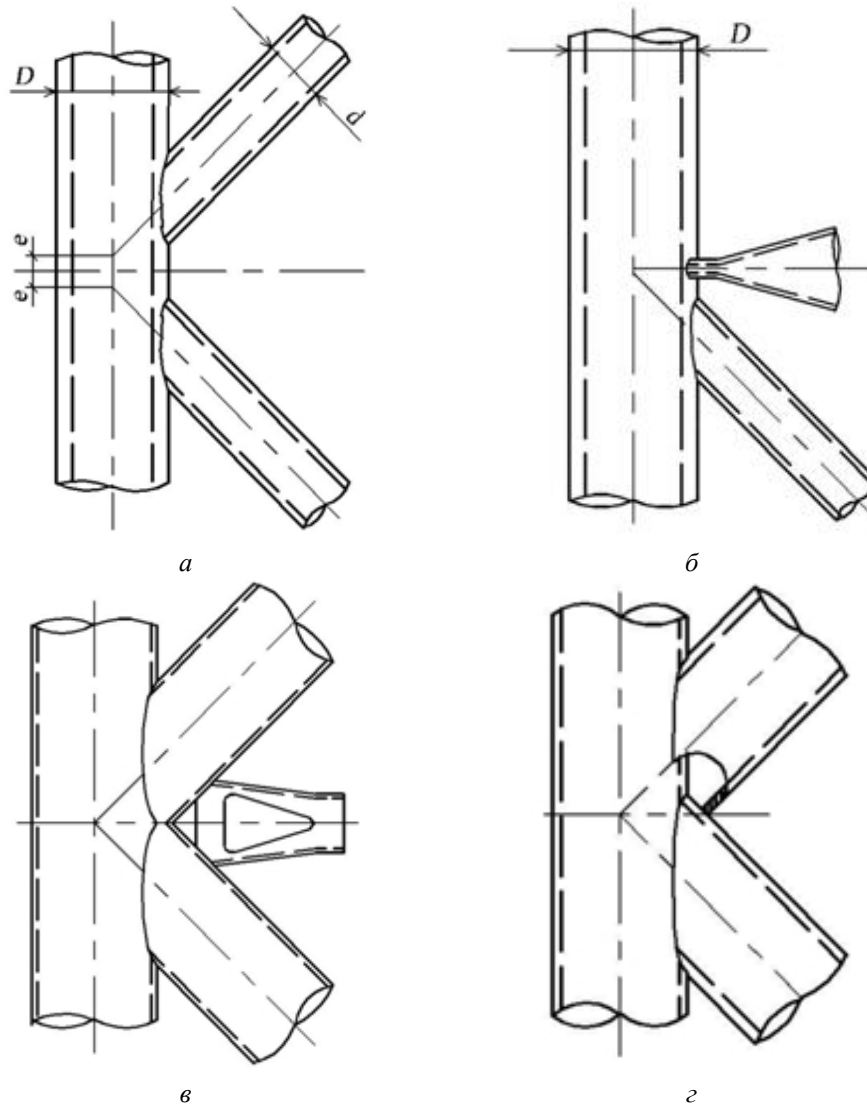


Рис. 3.5. Типы узлов примыкания решетки к поясам:
а – с расцентровкой раскосов (швы без пересечений); *б* – с раскосом и распоркой со сплюсненным концом; *в* – с тремя элементами; *г* – с пересечением элементов

§ 3.8. Детали концевых закреплений распорок и раскосов

Наиболее целесообразно трубчатые раскосы и распорки крепить непосредственно к поясам на сварке, так как при этом узлы крепления не требуют специальных переходных деталей и, как следствие, получаются менее металлоемкими и достаточно надежными в эксплуатации. Однако такое решение на практике не всегда может быть осуществлено, поскольку для качественного выполнения фигурных вырезов концов труб необходимо наличие не только специального оборудования, но и вынесение основного объема сварочных работ на монтажную площадку. В случае же изготовления конструктивных элементов на заводе возникают проблемы транспортировки, связанные с недогрузкой железнодорожных платформ.

Поэтому, с учетом всех этих соображений, крепления раскосов и распорок с поясами наиболее часто выполняются на листовых фасонках, типы узловых соединений которых представлены на рис. 3.6. Причем чаще всего для крепления трубчатых распорок к фасонкам узлов применяется многократно испытанное на практике решение с торцевой заглушкой (рис. 3.6, а). Нужно сказать, что этот узел состоит из заглушки, прикрепленной сваркой к торцу трубы, и листовой фасонки, приваренной перпендикулярно торцевой заглушке и непосредственно закрепленной к узловой фасонке болтами или сваркой. При этом стоит подчеркнуть, что для более равномерного распределения напряжений по контуру трубы ребро желательно ставить перпендикулярно основной фасонке, которую можно также усилить вспомогательным ребром. Кроме того, толщина торцевой заглушки, как правило, должна быть не менее $1/6$ диаметра трубы, а толщины фасонки – одинаковыми.

Недостатком такого крепления является большая по сравнению с другими типами соединений металлоемкость из-за толщины торцевой заглушки, а также то, что торцевая заглушка нагружена поперек толщины проката. В связи с последним необходимо либо применение специальных сталей (например, листовой 14Г2АФ по ТУ 14-105-465 – 82), либо испытание листа торцевой заглушки на сплошность, класс которой должен быть не ниже нулевого.

На рис. 3.6, б показан вариант решения узла, в концевом креплении которого торцевая заглушка выполнена из углового профиля. А для создания жесткости в поперечном направлении предусмотрена деталь из отрезка трубы. Заметим, что крепление по этому варианту менее металлоемко, однако изготовление его требует больших трудозатрат. Далее укажем на то, что достаточно широкое применение нашло соединение с фасонкой, входящей в прорезь в трубе по образующей (рис. 3.6, в). Торцевая заглушка при этом принимается минимальной толщины и только в целях герметизации трубы. Сложность же такого решения заключается в выполнении прорези и обеспечении точности положения фасонки у обоих концов раскоса. В этом плане нужно сказать, что наиболее простым по конструктивному решению и имеющим наименьшую металлоемкость является концевое крепление по варианту, представленному на рис. 3.6, г. Стоит отметить, что в этом варианте глубина входа фасонки в трубу ограничена условиями технологии изготовления и зависит от диаметра трубы.

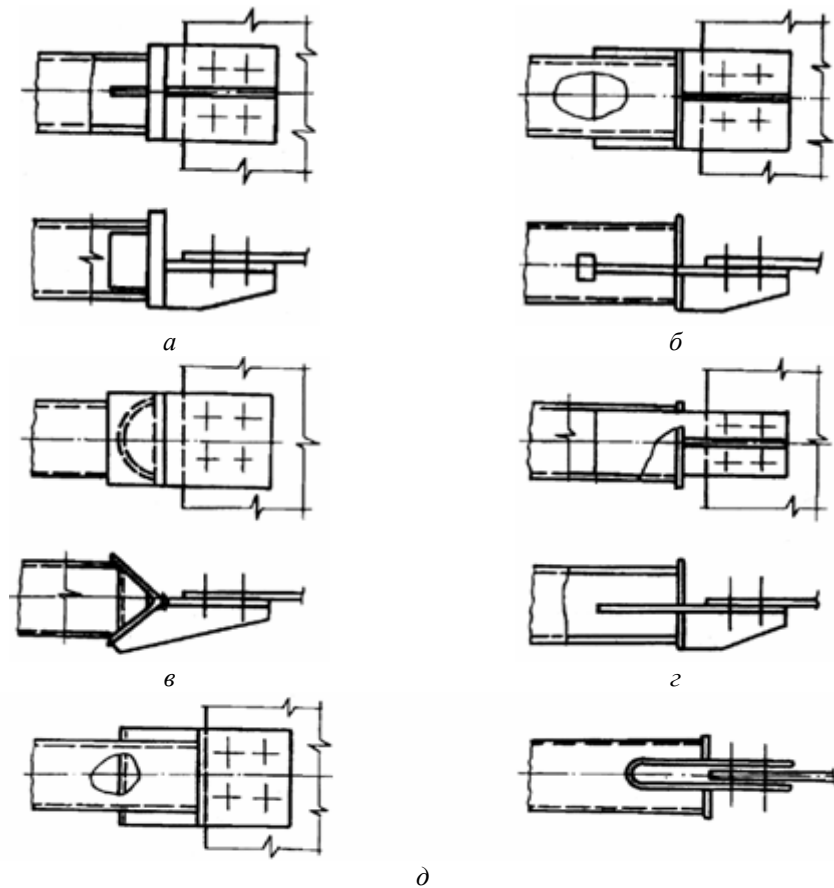


Рис. 3.6. Концевые крепления трубчатых элементов решетки башни:
а – через торцевую заглушку из листа; *б* – фланговыми швами по линии прореза в трубе; *в* – через заглушку из уголка; *г* – фланговыми швами внутри трубы;
д – с помощью гнутой сдвоенной фасонки

В случае же действия в раскосе (распорке) больших усилий применяется концевое крепление с использованием гнутой сдвоенной фасонки, позволяющей использовать двухсрезную работу болтов, а также передачу усилия по оси трубы без эксцентриситета (рис. 3.6, *д*).

Узел крепления узловой фасонки к поясу в узле примыкания раскосов и его расчетная схема приведены на рис. 3.7. Причем здесь шов, прикрепляющий фасонку к образующей трубы, проверяется на усилие S_x , а швы крепления фасонки к кольцевым ребрам – на усилия S_y^A и S_y^B . В свою очередь, кольцевые ребра рассчитываются также на усилия S_y^A и S_y^B . А расчетная схема принимается в виде кольца, нагруженного силой S_y^A (или S_y^B) при креплении кольца в оболочке трубы, как это показано в табл. 3.8 и 3.9.

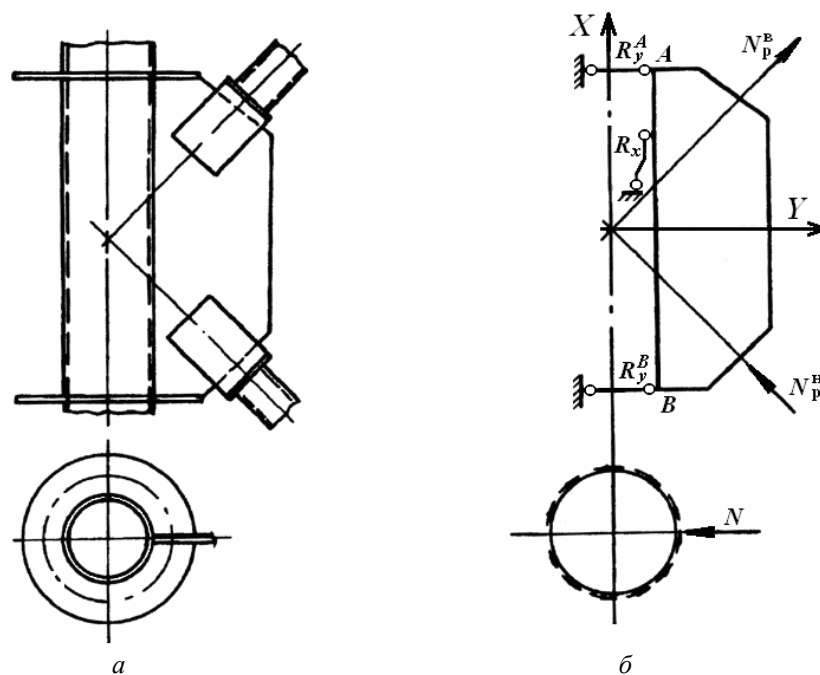
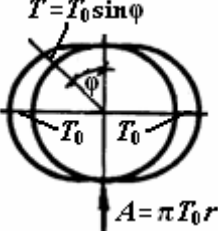


Рис. 3.7. Узел крепления узловой фасонки к поясу:
а – конструктивная схема; б – расчетная схема

Таблица 3.8

Расчетная схема	Пределы изменения угла φ	Вид зависимостей M, N, Q от угла φ
	$0 \leq \varphi \leq \alpha$	$M = Rr[(1 + \cos\alpha) - (\pi - \alpha)\sin\alpha\cos\alpha]/\pi$
	$\alpha \leq \varphi \leq \pi$	$M = Rr[(1 + \cos\alpha) - \alpha\sin\alpha\cos\alpha - \pi\cos\alpha\sin\varphi]/\pi$
	$0 \leq \varphi \leq \alpha$	$N = R[(\pi - \alpha)\sin\alpha\cos\varphi]/\pi$
	$\alpha \leq \varphi \leq \pi$	$N = R[(\alpha\sin\alpha\cos\varphi) - \pi\cos\alpha\sin\varphi]/\pi$
	$0 \leq \varphi \leq \alpha$	$Q = R[(\pi - \alpha)\sin\alpha\cos\varphi]/\pi$
	$\alpha \leq \varphi \leq \pi$	$Q = R[(\alpha\sin\alpha\cos\varphi) + \pi\cos\alpha\sin\varphi]/\pi$
	$0 \leq \varphi \leq \alpha$	$M = Hr[(\pi - \alpha)(\cos\alpha - \cos\varphi) + \sin\alpha + (0,5\alpha - 1)\sin 2\alpha\cos\varphi]/\pi$
	$\alpha \leq \varphi \leq \pi$	$M = Hr[\sin\alpha - \alpha(\cos\alpha - \cos\varphi) + (0,5\alpha - 1)\sin 2\alpha\cos\varphi]/\pi$
	$0 \leq \varphi \leq \alpha$	$N = H[(0,5\alpha - 1)\sin 2\alpha - (\pi - \alpha)\cos\varphi]/\pi$
	$\alpha \leq \varphi \leq \pi$	$N = H[(0,5\alpha - 1)\sin 2\alpha + \alpha\cos\varphi]/\pi$
	$0 \leq \varphi \leq \alpha$	$Q = H\sin\varphi[(\pi - \alpha) - (0,5\alpha - 1)\sin 2\alpha]/\pi$
	$\alpha \leq \varphi \leq \pi$	$Q = H\sin\varphi[(0,5\alpha - 1)\sin 2\alpha + \alpha]/\pi$

Таблица 3.9

Расчетная схема	Вид уравнения	Угол φ	M	N	Q
	$M = 0,5 T_0 r^2 (1 - 0,5 \cos \varphi - \varphi \sin \varphi)$	0	0,25	0,75	0
		$\pi/4$	0,0455	0,2526	-0,4545
	$N = 0,5 T_0 r (1,5 \cos \varphi - \varphi \sin \varphi)$	$\pi/2$	-0,2854	-0,7854	-0,25
		$3\pi/4$	0,1566	-1,3633	0,6563
	$Q = 0,5 T_0 r (0,5 \sin \varphi - \varphi \cos \varphi)$	π	0,75	-0,75	1,5708
		Множитель	$T_0 r^2$	$T_0 r$	$T_0 r$

Что же касается особенностей крепления листовых проушин к трубчатым элементам, то необходимо сказать следующее. Листовые проушины, состоящие, как правило, из основного листа и приваренных к нему с двух сторон шайб усиления, должны подкрепляться предохраняющими их от изгиба ребрами жесткости аналогично фасонке в узле, изображенном на рис. 3.8.

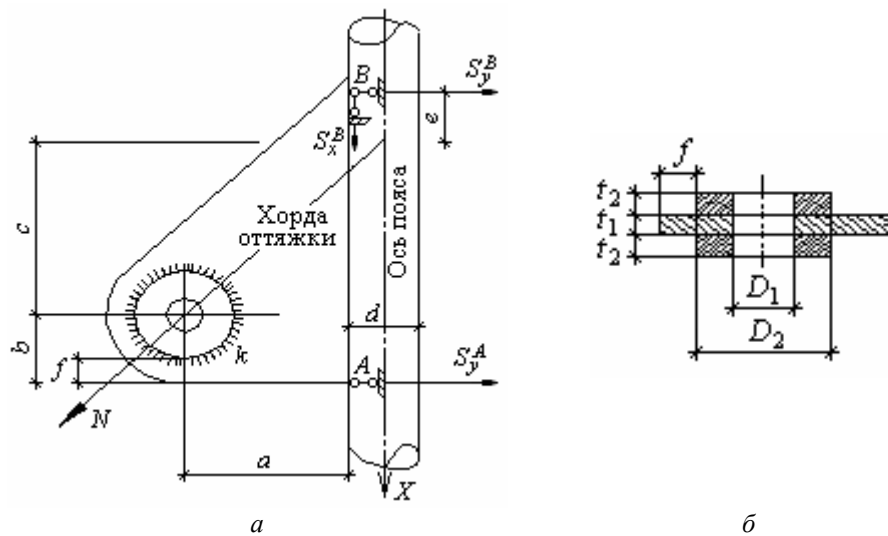


Рис. 3.8. Листовая проушина:
а – расчетная схема; б – поперечное сечение

При этом шов, прикрепляющий основной лист проушины к образующей трубы, проверяется на усилие S_x^B , а швы крепления к кольцевым ребрам и сами ребра – на усилия S_y^A и S_y^B . На эти же усилия проверяется и стенка трубы. Кроме того, основной лист проушины и сама проушина в целом должны быть проверены на усилие N , которое показано на представленной на рис. 3.8, а расчетной схеме. Здесь следует сказать, что величина усилия N равна усилию в оттяжке, соответствующему разрывному усилию каната в целом, деленному

Стоит подчеркнуть, что упомянутые ранее расчетные проверки основного листа проушины выполняются следующим образом:

- на смятие – $N = 0,80D_1(t_1 + 2t_2)R_{lp}$;
- на растяжение – $N = 0,65t_1(D_2 + 2f)R_y$;
- на разрыв – $N = 0,325(D_2 - D_1)(t_1 + 2t_2)R_v$.

А катет шва крепления шайбы к основному листу проушины определяется из соотношения $N = 0,65D_2k(t_1 + 2t_2)R_{wf}/t_2$ и принимается не менее значения, указанного в табл. 3.10.

Таблица 3.10

Вид соединения	Вид сварки	Предел текучести стали, МПа (кгс/см ²)	Минимальные катеты швов, k_f , при толщине более толстого из свариваемых элементов, t , мм						
			4 – 5	6 – 10	11 – 16	17 – 22	23 – 32	33 – 40	41 – 80
Тавровое с двухсторонними угловыми швами; нахлесточное и угловое	Ручная	До 430 (4400)	4	5	6	7	8	9	10
		Свыше 430 (4400) до 530 (5400)	5	6	7	8	9	10	12
	Автоматическая и полуавтоматическая	До 430 (4400)	3	4	5	6	7	8	9
		Свыше 430 (4400) до 530 (5400)	4	5	6	7	8	9	10
Тавровое с двухсторонними угловыми швами	Ручная	До 380 (3900)	5	6	7	8	9	10	12
	Автоматическая и полуавтоматическая		4	5	6	7	8	9	10

Примечания:

- В конструкциях из стали с пределом текучести свыше 530 МПа (5400 кгс/см²), а также из всех сталей при толщине элементов свыше 80 мм минимальные катеты угловых швов принимаются по специальным техническим условиям.
- В конструкциях группы 4 минимальные катеты односторонних угловых швов следует уменьшать на 1 мм при толщине свариваемых элементов до 40 мм включительно и на 2 мм – при толщине элементов свыше 40 мм

ГЛАВА 4

МАТЕРИАЛЫ КОНСТРУКЦИЙ ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

§ 4.1. Профили и стали

Хорошо известно, что при проектировании высотных сооружений наиболее широкое применение получили профили с минимальным коэффициентом лобового сопротивления и стали с гарантированными химическими и механическими свойствами. Причем марка стали и условия ее поставки принимаются, как правило, в зависимости от климатического района и группы конструкций для элемента высотного сооружения. Группы конструкций и рекомендуемые марки стали для некоторых элементов высотных сооружений приведены в табл. 4.1, а сортамент горячедеформированных труб, применяемых для решетчатых высотных сооружений, – в табл. 4.2.

Таблица 4.1

№ п/п	Элемент конструкции	Группа конст- рукций	Вид проката	Климатический район строительства по t , °С		
				$-30 \leq t \leq -40$	$-40 \leq t \leq -50$	$-50 \leq t \leq -65$
Сооружения и связи						
1.	Элементы (механические де- тали) оттяжек мачт и антен- ных полотен, детали крепле- ния оттяжек к фундаментам и стволам отдельных опор, непосредственно восприни- мающие динамические на- грузки; фасонки сварных уз- лов мачт и башен (см. п. 4)	1	Труба	Ст. 20	09Г2С	09Г2С
			Лист	С255; С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
2.	Статически неопределимые комбинированные конструк- ции опор (мачто-башенные) и опоры с антенными ванто- выми устройствами	2	Труба	Ст. 20	09Г2С	09Г2С
			Лист	С255; С345, катего- рия 1	С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
3.	Стволы мачт и башен; конст- рукции консолей, балок пло- щадок и др. под стационар- ное технологическое обору- дование, не подвергающие- ся вибрационной нагрузке	3	Труба	Ст. 20; Ст3сп6	09Г2С	09Г2С
			Лист	С255; С345, катего- рия 1	С345; катего- рия 1	С345, катего- рия 3
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С

Продолжение таблицы 4.1

№ п/п	Элемент конструкции	Группа конст- рукций	Вид проката	Климатический район строительства по t , °С		
				$-30 \leq t \leq -40$	$-40 \leq t \leq -50$	$-50 \leq t \leq -65$
4.	Узловые фасонки сварных узлов мачт и башен	1	Лист	C255; C345, катего- рия 3	C345; катего- рия 3	C345, катего- рия 4
5.	Площадки, лестницы, ограждения	4	Лист	C235	C245; C255	C245; C255
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст3кп2	Ст. 20; Ст3сп5	Ст. 20; Ст3сп5
6.	Стойка для антенны IV, V диапазонов	3	Труба	17Г1С-У (К-52), ГОСТ 20295 – 85	14Г2АФ- 15 по ТУ 14-105- 465 – 89	14Г2АФ- 15 по ТУ 14-105- 465 – 89
			Труба Ø1200	17Г1С-У по ТУ 14- 3-1424 – 86	То же	То же
7.	Фланцы, торцевые заглушки, работающие поперек толщины проката	1 – 3	Лист	14Г2АФ-15 по ТУ 14- 105-465-89	То же	То же
Вытяжные башни, дымовые трубы в решетчатом каркасе, факельные установки						
8.	Пояса несущей башни, узловые фасонки	1	Труба	Ст. 20; 09Г2С	09Г2С	09Г2С
			Лист	C255; C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
9.	Элементы решетки, балки, площадки-диафрагмы, непосредственно воспринимающие вес, а также ветровые нагрузки от газоотводящего ствола	2	Труба	Ст. 20; 09Г2С	09Г2С	09Г2С
			Лист	C255; C345, катего- рия 1	C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
10.	Опорные плиты, балки, площадки, настил площадок, лестницы, ограждения	4	Лист	C235	C245; C255	C245; C255
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст3кп2	Ст. 20	Ст. 20

Продолжение таблицы 4.1

№ п/п	Элемент конструкции	Группа конст- рукций	Вид проката	Климатический район строительства по t , °С		
				$-30 \leq t \leq -40$	$-40 \leq t \leq -50$	$-50 \leq t \leq -65$
11.	Подвески, ребра жесткости и фасонки для закрепления газоотводящего ствола	1	Лист	С255; С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20	09Г2С	09Г2С
12.	Оболочка стального газоот- водящего ствола и ее эле- менты, кроме перечислен- ных в п. 11	3	Лист	С255; С345, катего- рия 1	С345, катего- рия 1	С345, катего- рия 3
			Фасон	С245; С345, катего- рия 1	То же	То же
13.	Элементы стального каркаса для закрепления газоотводя- щего ствола из полимерных материалов, кроме перечис- ленных в п.4	2	Лист	С255; С345, катего- рия 1	С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 4
			Фасон	С255; С345, катего- рия 1	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
14.	Фланцы, торцевые заглушки (работающие поперек толщи- ны проката)	1 – 3	Лист	С255; С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 4
Дымовые трубы свободностоящие						
15.	Оболочка и ребра жесткости свободностоящей (цилиндри- ческой с коническим перехо- дом) трубы	2	Лист	С255; С345, катего- рия 1	С345, катего- рия 3	С345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
16.	Ребра жесткости, опорные кольца, площадки, лестни- цы, ограждения	4	Лист	С235	С245; С255	С245; С255
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст3кп2	Ст. 20	Ст. 20

Продолжение таблицы 4.1

№ п/п	Элемент конструкции	Группа конст- рукций	Вид проката	Климатический район строительства по t , °C		
				$-30 \leq t \leq -40$	$-40 \leq t \leq -50$	$-50 \leq t \leq -65$
Трубы с оттяжками						
17.	Стальная оболочка трубы, ребра жесткости, площадки	2	Лист	C255; C345, катего- рия 1	C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
18.	Оттяжки	1	Лист	C255	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
19.	Фланцы	1	Труба	Ст. 20	09Г2С	09Г2С
			Лист	C255; C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
Стальные газоотводящие стволы в железобетонной дымовой трубе						
20.	Балки площадок для под- вески стволов, шпренгель, опорные столики, упоры, тяги	2	Труба	Ст. 20	09Г2С	09Г2С
			Лист	C255; C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
21.	Подвески, ребра и фасонки для закрепления подвесного газоотводящего ствола	1	Лист	C255; C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 4
			Фасон	То же	То же	То же
			Круглая сталь	Ст. 20; Ст3сп5	09Г2С	09Г2С
22.	Газоотводящий подвесной ствол	3	Лист	Сталь одной из марок, приме- няющаяся для конструкций, максимально удовлетворяющая коррозионной стойкости		
Конструктивные детали различного назначения						
23.	Фланцы кольцевого типа	1 – 3	Лист	C255; C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 3	C345, катего- рия 4

Окончание таблицы 4.1

№ п/п	Элемент конструкции	Группа конст- рукций	Вид проката	Климатический район строительства по t , °С		
				$-30 \leq t \leq -40$	$-40 \leq t \leq -50$	$-50 \leq t \leq -65$
24.	Фланцы типа «заглушек»	1 – 3	Лист	14Г2АФ-15 по ТУ 14- 105-465-89	14Г2АФ-15 по ТУ 14- 105-465-89	14Г2АФ-15 по ТУ 14- 105-465-89
25.	Стойка для антенны IV, V диапазонов	3	Труба	17Г1С-У (К-52), ГОСТ 20295 – 85	То же	То же
			Труба Ø1200	17Г1С-У по ТУ 14-3- 1424 – 86	То же	То же

Примечание. Рекомендуемые марки сталей и группы конструкций приняты на основе опыта проектирования и следующих документов: 1. Рекомендации по применению стали для стальных строительных конструкций и сооружений. – М.: ЦНИИпроектстальконструкция им. Н.П. Мельникова, 1983. 2. Рекомендации по применению сокращенного сортамента металлопроката в строительных стальных конструкциях. – М.: ЦНИИпроектстальконструкция им. Н.П. Мельникова, 1990

Таблица 4.2

Диаметр трубы, мм	Толщина стенки трубы, мм		
	Сталь 20		09Г2С по ТУ 14-3-1128 – 82
	ГОСТ 8731 – 87	ТУ 14-3-1069 – 81	
57,0	3,5 – 7,5	–	4,0 – 8,0
60,0	3,5 – 14,0	–	4,0 – 8,0
63,5	3,5 – 14,0	–	4,0 – 8,0
68,0	3,5 – 16,0	–	4,0 – 8,0
70,0	3,5 – 16,0	–	4,0 – 8,0
73,0	3,5 – 19,0	–	4,0 – 8,0
76,0	3,5 – 19,0	–	4,0 – 18,0
83,0	3,5 – 19,0	–	4,0 – 18,0
89,0	3,5 – 24,0	–	4,0 – 18,0
95,0	5,0 – 24,0	–	4,0 – 18,0
102,0	4,0 – 24,0	–	4,0 – 18,0
108,0	4,0 – 28,0	–	4,0 – 18,0
114,0	4,0 – 28,0	–	4,0 – 18,0
121,0	4,0 – 28,0	–	4,0 – 18,0
127,0	4,0 – 30,0	–	4,5 – 22,0

Окончание таблицы 4.2

Диаметр трубы, мм	Толщина стенки трубы, мм		
	Сталь 20		09Г2С по ТУ 14-3-1128 – 82
	ГОСТ 8731 – 87	ТУ 14-3-1069 – 81	
133,0	6,0 – 32,0	–	4,5 – 22,0
140,0	5,5 – 36,0	–	4,5 – 22,0
146,0	5,0 – 36,0	–	4,5 – 22,0
152,0	4,5 – 36,0	–	4,5 – 22,0
159,0	4,5 – 36,0	–	4,5 – 22,0
168,0	8,0 – 45,0	–	4,5 – 22,0
180,0	5,0 – 45,0	–	4,5 – 22,0
194,0	7,0 – 45,0	–	4,5 – 22,0
203,0	20,0 – 50,0	–	4,5 – 22,0
219,0	6,0 – 45,0	–	4,5 – 22,0
245,0	8,0 – 45,0	–	7,0 – 12,0
273,0	7,0 – 45,0	–	7,0 – 12,0
299,0	–	–	–
325,0	8,0 – 45,0	–	7,0 – 12,0
351,0	8,0 – 16,0	16,0 – 60,0	7,0 – 12,0
377,0	9,0 – 16,0	16,0 – 63,0	12,0 – 18,0
426,0	9,0 – 16,0	16,0 – 60,0	–
450,0	–	16,0 – 60,0	–
465,0	–	20,0 – 60,0	–
480,0	–	28,0 – 60,0	–
500,0	–	–	–
530,0	–	–	–
550,0	–	–	–

Обратим теперь внимание на то, что наиболее экономичными являются трубчатые сечения и сечения круглой стали. Однако в практике проектирования часто приходится применять и другие типы сечений. Последнее обусловлено целым рядом объективных факторов, например: невозможностью получения заказчиком проката из труб, условиями строительства (низкие температуры, технология изготовления, требования к транспортировке) и др. И потому в каждом конкретном случае в зависимости от исходных данных необходимо тщательно выбирать тип сечения.

§ 4.2. Условия поставки стали труб

Остановимся подробнее на условиях поставки стали труб для высотных сооружений. Эти условия можно сформулировать следующим образом:

1. Горячедеформированные трубы из стали 20 диаметром до 351 мм и толщиной стенки до 45 мм, а также диаметром 377 – 426 мм и толщиной стенки до 16 мм по ГОСТ 8732 – 78* должны поставляться с повышенными требованиями по овальности и разностенности согласно табл. 2, 3 и пп. 7 и 9 ГОСТ 8732 – 78*. При этом технические требования принимаются по ГОСТ 8731 – 87, группа «В» с испытанием на загиб согласно п. 1.11 и с проверкой на макроструктуру по п. 1.15 для труб с толщиной стенки 10 мм и более. Трубы же диаметром 351 – 450 мм и толщиной стенки 16 – 45 мм, диаметром 465 мм и толщиной стенки 20 – 45 мм поставляются по ТУ 14-3-1969 – 81.

2. Горячедеформированные трубы из стали 09Г2С диаметром до 377 мм должны поставляться по ТУ 14-3-1128 – 82.

3. Трубы диаметром 720 мм и толщиной стенки 5 – 12 мм должны поставляться по ГОСТ 20295 – 85, класса прочности К 52, тип 3. Пример обозначения: труба тип 3-720X12-К 52 ГОСТ 20295 – 85.

4. Трубы диаметром 1020 мм и толщиной 9,6 – 14 мм должны поставляться из стали 17Г1С по ТУ 14-3-1424 – 86.

5. Трубы стальные электросварные прямошовные диаметром 83 – 377 мм по ГОСТ 10704 – 76 поставляются из стали 20 по ГОСТ 1050 – 88, а технические требования должны приниматься по ГОСТ 10705 – 80, группа «В» – термообработанные.

6. Уголки горячекатаные равнополочные по ГОСТ 8509 – 86, двутавры горячекатаные с параллельными гранями полок типа «В» и «Ш» по ГОСТ 26020 – 83 и швеллеры по ГОСТ 8240 – 72 поставляются из сталей С235, С245, С255 и С345 по ГОСТ 27772 – 88.

7. Листовой прокат по ГОСТ 19903 – 74 поставляется из сталей С235, С255 и С345 по ГОСТ 27772 – 88. Причем прокат должен соответствовать нулевому классу сплошности в соответствии с требованиями п. 2.17 ГОСТ 27772 – 88 при проведении ультразвукового контроля по ГОСТ 22727 – 88.

8. Профиль горячекатаный круглый для несущих элементов поставляется по ГОСТ 2590 – 88 из стали Ст3сп5 по ГОСТ 380 – 88 или ГОСТ 535 – 88 либо из стали 20 по ГОСТ 1050-88*.

9. Профиль горячекатаный круглый для вспомогательных элементов поставляется по ГОСТ 2590 – 88 из стали Ст3кп2 по ГОСТ 380 – 88 или ГОСТ 535 – 88. В свою очередь, канаты для оттяжек мачты поставляются по ГОСТ и ТУ, приведенным в табл. 4.3.

10. Для оттяжек с усилием более 100 тс, а также в случаях необходимости повышения жесткости оттяжечных узлов применяются канаты закрытого типа по ГОСТ 3090 – 73*, ГОСТ 18901 – 73*, ГОСТ 18902 – 73*, ГОСТ 7675 – 73* и ГОСТ 7676 – 73*.

И, наконец, отметим, что характеристики металла из ранее действовавших стандартов и технических условий на сталь, из которой построены антенные сооружения и высотные трубы, приведены в табл. 4.4 и табл. 4.5.

Таблица 4.3

Диаметр каната, мм	Расчетная площадь сечения проволок, мм ²	Масса каната длиной 1000 м, кг	Разрывное усилие каната в целом, кН, при расчетном сжатии проволок, МПа				ГОСТ, ТУ
			1117	1373	1569	1667	
8,0	29,68	272,5	—	—	39,45	41,95	ГОСТ 14954–80
9,7	42,30	388,0	—	—	56,30	59,85	То же
11,0	53,58	491,5	—	—	71,75	75,80	То же
12,0	61,92	568,0	—	—	82,50	87,65	То же
14,0	86,36	792,0	—	—	114,50	122,00	То же
16,5	121,24	1115,0	—	—	161,00	171,50	То же
18,0	143,99	1320,0	—	167,7	191,50	203,5	То же
20,5	191,11	1765,0	—	223,5	255,50	271,50	То же
22,0	217,06	1990,0	—	252,2	289,00	307,00	То же
25,0	279,27	2560,0	—	325,0	371,50	395,00	То же
27,0	337,27	3900,0	—	392,5	449,00	477,00	То же
30,0	420,57	3679,0	—	530,0	605,5	—	ТУ 14-4-902 – 78
33,0	497,70	4565,0	—	580,0	—	—	ГОСТ 14954–80
36,0	589,81	5410,0	—	687,0	—	—	То же
38,0	704,60	6162,0	—	888,0	—	—	ТУ 14-4-902 – 78
40,0	788,09	6894,0	—	995,0	—	—	То же
42,0	857,48	7493,0	—	1080,0	—	—	То же
45,0	988,85	8651,0	—	1245,0	—	—	То же
48,5	1162,85	10170,0	—	1465,0	—	—	То же
52,0	1347,99	11790,0	—	1685,0	—	—	То же
55,0	1379,27	12650,0	1375,0	—	—	—	ГОСТ 14954–80
61,5	1782,25	16250,0	1670,0	1955,0	—	—	ГОСТ 7669 – 80
64,0	1880,27	17148,0	1760,0	2055,0	—	—	То же
68,0	2058,71	18775,0	1935,0	2250,0	—	—	То же

Примечания: 1. В пределах настоящего сортамента по согласованию с проектной организацией допускаются замены на ГОСТ 3063 – 80, ГОСТ 3068 – 74, ГОСТ 3081 – 80, ГОСТ 7669 – 80, ГОСТ 7667 – 80 и ГОСТ 14957 – 80. 2. Сокращенный сортament канатов составлен ЦНИИпроектстальконструкция им. Н. П. Мельникова. 3. Изготовитель канатов по ТУ 14-4-902 – 78 – Магнитогорский калибровочный завод

Таблица 4.4

Марка стали	Стандарт, технические условия	Толщина проката, мм; разряд толщин	Минимальные значения, МПа		Номер примечания
			временного сопротивления	предела текучести	
Сталь 0С	ГОСТ 380 – 41; ГОСТ 380 – 50	4 – 40	314	186	
Сталь 1	ОСТ 4125	4 – 40	314	186	
Сталь 2	ОСТ 4125	4 – 40	333	186	
То же	ГОСТ 380 – 41	4 – 40	333	206	
То же	ГОСТ 380 – 50	4 – 40	333	216	
Сталь 3	ОСТ 4125	4 – 40	373	216	
То же	ГОСТ 380 – 41	4 – 40	373	216	
То же	ГОСТ 380 – 50	4 – 40	373	235	
То же	ГОСТ 380 – 57	Разряд 1	373	235/245	1, 2
То же	ГОСТ 380 – 60	Разряд 2	373	226/235	1, 2
То же	ГОСТ 380 – 60	Разряд 3	373	206/216	1, 3
То же	ГОСТ 380 – 71	До 20	363/373	226/235	3
То же	То же	21 – 40	363/373	216/226	3
То же	То же	41 – 100	363/373	206/216	3
То же	ОСТ 12535 – 33	4 – 40	373	226	
Мостовая	ГОСТ 6713 – 53	4 – 40	373	235	
Сталь 4	ОСТ 4125	4 – 40	412	226	
То же	ГОСТ 380 – 50	4 – 40	412	255	
То же	ГОСТ 380 – 60	Разряд 1	412	255	1
То же	То же	Разряд 2	412	245	1
То же	То же	Разряд 3	412	235	1
Сталь 5	ОСТ 4125	4 – 40	490	275	
То же	ГОСТ 380 – 50	4 – 40	490	275	
То же	ГОСТ 380 – 60	Разряд 1	490	275	1
То же	ГОСТ 380 – 60*	Разряд 2	490	265	1
То же	То же	Разряд 3	490	255	1
НЛ-1	ГОСТ 5058 – 49	4 – 40	412	294	
НЛ-2	ГОСТ 5058 – 49	4 – 40	471	333	
МстГ	ГОСТ 9458 – 60	6 – 40	431	294	
МГ2	ЧМТУ54 – 58	4 – 20	461	333	
То же	ЦНИИЧМ	21 – 32	451	324	
09Г2	ГОСТ 5058 – 57	4 – 10	451	304	

Продолжение таблицы 4.4

Марка стали	Стандарт, технические условия	Толщина проката, мм; разряд толщин	Минимальные значения, МПа		Номер примечания
			временного сопротивления	предела текучести	
09Г2Д	ГОСТ 5058 – 57	11 – 24	441	294	
То же	То же	25 – 30	431	294	
То же	ГОСТ 19281 – 73	4 – 20	441	304	3
То же	ГОСТ 19282 – 73	21 – 32	441	294	3
09Г2С	ГОСТ 5058 – 65	4 – 9	490	343	
09Г2СД	ГОСТ 19281 – 73	10 – 20	471	324	
То же	ГОСТ 19282 – 73	21 – 32	461	304	
То же	То же	33 – 60	451	284	
09Г2С термоупрочненная	ГОСТ 5058 – 65	10 – 32	530	392	
10Г2С	ЧМТУ 246 – 61	4 – 10	510	353	
То же	ЦНИИЧМ	11 – 32	490	343	
То же	ГОСТ 5058 – 65	33 – 60	471	333	
10Г2СД	ГОСТ 5068 – 57	4 – 32	490	343	
То же	ГОСТ 5058 – 65	10 – 40	530	392	
10Г2С1	То же	4 – 10	510	353	
10Г2С1Д	То же	11 – 32	490	343	
То же	То же	33 – 60	471	333	
То же	ГОСТ 19281 – 73	4 – 9	490	343	
То же	ГОСТ 19282 – 73	10 – 32	471	324	
То же	То же	33 – 60	451	324	
14Г2	ГОСТ 5058 – 65	4 – 9	461	333	
То же	ГОСТ 19281 – 73; ГОСТ 19282 – 73	10 – 32	451	324	
14Г2 термоупрочненная	ГОСТ 5058 – 65	10 – 32	530	392	
15ХСНД (СХЛ-1), НЛ-2	ГОСТ 5058 – 57; ГОСТ 5058 – 65; ГОСТ 19281 – 73; ГОСТ 19282 – 73	4 – 32	490	343	
10ХСНД	ГОСТ 5058 – 57	4 – 32	530	392	
(СХЛ-4)	То же	33 – 40	500	37	

Окончание таблицы 4.4

Марка стали	Стандарт, технические условия	Толщина проката, мм; разряд толщин	Минимальные значения, МПа		Номер примечания
			временного сопротивления	предела текучести	
То же	ГОСТ 5058 – 65	4 – 32	530	392	
То же	ГОСТ 19281 – 73	33 – 40	510	392	
Сталь 20	ГОСТ 8731 – 66; ГОСТ 8731 – 74	4 – 45	412	245	
Сталь 10	ГОСТ 8731 – 66; ГОСТ 8731 – 74	4 – 45	333	206	
17ГС	ЧМТУ 3-225 – 69	10 (Ø720 и Ø820 мм)	510	343	
17Г1С	То же	Более 10 (Ø1020)	510	343	

Примечание. 1. В скобках даны допустимые значения повышения механических характеристик при поставке проката с дополнительной гарантией по пределу текучести. 2. Слева от черты даны значения механических характеристик для кипящей стали, справа – для спокойной и полуспокойной стали. 3. Данные приведены для листового проката

Таблица 4.5

Разряд	Толщина проката, мм		
	листового	сортового	фасонного
1	4 – 20	До 40	До 15
2	21 – 40	40 – 100	16 – 20
3	42 – 60	Более 100	Более 20

Примечание. Разряды толщин проката приведены по ГОСТ 380 – 60

§ 4.3. Условия поставки болтов (шпилек), гаек и шайб

Как известно, для металлоконструкций высотных сооружений применяются поставляемые, во-первых, метизными заводами болты М10; М12; М16; М20; М24 и М27 по ГОСТ 7798 – 70, во-вторых, заводами металлоконструкций болты М30; М36 и М42 из стали 20 по ГОСТ 10602 – 72 (ТУ 36.26.00.07-12 – 88), в-третьих, метизными заводами высокопрочные болты для сдвигоустойчивых соединений диаметром 16, 20, 24 и 27 мм по ГОСТ 23353 – 77, а также болты диаметром свыше 48 мм по ГОСТ 10602 – 72*.

Общие положения по условиям поставки болтов (шпилек), гаек и шайб приведены в табл. 4.6. Однако следует подчеркнуть, что при конкретном про-

ектировании технические условия, приведенные в табл. 4.6, необходимо дополнять соответствующими примечаниями. А именно: в скобках после слова «для» нужно указывать наименование узлов, в которых используются болт, гайка и шайба (фланец, соединение на фасонках и т.д.). Кроме того, нужно уточнять применяемый класс прочности или марку материала (группу), а для высокопрочных болтов – оговаривать климатическое исполнение болтов и группу размещения по ГОСТ 15150 – 69.

Следует обратить внимание на тот факт, что не допускается применение болтов и шпилек из стали 30ХЗМФ для высотных сооружений, эксплуатируемых в слабоагрессивных средах, содержащих сернистый ангидрид или сероводород по группе газов «В», а также в средне- и сильноагрессивных средах по СНИП 2.03.11 – 85.

Таблица 4.6

Болты (шпильки)		Гайки		Шайбы	
ГОСТ	Условия поставки	ГОСТ	Условия поставки	ГОСТ	Условия поставки
7798 – 70*	Болты (для ...) по ГОСТ 7798 – 70* класса точности «В», исполнение 1. Механические свойства по классу прочности 10.9 (или 8.8 или 5.8) по ГОСТ 1759.4 – 87. Технические требования по ГОСТ 1759.0 – 87	5915 – 70*	Гайки (для ...) по ГОСТ 5915 – 70* класса прочности 10 (или 8 или 5) по ГОСТ 1759.5 – 87. Технические условия по ГОСТ 1759.0 – 87	11371 – 78*	Шайбы по ГОСТ 11371 – 78*. Технические требования по ГОСТ 18123 – 82. Условное обозначение марки материала (группы) – 02 по табл. 1 ГОСТ 17123 – 82. Класс точности «А»
22042 – 76*	Шпильки (для ...) по ГОСТ 22042 – 76* класса точности «В», исполнение 1. Механические свойства по классу прочности 10.9 (или 8.8 или 5.8) по ГОСТ 1759.0 – 87	5915 – 70*	То же	11371 – 78*	То же
22352 – 77	Болты высокопрочные класса «В» по ГОСТ 22353 – 77, исполнение 1. Общие технические условия по ГОСТ 22356 – 77	22354 – 77	Гайки высокопрочные класса точности «В» по ГОСТ 22354 – 77. Общие технические условия по ГОСТ 22356 – 77	22355 – 77	Шайбы класса точности «С» по ГОСТ 22355 – 77. Общие технические условия по ГОСТ 22356 – 77

Окончание таблицы 4.6

Болты (шпильки)		Гайки		Шайбы	
ГОСТ	Условия поставки	ГОСТ	Условия поставки	ГОСТ	Условия поставки
10602 – 72*	Болты с шестигранной головкой с диаметром резьбы свыше 48 мм нормальной точности (для ...) по ГОСТ 10602 – 72*, марка материала (группа) 11 (или ...) по табл. 1 ГОСТ 18126 – 72*. Технические требования по ГОСТ 18126 – 72*	10605 – 72*	Гайки шестигранные (для ...) с диаметром резьбы свыше 48 мм нормальной точности по ГОСТ 10605 – 72*, марка материала (группа) 11 (или ...) по табл. 1 ГОСТ 18126 – 72*. Технические требования по ГОСТ 18126 – 72*		Чертежи и технические условия разрабатываются в проекте
24379.1 – 80	Болты фундаментные по ГОСТ 24379.1 – 80. Общие технические условия по ГОСТ 24379.0 – 80. Материал шпилек: сталь 20 по ГОСТ 1050 – 88 для диаметра 56 мм; 09Г2С-2 по ГОСТ 19281 – 73 для диаметра 56 мм	5915 – 70*	Гайки (для шпилек анкерных болтов с диаметром резьбы до 48 мм) по ГОСТ 5915 – 70* класса точности «В» и класса прочности 5 (или ...) по ГОСТ 1759.5 – 87. Технические условия по ГОСТ 1759.0 – 87	24379.1 – 80	Шайбы по ГОСТ 24379.1 – 80. Общие технические условия по ГОСТ 24379.0 – 80
	09Г2С-6 по ГОСТ 19281 – 73 для всех диаметров; 09Г2С-8 по ГОСТ 19281 – 73 для всех диаметров	10605 – 72*	Гайки (для шпилек анкерных болтов с диаметром резьбы свыше 48 мм) по ГОСТ 10605 – 72*, нормальной точности, марка материала (группа) 04 (или ...) по табл. 1 ГОСТ 18126 – 72*. Технические требования по ГОСТ 18126 – 72*		

ГЛАВА 5

ВОЗДЕЙСТВИЯ И НАГРУЗКИ НА ВЫСОТНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

Начнем наше рассмотрение с указания на то, что высотные сооружения (в отличие от всех прочих сооружений) являются наиболее открытыми для воздействия окружающей среды и, как следствие, взаимодействуют с ней в максимальной степени. Причем по характеру взаимодействия среды с сооружением можно выделить три основных вида воздействий. Первый из них определяет непосредственно напряженно-деформированное состояние конструкции и его изменение во времени. К этому виду воздействия можно отнести:

- гравитационное поле земли, вызывающее нагрузки от массы конструкций и оборудования, гололедных отложений и др.;
- температурное поле среды (атмосферы и грунтов основания);
- изменение температуры при протекании технологических процессов (например, горячие газы в газоотводящих стволах вытяжных башен);
- прямую солнечную радиацию;
- движущиеся воздушные массы (ветер) и их взаимодействие с препятствием, которым является высотное сооружение;
- перемещения и ускорения почвы при землетрясениях (сейсмические воздействия);
- просадки основания (например, при замачивании просадочных грунтов либо при строительстве на подрабатываемых территориях);
- искусственно создаваемые (предварительные) усилия в элементах сооружений некоторых типов;
- резкое снятие нагрузок (например, при обрыве антенных сетей);
- разность давления воздуха внутри и снаружи замкнутых полостей в сооружении и т. п.

Воздействиями второго вида, вызывающими разрушение металла, особенно его поверхности, являются химические воздействия среды (атмосферы, отводимых газов, грунтов основания и т. п.), которые влекут за собой изменение сечений элементов и их массы и, тем самым, косвенно влияют на напряженно-деформированное состояние и надежность сооружения.

К третьему, специфическому виду воздействий можно отнести те, которые наряду с изменением напряженно-деформированного состояния конструкций изменяют физические характеристики материала, из которого они изготовлены (модуль упругости, предел текучести, показатель вязкости и т. п.). Отметим, что наиболее существенным воздействием этого вида является температура. А именно: температура атмосферы (особенно ее отрицательные значения) и повышенная температура при технологических процессах.

Названные виды воздействий оказывают значительное влияние на работу высотных сооружений. И потому при их создании (проектировании) необходимо проводить весьма тщательный анализ и учет воздействий в зависимости от конкретных условий района строительства, типа и параметров оборудования, специфики работы, а также параметров сооружений и других условий.

Как известно, количественная оценка воздействий и реакции сооружений на них в большинстве стран проводится с использованием системы физических величин СИ и ряда внесистемных единиц, основные из которых приведены в табл. 5.1. Далее стоит отметить также то, что нагрузки, вызванные различными воздействиями, подразделяются на постоянные и временные (длительные, кратковременные, особые), рекомендуемые варианты сочетания которых для высотных сооружений, а также их классификация применительно к высотным сооружениям приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.1

Величина		Единицы			Выражение через основ- ные и допол- нительные единицы СИ
Наимено- вание	Размер- ность	Наимено- вание	Обозначение		
			междуна- родное	русское	
Длина	L	метр	m	м	
Масса	M	килограмм	kg	кг	
Время	T	секунда	s	с	
Термодина- мическая температура	Θ	кельвин	K	К	
Сила света	J	кандела	cd	кд	
Плоский угол		радиан	rad	рад	
Телесный угол		стерадиан	sr	ср	
Скорость	LT ⁻¹	метр в секунду	m/s	м/с	
Ускорение	LT ⁻²	метр на секунду в квадрате	m/s ²	м/с ²	
Угловая скорость	T ⁻¹	радиан в секунду	rad/s	рад/с	
Угловое ускорение	T ⁻²	радиан на секунду в квадрате	rad/s ²	рад/с ²	
Частота	T ⁻¹	герц	Hz	Гц	
Сила, вес	LMT ⁻²	ньютон	N	Н	mkgs ⁻²
Давление. Механическое напряжение	L ⁻¹ MT ²	паскаль	Pa	Па	m ⁻¹ kgs ⁻²
Энергия ра- боты	L ² MT ⁻²	джоуль	J	Дж	m ² kgs ⁻³
Мощность	L ² MT ⁻³	ватт	W	Вт	m ² kgs ⁻³
Момент силы	L ² MT ⁻²	ньютон-метр	N·m	Н·м	m ² kgs ⁻²
Динамическая вязкость	L ⁻¹ MT ⁻¹	паскаль- секунда	Pa·s	Па·с	m ⁻¹ kgs ⁻¹
Примечание. Температура по Цельсию $t = T - T_0$, где T – обозначение по Кельвину, а $T_0 = 273,15$ К. Температура по Цельсию в градусах обозначается как °C					

Таблица 5.2

Нагру-зка	Номер варианта сочетания нагрузок											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Коэффициент сочетания нагрузок											
1*	1,0	1,0	1,0	0,9	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
2*	–	–	–	–	–	–	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
3*	0,95	0,95	0,95	0,8	0,95	1,0	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
4*	–	–	–	–	–	0,95	–	–	–	–	–	–
5*	–	–	–	–	–	0,95	–	–	–	–	–	–
6*	–	0,95	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
7*	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
8*	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
9*	–	–	–	–	–	–	1,0	1,0	1,0	–	–	1,0
10*	1,0	0,9	0,25	–	0,8	1,0	1,0	0,25	–	–	0,25	–
11*	–	–	1,0	–	–	–	–	1,0	–	1,0	1,0	–
12*	–	–	–	–	1,0	–	–	–	–	–	–	–
13*	–	–	–	1,5	–	–	–	–	–	–	–	–
14*	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1,0
Типы вы-сотных со-оружений	Башни объек-тов связи	Башни объек-тов связи	Башни объек-тов связи	Башни объек-тов связи	Башни объек-тов связи	Башни объек-тов связи	Башни вытяжные	Мачты	Мачты	Мачты	Мачты	Мачты

Примечание. Подразделение видов нагрузок по типу расчета:
 Постоянные: 1* – собственный вес элементов конструкции; 2* – усилия от предварительного натяжения.
 Долговременные: 3* – вес оборудования; 4* – давление в газоотводящих стволах; 5* – температура технологических процессов; 6* – натяжение антенных сетей и проводов; 7* – деформация основания.
 Кратковременные: 8* – нагрузки на площадках; 9* – температурные климатические воздействия; 10* – ветер; 11* – гололед; 12* – монтажные нагрузки.
 Особые: 13* – сейсмические воздействия; 14* – обрыв антенных сетей и проводов

§ 5.1. Собственная масса конструкций и оборудования

Как известно, нагрузка на сооружение от воздействия гравитационного поля земли (собственный вес) определяется величиной массы самого сооружения, установленного на нем оборудования, объемом гололедных и других отложений. Величина и распределение массы по высоте также во многом определяют величину динамических сил на сооружение от воздействия движущихся воздушных масс (ветер), сейсмического и других воздействий.

При проектировании массу оборудования принимают или вычисляют по рабочим чертежам или другим документам. Аналогично поступают и при расчетных проверках запроектированного или уже построенного сооружения.

Также вполне понятно, что более сложно определить массу для расчетов проектируемого сооружения, в особенности при отсутствии его аналогов.

Следует отметить, что решение проектных задач в целом представляет собой процесс последовательных приближений, состоящий из ряда шагов. При этом конечный результат – вес и стоимость сооружения – часто значительно зависит от исходного приближения. А потому следует просматривать не только варианты схемы сооружения, но и варианты исходных сечений элементов. Причем опыт и практика проектирования свидетельствуют о том, что лучше всего этот просмотр начинать с несколько заниженных значений параметров сечений и выходить на значения, удовлетворяющие необходимым требованиям (например, нормам) в процессе последовательных приближений.

Именно в этом смысле является само собой разумеющимся, что наиболее быструю оценку массы известных типов сооружений (к примеру, опор радиорелейных линий связи, ретрансляторов и т. п.) можно получить путем анализа проектов-аналогов. Сообразно с этим рассмотрим приближенные зависимости массы конструкций от их высоты для широко применяющихся башенных и мачтовых опор объектов связи и телевидения. Так, при прогнозировании показателей массы нового башенного сооружения, геометрически подобного аналогу, можно использовать зависимость [94]

$$G = G_0 k_{\text{под}}^3 k_w,$$

где G – масса нового сооружения, геометрически подобного аналогу; G_0 – масса сооружения аналога; $k_{\text{под}} = l_i/l_0$ – коэффициент подобия; l_i , l_0 – геометрические размеры соответственно проектируемого сооружения и аналога; $k_w = w_i/w_0$; w_i , w_0 – средние значения интенсивности ветровой нагрузки для проектируемого сооружения и аналога, а масса вспомогательных деталей учитывается путем применения коэффициента 1,1 – 1,2.

При этом для определения приближенного распределения массы башенного сооружения по его высоте служит эмпирическая формула [95]

$$g(x_i) = 0,5 g_{\text{ср}} \left[1 + 3 \left(1 - x_i / L \right)^2 \right],$$

где $g(x_i)$ – погонная масса башни на высоте x_i ; $g_{\text{ср}} = G/L$ – среднее значение погонной массы, полученное на основе обработки данных аналогичных сооружений; G – масса башни; L – высота башни.

Обратим теперь внимание на то, что зависимость массы новой башни или мачты от ее высоты при прогнозировании может быть также определена по известной формуле

$$G = KL^\alpha,$$

где K и α – эмпирические величины, вычисляемые на основе обработки данных по многим проектам однотипных конструкций разных высот.

В свою очередь, быструю приближенную оценку массы новой башни можно провести с использованием весьма легко запоминающейся формулы

$$G_0 = \pi L^e \cdot 10^{-4},$$

в которой параметр e представляет собой известную константу.

Графики изменения массы башен в зависимости от их высоты изображены на рис. 5.1. Причем с целью придания данному рисунку большей наглядности и информативности на нем нанесен ряд точек, координаты которых соответствуют некоторым, описанным в главе 1 настоящей книги, известным башням телевизионных центров, находящимся в городах: 1 – Киеве; 2 – Ереване; 3 – Санкт-Петербурге; 4 – Тбилиси; 5 – Харькове; 6 – Риге; 7 – Алматы; 8 – Ташкенте; 9 – Токио.

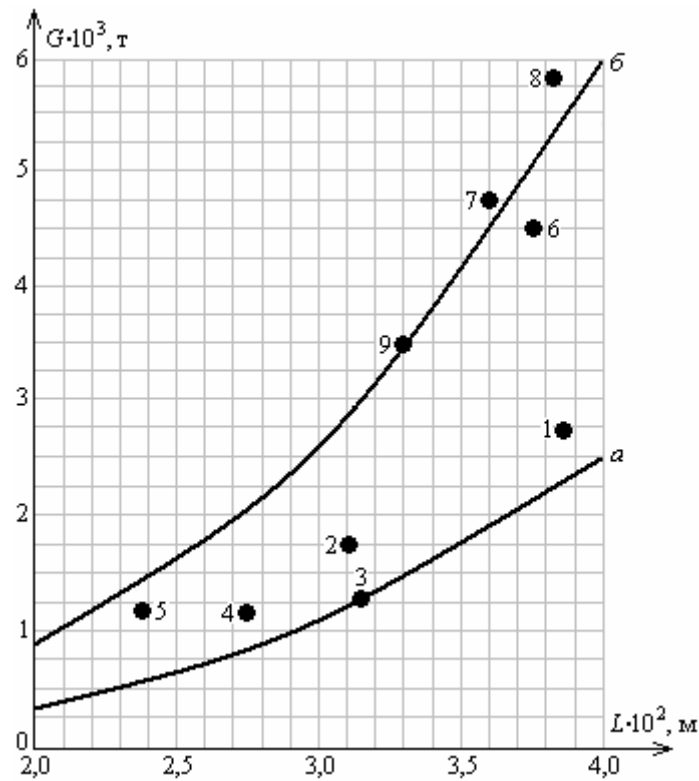


Рис. 5.1. Графики изменения массы башен в зависимости от их высоты: а, б – кривые для башен, построенных в различных климатических условиях

Что же касается изменения массы решетчатых башен, то эти показатели приведены в табл. 5.3, в которой это изменение представлено в зависимости от числа граней башен и их элементов.

Таблица 5.3

Число граней башен	3	4	6	8
Коэффициент изменения массы	1,0	1,1	1,21	1,24
Коэффициент изменения числа элементов	1,0	1,5	2,0	3,0

И, наконец, в завершение данного параграфа остановимся подробнее на коэффициенте надежности по нагрузке для собственного веса, а именно на его значениях для различных конструктивов и компонент сооружений. Заметим, что эти, установленные нормами, значения таковы: металлоконструкции сооружения и оборудование – 1,05; теплоизоляция газоотводящих стволов – 1,2; железобетонные фундаменты, изготавливаемые в условиях завода, – 1,2; железобетонные фундаменты сборные на строительной площадке – 1,3; грунты природного залегания – 1,1; насыпные грунты – 1,15.

§ 5.2. Климатические воздействия и нагрузки

Хорошо известно, что на высотные сооружения существенное воздействие оказывают ветер и гололедные отложения на конструкции. Что же касается снеговых нагрузок, то вполне очевиден тот факт, что они вызывают незначительные усилия в элементах конструкции и, как правило, не учитываются. Воздействие переменного ветра на конструкцию и реакция сооружения на это воздействие представляют собой сложные физические явления. Изучению этих явлений и построению методики расчета посвящено значительное количество исследований и публикаций [2, 3, 8, 81, 91, 114 и др.].

Вполне понятно, что для того чтобы построить модель расчета на воздействие ветра, необходимо знать ветровой режим местности, где возводится сооружение; зависимости, связывающие характеристики ветрового воздействия; силы, возникающие при обтекании сооружения ветром, а также реакцию сооружения на эти силы. Заметим, что ветровой режим местности и характеристики ветра определяются на основе достижений прикладной ветровой климатологии, а взаимосвязь характеристик ветрового потока и сил, возникающих при обтекании сооружения ветром, как правило, устанавливается методами экспериментальной аэродинамики. Расчет же воздействий порывов ветра производится с использованием статистических методов динамики.

По характеру воздействия ветровая нагрузка подразделяется на три вида:

- первый – статический, вызванный средней либо суммарной средней и пульсационными составляющими, когда частота колебаний сооружений высока и динамический эффект пульсации мал;
- второй – динамический, обусловленный атмосферной турбулентностью или возмущениями в аэродинамической среде и вызывающий вынужденные колебания и бафтинг;
- третий – динамический, вызванный автоколебаниями сооружения в ветровом потоке.

Решение задачи о вынужденных колебаниях, вызванных атмосферной турбулентностью, состоит из двух этапов расчета [3, 81]. Первый заключается в преобразовании потока ветра со скоростью $v(z, t)$ в действующие на сооружение возмущающие силы. Причем указанное преобразование осуществляется с помощью передаточной функции, зависящей как от относительных размеров сооружений, так и от длин волн гармоник скорости. Спектр возмущаю-

щей силы является произведением энергетического спектра скорости на квадрат модуля аэродинамической передаточной функции. Следует сказать, что для большинства высотных сооружений значение аэродинамической передаточной функции близко к единице, а потому спектр скорости легко преобразуется в аэродинамические силы, используя при этом аэродинамические характеристики элементов сооружений в установившемся потоке [81].

Второй же этап заключается в преобразовании возбуждения в движение и осуществляется с помощью второй передаточной функции, зависящей от собственных частот сооружения и его диссипативных свойств (суммарного коэффициента диссипации). Анализ общего решения задачи и возможные упрощения ее в приближениях к частным задачам для разных типов сооружений даны в ряде работ [3, 8, 81, 91 и др.] и нашли отражение в строительных нормах разных стран.

5.2.1. Ветровой режим местности. Вначале отметим, что при определении статической составляющей ветровой нагрузки на сооружение основной характеристикой ветрового режима местности является нормативное значение скоростного напора ветра V_n , которое устанавливается на основе данных статистического анализа наибольших скоростей ветра для каждого конкретного района на высоте 10 м над поверхностью земли с периодом повторяемости один раз в пять лет. Как правило, для вычисления нормативных значений скоростей используется функция распределения Вейбулла [81], построенная на основе многолетних совокупностей регулярных наблюдений без учета направления

$$F(v) = P(V > v) = \exp(-v/\beta)^\gamma,$$

где $F(v)$ – вероятность того, что скорость ветра V превосходит величину v ; β и γ – параметры, зависящие от ветрового режима данного района.

Теперь введем в рассмотрение два других важных понятия, широко используемых при изучении нормативных значений скоростного напора ветра. Первое из этих понятий определяет связанный с вероятностью $F(v)$ период повторяемости n и позволяет получить ответ на первый взгляд достаточно простой вопрос о длительности временного периода, по истечении которого наблюдается один случай проявления заданной скорости ветра. Причем связь между n и $F(v)$ выражается соотношением

$$n = 1/NF(v),$$

где N – число наблюдений в течение года.

Второе же понятие носит название обеспеченности значений скорости ветра η , а его величина есть обратной периоду повторяемости n . Причем для определения скорости ветра заданной обеспеченности используется метод статистической экстраполяции [83].

Иллюстрацией к сказанному служит рис. 5.2, на котором показан аппроксимированный график зависимости безразмерного скоростного напора ветра от интегральной повторяемости скоростного напора p . При этом необходимо иметь в виду, что на этом рисунке верхний график (а именно, график 1) является огибающей наибольших значений безразмер-

ного скоростного напора ветра, нижний (график 2) – показывает границу области его разброса, а выделенная темным фоном область представляет собой область значений безразмерного скоростного напора ветра в целом.

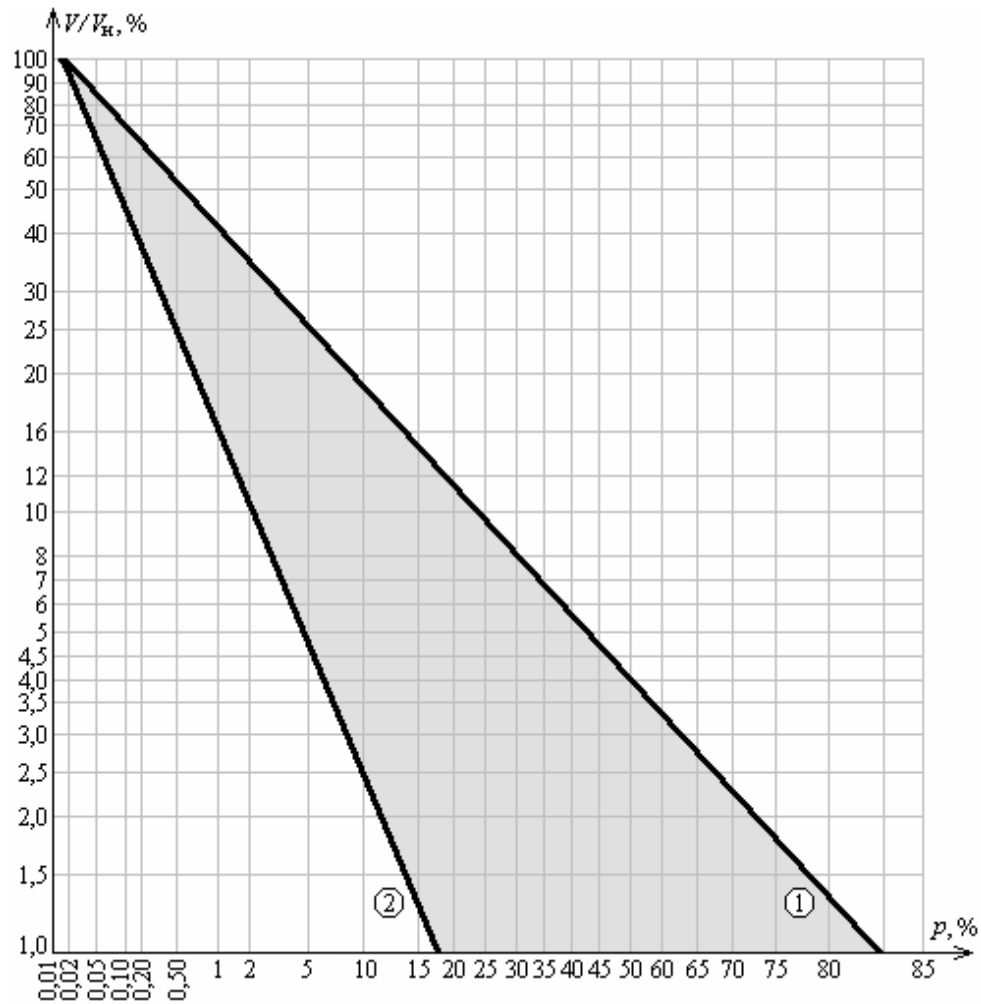


Рис. 5.2. Графики зависимости безразмерного скоростного напора ветра (1) и нижней границы области его разброса (2) от интегральной повторяемости скоростных напоров

Уделим теперь внимание нескольким характерным особенностям, присущим графикам на рис. 5.2. Первая особенность заключается в том, что для придания графикам большей наглядности путем представления рассматриваемой экспоненциальной функции в виде линейной зависимости, значения интегральной повторяемости скоростных напоров ветра отложены по оси абсцисс в билогарифмическом масштабе, а безразмерного скоростного напора ветра по оси ординат – в логарифмическом масштабе.

Вторая особенность связана с использованием при построении графиков не абсолютных значений скоростного напора ветра, а их безразмерного представления, т. е. отношения реальных значений скоростного напора V к нормированным V_H .

И, наконец, в третьей особенности отражается нахождение и представление интегральной повторяемости скоростных напоров ветра p , а именно: ее значения вычисляются путем суммирования числа измерений от наибольших значений напора к наименьшим и выражаются в процентах от общего числа случаев наблюдений.

Что же касается расчетных значений скоростного напора ветра при коэффициентах надежности по нагрузке 1,2; 1,3; 1,4 и 1,6, то они соответствуют напору, превышаемому один раз соответственно в 15, 35, 50 и 100 лет при десятиминутном интервале осреднения и условиям открытого незащищенного места.

Скажем теперь несколько слов о формировании вертикального профиля нормативного значения скоростного напора ветра $v(z)$. Само собой разумеется, что скоростной напор ветра нарастает с высотой от поверхности земли, а характер этого изменения зависит от микрорельефа в районе строительства. Обычно для описания скоростного напора применяется либо степенной закон

$$v(z) = v_0 (z/z_0)^\alpha,$$

где v_0 – средняя скорость воздушного потока на высоте измерительного прибора z_0 от поверхности земли; z – текущее значение высоты от поверхности земли; α – показатель, зависящий от типа местности и изменяющийся в диапазоне 0,08 – 0,40, либо логарифмический закон

$$v(z) = v_0 \ln(z/z^*) / \ln(z_0/z^*),$$

где z^* – высота от поверхности земли, характеризующая толщину прилегающего к земле воздушного слоя с образованием вихрей и изменяющаяся в диапазоне 0,8 – 3,0 м.

Обратим внимание на то, что вертикальный профиль скоростного напора ветра у прилегающего к земле воздушного слоя имеет достаточно сложную структуру. Здесь возможно не только увеличение, но и спад напора на отдельных участках по высоте, причем эти участки могут располагаться на различных уровнях над землей. И именно поэтому для высоких башен дополнительно необходимо производить учет зонального воздействия ветра, который является расчетным для отдельных элементов решетки.

5.2.2. Атмосферная турбулентность. Общие положения. Вообще говоря, это явление является одним из наиболее характерных свойств атмосферы, проявляется в беспорядочном изменении давления, температуры воздуха, скорости и направления ветра и, как правило, наблюдается в пограничном слое над поверхностью земли. Атмосферная турбулентность во многом обусловлена топографической неоднородностью земной поверхности, а также ее теплофизическими свойствами, приводящими к неравномерному в прост-

ранстве нагреванию (охлаждению), особенностями вертикальных профилей температуры и скорости воздушных потоков. Иными словами, возникновение и развитие атмосферной турбулентности связано с потерей аэродинамической устойчивости воздушных потоков и генерацией волновых возмущений, потерей устойчивости и вырождением волновых возмущений, генерацией турбулентности и диссипацией турбулентной энергии в теплоту. В результате, именно эти причины и способствуют образованию сильных горизонтальных и вертикальных порывов ветра, приводящих, в свою очередь, к образованию разнообразных вихрей (смерчей, торнадо, ураганов и др.).

Остановимся на наиболее важных моментах, касающихся определения характерных свойств атмосферной турбулентности и присущих им параметров. Итак, для нахождения интенсивности турбулентности $\gamma(z)$ используется известная формула

$$\gamma(z) = \sigma_v(z)/v(z),$$

где $\sigma_v(z)$ – стандарт пульсации продольной компоненты скорости ветра на высоте z от поверхности земли; $v(z)$ – среднее значение скорости на том же уровне.

Величина диаметра вихря λ задается соотношением

$$\lambda = v_0/f,$$

где v_0 – скорость ветра; f – частота длины волны воздушного потока, а продольная компонента скорости вихря $v(r, t)$ – зависимостью

$$v(r, t) = v(z) + \sigma_v v'(z, t),$$

где $v'(z, t)$ – случайное поле пульсации скорости ветра в точке, определяемой радиус-вектором $r(x, y, z)$.

Выражение для энергетического спектра пульсации скорости ветра на основе спектра Давенпорта представляется в виде

$$S_{v'} = \frac{2k_0 v_0^2}{f(1+u^2)^{4/3}},$$

где под v_0 понимается средняя часовая скорость ветра на высоте измерительного прибора, под k_0 – коэффициент лобового сопротивления подстилающей поверхности, под $u = fL/v_0$ – приведенная частота и под L – масштаб длины, а нормированное значение спектра, в свою очередь, определяется так:

$$S_{v'}^n = u^{2/3} f(1+u^2)^{4/3}.$$

Что же касается коэффициента взаимной корреляции пульсации скорости ветра, то его можно представить следующим выражением:

$$R(r_1, r_2, f) = \exp \left\{ -u \left[\frac{x_1 - x_2}{60} + \frac{y_1 - y_2}{150} + \frac{z_1 - z_2}{150} \right] \right\}.$$

Также весьма уместно будет проиллюстрировать сказанное характерными примерами из нормативных документов и некоторыми данными из практики проектирования. В связи с этим заметим, что поскольку высотные сооружения практически постоянно подвергаются той или иной реконструк-

ции, то большинство примеров приведены из действовавших ранее нормативных документов, так как по этим нормам было запроектировано и построено сотни и тысячи высотных сооружений.

Начнем с напоминания о том, что для высотных сооружений нормативная нагрузка чаще всего принимается как нормативное давление w_x и w_y , обусловленное общим сопротивлением сооружения в направлении осей OX и OY , и условно приложенное к проекции на плоскость, перпендикулярную соответствующей оси. В некоторых же случаях, например, при рассмотрении цилиндрических конструкций большого диаметра, анализируется воздействие нормального давления по внешней поверхности сооружения или элемента.

Что же касается проведения расчетов, то в этом случае ветровая нагрузка рассматривается состоящей из двух составляющих: средней и пульсационной. Нормативное значение средней составляющей ветровой нагрузки определяется по формуле $w = w_0 k(z) c$, где w_0 – нормативное ветровое давление; $k(z)$ – коэффициент, учитывающий изменение ветрового давления по высоте; c – аэродинамический коэффициент. В качестве примера в табл. 5.4 даны сведения о значениях нормативного ветрового давления, а в табл. 5.5 – расчетного скоростного напора ветра. Причем во всех нормах, приведенных в табл. 5.4, эти значения приняты по скоростям ветра на высоте 10 м над поверхностью земли, превышаемым один раз в пять лет; кроме того, среднее ветровое давление в СНиП II-A.11 – 62 и БСТ 5/83 к СНиП II-6 – 74 определено по двухминутному интервалу осреднения, а в СНиП 2.01.07 – 85 – по десятиминутному интервалу для местности типа А.

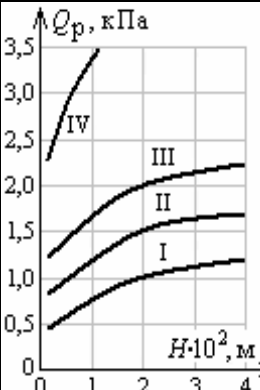
Таблица 5.4

Нормативный документ	Ветровые районы							
	Ia	I	II	III	IV	V	VI	VII
	Значение нормативного ветрового давления, кПа							
СНиП II-A.11 – 62	–	0,27	0,35	0,45	0,55	0,70	0,85	1,00
Изменение и дополнение БСТ 5/83 к СНиП II-6 – 74	0,20	0,27	0,35	0,45	0,55	0,70	0,85	1,00
СНиП 2.01.07 – 85	0,17	0,23	0,30	0,38	0,48	0,60	0,73	0,85

Таблица 5.5

Нормативный документ	Географические районы	На высоте H над поверхностью земли, м, до		
		10	20	100
		Значение скоростного напора ветра, кПа		
СНиП II-B.1 – 54	I район – вся территория СССР, за исключением II, III и IV районов	0,3	0,4	1,0
	II район – береговая полоса океанов и морей, за исключением III и IV районов	0,55	0,70	1,50
	III район – береговая полоса Черного моря протяженностью от г. Анапы до г. Туапсе	1,0	1,0	2,0

Окончание таблицы 5.5

СНиП II-Б.1 – 54	IV район – береговая полоса Баренцева, Карского, Лаптевых, Восточно-Сибирского, Чукотского и Берингова морей и их заливов, острова на указанных морях, береговая полоса залива Шелихова, полуостров Камчатка, остров Сахалин, Курильские и Командорские острова	По особым нормам		
		На высоте H над поверхностью земли, м, до		
ГОСТ 1664 – 42		10	100	более
	I район – вся территория СССР, за исключением II, III и IV районов	0,4	–	1,0
	II район – береговая полоса океанов и морей, за исключением III района	0,7	–	1,5
	III район – береговая полоса Черного моря длиной 100 км с центром в Новороссийске	По особым нормам		
СН 40 – 58	I район – вся территория СССР, за исключением II, III и IV районов			
	II район – береговая полоса океанов и морей, за исключением III и IV районов			
	III район – береговая полоса Черного моря протяженностью от г. Анапы до г. Туапсе			
	IV район – береговая полоса Баренцева, Карского, Лаптевых, Восточно-Сибирского, Чукотского и Берингова морей и их заливов, острова на указанных морях, береговая полоса залива Шелихова, полуостров Камчатка, остров Сахалин, Курильские и Командорские острова			
	Примечание. Ширина береговой полосы принимается равной 100 км, но не далее чем до ближайшего горного хребта			

В свою очередь, коэффициенты $k(z)$, учитывающие изменение ветрового давления по высоте, приведены в табл. 5.6, а коэффициенты пульсации его давления на той же самой высоте – в табл. 5.7.

Значение нормативного ветрового давления w_0 определяется по формуле $w_0 = 0,613(v_0)^2$, где v_0 – скорость ветра на уровне 10 м над уровнем земли, превышаемая один раз в пять лет. При этом для горных и малоизученных районов величина w_0 устанавливается на основании данных метеорологических станций по скоростям ветра. Период однократного превышения расчетных скоростных напоров ветра для высотных сооружений (башен, мачт и комбинированных конструкций) принимается равным 20 – 50 лет, чему соответствует коэффициент надежности по нагрузке 1,3 – 1,5 (обратим внимание, что в [103] его величина равна 1,4). А для дымовых труб высотой до 150 м коэффициент надежности принимается равным 1,3, высотой от 150 до 300 м – 1,4, а выше 300 м – 1,5.

Таблица 5.6

Высо- та, м	СНиП II- А.11 – 62	СНиП II-6 – 74		Изменение N 1 к СНиП II-6 – 74			СНиП 2.01.07 – 85		
		А	В	А	В	С	А	В	С
5	–	–	–	–	–	–	0,75	0,50	0,40
10	1,00	1,00	0,65	1,00	0,65	0,30	1,00	0,65	0,40
20	1,35	1,25	0,90	1,25	0,90	0,50	1,25	0,85	0,55
40	1,80	1,55	1,20	1,55	1,20	0,75	1,50	1,10	0,80
60	–	1,75	1,45	1,75	1,45	1,00	1,07	1,30	1,00
80	–	–	–	1,95	1,65	1,20	1,85	1,45	1,15
100	2,20	2,10	1,80	2,10	1,80	1,40	2,00	1,60	1,25
150	–	–	–	–	–	–	2,25	1,90	1,55
200	2,6	2,60	2,45	2,60	2,45	2,20	2,45	2,10	1,80
250	–	–	–	–	–	–	2,65	2,30	2,00
300	–	–	–	–	–	–	2,75	2,50	2,20
350	3,00	3,10	3,10	3,10	3,10	3,10	2,75	2,75	2,35
480	–	–	–	–	–	–	2,75	2,75	2,75

Примечания: 1. Типы местности по СНиП 2.01.07 – 85: А – открытые побережья морей, озер, водохранилищ, пустыни, степи, лесостепи, тундра; В – городские территории, лесные массивы и другие местности, равномерно покрытые препятствиями высотой более 10 м; С – городские районы с застройкой зданиями высотой более 25 м².
2. Сооружение считается расположенным в местности данного типа, если эта местность сохраняется с наветренной стороны сооружения на расстоянии 30 Н при высоте сооружения до 60 м и 2000 м – при большей высоте

Таблица 5.7

Высо- та, м	СНиП II- А.11 – 62, СН 40 – 58	СНиП II-6 – 74		Изменение N 1 к СНиП II-6 – 74			СНиП 2.01.07 – 85		
		А	В	А	В	С	А	В	С
5	0,35 0,25	–	–	–	–	–	0,85	1,22	1,78
10	0,35 0,25	0,60	0,88	0,60	0,88	1,75	0,76	1,06	1,78
20	0,35 0,25	0,55	0,75	0,55	0,75	1,40	0,69	0,92	1,50
40	0,32 0,22	0,48	0,65	0,48	0,65	1,10	0,62	0,80	1,25
60	0,28 0,20	0,46	0,60	0,46	0,60	0,97	0,58	0,74	1,14
80	0,25 0,18	–	–	0,44	0,56	0,89	0,56	0,70	1,10
100	–	0,42	0,54	0,42	0,54	0,82	0,54	0,67	1,06
150	0,21 0,15	–	–	–	–	–	0,51	0,62	0,90
200	0,21 0,15	0,38	0,46	0,38	0,46	0,65	0,49	0,58	0,84
250	0,18 0,12	–	–	–	–	–	0,47	0,56	0,80
300	0,18 0,12	–	–	–	–	–	0,46	0,54	0,76
350	0,14 0,10	0,35	0,40	0,35	0,40	0,54	0,46	0,52	0,73
480	0,10 0,08	–	–	–	–	–	0,46	0,50	0,68

Примечания: 1. В первом столбце второй колонки даны значения коэффициента пульсации для зданий и сооружений, а во втором столбце – для проводов и тросов.
2. Обозначения типа местности приняты в соответствии со СНиП 2.01.07 – 85.
3. В СНиП 2.01.07 – 85 коэффициенты пульсаций получены из соотношений [114]
 $\xi(z)_A = 0,76(z/10)^{-0,15}$; $\xi(z)_B = 1,06(z/10)^{-0,20}$; $\xi(z)_C = 1,78(z/10)^{-0,20}$

5.2.3. Атмосферная турбулентность. Воздействия от торнадо.

Поскольку торнадо представляет собой узкий, вращающийся с огромной скоростью столб воздуха, протягивающийся от основания грозового облака до земли (рис. 5.3), то вполне очевидно, что нагрузки от него как по своей физической природе, так и по своему качеству и величине резко отличаются от всех других видов нагрузок от воздушного потока.

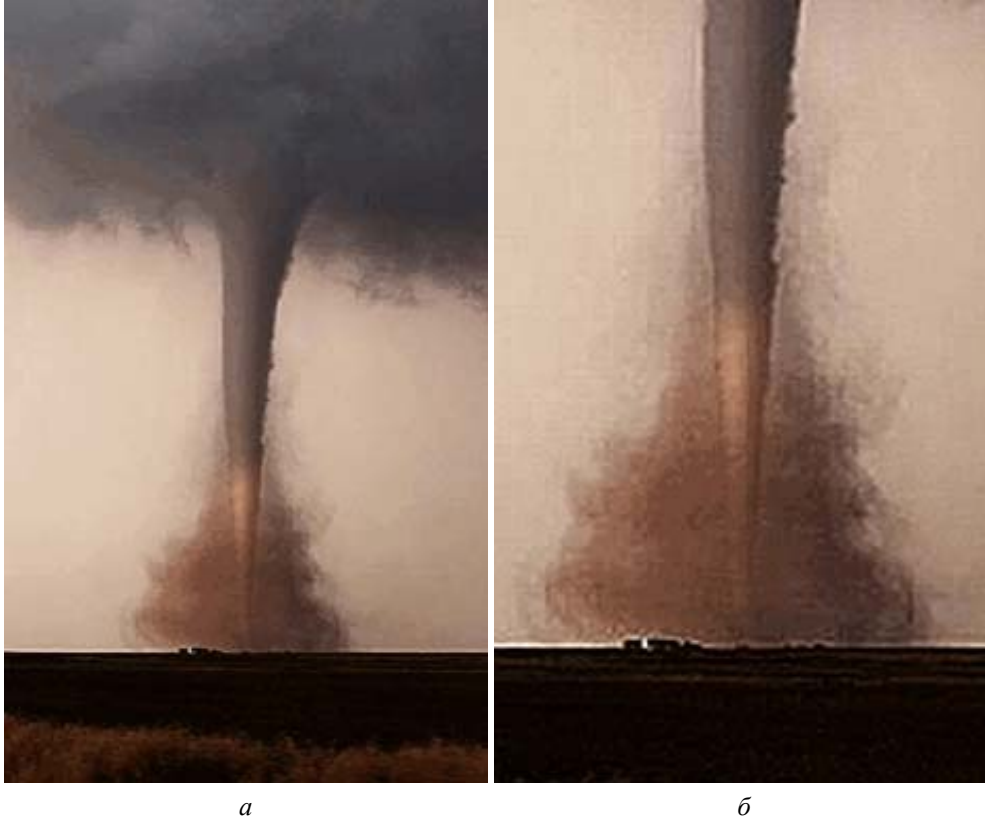


Рис. 5.3. Общие виды торнадо (*а*) и его нижней воронкообразной части (*б*)

Как правило, причины возникновения торнадо объясняются следующим. Дующие у самой земли насыщенные водяным паром массы теплого воздуха, во-первых, замедляясь в результате трения о ее поверхность и, во-вторых, соприкасаясь с холодными удаленными от земли слоями атмосферы, скорость которых во много раз превосходит скорость нижних потоков, вызывают образование и горизонтальное вращение воздушной трубы. Кроме того, в месте соприкосновения теплой и холодной воздушных масс происходит конденсация водяного пара, образование дождевых капель и выделение дополнительного тепла, локально нагревающего воздух. Нагретый воздух по спирали поднимается вверх, чем создает зону разряжения, в которую, в свою

очередь, втягиваются близлежащие слои воздуха, приводящие тем самым не только к лавинообразному развитию процесса и выделению значительной энергии, но и к образованию характерной воронки. Сама же воронка, в результате затягивания в зону разрежения холодного воздуха, опускается вниз и постепенно достигает поверхности земли, перемещаясь при этом в сторону, откуда поступает больший объем холодного воздуха. Одновременно в зону разрежения втягивается все, что может быть поднято воздушным потоком.

Остановимся теперь подробнее на некоторых характерных параметрах торнадо. Его высота обычно находится в пределах от 0,8 до 1,5 км, поперечный диаметр нижнего сечения воронки составляет 300 – 400 м, а пройденный путь достигает 500 – 1000 км. Что же касается скоростей, то скорость ветра может превышать 250 км/ч, а скорость вращения вихря доходить до 1000 м/с.

Переходя же к непосредственному рассмотрению нагрузок от торнадо, отметим, что при его прохождении возникают и подлежат учету следующие виды нагрузок: скоростной напор, вызванный вращением и поступательным перемещением смерча – w_{Tq} ; перепад давлений в центре смерча – w_{Tp} и удары летящих предметов – w_{Tm} . Причем расчетными являются такие комбинации этих нагрузок: $w_T = w_{Tq}$, $w_T = w_{Tp}$, $w_T = w_{Tm}$ и $w_T = w_{Tq} + w_{Tm} + 0,5w_{Tp}$.

Величина скоростного напора, вызванного вращением и поступательным перемещением смерча, определяется по формуле

$$p_{Tq} = \frac{1}{2} p v_{\max}^2 \left(1 + 0,6 \frac{L}{R_m}\right),$$

где принято, что $p = 0,125 \text{ кг}\cdot\text{с}^2/\text{м}^4$ – массовая плотность воздуха; $v_{\max} = 94 \text{ м/с}$ – максимальная скорость воздуха в смерче; L – горизонтальный размер площади, с которой собирается нагрузка на рассматриваемый элемент конструкции, в плоскости, перпендикулярной направлению скорости ветра, а $R_m = 45 \text{ м}$ – расстояние от центра торнадо до места, где реализуется максимальная окружная скорость.

При вычислении нагрузки от перепада давлений в центре смерча учитывается, что давление может быть представлено таким образом:

$$p_t = \frac{1}{2} p v_t^2 \left(2 - \frac{r^2}{R_m^2}\right),$$

где $v_t = 76 \text{ м/с}$ – максимальное значение тангенциальной скорости смерча; r – расстояние от оси смерча.

Что же касается предметов, которые могут соударяться с конструкциями, то они сами и присущие им параметры представлены в табл. 5.8.

Таблица 5.8

Летающий предмет	Размеры, м	Масса, кг	Скорость, м/с
Деревянные брусья, стволы	0,1×0,3×3,7	60,0	58,0
Стальная труба	$D = 0,168$; $L = 4,6$	42,0	10,0
Стальная труба	$D = 0,320$; $L = 4,6$	340,0	7,0

Скорости смерча и давление в его центре находятся с использованием следующих соотношений: максимальная вращательная скорость движения стенки смерча – $v = 6,3(k + 2,5)^{3/2}$; поступательная скорость смерча – $u = 1,575(k + 2,5)^{3/2}$; перепад давления между периферией и центром воронки смерча – $\Delta p = 0,468(k + 2,5)^3$, где через k обозначена интенсивность смерча.

Что же касается модели движения воздуха в смерче и пространственного распределения его параметров, то они могут быть приняты следующими. Во-первых, принято считать, что скорость смерча и, следовательно, его скоростной напор не изменяются по высоте над поверхностью земли. Тогда тангенциальная составляющая скорости ветра (рис. 5.4, а) определяется выражением

$$v_t = v_m r / R_m \quad (0 \leq r \leq R_m); \quad v_t = v_m R_m / r \quad (R_m \leq r \leq \infty),$$

где v_m – максимальная тангенциальная скорость ветра, а R_m – радиус, соответствующий максимальной скорости вращения воздушного потока. А радиальная компонента скорости, в свою очередь, принимается как $v_r = 0,5v_t$. Эти зависимости графически представлены на рис. 5.4, б.

А при вычислении нагрузки от перепада давлений учитывается, что давление в смерче распределяется по закону

$$p_t = \frac{1}{2} \rho v_t^2 \left(2 - \frac{r^2}{R_m^2}\right), \quad (0 \leq r \leq R_m); \quad p_t = \frac{1}{2} \rho v_t^2 \frac{R_m^2}{r^2}, \quad (R_m \leq r \leq \infty).$$

Графически эти зависимости изображены на рис. 5.4, в. Отметим также то, что на ограждающие конструкции изнутри сооружения действует избыточное давление $p_a - p_t$, где p_a – атмосферное давление воздуха на уровне земли.

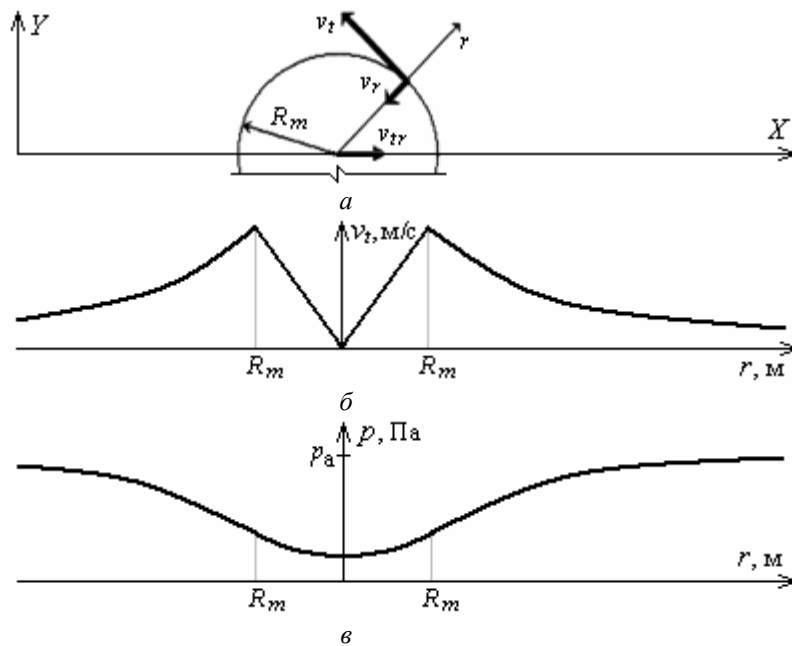


Рис. 5.4. Схема пространственного распределения скоростных параметров смерча (а) и графики зависимостей $v_t = f(r)$ (б) и $p_t = f(r)$ (в)

5.2.4. Определение аэродинамических коэффициентов. Раньше уже говорилось о том, что строительные металлические конструкции высотных сооружений представляют собой, как правило, симметричные призматические или цилиндрические тела, а также решетчатые фермы из набора подобных тел. Их статические аэродинамические характеристики принято описывать различными аэродинамическими коэффициентами – безразмерными величинами, характеризующими действующие на тело аэродинамические силу и момент. А именно: коэффициентами лобового сопротивления c_x , подъемной силы c_y , боковой силы c_z и полного аэродинамического сопротивления c_R . Для многих тел указанные коэффициенты и порядок их вычисления приведены в нормативных документах, руководствах по расчету зданий и сооружений на действие ветра и в справочных материалах. При этом стоит подчеркнуть, что значения коэффициентов были получены на основании продувок моделей в аэродинамических трубах. И именно поэтому при проектировании новых уникальных сооружений или массовых конструкций с неизученной формой необходимо проводить продувки в аэродинамических трубах моделей сооружений или их отсеков [8, 81] с целью определения аэродинамических характеристик, а также выявления условий, при которых возможно появление аэродинамической неустойчивости.

Не задерживаясь здесь на всех заслуживающих внимания параметрах, описывающих особенности процесса обтекания тел воздушным потоком, остановимся подробнее только на тех из них, которые связывают этот поток и реакцию сооружения. И в первую очередь укажем на число или, правильнее сказать, критерий Рейнольдса Re – безразмерную величину, определяющую переход от ламинарного к турбулентному режиму течения и обратно. Число Рейнольдса определяется следующим соотношением:

$$Re = v d / \nu,$$

где v – скорость воздушного потока; d – характерный линейный размер тела, например, диаметр цилиндра; ν – кинематический коэффициент вязкости среды (при $t = 15^\circ\text{C}$ и атмосферном давлении 760 мм рт. ст. $\nu = 0,145 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$).

А по методике [3] число Рейнольдса вычисляется через значение ветрового напора:

$$Re = 0,88 d [w_0 k(z) \gamma_t \cdot 10^5]^{1/2},$$

где, напомним, $k(z)$ – коэффициент изменения ветрового давления по высоте, определяемый по табл. 5.6, z – высота от поверхности земли, а γ_t является коэффициентом надежности по нагрузке.

Кстати говоря, равенством чисел Рейнольдса реального сооружения и его физической модели обеспечивается подобие по силам вязкости при выполнении экспериментальных аэродинамических исследований.

Рассмотрим теперь следующий критерий, а именно: число Струхала Sh , представляющее собой безразмерную величину, характеризующее подобие нестационарных течений жидкостей и газов, обеспечивающее идентичность картин обтекания реального сооружения и его физической модели,

а также используемое для определения частоты срыва вихрей Бенара – Кармана [12]. Число Струхала описывается следующей зависимостью:

$$Sh = d/\nu T = df/\nu,$$

где f и T – частота и период колебаний сооружения.

Что же касается следующего параметра – числа Коши Ca , укажем на то, что это число является (подобно двум ранее рассмотренным параметрам) безразмерной величиной, используется для определения критерия подобия в механике сплошных сред, выражая при этом отношение кинетической энергии к энергии сжатия среды, и обеспечивает соотношение упругих и аэродинамических сил для реального сооружения и его физической модели. Формулу для определения числа Коши можно записать в виде

$$Ca = EI/(\rho v^2 d^2),$$

где EI – жесткость конструкции на изгиб; ρ – плотность воздуха.

И, наконец, остановимся еще на одном характерном параметре, достаточно существенно влияющем на процесс обтекания тел воздушным потоком. Этот параметр позволяет определить шероховатость поверхности тела путем рассмотрения совокупности микронеровностей его обработанной поверхности или, иначе говоря, наличия на ней выступов или впадин, расстояние между которыми примерно равно их высоте. Обычно шероховатость поверхности представляется в безразмерном виде при помощи отношения вида Δ/d , где Δ – средняя высота неровностей поверхности тела, а d – размер его поперечного сечения.

Раньше уже говорилось о том, что металлические конструктивные элементы высотных сооружений обычно представляют собой цилиндрические тела с круговым (т. е. наиболее эффективным) поперечным сечением, коэффициент лобового сопротивления которых зависит от числа Re . Поэтому в качестве примера для вычисления коэффициента лобового сопротивления трубчатого сечения по методике [103] приведем график зависимости « $c_x - Re$ » с учетом умеренной шероховатости поверхности (изображен на рис. 5.5), необходимые пояснения к которому даны в табл. 5.9.

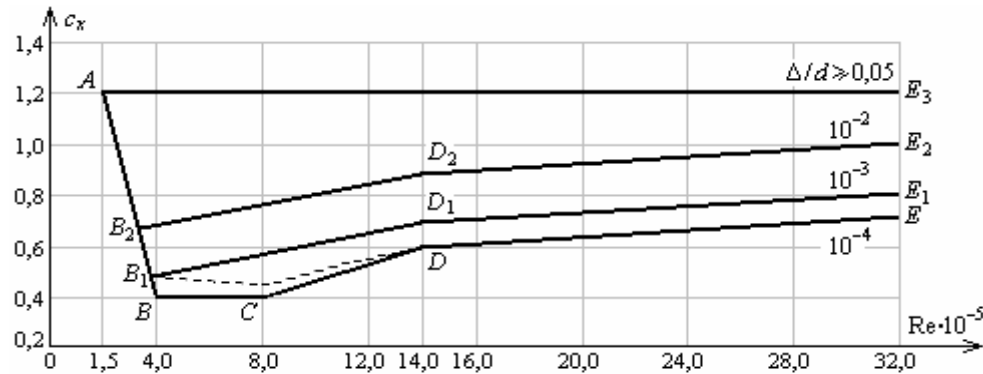


Рис. 5.5. График зависимости коэффициента лобового сопротивления для цилиндра бесконечной длины от числа Рейнольдса и шероховатости (прямые B_1D_1 и B_2D_2 параллельны прямой BD , а D_1E_1 и D_2E_2 – прямой DE)

Из приведенных на рис. 5.5 графиков видно, что на достаточно узком отрезке $1,5 \leq \text{Re} \cdot 10^{-5} \leq 4,0$ графики значений c_x совпадают для всех нормативных документов [102 – 105], а на полуинтервале $4,0 < \text{Re} \cdot 10^{-5} \leq 14,0$ штрихом показаны значения c_x , принятые в [102, 104, 105]. В случае же $\text{Re} \cdot 10^{-5} > 14,0$ в [105] значения c_x совпадают с приведенными на графике, а в [102, 104] приняты равными 0,6.

Таблица 5.9

Параметры	Координаты точек излома графика зависимости « $c_x - \text{Re}$ »							
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>E</i> ₁	<i>E</i> ₂	<i>E</i> ₃
$\text{Re} \cdot 10^{-5}$	1,5	4,0	8,0	14,0	32,0	32,0	32,0	32,0
c_x	1,2	0,4	0,4	0,6	0,7	0,8	1,0	1,2

Примечание. Для точек *D*, *D*₁ и *D*₂ число $\text{Re} \cdot 10^{-5} = 14$; для металлоконструкций $\Delta/d = 1 \cdot 10^{-4}$

Далее уделим внимание тому, что в [105] величина коэффициента лобового сопротивления c_x при $\text{Re} \cdot 10^{-5} > 4,0$ и при значительной шероховатости поверхности металлических конструктивных элементов Δ учитывалась по данным, представленным в табл. 5.10. Одновременно заметим, что в [104] подобные указания по учету шероховатости отсутствуют.

Таблица 5.10

Поперечное сечение и величина его шероховатости	Отношение высоты элемента к его диаметру H/d		
	25	7	1
	Значение коэффициента c_x		
Круг с $\Delta = 0,02d$	0,9	0,8	0,7
Круг с $\Delta = 0,08d$	1,2	1,0	0,8

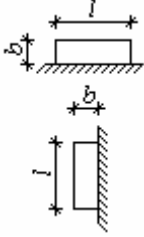
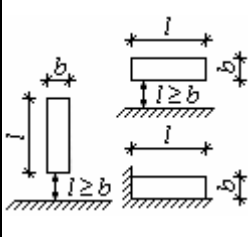
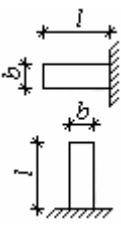
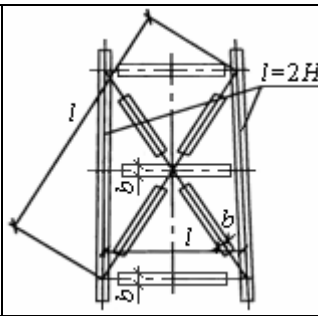
Также нужно сказать, что для элементов конечной длины величину коэффициента лобового сопротивления можно находить по весьма простой формуле $c_x = k c_{x\infty}$. При этом значения входящего в эту формулу коэффициента k в зависимости от величины параметра λ_e определяются по табл. 5.11, а самого параметра λ_e в зависимости от схемы элемента – по табл. 5.12.

Таблица 5.11

Обозначение	Значения параметра λ_e и коэффициента k					
λ_e	5	10	20	35	50	100
k	0,60	0,65	0,75	0,85	0,90	0,95

Перейдем теперь к вопросу оценки влияния на величину коэффициента лобового сопротивления c_x расположенных рядом сооружений. Это влияние в целом и его особенности, связанные с направлением воздушного потока, для некоторых наиболее типичных объектов (форма которых условно принята подобной цилиндру) показаны в табл. 5.13.

Таблица 5.12

Значение параметра λ_e			
$\lambda_e = \lambda/2$	$\lambda_e = \lambda$	$\lambda_e = 2\lambda$	$\lambda_e = \lambda$ элементов панели
Схема элемента			
			
Примечания: 1. H – высота башни; $\lambda = l/b$, где l, b – соответственно максимальный и минимальный размеры сооружения или его элемента в плоскости, перпендикулярной направлению ветра. 2. При вычислении λ для поясов башни длину рекомендуется принимать равной удвоенной высоте башни, а для распорок и раскосов – равной расстоянию между точками пересечений раскосов и поясов, при этом промежуточные узлы пересечения не учитываются (от торца до торца)			

В связи со сказанным несложно также убедиться в том, что определение приведенной нагрузки на оттяжку может быть достаточно просто произведено по известной формуле [85]

$$p_l = \frac{1}{A} \sqrt{(g \cos \beta + w \cos \theta - \varphi \sin \beta)^2 + (w \sin \theta - \varphi)^2},$$

где A – сечение каната; g – вес каната на единицу длины; w – давление ветра на единицу длины каната, нормального к направлению ветра. Кроме того, в этой формуле для углов приняты следующие обозначения: β – угол наклона оттяжки к горизонтальной плоскости; φ – угол между направлением ветра и наветренной оттяжкой; θ – угол между направлением оттяжки и наветренной оттяжкой, принятой за начало отсчета углов в плане. А сами эти, уже упомянутые выше, углы показаны на рис. 5.6.

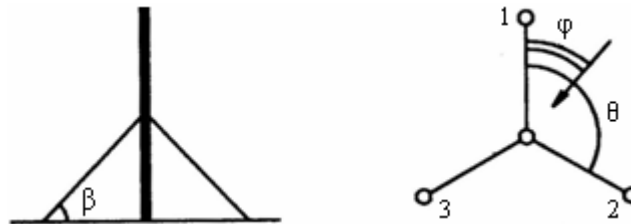
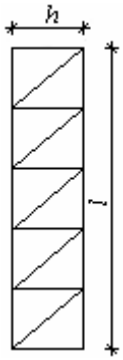
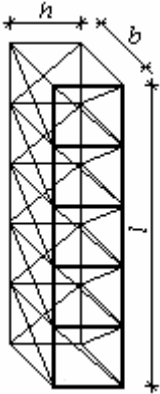
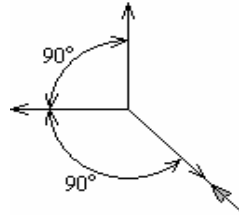
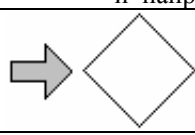
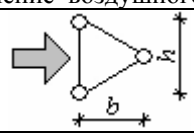
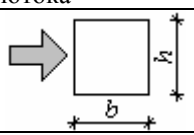
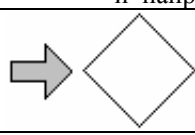
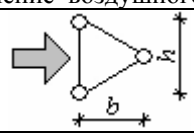
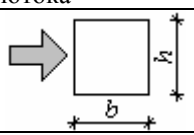
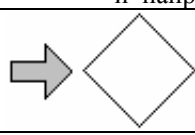
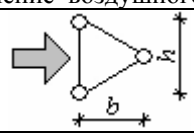
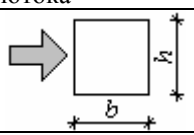
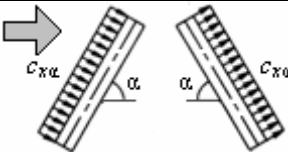
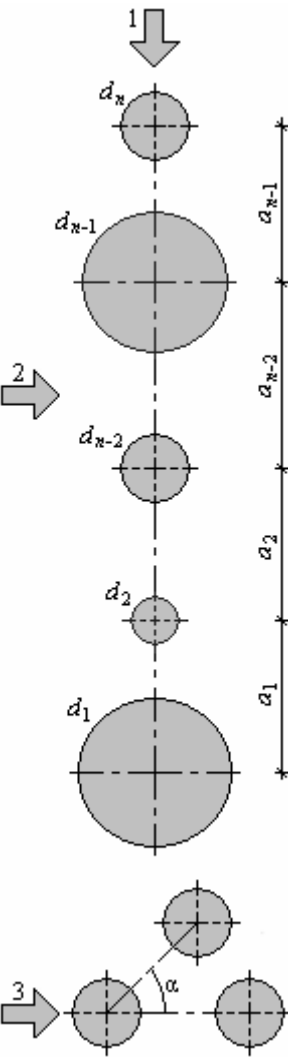


Рис. 5.6. Схема для определения углов наклона оттяжки к горизонту и углов между направлением ветра и оттяжки в плане: 1 – 3 – направления оттяжек

Таблица 5.13

Схема элемента	Коэффициенты лобового сопротивления c_x для решетчатых башен и мачт																																																				
Плоская ферма																																																					
  	На плоскости грани значение коэффициента лобового сопротивления находится по формуле $c_x = (\sum c_{xi} A_i) / A_k$ при значениях коэффициента заполнения фермы $\varphi = (\sum A_i) / A_k \leq 0,8$, где c_{xi} – аэродинамический коэффициент i-го элемента конструкции (для профилей $c_{xi} = 1,4$, а для трубчатых элементов c_{xi} определяется по рис. 5.5); A_i – площадь проекции i-го элемента на плоскость конструкции; A_k – площадь, ограниченная контуром конструкции. Ветровую нагрузку необходимо относить к площади, ограниченной контуром A_k, а направление ветра считать перпендикулярным плоскости конструкции. Для наветренной грани c_x определяется как для плоской фермы, а для второй грани (противоположной) – коэффициентом η. Для секции же $c_t = c_x(1 + \eta)k_1$, где c_x находится так же, как и для плоской фермы, а коэффициент η определяется в зависимости от величин φ и b/h:																																																				
	<table><tr><th rowspan="3">Значение коэффициента φ</th><th colspan="5">Величина отношения b/h</th></tr><tr><th>0,5</th><th>1</th><th>2</th><th>4</th><th>6</th></tr><tr><th colspan="5">Значения коэффициента η для ферм из профилей и труб при $Re \cdot 10^{-5} < 4,0$</th></tr><tr><td>0,1</td><td>0,93</td><td>0,99</td><td>1,00</td><td>1,00</td><td>1,00</td></tr><tr><td>0,2</td><td>0,75</td><td>0,81</td><td>0,87</td><td>0,90</td><td>0,93</td></tr><tr><td>0,3</td><td>0,56</td><td>0,65</td><td>0,73</td><td>0,78</td><td>0,83</td></tr><tr><td>0,4</td><td>0,38</td><td>0,48</td><td>0,59</td><td>0,65</td><td>0,72</td></tr><tr><td>0,5</td><td>0,19</td><td>0,32</td><td>0,44</td><td>0,52</td><td>0,61</td></tr><tr><td>0,6</td><td>0,00</td><td>0,15</td><td>0,30</td><td>0,40</td><td>0,50</td></tr></table>	Значение коэффициента φ	Величина отношения b/h					0,5	1	2	4	6	Значения коэффициента η для ферм из профилей и труб при $Re \cdot 10^{-5} < 4,0$					0,1	0,93	0,99	1,00	1,00	1,00	0,2	0,75	0,81	0,87	0,90	0,93	0,3	0,56	0,65	0,73	0,78	0,83	0,4	0,38	0,48	0,59	0,65	0,72	0,5	0,19	0,32	0,44	0,52	0,61	0,6	0,00	0,15	0,30	0,40	0,50
	Значение коэффициента φ		Величина отношения b/h																																																		
			0,5	1	2	4	6																																														
		Значения коэффициента η для ферм из профилей и труб при $Re \cdot 10^{-5} < 4,0$																																																			
0,1	0,93	0,99	1,00	1,00	1,00																																																
0,2	0,75	0,81	0,87	0,90	0,93																																																
0,3	0,56	0,65	0,73	0,78	0,83																																																
0,4	0,38	0,48	0,59	0,65	0,72																																																
0,5	0,19	0,32	0,44	0,52	0,61																																																
0,6	0,00	0,15	0,30	0,40	0,50																																																
В свою очередь, значение коэффициента k_1 зависит от поперечного сечения фермы и направления воздушного потока и определяется так:																																																					
Схема поперечного сечения фермы и направление воздушного потока <table><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>																																																					
																																																					
<table><tr><th colspan="3">Значение коэффициента k_1</th></tr><tr><td>$k_1 = 1,0$</td><td>$k_1 = 0,9$</td><td>$k_1 = 1,2$</td></tr></table>		Значение коэффициента k_1			$k_1 = 1,0$	$k_1 = 0,9$	$k_1 = 1,2$																																														
Значение коэффициента k_1																																																					
$k_1 = 1,0$	$k_1 = 0,9$	$k_1 = 1,2$																																																			
Следует также заметить, что коэффициент лобового сопротивления для секции фермы c_t относится к площади контура наветренной грани, причем в случае применения стальных башен из одиночных уголков величина коэффициента k_1 уменьшается на 10% при направлении ветра по диагонали																																																					

Окончание таблицы 5.13

Схема элемента	Коэффициенты лобового сопротивления c_x для решетчатых башен и мачт					
Ванты и наклонные трубчатые элементы, расположенные в плоскости воздушного потока						
	Для наклонных элементов значение коэффициента лобового сопротивления находится по формуле $c_{x\alpha} = c_x \sin^2 \alpha$, а величина c_x определяется в соответствии с рис. 5.5					
	В случае действия воздушного потока по направлению № 1 коэффициент лобового сопротивления для первого элемента принимается как для второго и последующих и находится по формуле $c_{x1} = c_x \eta_1$:					
	Значение коэффици- циента $\eta_1 = d_{n-1}/d_n$	Величина отношения a_{n-1}/d_{n-1}				
		1,2	2,0	4,0	6,0	
			Значение коэффициента c_{x1}			
			0,50	—	1,0	1,0
		0,75	—	0,8	0,95	1,0
		10,00	0,5	0,7	0,90	1,0
Если же выполняется неравенство $d_{n-1} < d_n < d_{n-2}$, то для n -го элемента принимается меньшее из двух значений коэффициента c_{x1} , вычисленных в зависимости от величины отношений a_{n-1}/d_{n-1} и $(a_{n-2} + a_{n+1})/d_{n-2}$; для промежуточных же значений d_{n-1}/d_n и a_{n-1}/d_{n-1} коэффициент c_{x1} определяется линейной интерполяцией						
В случае действия воздушного потока по направлению № 2 коэффициент лобового сопротивления определяется по формуле $c_{x2} = c_x \eta_2$ с учетом диаметров конструктивных элементов:						
Величина отношения d/d_{cp}						
		1,2	2,0	4,0		
Значение коэффициента η_2						
		1,2	1,1	1,0		
В таблице принято, что d_{cp} — средний диаметр двух соседних элементов; для случая же $a_{n-1}/d_{cp} \neq a_n/d_{cp}$ коэффициент η_2 для n -го элемента принимается как большее из двух вычисленных значений для a_{n-1}/d_{cp} и a_n/d_{cp}						
В случае действия воздушного потока по направлению № 3 коэффициент лобового сопротивления определяется так: при $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ — аналогично направлению № 1, при $75^\circ < \alpha < 90^\circ$ — аналогично направлению № 2, а при $30^\circ < \alpha < 75^\circ$ — как для одиночных элементов						
Примечание. Для ферм из труб при $Re \cdot 10^{-5} \geq 4,0$ коэффициент $\eta = 0,95$, причем при определении числа Рейнольдса Re принимается средний диаметр трубчатых элементов						

5.2.5. Учет пульсации воздушного потока при расчете высотных сооружений. Прежде всего заметим, что по методике норм [17] воздействие пульсации воздушного потока для сооружений с периодом колебаний более 0,5 с учитывалось умножением скоростного напора на динамический коэффициент, равный 2. А при меньшем периоде колебаний воздействие пульсации вообще не учитывалось. Также напомним о том, что в 1950-х годах значение динамического коэффициента было уточнено и принято равным 1,6 [85].

Что же касается норм [102], а затем и [104], то в этих нормах динамическое воздействие ветровой нагрузки, вызванное пульсацией воздушного потока, учитывалось умножением расчетной ветровой нагрузки на коэффициент $\beta = 1 + \xi m$, где под m понимался коэффициент пульсации скоростного напора, а под ξ – коэффициент динамичности, зависящий от периода и логарифмического декремента колебаний сооружения. При этом учет влияния форм колебаний сооружения не производился, а увеличение нагрузки фактически принималось пропорционально пульсации воздушного потока. Кроме того, сам коэффициент β принимался во внимание только для сооружений с периодом колебаний более 0,25 с. Впрочем, в 1965 г. в нормы [104] был введен учет форм колебаний, в связи с чем расчетную ветровую нагрузку стали определять по формулам:

$$p_k = g_k S_k + M_k \sqrt{\sum_{i=1}^S \xi^2 \eta_{ik}^2} ; \quad \eta_{ik} = \alpha_i(x_k) \sum_1^r \alpha_i(x_j) g_i S_j m_j / \sum_1^r \alpha_i^2(x_j) M_j ,$$

где $g_i = g_0 k_j c_j n$ – расчетное давление ветра для участка ($j = 1, 2, \dots, k, \dots, r$); g_0 – нормативный скоростной напор; k_j – поправочный коэффициент возрастания скоростного напора по высоте; c_j – аэродинамический коэффициент; n – коэффициент перегрузки; S_j – площадь проекции участка на плоскость, перпендикулярную направлению ветра; M_j – масса участка; ξ – коэффициент динамичности, принимаемый в зависимости от периода и декремента колебаний; $\alpha_i(x_k)$ и $\alpha_i(x_j)$ – относительные ординаты формы свободных колебаний сооружения в точке k и во всех точках j с сосредоточенными массами M_j .

Сообразно с этим ветровая нагрузка принималась как сумма двух составляющих, первая из которых учитывала статическое действие расчетного скоростного напора, а вторая – динамическое воздействие порывов ветра. Причем для высотных сооружений число учитываемых форм колебаний принималось не менее трех. В свою очередь, в нормах [104] нормативное значение динамической составляющей ветровой нагрузки было предложено определять для каждой формы колебаний сооружения в виде системы инерционных сил. Кроме того, учитывалась пространственная корреляция пульсаций скорости по высоте и длине сооружения.

Отметим также и то, что согласно примененному подходу усилия и перемещения представлялись как сумма усилий от статической и динамической составляющих ветровой нагрузки, а усилия от инерционных сил в элементах сооружения, вычисленные по формам колебаний, суммирова-

лись под квадратным корнем. Причем инерционная сила при колебаниях по i -й форме определялась по формуле

$$Q_{H_{ij}}^L = M_j \xi_i \eta_{ij} v,$$

где M_j – масса j -го участка, сосредоточенная в его середине; ξ_i – коэффициент динамичности, определяемый в зависимости от параметра $\varepsilon_i = T_i v / 1200$ и логарифмического декремента колебаний (рис. 5.7); η_{ij} – приведенное ускорение середины j -го участка; v – коэффициент пространственной корреляции пульсации скорости ветра для высотных сооружений. Заметим здесь также то, что в формуле для параметра ε_i были приняты следующие обозначения: T_i – период i -й формы собственных колебаний; $v = 4(n g_0)^{1/2}$ – расчетная скорость ветра; n – коэффициент перегрузки, равный 1,3. А значение коэффициента пространственной корреляции v для высотных сооружений принимается по данным [105], приведенным в табл. 5.14.

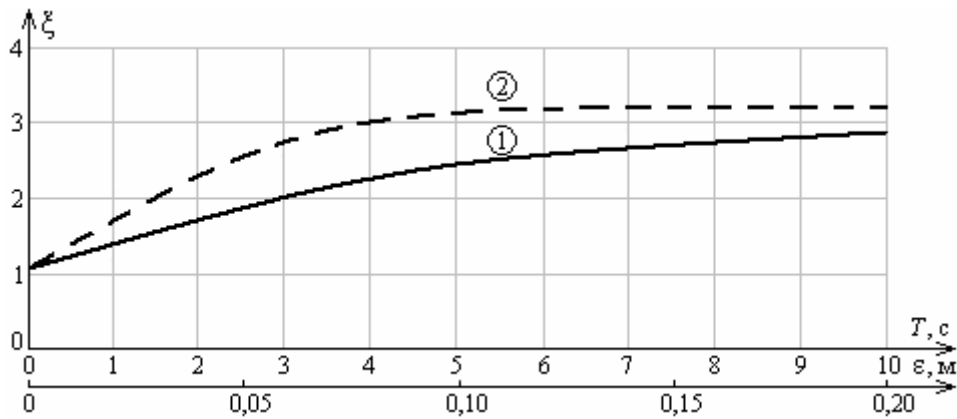


Рис. 5.7. Графики зависимости коэффициента динамичности:
1 – « $\xi - \varepsilon$ »; 2 – « $\xi - T$ »

Таблица 5.14

Величина параметра ε	Высота сооружений, м					
	До 45	60	120	150	300	450 и выше
	Значение коэффициента пространственной корреляции v					
0,05	0,7	0,65	0,60	0,55	0,45	–
0,10	–	0,75	0,65	0,60	0,50	0,40
0,20	–	–	0,75	0,70	0,60	0,50

Что же касается приведенного ускорения, то оно определяется по формуле

$$\eta_{ij} = a_{ij} \sum_{k=1}^r a_{ik} Q_{nk}^c m_k / \sum_{k=1}^r a_{ik}^2 M_k,$$

где a_{ij} , a_{ik} – относительные ординаты, соответствующие середине j -го и k -го участков, при колебаниях сооружения по i -й форме; Q_{nk}^c – равнодействующая

нормативной ветровой нагрузки q_n^c на k -й участок; r – число участков (точек сосредоточенных масс и нагрузок при дискретной расчетной схеме для динамического расчета); m_k – коэффициент пульсации скоростного напора для середины k -го участка; M_k – масса k -го участка.

А по методике норм [103] нормативное значение пульсационной составляющей ветровой нагрузки w_p на высоте z определяется по формуле $w_p = w_m \xi v$, где w_m – нормативное значение средней составляющей ветровой нагрузки; ξ – коэффициент пульсации давления ветра на высоте z ; v – коэффициент пространственной корреляции пульсации давления ветра. При этом величина ветровой нагрузки определяется как сумма ее средней и пульсационной составляющих. Значения же коэффициента пространственной корреляции v принимаются в зависимости от средней ширины башни или мачты p и их высоты x и представлены в табл. 5.15.

Таблица 5.15

Величина параметра p , м	Величина параметра x , м						
	5	10	20	40	80	160	350
	Значения коэффициента пространственной корреляции v						
0,1	0,96	0,92	0,88	0,83	0,76	0,67	0,56
5,0	0,89	0,87	0,84	0,80	0,73	0,65	0,54
10,0	0,85	0,84	0,81	0,77	0,71	0,64	0,53
20,0	0,80	0,78	0,76	0,73	0,68	0,61	0,51
40,0	0,72	0,72	0,70	0,67	0,63	0,57	0,48
80,0	0,63	0,63	0,61	0,59	0,59	0,51	0,44
160,0	0,53	0,53	0,52	0,50	0,47	0,44	0,38

Для стальных высотных сооружений, у которых частоты (периоды) колебаний меньше (больше) приведенных в табл. 5.16, учитываются коэффициенты динамичности и коэффициенты, зависящие от расположения масс, ветровых площадей и ординат форм колебаний конструкции.

Таблица 5.16

Обозначение параметра	Ветровой район							
	Ia	I	II	III	IV	V	VI	VII
Частота f , Гц	2,6	2,9	3,4	3,8	4,3	5,0	5,6	5,9
Период T , с	0,38	0,34	0,29	0,26	0,23	0,20	0,18	0,16

Следует заметить, что коэффициент динамичности ξ определяется по графику на рис. 5.7 в зависимости от параметра ε и логарифмического декремента колебаний δ , причем $\varepsilon = (\gamma_i w_0)^{1/2} / 940 f_i$, где γ_i – коэффициент надежности по нагрузке; w_0 – нормативное значение ветрового давления; f_i – частота собственных колебаний по i -й форме. При этом в расчете необходимо учитывать S форм, частоты которых меньше частот, указанных в табл. 5.16.

Нормативное значение пульсационной составляющей ветровой нагрузки в этом случае определяется по формуле $w_p = m \xi \psi a$, где m – масса сооружения на уровне z , отнесенная к площади поверхности, к которой приложена ветровая нагрузка; ξ – коэффициент динамичности; a – ордината формы колебаний на уровне z ; ψ – коэффициент, определяемый по формуле

$$\psi' = \sum_{k=1}^r a_k w_{pk} / \sum_{k=1}^r a_k^2 M_k,$$

где M_k – масса k -го участка сооружения; a_k – ордината формы колебаний центра k -го участка; w_{pk} – равнодействующая пульсационной составляющей ветровой нагрузки на k -й участок.

5.2.6. Гололедные нагрузки. Вообще говоря, гололедные образования, образовавшиеся непосредственно на конструкциях башни или стволе мачты, весьма мало влияют на усилия в основных элементах сооружения. Однако нередко они могут не только играть определяющую роль при расчете их отдельных элементов, например, консольных, но и быть решающими для оттяжек мачт и сетей, подвешенных к мачтовым или башенным сооружениям.

В практике проектирования принято считать, что элементы с круговым сечением диаметром до 70 мм включительно (провода, тросы, оттяжки, мачты, ванты и др.) при расчетах на гололедные нагрузки являются покрытыми гололедом по всей поверхности. В связи с чем значение нормативной линейно распределенной гололедной нагрузки определяется по формуле

$$i = \pi b k \mu_1 (d + b k \mu_1) \rho g,$$

где b – толщина гололеда (превышаемая один раз в 5 лет), принимаемая для элементов, расположенных на высоте 10 м над поверхностью земли по табл. 5.17, а на высоте 200 м и более – по табл. 5.18; k – коэффициент, учитывающий изменение толщины гололеда по высоте и принимаемый по табл. 5.19; μ_1 – коэффициент, учитывающий изменение толщины гололеда в зависимости от диаметра элементов и определяемый по табл. 5.20; d – диаметр; ρ – плотность льда; g – ускорение свободного падения.

Таблица 5.17

Гололедные районы бывшего СССР [103]	I	II	III	IV	V
Толщина стенки гололеда, b , мм	Не менее 3	5	10	15	Не менее 20

Таблица 5.18

Высота над поверхностью земли, м	Толщина стенки гололеда, b , мм, для разных районов бывшего СССР			
	I район Азиатской части	V район и горные местности	Север Европейской части	Остальные районы
200	15	По данным обследований	По картам приложения к [103]	35
300	20			45
400	25			60

Таблица 5.19

Высота над поверхностью земли, м	5	10	20	30	50	70	100
Коэффициент k	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0

Таблица 5.20

Диаметр провода, троса или каната, мм	5	10	20	30	50	70
Коэффициент μ_1	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6

Что же касается элементов с другим (отличным от круглого) поперечным сечением, то для них принято считать, что поверхность элементов может быть покрыта гололедными образованиями не полностью. А потому нормативное значение поверхностной нагрузки в этом случае определяется по формуле $i = b k \mu_2 \rho g$, где μ_2 – коэффициент, учитывающий отношение площади поверхности, покрытой гололедом, к площади всей поверхности, величина которого принимается равной 0,6. Заметим, к слову, также и то, что для горизонтальных элементов круговой цилиндрической формы диаметром до 70 мм толщина гололеда на высотах свыше 200 м снижается на 10%.

И, наконец, в заключение отметим, что при определении ветровых нагрузок на провода и тросы, расположенные на высоте более 100 м, если толщина стенки гололеда находится интерполяцией по данным для высот 100 и 200 м, диаметр обледенелого элемента необходимо умножать на коэффициент 1,5. Кроме того, при гололеде коэффициент надежности по нагрузке γ_l принимается равным 1,3, а давление ветра – 1/4 нормативного ветрового давления.

5.2.7. Температурные воздействия. Прежде всего укажем на то, что при учете температурных воздействий в процессе эксплуатации конструкций высотных сооружений принимается во внимание два основных фактора: влияние температуры на напряженное состояние сооружения и возможное изменение характеристик стали при низких и высоких температурах. Причем является вполне понятным и не требующим дополнительных разъяснений факт естественной взаимосвязи величин параметров напряженно-деформированного состояния башни с изменением температуры окружающей среды, воздействием солнечной инсоляции или же с изменением температуры ее отдельных элементов при технологических процессах. Кстати говоря, здесь стоит подчеркнуть, что последнее обстоятельство особенно присуще металлическим дымовым трубам и вытяжным башням.

Обратим теперь внимание на то, что вследствие изменения суточной температуры происходит относительно равномерное изменение температуры всего сооружения, а при воздействии солнечной инсоляции – неравномерный односторонний нагрев, вызывающий существенные деформации высотного сооружения. И именно поэтому учет одностороннего нагрева

весьма важен для сплошностенчатых башен и мачт для остронаправленных антенн. В свою очередь, влияние температуры газообразных компонент промышленных выбросов особо сильно сказывается на башнях-трубах, так как разница температур газоотводящего ствола и поддерживающей его конструкции может иногда достигать нескольких сотен градусов и вызывать взаимные смещения элементов в пределах десятков сантиметров, компенсация которых требует принятия специальных конструктивных мер. Кроме того, учет температур климатических районов (как правило, их отрицательных значений) имеет большое значение при выборе марок сталей конструктивных элементов высотных сооружений и регламентируется требованиями нормативных документов.

Также хорошо известно, что при технологических процессах с высокими температурами стали меняют свои физико-механические характеристики. В качестве примера к сказанному в табл. 5.21 и 5.22 для некоторых марок сталей показано изменение коэффициента линейного расширения и предела текучести. А изменение модуля продольной упругости представлено в табл. 5.23.

Таблица 5.21

Температурный диапазон эксплуатации, °С	Коэффициент линейного теплового расширения, $\alpha \cdot 10^{-4}$, для стали марки 09Г2С
20 – 100	11,4
20 – 200	12,2
20 – 300	12,6
20 – 400	13,2
20 – 500	13,8

Таблица 5.22

Темпе- ратура, °С	Величина предела текучести, R_e , МПа, для сталей марок							
	ВСт3		09Г2С, 16ГС		20 и 20К	10	10Г2, 09Г2	17ГС, 17Г1С, 10Г2С1
	Толщина, мм							
	До 20	Более 20	До 32	Более 32	До 160			
20	250	210	300	280	220	195	270	280
100	230	201	265,5	240	213	188	240	240
150	224	197	256,5	231	209	183	231	231
200	223	189	247,5	222	204	177	222	222
250	197	180	243	218	198	168	218	218
300	173	162	226,5	201	179	150	201	201
350	167	147	210	185	159	132	185	185
375	164	140	199,5	174	147	123	162	174
400	–	–	183	158	–	–	–	158
410	–	–	–	156	–	–	–	156
420	–	–	–	138	–	–	–	138

Таблица 5.23

Сталь	Температура, °С												
	20	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
	Величина модуля продольной упругости $E \cdot 10^{-5}$, МПа												
Углеродистая и низколегированная	1,99	1,91	1,86	1,81	1,76	1,71	1,64	1,55	1,40	–	–	–	–
Теплоустойчивая и коррозионностойкая хромистая	2,15	2,15	2,05	1,98	1,95	1,90	1,84	1,78	1,71	1,63	1,54	1,40	–
Жаропрочная и жаростойкая аустенитная	2,00	2,00	1,99	1,97	1,94	1,90	1,85	1,80	1,74	1,67	1,60	1,52	1,43

В завершение раздела упомянем еще о нескольких характерных моментах, присущих высотным сооружениям в части учета температурных воздействий. Во-первых, при расчете мачтовых сооружений усилия определяются с учетом как среднегодовой, так и минимальной и максимальной температуры. Производится также расчет на температурное воздействие (при среднегодовой температуре и температурах ± 40 °С) при отсутствии нагрузок. А значения монтажных натяжений считаются равными этим усилиям.

Во-вторых, температура воздуха при гололеде принимается равной -5 °С и -10 °С для сооружений высотой более 100 м. При этом для горных районов (независимо от высоты сооружения) при отметке основания сооружения более 2000 м она составляет -15 °С, а при отметке от 1000 до 2000 м -10 °С. Следует здесь же отметить, что в некоторых районах было отмечено образование гололеда при температуре даже ниже -15 °С, вследствие чего в этих районах температура определяется по фактическим данным.

§ 5.4. Сейсмические воздействия

Как известно, интенсивность сейсмического воздействия на высотные сооружения оценивается в баллах и принимается с учетом сейсмичности района с увеличением (уменьшением) последней в зависимости от катего-

рии грунта по сейсмическим свойствам на площадке строительства. А величина расчетных сейсмических нагрузок S_{ik} определяется из соотношения

$$S_{ik} = k_1 k_2 S_{0ik},$$

где k_1 – коэффициент, учитывающий допускаемые повреждения сооружения; k_2 – коэффициент, учитывающий конструктивное решение сооружения; S_{0ik} – сейсмическая нагрузка для i -й формы собственных колебаний и k -й сосредоточенной массы. Причем для большинства башенных и мачтовых сооружений значения коэффициентов k_1 и k_2 равны, как правило, $k_1 = 0,25$ и $k_2 = 1,0$, а сейсмическая нагрузка определяется по формуле

$$S_{0ik} = Q_k A \beta_i k_\psi \eta_{ik},$$

где Q_k – вес части высотного сооружения, отнесенный к точке k и умноженный на коэффициент сочетания (0,9 для веса конструкции и 0,8 для временных длительных нагрузок); A – коэффициент, зависящий от сейсмичности района, равный 0,1 для расчетной сейсмичности 7 баллов, 0,2 – 8 баллов и 0,4 – 9 баллов; β_i – коэффициент динамичности, соответствующий i -й форме собственных колебаний, зависящий от периода собственных колебаний T_i по i -й форме и от категории грунтов по сейсмическим свойствам, а именно: $\beta_i = 1,0/T_i$ (но не более 3) – для I категории; $\beta_i = 1,1/T_i$ (но не более 2,7) для II категории и $\beta_i = 1,5/T_i$ (но не более 2) – для III категории; k_ψ – коэффициент, принимаемый для мачт и башен равным 1,5; η_{ik} – коэффициент, зависящий от i -й формы колебаний.

Значение коэффициента η_{ik} находится из следующего соотношения:

$$\eta_{ik} = x_i(x_k) \sum_{j=1}^n Q_j x_i(x_j) / \sum_{j=1}^n Q_j x_i^2(x_j),$$

где $x_i(x_k)$ и $x_i(x_j)$ – ординаты формы колебаний в точке k и во всех точках j .

Здесь стоит обратить внимание на то, что если период колебаний по первой – низшей – форме $T_1 > 0,4$ с, то необходимо учитывать не менее трех форм колебаний. В противном же случае учитывается только одна форма.

Перейдем теперь к определению расчетных усилий в конструктивных элементах. Значения этих усилий находятся по следующей формуле:

$$N_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n N_i^2},$$

где N_i – усилия в рассматриваемом сечении, соответствующие i -й форме колебаний; n – число учитываемых форм.

Далее нужно сказать о том, что при расчетах на прочность значение коэффициента условий работы для конструктивных элементов принимается равным 1,4, для сварных соединений – 1,0 и, наконец, для болтовых – 1,1. В случае расчетов на устойчивость коэффициент условий работы для элементов с гибкостью свыше 100 принимается равным 1,0, а ниже 20 – 1,2. Для элементов с гибкостью, имеющей значение меньше 100 и больше 20, значение этого коэффициента определяется интерполяцией.

Теперь подчеркнем несколько важных моментов, свойственных высотным сооружениям. Для основных конструктивных элементов башен и мачт наиболее невыгодными, а значит расчетными, являются горизонтально направленные нагрузки, в том числе и сейсмические воздействия. В свою очередь, вертикальные нагрузки являются расчетными для площадок, консольных элементов антенн и других консольных конструкций. Это, во-первых.

Во-вторых, увеличение жесткости высотного сооружения или массы устанавливаемого на нем оборудования всегда приводит к повышению интенсивности сейсмического воздействия. Однако восприятие этого повышенного воздействия простым увеличением площади поперечных сечений конструктивных элементов вызывает увеличение массы конструкции и, как следствие, не уменьшает возникающих в ней напряжений [95]. И потому достичь желаемого эффекта (уменьшить усилия от сейсмических воздействий или снизить жесткость сооружения) можно либо путем варьирования очертания высотного сооружения с приближением его к очертаниям сооружения минимальной массы, либо применением сталей повышенной прочности.

И, наконец, третье. Из опыта проектирования значительного количества высотных сооружений вытекает, что для большинства решетчатых башен, установленных в районах со значительной ветровой нагрузкой (выше III), сейсмические воздействия не являются расчетными. Поэтому учет сейсмичности для них сводится к конструктивным мероприятиям, обеспечивающим узловые крепления элементов башен и связи между фундаментами, а также к расчету выступающих элементов типа консольных площадок.

§ 5.5. Предварительное напряжение

Следует сказать, что предварительное напряжение элементов конструкций высотных сооружений может появиться при изготовлении и монтаже за счет начальных несовершенств, возникнуть при проведении сварочных работ, а может специально задаваться для улучшения работы конструкции, например, при крестовой решетке башни с гибкими раскосами или при лучевых диафрагмах с растянутыми элементами. Не задерживаясь далее на всех заслуживающих внимания особенностях предварительного напряжения элементов рассматриваемых сооружений, которые можно отыскать в работах [84, 94, 95], остановимся только на тех из них, которые имеют наибольшее практическое значение.

Первое. В традиционно применяющихся решениях конструкций башен и мачт внутренние напряжения за счет начальных несовершенств, а также прокатные и сварочные напряжения весьма невелики и учитываются косвенно путем использования коэффициента условий работы.

Второе. Предварительное напряжение раскосов крестовой решетки, лучевых диафрагм и других элементов задается такой величины, чтобы при появлении расчетных нагрузок усилие в минимально нагруженном элементе не было меньше нуля. Сообразно с этим, к примеру, в раскосах

крестовой решетки величина предварительного напряжения принимается равной половине расчетного усилия, вычисленного для схемы с выключенными из работы сжатыми раскосами.

Третье. Предварительному напряжению отдельных конструктивных элементов высотных сооружений уделяется пристальное внимание в тех случаях, когда оно существенно сказывается на напряженном состоянии всей конструкции или когда его невозможно исключить вовсе из-за примененного конструктивного решения системы. В качестве первого примера укажем на мачты, поскольку основное внимание при их проектировании уделяется металлоемкости, зависящей в первую очередь от рационального распределения усилий (главным образом, моментов) и, как следствие, начальных напряжений по ярусам ствола, что достигается исключительно предварительным напряжением поддерживающих ствол оттяжек (гибких нитей). Вторым примером служат башни для подвески антенных сетей и нитей (гибких нитей и их семейств), предварительное напряжение которых оказывает решающее влияние на напряженное состояние системы в целом.

§ 5.6. Монтажные нагрузки

Конструкция высотного сооружения должна быть рассчитана на воздействие монтажных нагрузок. Причем вид воздействий определяется принятым способом монтажа, применяемыми механизмами и оборудованием.

При монтаже главными воздействиями являются собственный вес элементов конструкции и монтажных механизмов и ветровая нагрузка. При этом различают ветровое воздействие на конструкцию во время подъема, а также на конструкцию и монтажные механизмы, закрепленные в период между подъемами.

§ 5.7. Влияние условий эксплуатации на изменение нагрузок

Прежде всего отметим, что при эксплуатации высотных сооружений всегда (рано или поздно) возникает необходимость в их реконструкции, усилении или переоборудовании, связанная с проявлением разного рода дефектов, потребностью в полной или частичной модернизации, установлением дополнительного антенного оборудования и др. С учетом сказанного напомним, что каждая опора связи представляет собой конструкцию, в которой можно выделить как несущие конструктивные элементы – пояса, раскосы, распорки, так и вспомогательные – лестницы, площадки, ограждения, конструкции волноводных трактов и крепления антенн. И именно поэтому является вполне понятным, что при эксплуатации в первую очередь претерпевает изменения вспомогательная часть, но иногда при этом увеличивается нагрузка и на сооружение в целом, приводящая к необходимости усиления или замены его несущих конструктивных элементов.

Укажем теперь еще на один существенный аспект, свойственный эксплуатации высотных сооружений. Как правило, на опоре, первоначально запроектированной для нужд только одного оператора связи, с течением

времени размещают свое оборудование два, а то и более операторов. Причем все эти операторы стремятся принять высотные отметки расположения антенн исключительно максимально возможными – наиболее близкими к верхней площадке опоры. При этом операторы либо просто забывают, либо не принимают во внимание тот вполне очевидный факт, что увеличение числа антенн увеличивает не только количество антенно-волноводных трактов, но и дополнительных фидерных устройств, что, в свою очередь, естественным образом вызывает рост ветровой нагрузки, который, например, для опор малого поперечного сечения может достигать 30 – 40%.

Для сведения в табл. 5.25 приведен перечень антенного оборудования, обычно устанавливаемого одним оператором на одном высотном сооружении связи, а именно: типы и количество антенн, а также их ветровая площадь.

Таблица 5.25

Типы антенн	Количество, шт	Ветровая площадь, F , м ²
Релейные Ø 0,6 м	2	3,5
Панельные	3	
Релейные Ø 1,2 м	2	6,0
Панельные	4	
Релейные Ø 1,2 м	3	9,0
Панельные	6	
Релейные Ø 1,2 м	4	12,0
Панельные	9	
Релейные Ø 0,6 м	4	20,0
Релейные Ø 1,2 м	2	
Панельные	12	

Теперь стоит подчеркнуть, что все сказанное выше и объясняет однозначную необходимость учета при проектировании высотных сооружений перспективных дополнительных нагрузок, возникающих при их эксплуатации. Заметим, что этот учет в настоящее время проводится следующим образом:

- перед расчетом высотных сооружений определяется потенциальное дополнительное антенное оборудование, количество и качество которого определяется на основе опытных данных их эксплуатации;
- проводится подсчет нагрузок от самого потенциального дополнительного антенного оборудования (в том числе его ветровой площади), а также от вызванной им дополнительной ветровой нагрузки с учетом уточнения воздействия ее пульсационной составляющей и коэффициента надежности по нагрузке;
- выполняется перерасчет высотных сооружений при увеличении массы антенного оборудования и ветровой нагрузки;
- в конструкции высотных сооружений предусматриваются решения, позволяющие при минимальных затратах производить их усиление либо замену элементов под нагрузкой.

Что же касается методики определения дополнительной ветровой нагрузки с учетом уточнения воздействия ее пульсационной составляющей, то она изложена в рекомендациях [78], в которых предлагается обобщенное динамическое воздействие, учитывающее совместные колебания высотного сооружения по k -й и k_1 -й формам, проводить с использованием следующего выражения:

$$G_{kk_1} = \iint_F g_k^{(v)}(x^{(1)}) g_{k_1}^{(v)}(x^{(2)}) \xi_{kk_1}^2(x^{(1)}, x^{(2)}) dx^{(1)} dx^{(2)},$$

$$\text{где принято: } g_k^{(v)}(x) = \bar{\varphi}_k(x) \cdot \bar{W}(x) \cdot \zeta(z); \quad \xi_{kk_1}^2(x^{(1)}, x^{(2)}) = \int_0^\infty \frac{S_{p,0}(f; x^{(1)}, x^{(2)})}{\Delta_k(f) \Delta_{k_1}(f)} df;$$

$$S_p(f; x^{(1)}, x^{(2)}) = \sigma_0^2 S_{p,0}(f) r_v(f; x^{(1)}, x^{(2)}); \quad \Delta_k^2(f) = [1 - (f/f_k)^2]^2 + \gamma_k (f/f_k)^2.$$

Также, несмотря на то, что смысл некоторых входящих в рассматриваемое выражение параметров ранее уже был раскрыт, для соблюдения общей целостности изложения приведем их в полном объеме. Итак, эти параметры понимаются здесь следующим образом: F – поверхность сооружения, на которую действует ветровая нагрузка; $\bar{\varphi}_k(x)$ – вектор k -й собственной формы в точке x ; $\bar{W}(x)$ – вектор средней составляющей ветровой нагрузки в точке x ; $\zeta(z) = (z/10)^{-\beta}$ – коэффициент пульсаций скорости ветра, показатель степени β которого принимает значения в зависимости от типа местности $A = 0,15$, $B = 0,2$ и $C = 0,25$; z – высота над поверхностью земли в точке с координатами x ; $S_{p,0}(f)$ – нормированный энергетический спектр продольной компоненты скорости ветра; $r_v(f; x^{(1)}, x^{(2)})$ – коэффициент корреляции пульсаций давления в точках $x^{(1)} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, x_3^{(1)})$ и $x^{(2)} = (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, x_3^{(2)})$; f – частота колебаний; σ_0 – стандарт спектра скорости ветра; ξ_{kk_1} – коэффициент динамичности, учитывающий совместную реакцию сооружения по k -й и k_1 -й формам; γ_k – коэффициент неупругого сопротивления для k -й собственной формы.

Кроме того, укажем теперь на то, что значение коэффициента надежности по нагрузке γ_f , соответствующее переходу от ветрового давления, возможного один раз в пять лет, к ветровому давлению, возможному один раз в 50 лет, равно 1,4. А выражение, позволяющее устанавливать коэффициент надежности по нагрузке по скорости ветра с помощью первого предельного распределения, имеет вид

$$\gamma_f = 1 + \sigma(z_t - z_5)/(v_5 - \sigma_w),$$

где σ – среднеквадратичное отклонение исходного ряда годовых максимумов скорости ветра; z_t , z_5 – табличные величины, связанные с периодом повторяемости; v_5 – расчетная скорость ветра, возможная один раз в пять лет; σ_w – табличная величина, зависящая от длины исходного ряда.

И, наконец, в заключение отметим, что весьма важным результатом применения данной методики является то, что уточнение пульсационной составляющей ветровой нагрузки и значения коэффициента надежности по нагрузке в ряде случаев позволяет уменьшить значения расчетных нагрузок на высотные сооружения по сравнению с требованиями норм [24].

ГЛАВА 6

АНТИВИБРАЦИОННАЯ ЗАЩИТА ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Начнем наше изложение с общеизвестного факта, что при обтекании высотных сооружений воздушным потоком возникает так называемая аэродинамическая неустойчивость аэродинамических параметров среды, приводящая к смене давления из-за отрыва потока как от конструкции в целом, так и от ее отдельных конструктивных элементов. При этом инициируются процессы вихреобразования и, как следствие, возникает вибрация, характеризующаяся аэроупругими колебаниями галопирующего типа. Нужно сказать, что эти колебания, во-первых, проявляются на сооружениях с некруглым поперечным сечением (прямоугольное, трапецевидное, клиновидное, тандем близко расположенных цилиндров и т.п.) при определенных соотношениях массы и размеров сечения, упругих характеристик и параметров демпфирования, скорости и направления воздушного потока и, во-вторых, вызывают развитие дополнительно нагружающих сооружение аэродинамических (как правило, поперечных) сил. И именно поэтому в практике строительства нашли широкое применение разнообразные средства антивибрационной защиты находящихся в воздушном потоке высотных сооружений, в том числе: дополнительные связи (тяжи, оттяжки основные силовые или антивибрационные, оттяжки с грузами и демпфирующими устройствами), аэродинамические способы гашения колебаний (пластины, спирали, перфорированные решетки, каналы у острых кромок), механические гасители колебаний (ударные и динамические гасители, демпферы). Рассмотрим теперь наиболее эффективные средства антивибрационной защиты, которые были многократно использованы и проверены на многих высотных сооружениях.

§ 6.1. Дополнительные связи

Дополнительные связи, представляющие собой, как правило, оттяжки, особенно силовые, являются самым надежным средством снижения уровня колебаний сооружения. Последнее достигается вследствие существенного изменения динамических характеристик конструкции путем вывода их из зоны, в которой могут возникнуть автоколебания, а также значительного повышения жесткости конструкции в отдельных точках. В случаях же применения оттяжек с демпфирующими устройствами уменьшение величин амплитуд происходит из-за повышения декремента колебаний всего сооружения. Однако чаще всего использование оттяжек серьезно осложняется или даже вообще исключается из-за отсутствия места для их установки. Кроме того, оттяжки вызывают также некоторые трудности при эксплуатации и поэтому чаще всего применяются в виде временной защиты до организации других постоянных средств.

Предотвращение резонансных колебаний трубчатых элементов башен, например, распорок, достигается установкой изготовленных из круглой стали противовибрационных подвесок, работающих как одно-сторонняя связь (рис. 6.1, б). Следует заметить, что такие связи устанавливаются при отношении длины распорки к ее диаметру более 40.

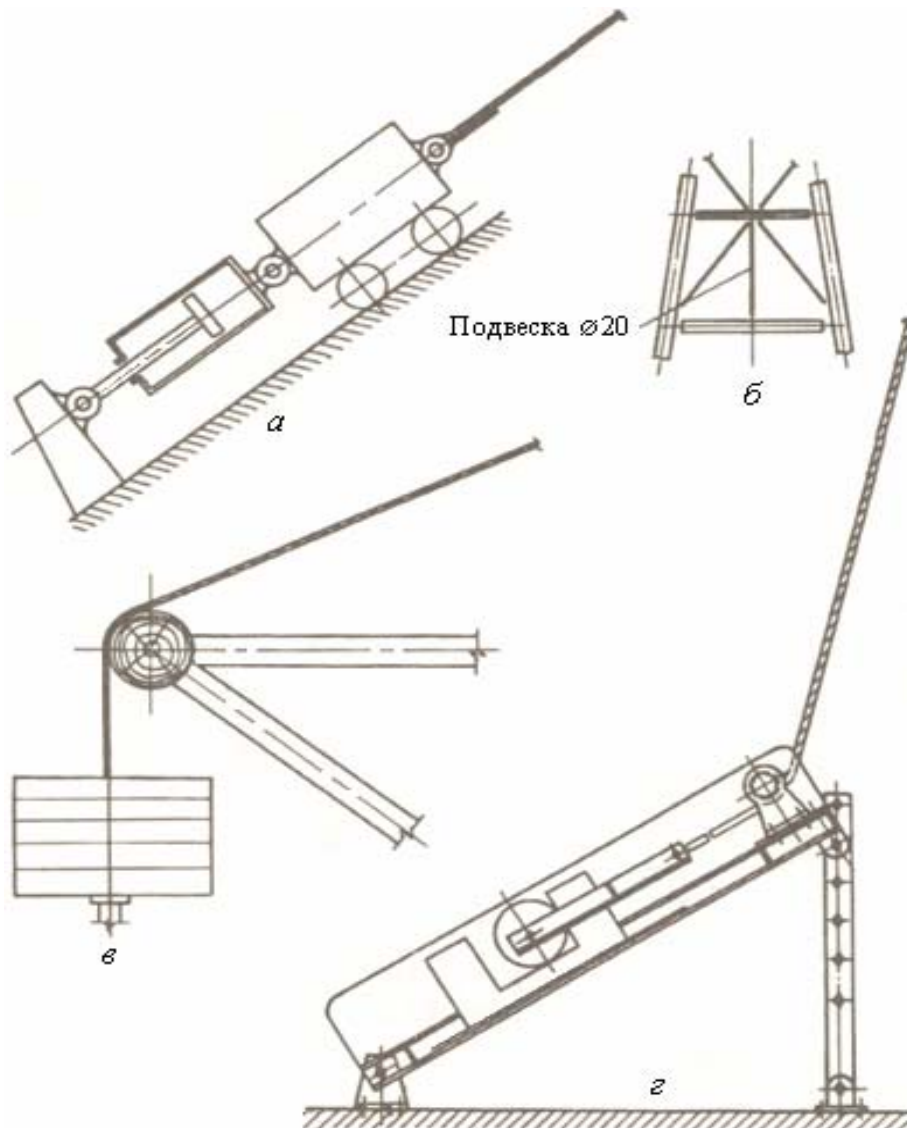


Рис. 6.1. Оттяжки с демпфирующими устройствами: а – оттяжка с вязким демпфером; б – антивибрационная подвеска; в – оттяжка с грузом, скользящая по бревну; г – оттяжка с двойным грузом с разными коэффициентами трения между грузами

Что же касается гашения галопирующих колебаний оттяжек, то обычно с этой целью используются связи в виде поводков, которые закрепляются на оттяжках на расстоянии 15 – 20 м от анкерного фундамента или на расположенных на земле грузах. А спаренные оттяжки связываются распорками, установленными по длине оттяжек с неравномерным шагом. В свою очередь, для гашения колебаний дымовых труб применяются оттяжки с демпфирующим устройством у нижнего конца (рис. 6.1, а, в). Находят также применение и другие решения с использованием оттяжек, в частности оттяжка с двойным грузом с разными коэффициентами трения между грузами (рис. 6.1, г).

§ 6.2. Аэродинамические способы гашения колебаний

Как это хорошо известно, аэродинамические способы гашения колебаний связаны с применением различных средств, изменяющих характер обтекания сооружения ветровым потоком таким образом, чтобы исключить возможность появления периодически изменяющей знак направления и тем самым вызывающей автоколебания подъемной силы. Одним из таких способов является установка дополнительных конструктивных деталей – так называемых *интерцепторов*, которые или изменяют конфигурацию поперечного сечения элемента, или резко повышают его шероховатость. Обычно такие дополнительные детали устанавливаются в верхней части сооружения примерно на одну треть его высоты.

Конструктивные решения названных деталей таковы: полоса, прикрепленная к цилиндру; спиральные пластины, расположенные в верхней части дымовой трубы или вытяжной башни с вылетом пластины $0,15d$ и шагом спирали $5d$, где d – диаметр трубы или башни (причем в плане должно насчитываться не менее трех спиралей); короткие пластины, устанавливаемые по спирали; перфорированные решетки; каналы у острых кромок конструктивных элементов и др. Здесь также стоит отметить, что аэродинамические способы гашения колебаний и реализующие их детали и устройства направлены на увеличение шероховатости внешней поверхности конструктивных элементов, повышение коэффициента лобового сопротивления конструкции (рис. 6.2) и величины нагрузки вдоль ветрового потока.

Как правило, новые решения конструкций, способных войти в режим автоколебаний, испытываются в аэродинамической трубе продувкой их аэроупругих моделей. При этом само собой разумеется, что модели должны иметь параметры, при которых выполняются критерии подобия между моделью и реальным сооружением по числам Рейнольдса (Re), Струхала (Sh) и Коши (Ca) или близкие к ним. Именно поэтому соотношения параметров натуре и модели (которые в последующем изложении обозначаются индексами «н» и «м») должны подчиняться следующим условиям:

$$\text{Re}_h = v_h d_h / \gamma_h = \text{Re}_m = v_m d_m / \gamma_m ;$$

$$\text{Ca}_h = (EI)_h / \rho_h v_h^2 d_h^4 = \text{Ca}_m = (EI)_m / \rho_m v_m^2 d_m^4 ;$$

$$\text{Sh}_h = f_h d_h / v_h = d_h / v_h T_h = \text{Sh}_m = f_m d_m / v_m = d_m / v_m T_m ,$$

где v – скорость ветрового потока; d – диаметр конструкции; γ – кинематический коэффициент вязкости среды; EI – жесткость конструкции; ρ – плотность воздуха; T и f – период и частота собственных колебаний сооружения или модели.

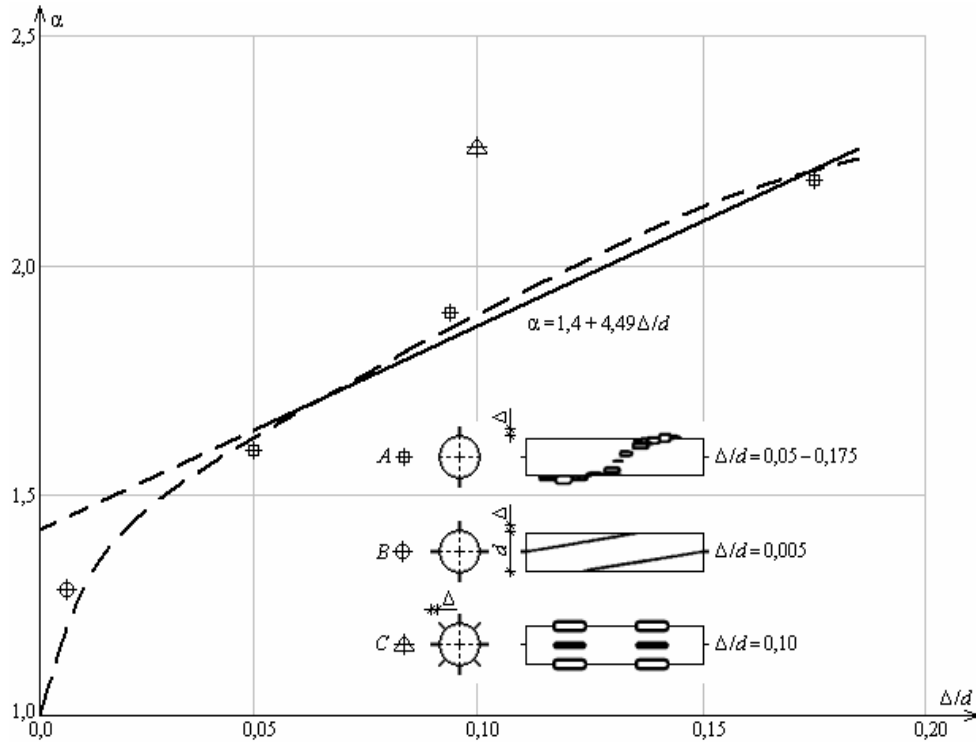


Рис. 6.2. График зависимости коэффициента лобового сопротивления c_x от шероховатости – график Милоша Новака (Milos Novak):
 α – отношение коэффициента лобового сопротивления c_x цилиндра с заданной шероховатостью к коэффициенту лобового сопротивления c_x гладкого цилиндра

Кроме того, необходимо также соблюдение масштаба шероховатости:

$$\bar{k}_h = \Delta_h / d_h = \bar{k}_m = \Delta_m / d_m ,$$

где параметр Δ представляет собой среднюю высоту бугорков шероховатости.

Не вдаваясь далее во все заслуживающие внимания вопросы теории подобия модели и реального сооружения, отметим, что достаточно подробные рекомендации по некоторым конструкциям, способным войти в состояние автоколебаний в ветровом потоке, можно отыскать в работе [7].

§ 6.3. Механические гасители колебаний

В период массового строительства стальных дымовых труб, вытяжных башен для объектов химии, а также опор связи с целью снижения их перемещений и усилий от действия пульсаций ветрового давления вдоль направления ветра, предупреждения ветрового резонанса и повышения порога критической скорости при появлении колебаний типа галопирования стали широко применяться механические гасители колебаний – ударные и динамические.

При этом является вполне понятным, что на конструкцию механизма, которая представляет собой гаситель, очень сильно влияет целый ряд различных параметров. Поэтому масса и тип гасителя колебаний выбираются с учетом: величины приведенной массы высотного сооружения; частоты, на которой возможно появление автоколебаний; диаметра газоотводящего ствола, а также конструктивных ограничений, к примеру, наличия необходимых площадок по высоте сооружения, на которых будут размещены гасители. Кроме того, эффективность гасителя колебаний в значительной степени зависит и от конструктивного решения самого высотного сооружения, а именно: она будет практически тем больше, чем меньше затухание в защищаемой конструкции.

В зависимости от гасимых частот гасители подразделяются на три основные группы по диапазону частоты колебаний: высокочастотные – от 0,8 до 2,0 Гц, среднечастотные – от 0,33 до 0,8 Гц и низкочастотные – для частот ниже 0,33 Гц. Кроме того, гасимая частота достаточно существенно влияет и на выбор типа гасителя, поскольку для средних частот обычно используются маятниковые гасители, частоты же выше 0,8 Гц требуют установки в гасителях дополнительных упругих элементов, а при частотах ниже 0,33 Гц, как правило, ищутся решения, связанные с уменьшением габаритов гасителей.

Также существенно влияют на выбор типа гасителя и условия их работы. Например, гасители, располагаемые в закрытом помещении, выполняются с вязким демпфером в виде пневмоцилиндра, что придает им устойчивые параметры и высокую эффективность работы. В случае же невозможности регулярного осмотра гасителей, а также при размещении их на открытом воздухе применяются гасители с демпфированием за счет внутреннего трения в канате, который служит или подвеской, или специально установленным в гасителе элементом.

Перейдем теперь к непосредственному рассмотрению основных конструктивных решений и принципов работы гасителей. В практике проектирования и строительства высотных сооружений (вытяжных башен, дымовых труб, а также опор другого назначения) применяются динамические гасители колебаний следующих типов: ГК-1 – маятниковый, выполненный в виде массы, подвешенной на одном или нескольких канатах; ГК-2 – маятниковый, составленный из трех маятников, связанных горизонтальными канатами; ГК-3 – маятниковый с демпфером сухого трения, выполненный в виде массы и сердечника, трущегося о площадку; ГК-4 – маятниковый с двойной регулировкой частоты; ГК-5 – ударный; ГК-6 – с воздушным демпфером и, наконец, ГК-7 – низкочастотный.

Гасители колебаний типа ГК-1 обычно применяются с массами 500, 1000 и 1500 кг (рис. 6.3). Однако в случае необходимости могут быть запроектированы гасители и с большей массой, с подвесками, выполненными из пучка канатов, а также гасители с жесткими подвесками и шарнирами карданного либо шарового типа и другие. При этом параметры гасителей определяются при конкретном проектировании в зависимости от типа и характеристик сооружения, возможности защиты гасителей от внешних воздействий и т. п. Что же касается конструкции гасителя ГК-1, то он состоит из массы, подвешенной на канате, и рамы с опорным устройством для возможности регулировки длины подвески маятника и частоты его колебаний. Причем опорное устройство гасителя выполнено в виде пластины с отверстием, жестко связанной как с направляющими, так и с конструкцией рамы, устанавливаемой на площадке башни.

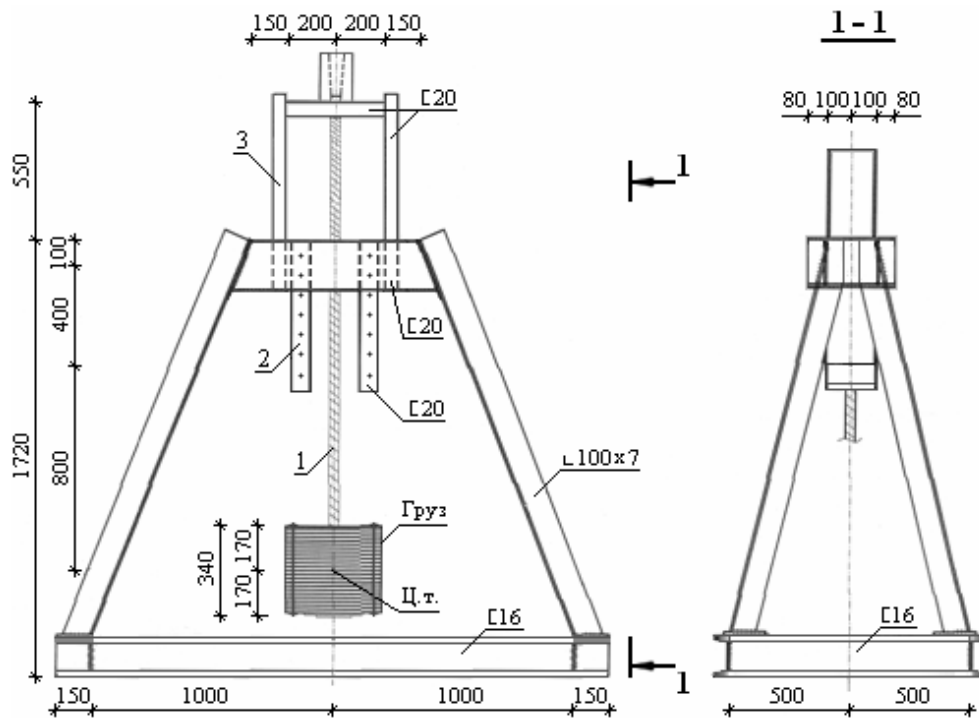


Рис. 6.3. Принципиальная конструктивная схема динамического маятникового гасителя колебаний типа ГК-1 для вытяжных башен-труб:
1 – маятниковая подвеска; 2 – устройство для регулировки длины и заземления каната; 3 – рама

Теперь скажем несколько слов о принципе работы гасителя колебаний ГК-1, заключающегося в следующем. При движении массы гасителя в тросах вблизи опорного устройства возникают деформации изгиба и появляются демпфирующие силы, вызванные внутренним трением в канате, величина

которого, в свою очередь, зависит от напряжений в зоне изгиба, а значит и от типа и диаметра каната и длины участка его защемления в опорном устройстве.

Укажем также на то, что масса гасителя ГК-1 набирается из пластин (обычно, полукругов), которые закрепляются между собой с помощью шпилек. Причем толщина пластин принимается при проектировании в зависимости от наличного металла. А канаты гасителя представляют собой канаты из стальных проволок с жестким сердечником.

Следует заметить, что представленный гаситель колебаний многократно применялся для вытяжных башен объектов химии, например, на химических комбинатах в городах Новгород и Дорогобуж.

Перейдем теперь к рассмотрению гасителя колебаний типа ГК-2, состоящего из трех масс, которые, как и у ГК-1, могут быть от 500 до 1500 кг, поочередно закрепленных на трех жестких штангах с регулируемой длиной (рис. 6.4). И сразу же уделим внимание одной особенности данного решения, заключающейся в том, что в верхней части гасителя, а именно: ниже места шарнирного прикрепления штанг к опорной части, штанги соединяются между собой горизонтальными канатами, защемленными скобами.

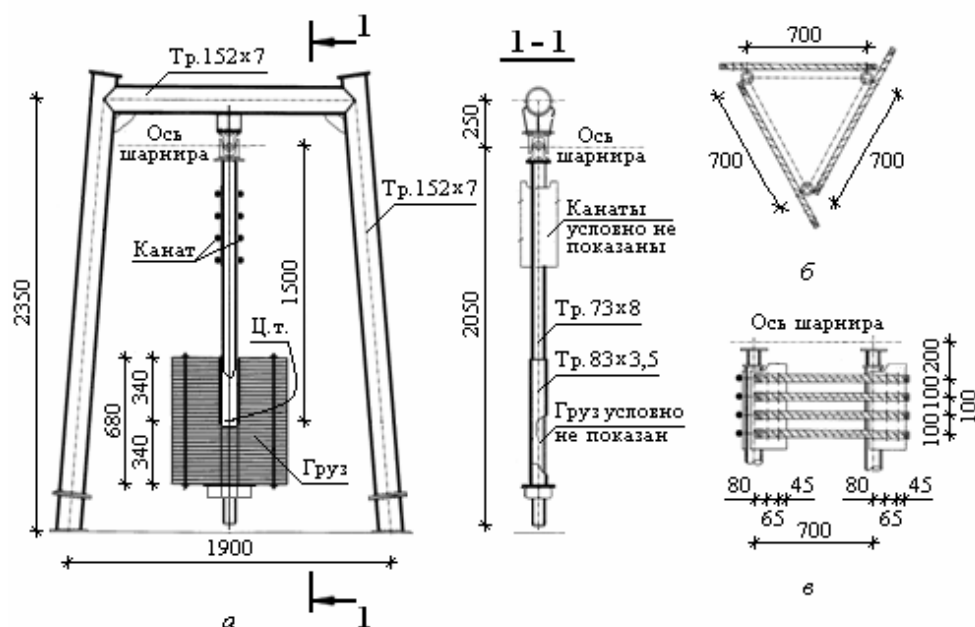


Рис. 6.4. Принципиальная конструктивная схема динамического маятникового гасителя колебаний типа ГК-2: а – разрез по одной из жестких штанг; б – размещение канатов в плане; в – размещение канатов по вертикали

Характеристики гасителя подбираются путем перемещения грузов по штангам, а также изменения количества и диаметра канатов в зависимости от требуемой величины логарифмического декремента затухания колебаний,

рающимися во втулку регулировочным винтом. Сам же вал жестко связан с установленной на защищаемом объекте опорной рамой. А к втулке жестко прикреплен защемленный в кожухе канат, совмещающий функции упругого элемента и демпфирующего устройства, по концам которого установлены подвижные зажимы, соединенные с элементами рамы.

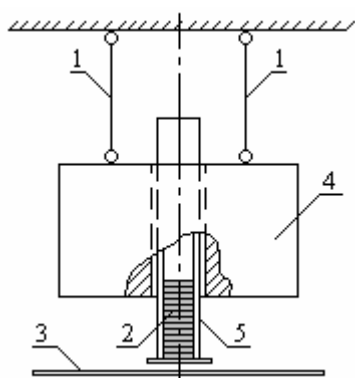


Рис. 6.6. Принципиальная схема динамического маятникового гасителя колебаний типа ГК-3 с демпфером сухого трения (третья подвеска условно не показана):
1 – подвесы; 2 – балласт; 3 – поверхность площадки трения; 4 – основная масса; 5 – дополнительная масса

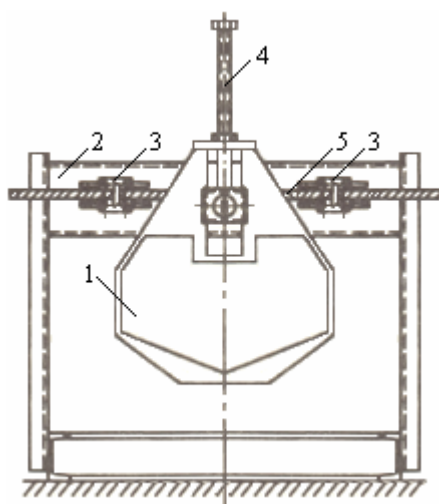


Рис. 6.7. Принципиальная конструктивная схема динамического маятникового гасителя колебаний типа ГК-4 с двойной регулировкой частоты:
1 – груз; 2 – рама; 3 – подвижный ограничитель; 4 – регулировочный винт; 5 – упругий элемент (отрезок каната)

Примечательно, что принцип действия гасителя колебаний типа ГК-4 достаточно прост и состоит в следующем. При движении массы, колеблющейся в противофазе с защищаемым объектом, возникают изгибные деформации и демпфирующие силы. Причем последние можно регулировать двояко, а именно: как изменением эксцентриситета центра тяжести массы с помощью регулировочного винта, так и изменением рабочей длины демпфирующего элемента посредством подвижных зажимов (кстати говоря, обратим здесь внимание на тот факт, что именно по этой причине

гаситель и получил свое название – гаситель с двойной регулировкой частоты). Сообразно с этим при проектировании гасителя необходимо предусматривать набор отрезков канатов с разными диаметрами для возможности подбора оптимального затухания в гасителе при его настройке.

Перейдем теперь к рассмотрению гасителя колебаний типа ГК-5, принципиальная схема которого изображена на рис. 6.8. И сразу же отметим, что, как видно из данного рисунка, некоторые элементы конструктивного решения этого гасителя, а именно: маятник и регулирующая опорная часть, выполнены подобно тому как и в гасителе ГК-1, а его дополнительным элементом является отбойное (ударное) устройство. Что же касается принципа гашения колебаний, то в отличие от всех уже рассмотренных ранее гасителей, здесь он реализуется за счет прямого соударения ударника, встроенного с некоторым зазором в основную колеблющуюся систему, с этой системой.

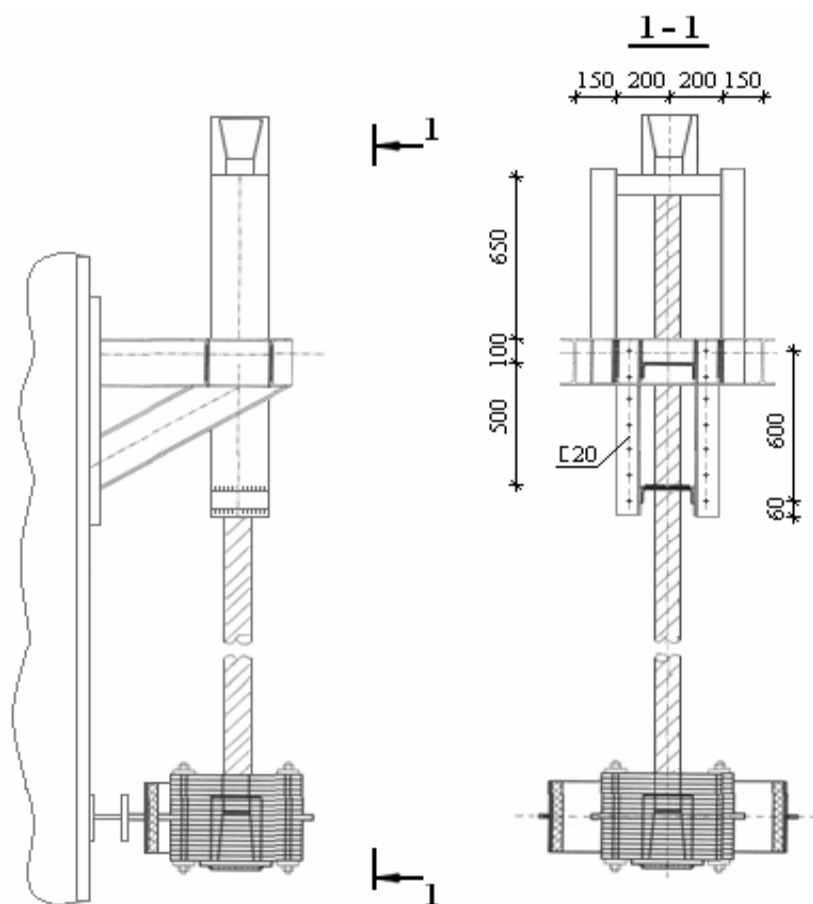


Рис. 6.8. Принципиальная конструктивная схема ударного гасителя колебаний типа ГК-5

Нужно сказать, что преимуществом ударного гасителя является очевидная простота конструкции и надежность в работе. А к его недостаткам следует отнести необходимость наличия отбойных устройств, а также относительно большую длину маятника при низких частотах колебаний. В связи с этим ударные гасители колебаний применяются для башен, высота которых обычно не превышает 100 м.

Укажем теперь также на то, что гаситель колебаний типа ГК-5, конструкция которого однако несколько отлична от описанной выше, был применен на дымовой трубе металлургического комбината в г. Рустави.

Что же касается гасителя колебаний типа ГК-6, то прежде всего заметим, что он содержит конструктивный элемент в виде так называемого перевернутого маятника, представляющего собой закрепленную к штанге массу, которая, в свою очередь, установлена на листовом упругом элементе (рис. 6.9, *а*). Кроме того, в этом гасителе над массой размещен воздушный демпфер в виде поршня с малым отверстием, а для возможности дополнительной подстройки частоты использован наиболее существенный элемент высокочастотных гасителей – спиральные растянутые пружины. Отметим, что два гасителя данного типа массой 150 кг каждый были применены для гашения колебаний меча монумента «Родина-мать» Национального музея истории Великой Отечественной войны 1941 – 1945 гг. в г. Киеве.

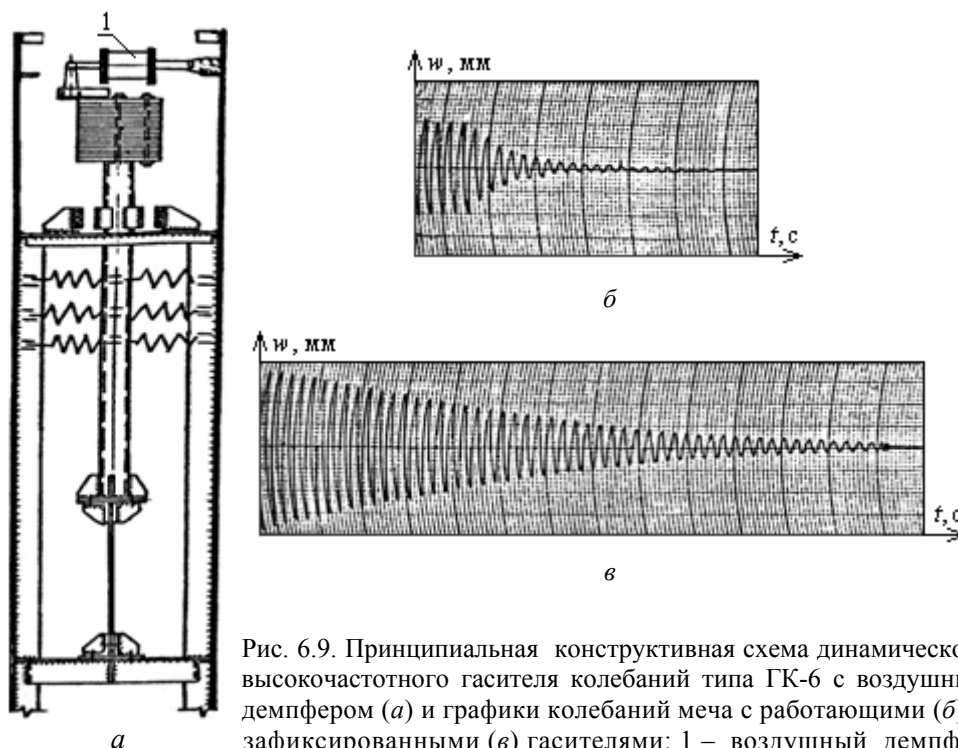


Рис. 6.9. Принципиальная конструктивная схема динамического высокочастотного гасителя колебаний типа ГК-6 с воздушным демпфером (*а*) и графики колебаний меча с работающими (*б*) и зафиксированными (*в*) гасителями: 1 – воздушный демпфер

Уделим теперь внимание характеристикам движения меча в соответствии с записями его колебаний с работающими и зафиксированными (выключенными) гасителями (рис. 6.9, б, в). Сопоставляя представленные графики, можно также сделать однозначный вывод о высокой эффективности данного гасителя, поскольку логарифмический декремент затухания колебаний при работающих гасителях повышается более чем в 10 раз. И потому гасители такого типа целесообразно применять для подавления резонансных колебаний мачт и башен, стволы которых выполнены в виде листовых оболочек с небольшими приведенными массами.

Теперь рассмотрим, останавливаясь на наиболее характерных моментах, некоторые конструктивные решения относящихся к типу ГК-7 низкочастотных гасителей колебаний, с которыми, как свидетельствует практика проектирования, возникает больше всего проблем.

Известна, например, конструкция гасителя колебаний, выполненного в виде комбинации прямого и перевернутого маятников, состоящего из двух инерционных масс (рис. 6.10). Принцип же работы этого гасителя заключается в том, что масса, опертая на жестком штоке (верхняя), при отклонениях гасителя (нижняя плюс верхняя массы) от положения равновесия препятствует возвращению всей инерционной массы в положение равновесия, уменьшая тем самым потенциальную энергию гасителя и увеличивая период его собственных колебаний.

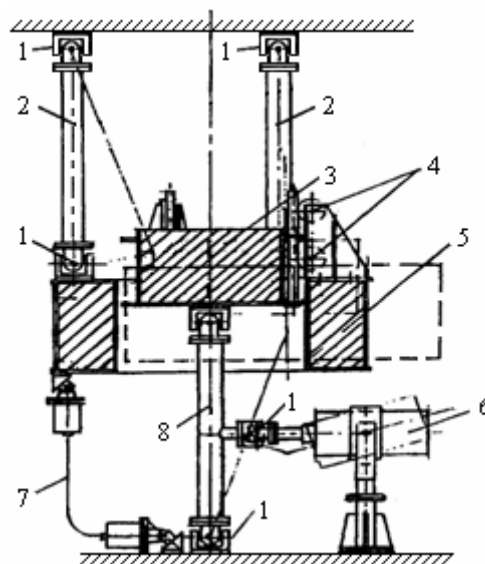


Рис. 6.10. Принципиальная конструктивная схема динамического низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7:

- 1 – карданный шарнир; 2 – подвеска инерционной массы; 3 – дополнительная масса;
- 4 – направляющие ролики; 5 – инерционная масса гасителя колебаний; 6 – демпфер;
- 7 – ограничитель «хода» гасителя; 8 – стойка дополнительной массы

Вторая разновидность низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7, особенность конструктивного решения которой связана с очень стесненными габаритными условиями установки гасителя, была применена при реконструкции башни телевизионного центра в г. Санкт-Петербурге. Эта разновидность гасителя колебаний состоит из верхней подвижной конструкции (массы), нижних опорных элементов (опорно-поворотных устройств), демпфирующего устройства и ограничителей перемещения подвижной массы (рис. 6.11). Остановимся теперь подробнее на указанных составляющих.

Верхняя подвижная масса представляет собой сборную конструкцию, в которую входят четыре плиты, каждая из которых имеет нижнюю сферическую опорную поверхность, и четыре балки. Причем все плиты и балки жестко соединены между собой в единый подвижный конструктивный элемент.

Закрепленное на конструкции площадки башни опорно-поворотное устройство состоит из таких узлов: нижней опорной конструкции с вертикальной вращающейся осью с фланцем на конце, а также верхнего роликового устройства, ролик которого установлен с эксцентриситетом относительно вертикальной оси, обеспечивая тем самым перемещение верхней подвижной массы во всех направлениях в горизонтальной плоскости.

Демпфирующее устройство включает два демпфера, расположенных под углом 90° друг к другу, цилиндры которых установлены на балках. При этом штоки демпферов шарнирно закреплены в кронштейнах, установленных на расположенной по оси башни трубе стойки антенны диаметром 465 мм. Также отметим, что кронштейны, в которых закреплены цилиндры, обеспечивают перемещение демпфера в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

И, наконец, ограничители перемещения подвижной массы состоят из следующих элементов: центрального упорного кольца, прикрепленного к балкам подвижной массы, в результате чего ограничение перемещения осуществляется упором кольца в трубу стойки антенны диаметром 465 мм, установленной на площадке башни, а также закрепленных в нижней плоскости плит подвижной массы кольцевых уголков, ограничивающих закручивание вследствие упора роликов в кольцевые уголки.

Примечательным здесь является то, и на это нужно обратить особое внимание, что предложенное конструктивное решение гасителя колебаний вписывается в габарит по высоте, не превышающий одного метра.

Следующим примером низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7 является маятниковый гаситель с большой длиной подвесок (рис. 6.12). Этот гаситель конструктивно удобнее всего выполняется в виде кольцевой массы, подвешенной на трех тросовых подвесках к центральной стойке. Однако, поскольку при больших длинах подвесок затухание гасителя достаточно мало, то это требует установки дополнительных демпфирующих устройств. В этом случае демпфирование осуществляется за счет сил трения, возникающих между основной и дополнительной массами. Причем дополнительная масса выполняется из трех стержней, установленных под углом 120° друг к другу и прикрепленных к обойме, свободно перемещающейся по вертикали по центральной стойке.

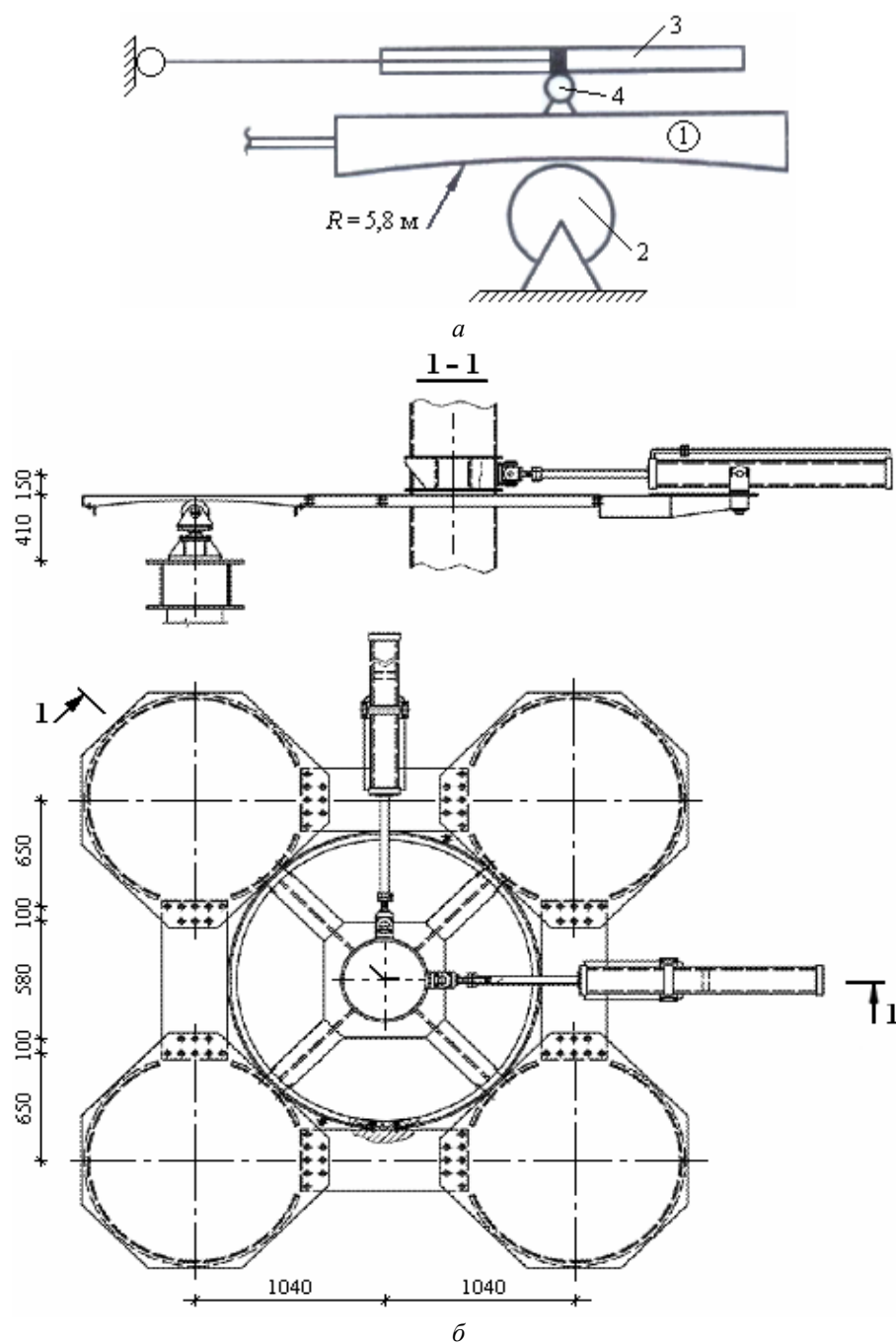


Рис. 6.11. Принципиальная (а) и конструктивная (б) схемы динамического низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7:

1 – верхняя подвижная масса; 2 – опорно-поворотное устройство;
3 – демпфер; 4 – ограничители перемещения подвижной массы

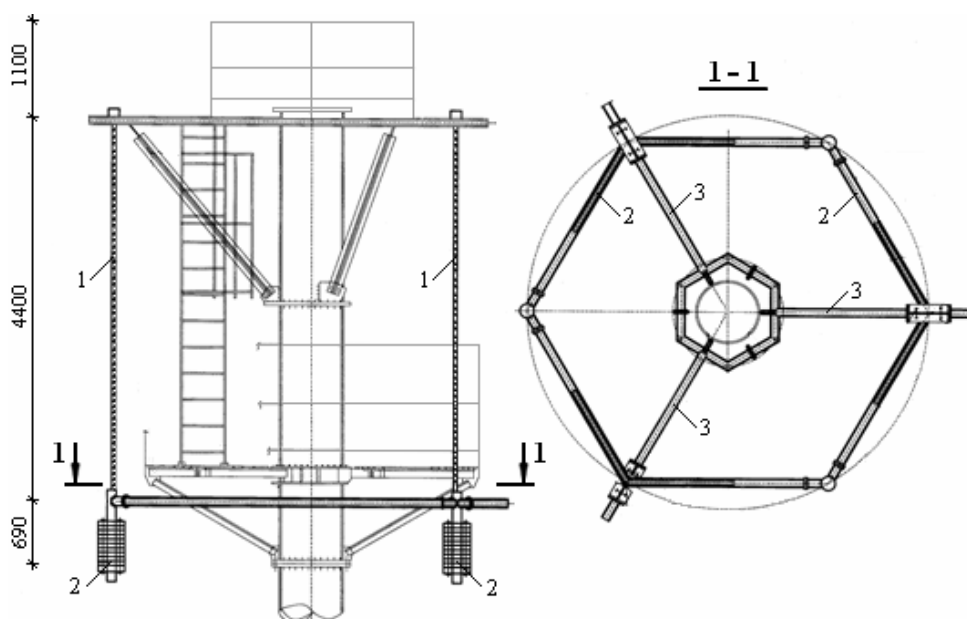


Рис. 6.12. Принципиальная конструктивная схема динамического низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7:

1 – подвеска; 2 – масса; 3 – подвижный пригруз с трением

Нужно сказать, что подобные гасители колебаний были применены на башнях радиопередающих станций высотой 200 м в поселке Жовтень Одесской области и в г. Олевск Житомирской области.

Еще одним примером низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7 может служить гаситель, примененный для дымовой трубы Рязанской тепловой конденсационной электростанции (рис. 6.13). Как видно из этого рисунка, данный гаситель колебаний включает три основных конструктивных элемента, а именно: основную кольцевую массу; дополнительную массу в виде так называемого кольца с лучами, обеспечивающими не только ее соприкосновение с основной кольцевой массой, но также возможность свободного перемещения в вертикальном направлении вдоль центральной стойки и взаимного перемещения в горизонтальном направлении по отношению к основной массе и трех подвесок основной кольцевой массы к центральной стойке, представляющих собой цепи с винтовыми стяжками для регулировки их длины при настройке.

С учетом сказанного представляется интересным один существенный момент, связанный с двумя последними рассмотренными гасителями колебаний. Оказывается, что эти гасители хотя и выполнены с использованием однотипного решения в части подвески основной кольцевой массы к центральной стойке, отличаются друг от друга характерной особенностью

взаимодействия основной и дополнительной масс. Причем указанная особенность заключается в том, что если в первом случае эти массы работают совместно, то во втором – вследствие примененного решения – уже раздельно.

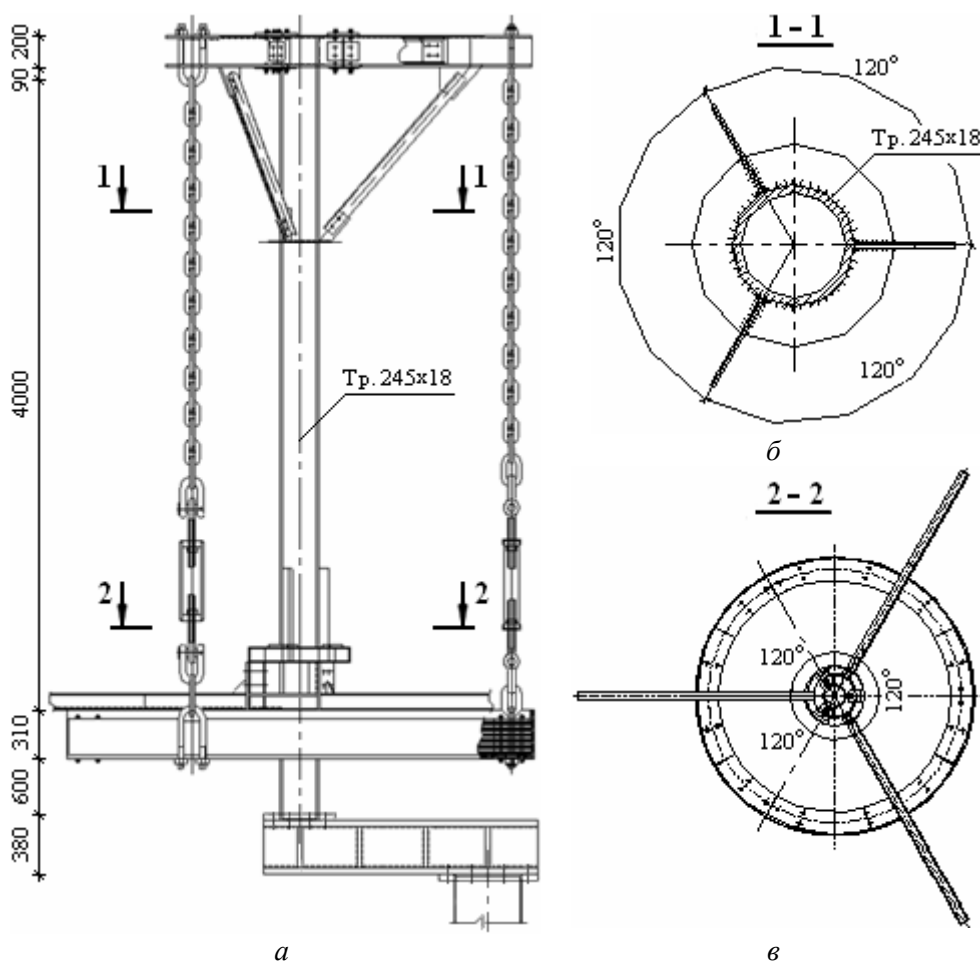


Рис. 6.13. Принципиальная конструктивная схема динамического низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7:

а – разрез по двум цепям подвески гасителя; *б* – вид сверху на опорную конструкцию гасителя; *в* – вид сверху на дополнительную массу – «кольцо с лучами»

В этом плане также обратим внимание на такую показательную особенность всех уже рассмотренных низкочастотных гасителей колебаний типа ГК-7, как широчайшее многообразие используемых при их разработке физических процессов и механических подходов к гашению колебаний и, как следствие, применяемых конструктивных решений. И поэтому вполне очевидно, что описать все существующие гасители колебаний типа ГК-7 в одной

книге, к сожалению, не представляется возможным. В связи с этим, не задерживаясь даже на их простом перечислении, которое можно отыскать в работах [33, 96], дополнительно остановимся только на том из них, конструкция которого, вследствие своего резкого отличия от описанных ранее, представляет практический интерес.

Итак, указанный низкочастотный гаситель колебаний типа ГК-7, имеющий достаточно простую и одновременно наглядную конструкцию, состоит из полого цилиндра, частично заполненного сыпучим материалом, подвесок, представляющих собой две закрепленные на опорах гибкие нити, и талрепов для регулировки натяжения подвесок (рис. 6.14). Что же касается принципа действия этого гасителя, то он заключается в следующем: гашение колебаний защищаемой конструкции осуществляется при качении цилиндра по подвескам в противофазе колебаний конструкции и затухания за счет перемещения сыпучего материала внутри цилиндра. А настройка гасителя выполняется в результате изменения количества сыпучего материала, длины подвесок и их стрелы провисания.

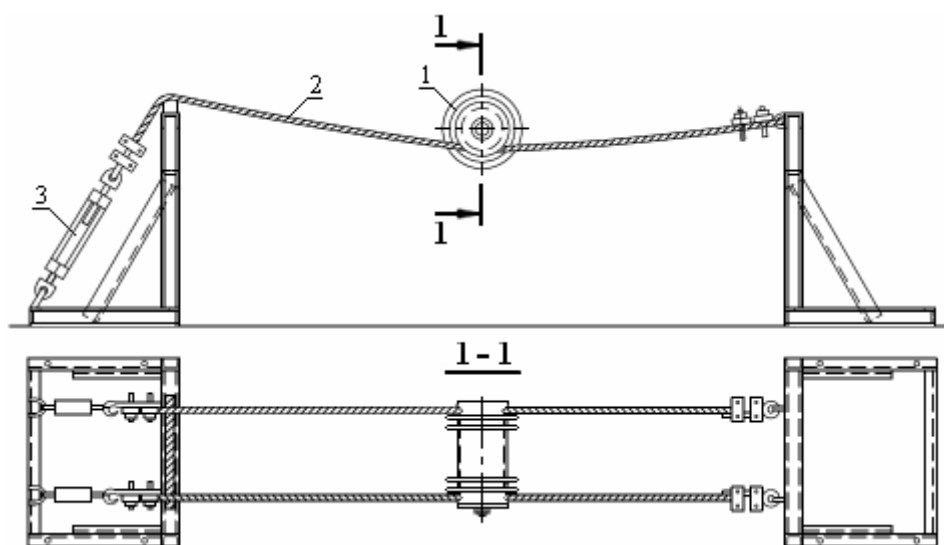


Рис. 6.14. Принципиальная конструктивная схема динамического низкочастотного гасителя колебаний типа ГК-7:

- 1 – полый цилиндр, частично заполненный сыпучим материалом;
2 – подвеска; 3 – талреп

Теперь стоит подчеркнуть, что при гашении колебаний высотных сооружений типа дымовых труб и подобных им в первую очередь ставится задача снижения колебаний, происходящих по первой форме. В тех же случаях, когда расчет дымовых труб указывает на целесообразность гашения на второй и более высоких гармониках, то, учитывая разреженность спектра частот свободных колебаний консольного стержня, являющегося

обычной расчетной схемой дымовых труб, допускается для каждой формы производить расчет параметров гасителя как для соответствующей системы с одной степенью свободы. При этом вследствие того, что эффективность гашения зависит в основном от правильности назначения параметров, определяющих настройку гасителя, рекомендуется:

- уделять повышенное внимание точности определения частот свободных колебаний защищаемого сооружения;
- учитывая неизбежность отклонений расчетных частот колебаний защищаемой конструкции от их истинных значений, производить дополнительную расчетную проверку правильности назначения параметров гасителя по измеряемым в натуре частотам сооружения (и в первую очередь – первой);
- до установки гасителя колебаний на сооружении производить его пробный монтаж на земле и экспериментально определять первую частоту и декремент затухания колебаний, а в случае отклонения частоты от заданного оптимального значения производить настройку гасителя;
- при изменении частоты собственных колебаний защищаемой конструкции в процессе монтажа или эксплуатации, как правило, следует изменить частоту гасителя, чтобы та была достаточно близкой к новому оптимальному значению, для чего нужно воспользоваться устройствами для регулировки частоты гасителя.

§ 6.4. Определение частоты колебаний гасителей

Как это хорошо известно, расчетная схема динамического гасителя колебаний может представлять собой либо математический, либо физический маятник. Математический маятник является механической системой, состоящей из материальной точки, находящейся на невесомой нерастяжимой нити или на невесомом стержне в однородном поле сил тяготения. Плоский математический маятник со стержнем имеет одну степень свободы, а в случае замены стержня растяжимой нитью, система уже будет обладать двумя степенями свободы со связью. Что же касается физического маятника, то он представляет собой твердое тело, совершающее колебания в поле каких-либо сил относительно точки, не являющейся центром масс этого тела, или неподвижной оси, перпендикулярной направлению действия сил и не проходящей через центр масс этого тела.

Рассмотрим далее работу динамического гасителя колебаний, расчетная схема которого представлена в виде плоского математического маятника со стержнем массой m и длиной l со связью в опорном сечении. Вполне понятно, что при колебаниях гасителя в его опорной связи будет возникать изгибающий момент M , величина которого есть пропорциональной углу поворота θ . С учетом сказанного легко убедиться в том, что для нахождения момента M является справедливой следующая формула:

$$M = c\theta,$$

в которой коэффициент c характеризует жесткость опорной связи.

В этом случае выражение для круговой частоты гасителя ω при малых перемещениях может быть принято в виде

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{c}{ml^2}},$$

где g – ускорение силы тяжести.

Если же маятник имеет n тросов, то тогда формула для коэффициента жесткости опорной связи представима в виде произведения $c = nc_1$, где c_1 – коэффициент, учитывающий влияние одного троса. Заметим, к слову, что при заделке опорного (верхнего) участка троса длиной l_1 , находящегося между верхним сечением и промежуточной опорой гасителя, величина c будет равна $c = n \frac{4EI}{l_1}$, а при шарнирном опирании, соответственно – $c = n \frac{3EI}{l_1}$,

причем под EI в этих формулах понимается изгибная жесткость троса.

Перейдем теперь к рассмотрению работы динамического гасителя колебаний, расчетная схема которого является физическим маятником. Последнее означает, что представление круговой частоты гасителя ω при малых перемещениях по сравнению с предшествующим случаем изменится и запишется так:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg}{I_z l_{\text{пр}}}},$$

где I_z – момент инерции массы маятника относительно оси вращения, $l_{\text{пр}}$ – расстояние от центра тяжести маятника до оси вращения.

А если же прикрепление оси вращения выполнено таким образом, что в опоре, как это показано ранее, при отклонении маятника на угол θ возникает момент M , то последняя формула для круговой частоты преобразуется к виду

$$\omega = \sqrt{\frac{mg}{I_z l_{\text{пр}}} + \frac{c}{I_z}}.$$

И, наконец, если гаситель колебаний представляет собой однородный или пустотелый цилиндр с радиусом r , перемещающийся с вращением по направляющей, радиус которой равен R , то тогда последнее выражение без учета инерции вращения самого цилиндра может быть переписано таким образом:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R-r}}.$$

В части же устанавливаемых на оттяжках мачт виброгасителей колебаний скажем только то, что они служат для снижения резонансных колебаний в высокочастотном (4 – 40 Гц) и низкочастотном (1 – 4 Гц) диапазонах частоты. При этом частота колебаний оттяжки по первой форме определяется выражением

$$f_1 = 0,5l \sqrt{\frac{\sigma F}{\rho}},$$

в котором принято, что l – длина, F – площадь поперечного сечения и ρ – линейная плотность оттяжки. Причем виброгасители устанавливаются у стяжной муфты оттяжки на расстоянии $l_1 = 0,004 d (T_{\text{ср}}/\rho)^{1/2}$, где $T_{\text{ср}}$ – усилие натяжения оттяжки.

Здесь также представляется интересным следующее. Если пустотелый цилиндр с целью получения диссипативных сил частично заполнен сыпучим материалом, то в формулу для определения ω следует взамен r подставить расстояние от центра тяжести частично заполненного цилиндра до направляющей поверхности. Заметим, что приведенная выше формула остается справедливой и в случае замены цилиндра призматическим телом с криволинейной нижней поверхностью, которое перемещается по такой же направляющей поверхности, покрытой слоем антифрикционного материала.

Что же касается более сложных конструктивных форм гасителей, то они обычно рассматриваются как системы с одной степенью свободы, квазиупругий коэффициент которых следует определять по правилам механики. А в окончательный расчет необходимо вводить только их скорректированные параметры, полученные в результате проведения натурного эксперимента по определению значения частоты колебаний.

Важным является также то, что наряду с определением достаточной для расчета защищаемой системы эффективности гасителя должна быть определена и амплитуда его колебаний, которая в большой мере зависит от его массы. При этом только нужно иметь в виду, что приближение условий работы маятникового гасителя к линейному представлению будет обеспечено в случае непревышения величины отношения амплитуды колебаний маятника к его длине, равной 0,3.

В случае же расположения гасителя внутри конструкции, с которой он не должен соприкасаться во время своей работы, необходимо ограничивать амплитуду его колебаний. Причем величину этого ограничения представляется возможным принимать равной примерно $0,7d$, где расстояние d является зазором между поверхностью массы маятника в положении равновесия и наиболее близкой к гасителю внутренней поверхностью конструкции. Если же это требование при расчете движения конструкции и гасителя по тем или иным причинам выполнить не представляется возможным, то следует изменить параметры гасителя путем увеличения, например, его массы, или повышения коэффициента демпфирования. Однако здесь необходимо иметь в виду, что при расчете сооружений с гасителями, затухание в которых осуществляется за счет изгиба каната или в результате использования сухого трения, коэффициенты демпфирования нужно экспериментально определять для максимальных значений амплитуд колебаний гасителя.

И, наконец, в завершение данного параграфа имеет смысл отметить, что более обширный материал в части расчета разных типов гасителей колебаний, определения их рабочих характеристик и конструктивных параметров представлен в справочнике [96] и рекомендациях [77].

§ 6.5. Методика и пример расчета воздушного демпфера

В качестве примера, иллюстрирующего расчет гасителей колебаний, приведем методику расчета динамического высокочастотного гасителя колебаний типа ГК-6 с воздушным демпфером, принципиальная конструктивная схема которого изображена на рис. 6.9. А изложение примера начнем с указания на то, что в рассматриваемом гасителе вес груза на маятнике обычно принимается в пределах от 0,5 до 1,0% от всего веса защищаемой конструкции.

Прежде всего заметим, что жесткость спиральной пружины $c_{\text{пр}}$, соединяющей маятник и конструкцию, зависит от частоты собственных колебаний конструкций и определяется из соотношения

$$\omega^2 = \frac{c_{\text{пр}} l_2^2 + c^* l_1^2 + \frac{m_{\text{г}} g}{l_0}}{J_{\text{г}}},$$

где ω – круговая частота собственных колебаний конструкций; c^* – создаваемая демпфером добавочная жесткость; $m_{\text{г}}$ – масса груза на маятнике; g – ускорение силы тяжести; $J_{\text{г}}$ – момент инерции груза относительно точки подвеса; l_0 – расстояние от оси подвеса до центра тяжести груза; l_1 – плечо демпфера, т. е. расстояние от оси подвеса маятника до оси демпфера; l_2 – плечо пружины.

А величина предельного отклонения груза из нейтрального положения устанавливается из условия, что груз лишь в редких случаях может доходить до упора. Это значение, в свою очередь, определяет ход демпфера и ход пружины.

Что же касается коэффициента эффективного сопротивления демпфера h , то он выбирается в процессе оптимизации величины логарифмического декремента затухания свободных колебаний маятника при неподвижной конструкции. Причем является вполне очевидным, что чем меньше значение h , тем более эффективно работает демпфирующее устройство. При этом, однако, нельзя забывать и о том, что при уменьшении значения h одновременно возрастает амплитуда колебаний маятника внутри конструкций. Таким образом, имеем классическое противоречие – выигрываешь в одном и одновременно проигрываешь в другом. Разрешение же этого противоречия или, иными словами, поиск золотой середины, достигается достаточно просто, а именно: более точной регулировкой совпадения значений частот собственных колебаний маятника и конструкции. Величина же коэффициента эффективного сопротивления демпфера находится по формуле

$$h = \frac{1}{2} m_{\text{г}} \omega \left(\frac{l_0}{l_1} \right)^2.$$

Рабочая площадь поршня $S_{\text{п}}$ в демпфере должна быть не ниже предела, определяемого сжимаемостью заполняющего демпфер воздуха, а именно:

$$S_{\text{п}} \geq 2\omega h x_{\text{д}} / \varphi,$$

где $x_{\text{д}}$ – ход демпфера, т. е. величина максимально возможного смещения поршня из нейтрального положения; $\varphi = 1,3 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^2$ – коэффициент давления при обычной температуре (20 °C) адиабатического сжатия воздуха.

А для жесткости столба воздуха в демпфере c_d является справедливой следующая формула:

$$c_d = 2S_n \varphi / x_d.$$

Далее по известным значениям c_d и h определяется добавочная жесткость демпфера c^* и коэффициент его фактического сопротивления h_d

$$c^* = \frac{1}{2}c_d - \sqrt{\frac{1}{4}c_d^2 - h^2\omega^2}; \quad h_d = \frac{c^*c_d}{h\omega^2},$$

причем значение h_d связано с величиной зазора между поршнем и цилиндром демпфера следующим условием:

$$h_d = \varepsilon \frac{B S_n^2}{R \delta^2},$$

где R и B – радиус и ширина поршня; δ – величина зазора между поршнем и цилиндром; ε – коэффициент вязкости воздуха, величина которого по результатам испытаний воздушных демпферов приблизительно равна $\varepsilon \approx 0,025 \text{ кг}\cdot\text{с}/\text{м}^3$.

Теперь укажем на несколько важных практических нюансов, связанных с обеспечением нормальной работы демпфера. Первый из них состоит в том, что в его рабочем режиме, т. е. при относительно небольших колебаниях маятника, сила сухого трения в демпфере должна быть достаточно малой. А потому эта сила, приведенная к центру тяжести груза, как правило, не превышает 3% от его веса. Второй же нюанс заключается в ограничении амплитуды колебаний груза внутри конструкции. Для этого обычно используются специальные упоры, конструкция которых должна не только обладать необходимой прочностью, но и амортизировать возможные удары груза при скоростях его подхода до 1 м/с.

Опираясь на предшествующие соображения, перейдем теперь к непосредственному расчету воздушного демпфера гасителя колебаний. И прежде всего принимаем, что масса гасителя составляет $m_g = 200 \text{ кг}\cdot\text{с}^2/\text{м}$ (т. е. достигает 0,67% массы всей защищаемой конструкции), период колебаний равен $T = 2,68 \text{ с}$, ход демпфера – $x_d = 0,15 \text{ м}$, а $l_0 = l_1$. Кроме того, считаем, что в цилиндре демпфера имеется только один поршень шириной $B = 0,05 \text{ м}$.

Вначале вычисляем круговую частоту собственных колебаний $\omega = 2\pi/T = 2\cdot 3,14/2,68 = 2,34 \text{ с}^{-1}$ и величину коэффициента эффективного сопротивления демпфера $h = 0,5\cdot 200\cdot 2,34\cdot 1,0 = 234 \text{ кг}\cdot\text{с}/\text{м}$.

Далее определяем величину рабочей площади поршня демпфера $S_n = 2\cdot 2,34\cdot 234\cdot 0,15/1,3\cdot 10^4 = 0,0126 \text{ м}^2$. Беря во внимание сортамент типоразмеров конструкций существующих демпферов, окончательно принимаем, что $S_n = 0,053 \text{ м}^2$. В связи с этим диаметр поршня будет равен $d_n = (4S_n/\pi)^{1/2} = (4\cdot 0,053/3,14)^{1/2} = 0,26 \text{ м}$.

Теперь, согласно очередности расчета, находим жесткость столба воздуха в демпфере $c_d = 2\cdot 0,053\cdot 1,3\cdot 10^4/0,15 = 9,19\cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}$, добавочную жесткость демпфера $c^* = 0,5\cdot 9,19\cdot 10^3 - [0,25\cdot (9,19\cdot 10^3)^2 - 234^2\cdot 2,34^2]^{1/2} = 33 \text{ кг}/\text{м}$ и коэффициент его фактического сопротивления $h_d = 33\cdot 9,19\cdot 10^3/234\cdot 2,34^2 = 237 \text{ кг}\cdot\text{с}/\text{м}$.

И, наконец, в завершение расчета определяем величину зазора между поршнем и цилиндром демпфера $\delta = (0,025\cdot 0,05\cdot 0,053^2/0,13\cdot 237)^{1/2} = 0,34\cdot 10^{-3} \text{ м}$.

§ 6.6. Настройка гасителей колебаний

При проектировании гасителя его параметры (длина подвески маятника и величина его эксцентриситета, расстояние между опорами, кривизна поверхности и т. п.) принимаются в соответствии с частотой собственных колебаний сооружения, значение которой получено из динамического расчета. Однако в действительности фактическое значение частоты практически всегда отличается от расчетного, а потому возникает необходимость в определении этого значения. Сообразно с указанным перед сдачей в эксплуатацию производится настройка гасителя или, иными словами, устанавливаются его физические параметры, соответствующие действительным параметрам сооружения. А порядок действий при этом предполагает выполнение следующих видов работ:

- устанавливаются частоты колебаний сооружения без гасителя;
- выявляются частоты и логарифмические декременты затухания колебаний гасителя, причем подбор всех обеспечивающих настройку параметров производится для гасителя, который расположен на уровне земли;
- выполняется монтаж гасителя и фиксация параметров, обеспечивающих его настройку;
- производится запись колебаний сооружения с включенным и выключенным гасителем с целью выявления эффективности гашения.

Хорошо известно, что изучить колебания сооружения наиболее просто путем возбуждения первой частоты колебаний в результате приложения импульса к его верхней точке при разрыве тарированного образца (рис. 6.15). Следует заметить, что этот метод многократно проверен при динамических испытаниях многих высотных сооружений и, в частности, башен высотой до 180 м. Что же касается регистрации и записи колебаний для последующего определения периода и декремента затухания, то с этой целью используются специальные датчики, установленные во взаимно перпендикулярных направлениях. Причем запись колебаний, как правило, осуществляется специальными приборами, способными регистрировать колебания с большими перемещениями, к примеру, универсальным прибором Гейгера.

§ 6.7. Эксплуатация гасителей колебаний

Не вдаваясь в излишние подробности, подчеркнем лишь один наиболее характерный момент, свойственный эксплуатации гасителей колебаний, – их периодические профилактические осмотры. Отметим, что при проведении этих осмотров следует уделять повышенное внимание состоянию канатов, особенно у опорной части, затяжке болтов опорной части и рамы, а также состоянию антикоррозионной защиты. А их периодичность лучше всего назначать таким образом, чтобы она совпадала с периодичностью осмотра самого высотного сооружения.

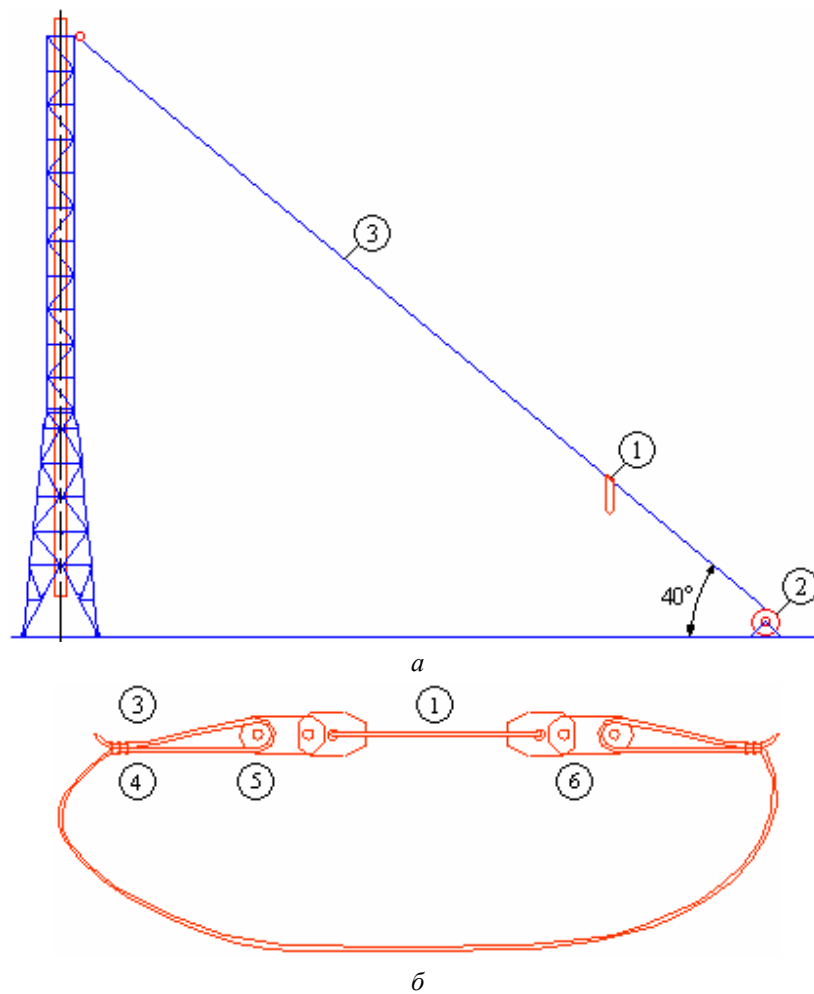


Рис. 6.15. Схема размещения оборудования при возбуждении колебаний вытяжной башни методом разрыва тарированного образца:
a – общий вид; *б* – схема установки разрывного образца в петле троса;
 1 – разрывной образец; 2 – основная лебедка грузоподъемностью 5 т;
 3 – основной трос; 4 – жимки; 5 – серьга; 6 – зажим

§ 6.8. Особенности расчета высотных сооружений при вихревом возбуждении. Расчет на ветровой резонанс

Как это хорошо известно [81], критическая скорость $v_{кр}$ при вихревом возбуждении сооружений цилиндрической формы определяется из выражения

$$v_{кр} = d/T_i Sh,$$

где T_i – период собственных частот колебаний по i -й форме; Sh – число Струхала; d – диаметр сооружения (либо его элемента).

Следует сказать, что величина числа Струхала зависит от формы поперечного сечения профиля и для некоторых наиболее используемых видов профилей приведена в табл. 6.1. При отсутствии же в этой таблице необходимого значения числа Струхала, его можно определить путем испытаний модели в аэродинамической трубе либо получить ориентировочную оценку с использованием коэффициента лобового сопротивления c_x по формуле $Sh \approx 0,225/c_x$.

В свою очередь, амплитуды интенсивности аэродинамической силы по высоте сооружения $F_i(z)$ находятся с применением формулы

$$F_i(z) = c_y w_{кр} d \alpha(z),$$

в которой параметр c_y представляет собой аэродинамический коэффициент, характеризующий подъемную силу, $w_{кр} = 0,613 v_{кр}^2$ – давление воздушного потока, а $\alpha(z)$ – относительную ординату i -й формы колебаний. Заметим, к примеру, что значение коэффициента c_y принимается для кругового цилиндра равным 0,25, а для сечений с угловыми точками – 0,5.

Что же касается динамических усилий (перемещений) X_d , то в этом случае для вычисления их значений обычно применяется следующее соотношение:

$$X_d = X_{ст} \pi / \delta,$$

где $X_{ст}$ – статическое усилие (перемещение), вызванное аэродинамической силой; δ – декремент затухания колебаний сооружения.

Напомним теперь, что аэроупругие колебания галопирующего типа проявляются на сооружениях (о чем уже было сказано в начале данной главы) с некруглым поперечным сечением при определенных соотношениях массы и размеров сечения, упругих характеристик и параметров демпфирования, скорости и направления (по отношению к характерной оси сечения) воздушного потока. Кроме того, для этих сечений свойственно наличие подъемной силы c_y , зависящей от угла атаки воздушного потока α , т. е. угла между вектором скорости ветра и характерной осью сечения. Причем при некоторых углах атаки подъемная сила может даже менять знак, что, как правило, и приводит к появлению аэроупругих колебаний.

В связи со сказанным отметим, что необходимое условие для проявления неустойчивости при галопировании описывается так называемым обобщенным критерием Глауэрта – Ден-Гартога [21, 123], который связывает аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления c_x и подъемной силы c_y с углом атаки α и который можно записать следующим образом:

$$(dc_y/d\alpha + c_x) > 0,$$

а соответствующая началу галопирующих колебаний скорость воздушного потока $v_{гал}$ определяется по формуле

$$v_{гал} = \frac{\delta f_i d}{p(dc_y/d\alpha + c_x)}.$$

Заметим, что в последнем выражении применены как ранее введенные в этой главе обозначения, согласно которым δ – это логарифмический декремент затухания колебаний, f_i – частота i -й формы колебаний, d , h и m – диаметр, высота и масса сооружения, так и ряд новых обозначений,

в том числе $p = \rho h d^2 / 4m$ – комплексный показатель и ρ – массовая плотность воздуха. Графическое же представление обобщенного критерия Глауэрта – Ден-Гартога для некоторых приведенных в табл. 6.1 видов поперечных сечений профилей изображено на рис. 6.16 и 6.17, а график его основного компонента – коэффициента лобового сопротивления c_x в зависимости от угла атаки воздушного потока α – показан на рис. 6.18.

Таблица 6.1

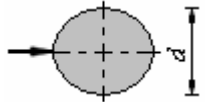
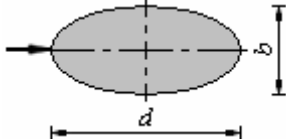
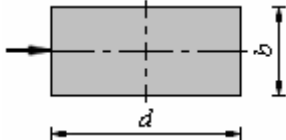
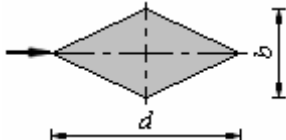
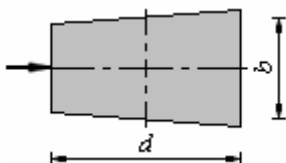
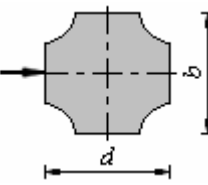
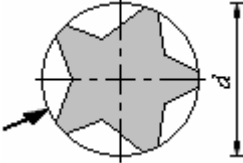
№ п/п	Форма поперечного сечения профиля	Число Струхала	Параметры сечения	Угол атаки α	Число Рейнольдса
1.		0,18 – 0,20 0,20	—	—	$1 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5$ $2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^7$
2.		0,18 – 0,20 0,12 – 0,13	$d/b = 2,0$ $d/b = 0,5$	0° 0°	$1 \cdot 10^5 - 6,5 \cdot 10^5$ $(3 - 5) \cdot 10^5$
3.		0,14	$d/b = 2,0$	0°	$1 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^6$
4.		0,14 – 0,15	$d/b = 1,33$	90°	$1 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^6$
5.		0,09 – 0,10	$d/b = 0,62 - 1,64$	180°	$1 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^6$
6.		0,11 – 0,12	$d/b = 1,0$	—	$1 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^6$
7.		0,11 – 0,14	—	—	$1 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^6$



Рис. 6.16. Графики зависимости обобщенного критерия Глауэрта – Ден-Гартога от угла атаки $(dc_y/d\alpha + c_x) = f(\alpha)$ для некоторых поперечных сечений профилей в виде:
 - - - - - трапеции с $d/b = 1,64$; - · - · - трапеции с $d/b = 1,09$;
 ~ ~ ~ ~ - трапеции с $d/b = 0,62$; ———— - клина с углом раствора 30°

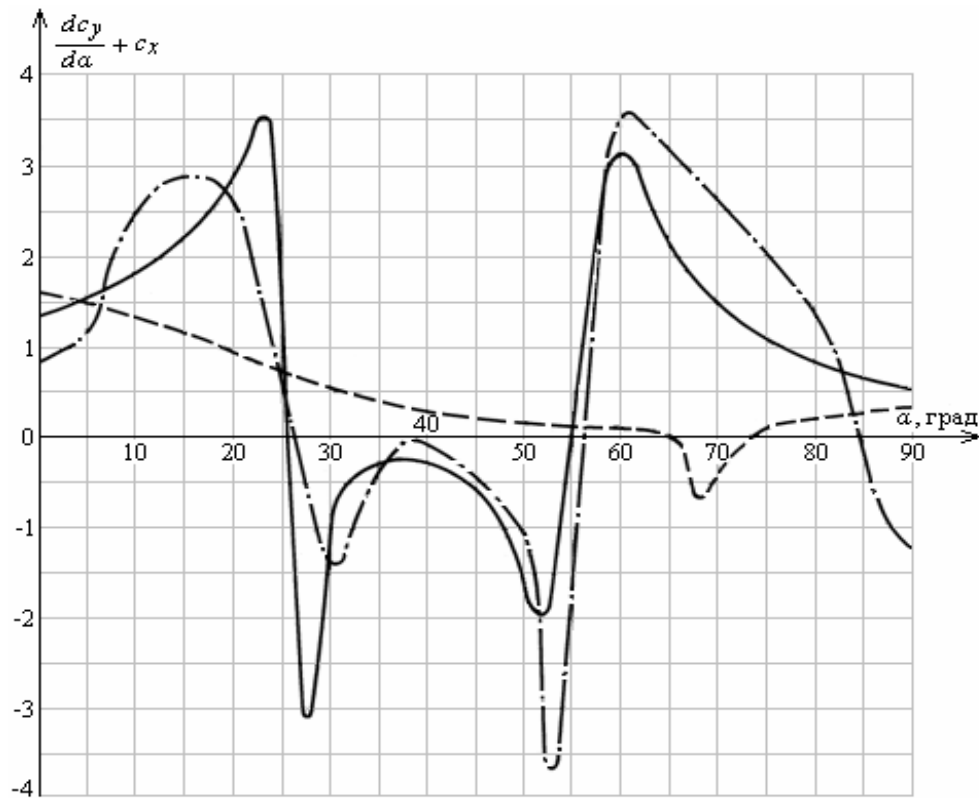


Рис. 6.17. Графики зависимости обобщенного критерия Глауэрта – Ден-Гартога от угла атаки $(dc_y/d\alpha + c_x) = f(\alpha)$ для некоторых поперечных сечений профилей в виде: — — — эллипса с $d/b = 0,75$; - - - - - астроидам; — — — ромба с $d/b = 0,75$

Теперь в качестве примера определения истинных величин аэродинамических коэффициентов приведем результаты экспериментальных исследований монумента Независимости Украины с учетом венчающей бронзовой фигуры женщины (Берегини) с калиновой ветвью в руках, конструктивное решение которого описано в главе 1. Следует сказать, что проведение указанных исследований было обусловлено необходимостью выработки практических рекомендаций для обеспечения надежной работы монумента вследствие того, что его общая высота составляет 62 м, а венчающая фигура имеет достаточно большую наветренную площадь, что приводит к возникновению значительных аэродинамических сил и моментов.

Экспериментальные исследования монумента Независимости Украины были выполнены с использованием специально созданной и изображенной на рис. 6.19 крупномасштабной модели его венчающей фигуры масштаба 1:8. Кстати говоря, на этом же рисунке показана принятая при испытаниях скоростная система координат при нулевом значении угла атаки воздушного потока и соответствующее ей правило знаков аэродинамических сил и моментов.

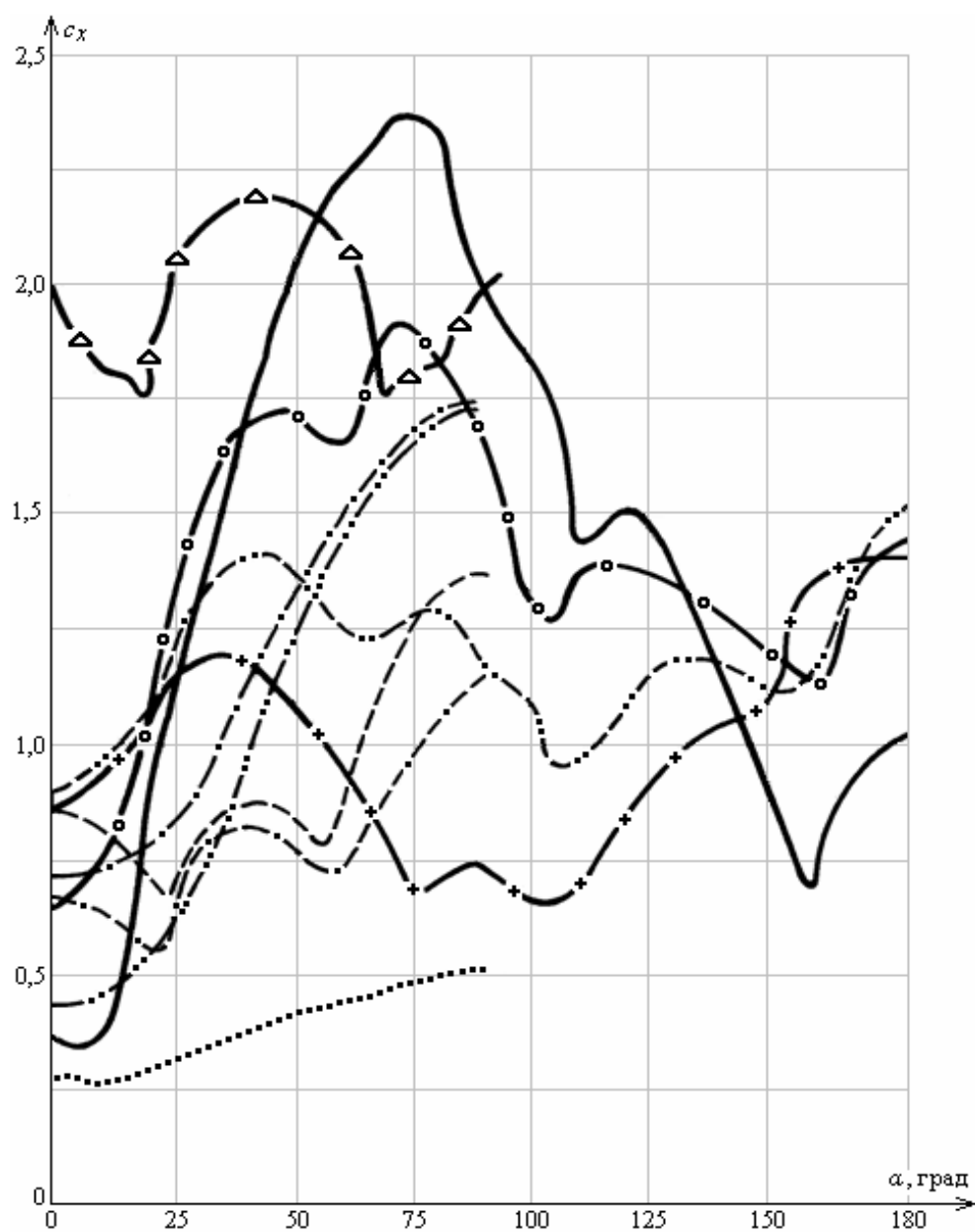


Рис. 6.18. Графики зависимости коэффициента лобового сопротивления от угла атаки $c_x = f(\alpha)$ для некоторых поперечных сечений профилей в виде:
 — ○ — ○ — — трапеции с $d/b = 1,64$; — × — × — — трапеции с $d/b = 1,09$;
 — — ■ — — — трапеции с $d/b = 0,62$; — — — — — клина с углом раствора 30° ;
 — ■ — — — эллипса с $d/b = 1,66$; ■ ■ ■ ■ ■ — эллипса с $d/b = 1,33$;
 — ■ ■ — — эллипса с $d/b = 1,25$; — Δ — Δ — Δ — — квадрата;
 — — — — — астроида с $d/b = 1,33$; — — ■ — — — ромба с $d/b = 1,33$

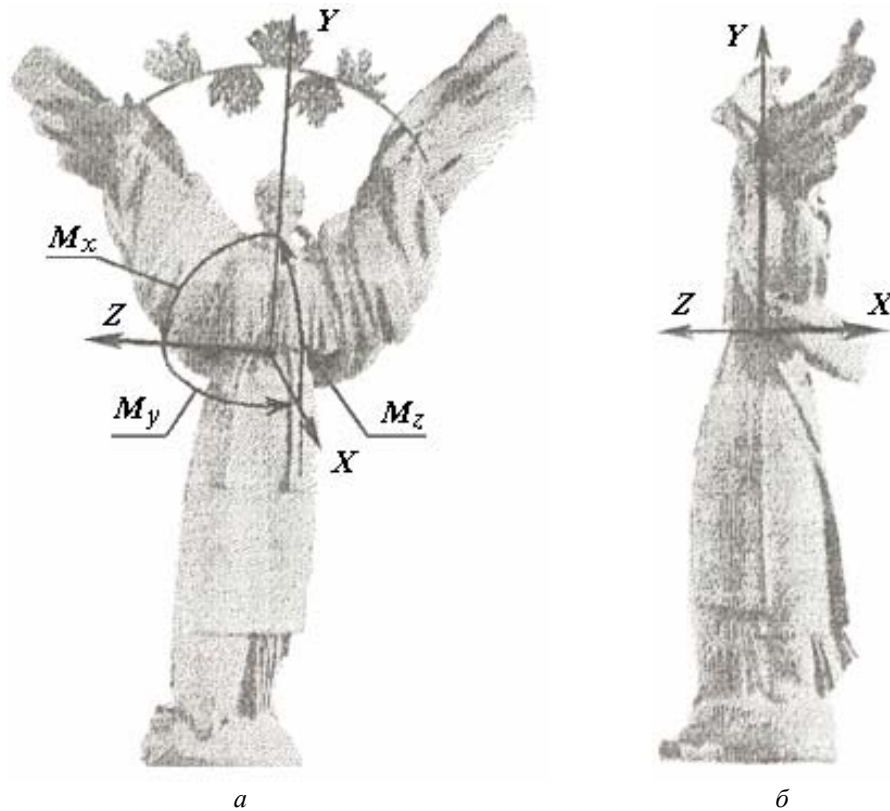


Рис. 6.19. Общие виды крупномасштабной модели венчающей фигуры монумента Независимости Украины, скоростная системы координат и правило знаков:
a – фронтальный; *б* – боковой

Что же касается цели аэродинамических исследований, то она состояла, во-первых, в определении коэффициентов аэродинамических сил и моментов при круговой обдувке модели набегающим воздушным потоком и, во-вторых, в подготовке практических рекомендаций для обеспечения надежной работы монумента Независимости Украины. Для достижения указанной цели были проведены испытания модели в аэродинамической трубе ТАД – 2 Национального авиационного университета в воздушном потоке при скоростном напоре $q = 700$ Па и числе Рейнольдса $Re \approx 7,6 \cdot 10^6$, что соответствует скорости ветра около 34 м/с.

Некоторые наиболее важные результаты испытаний в виде графиков аэродинамических коэффициентов лобового сопротивления c_x , подъемной силы c_y и боковой силы c_z ; моментов m_x , m_y и m_z , а также полного аэродинамического сопротивления c_R в зависимости от угла атаки воздушного потока приведены на рис. 6.20 – 6.22. Кроме того, анализ полученных экспериментальных данных позволил установить следующие закономерности работы венчающей фигуры монумента в воздушном потоке:

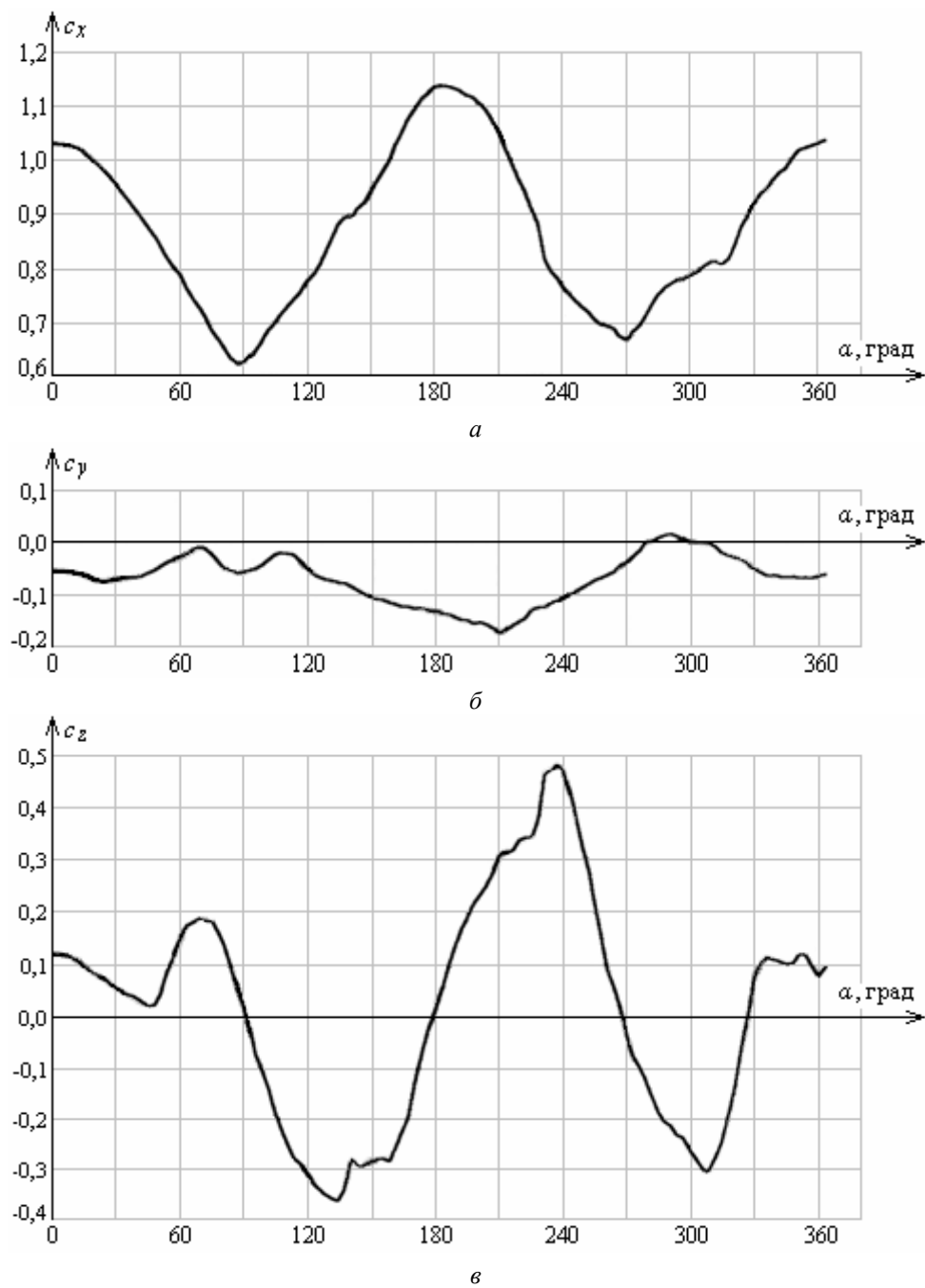


Рис. 6.20. Графики аэродинамических коэффициентов сил при круговой обдувке модели венчающей фигуры монумента Независимости Украины в зависимости от угла атаки воздушного потока:
 а – лобового сопротивления c_x ; б – подъемной силы c_y ; в – боковой силы c_z

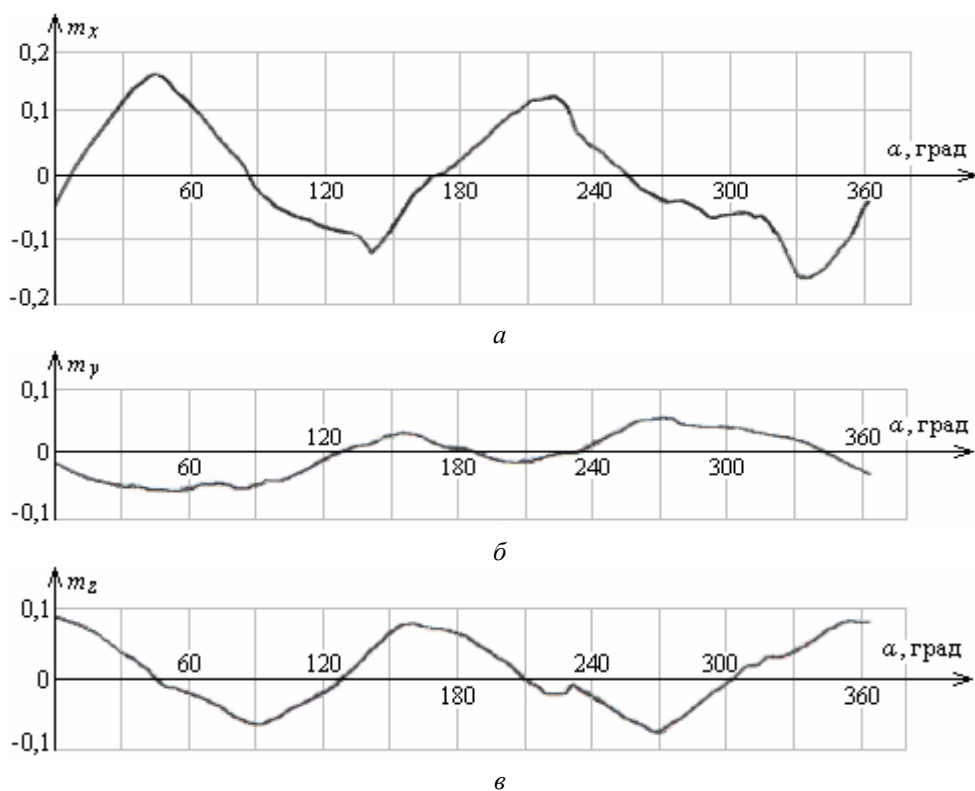


Рис. 6.21. Графики аэродинамических коэффициентов моментов при круговой обдувке модели венчающей фигуры монумента Независимости Украины в зависимости от угла атаки воздушного потока: *a* – m_x ; *б* – m_y ; *в* – m_z

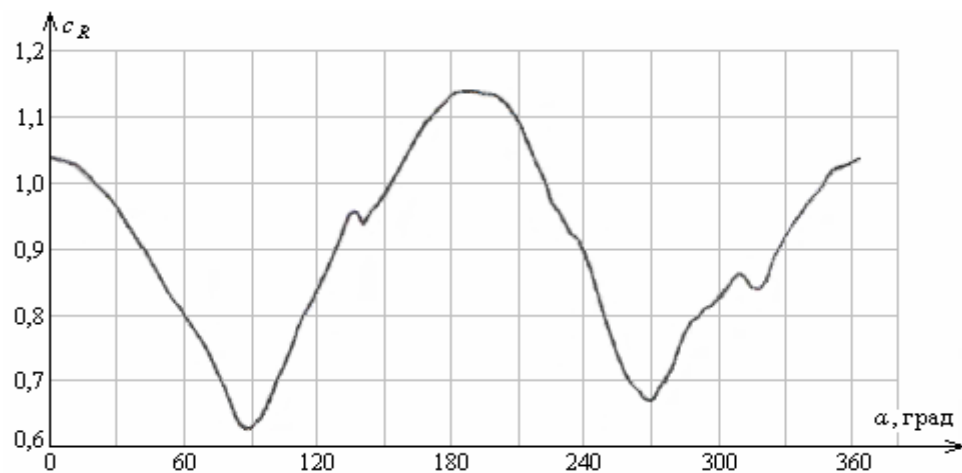


Рис. 6.22. График аэродинамического коэффициента полного сопротивления c_R при круговой обдувке модели венчающей фигуры монумента Независимости Украины в зависимости от угла атаки воздушного потока

- все компоненты аэродинамических характеристик при обдувке венчающей фигуры имеют приблизительно гармонический характер изменения в зависимости от угла атаки воздушного потока;
- максимальное значение коэффициента лобового сопротивления венчающей фигуры $c_{x \max} = 1,134$ зарегистрировано со стороны спины фигуры при угле атаки $\alpha = 183^\circ$. В случае же обдувки с фронтальной стороны (т. е. в пределах диапазона угла атаки от -3 до 9°) значение этого коэффициента составляет уже только $c_x = 1,025 - 1,028$, что объясняется художественными особенностями композиции, а именно: влиянием находящейся на спине фигуры шали;
- минимальные значения коэффициента лобового сопротивления $c_{x \min} = 0,62 - 0,67$ отмечены при боковой обдувке венчающей фигуры (т. е. при углах атаки $\alpha = 90^\circ$ и $\alpha = 270^\circ$);
- экстремальные значения коэффициента боковой силы достигают $c_{z \min} = -0,36$ и $c_{z \max} = 0,48$ и были установлены при углах атаки венчающей фигуры соответственно $\alpha = 136^\circ$ и $\alpha = 240^\circ$;
- экстремальные значения коэффициента подъемной силы c_y при любых углах атаки венчающей фигуры по сравнению с двумя другими аэродинамическими коэффициентами представляют собой сравнительно малые величины в пределах от $c_{y \min} = -0,17$ до $c_{y \max} = 0,01$;
- график зависимости аэродинамического коэффициента полного сопротивления от угла атаки воздушного потока $c_R = f(\alpha)$ подобен графику коэффициента лобового сопротивления $c_x = f(\alpha)$. Однако, если их максимальные значения практически одинаковы ($c_{R \max} = 1,139$, а $c_{x \max} = 1,134$), то на промежуточных участках наблюдается некоторое превышение c_R над c_x . Отмеченное свидетельствует о том, что максимальная аэродинамическая нагрузка определяется исключительно силой лобового сопротивления при обдувке со стороны спины фигуры, тогда как при расчетах средних значений при всех углах атаки воздушного потока необходимо использовать значения аэродинамического коэффициента полного сопротивления;
- калиновая ветвь в руках венчающей фигуры оказывает весьма существенное влияние на ее аэродинамическое сопротивление, увеличивая значение коэффициента лобового сопротивления на величину около 10%. Причем в еще большей степени эта ветвь влияет на значение опрокидывающего момента, приводя к его возрастанию более чем в два раза. Заметим, что последнее есть следствием большого плеча ветви относительно моментной точки введенной системы координат;
- процесс обтекания венчающей фигуры воздушным потоком характеризуется повсеместным наличием неконтролируемого срыва вихрей за фигурой (которая имеет плохо обтекаемую аэродинамическую форму) при любом направлении ее обдува, приводящим, однако, к незначительному увеличению турбулентной составляющей воздушного потока и малым вариациям коэффициента боковой силы.

ГЛАВА 7

ОБЩИЕ ДАННЫЕ О СТАТИЧЕСКОМ И ДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЕТАХ И ОПТИМАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

§ 7.1. Основные положения статического расчета

Прежде всего обратим внимание на соблюдение обязательного условия при расчетах высотных сооружений, а именно: эти расчеты выполняются по первому, а в ряде случаев по первому и второму предельным состояниям в соответствии с требованиями действующих нормативных документов [22, 24, 103 – 106 и др.]. Кроме того, в этих расчетах необходимо также проверять прочность и устойчивость как всего сооружения, так и отдельных его элементов в соответствии с приведенными в табл. 7.1 и 7.2 значениями коэффициентов условий их работы и прочности сварных швов.

Таблица 7.1

Элементы сооружения	Значение коэффициента условий работы	
	Нормативный документ	
	СН 376-67	СНиП II-23-81*
Элементы мачт и башен (пояса, решетка, диафрагмы, несущие площадки)	0,90	1,00
Предварительно напряженные элементы решетки	0,90	0,90
Фланцы:		
кольцевые	1,10	1,10
других типов	0,90	0,90
Стальные канаты оттяжек мачт или элементы полотен:		
3 – 5 в ярусе	–	0,80
6 – 8 в ярусе	–	0,90
9 и более в ярусе	–	0,95
постоянные	0,80	–
временные	1,00	–
Заделка концов канатов на коуше зажимами или опрессовкой во втулке	–	0,75
Оплетка на коуше или изоляторе	–	0,55
Элементы крепления оттяжек, антенных полотен и проводов (к конструкциям и анкерам)	–	0,55
Анкерные тяжи при растяжении с изгибом	0,65	0,65
Проушины при работе на растяжение	0,65	0,65
Проушины при работе на растяжение	0,65	0,65
Детали креплений и соединений стальных канатов:		
оси шарниров при смятии	–	0,90
прочие механические детали	0,80	0,90

Таблица 7.2

Вид сварного шва	Значение коэффициента прочности сварных швов при отношении длины контролируемых швов к их общей длине	
	100%	от 10 до 50%
Стыковой или тавровый с двухсторонним сплошным проваром, выполняемый автоматической и полуавтоматической сваркой	1,0	0,9
Стыковой с подваркой корня шва или тавровый с двухсторонним сплошным проваром, выполняемый вручную	1,0	0,9
Стыковой, доступный сварке только с одной стороны корня шва, прилегающий по всей длине шва к основному металлу	0,9	0,8
В тавр, с конструктивным зазором свариваемых деталей	0,8	0,65
Стыковой, выполняемый автоматической и полуавтоматической сваркой с одной стороны с флюсовой или керамической подкладкой	0,9	0,8
Стыковой, выполняемый вручную с одной стороны	0,9	0,65

Следует также заметить, что геометрические и физические свойства конструкций высотных сооружений позволяют при проведении расчетов в большинстве случаев опираться на линейную зависимость между нагрузкой и перемещением, а нелинейные свойства оттяжек, висячих и вантовых элементов представлять как свойства гибкой упругой нити с малой стрелой провисания. Сообразно с этим, усилия и перемещения в высотных сооружениях определяются известными методами теории сооружений. А в особых случаях применяются специальные приемы, например, с использованием симметрии. Что же касается расчета систем с висячими и вантовыми элементами, то они представлены в работах [25, 35 – 37, 48, 49, 53, 65, 67, 79, 87, 90, 119 – 123].

Расчет же решетчатых конструкций башен, как правило, осуществляется с использованием расчетной схемы в виде пространственной фермы с использованием специализированных программ. Впрочем, используются и

упрощенные расчетные подходы, в которых для вычисления расчетных характеристик принимается схема башни в виде консольного стержня со ступенчато изменяющейся жесткостью, усилия в поясах и решетке определяются по приближенным формулам через моменты, продольные и поперечные силы, а при определении приведенных жесткостей учитывается податливость решетки. Здесь также представляется интересным, что в наиболее простых случаях обычно принимается схема расчета с разложением нагрузки по граням.

Завершим же данный параграф указанием на несколько общеизвестных фактов, вытекающих из существующей проектной практики высотного строительства. Во-первых, упрощенные методы расчета, как правило, применяются на этапе поиска и оценки вариантов конструктивного решения сооружения и, во-вторых, пространственный расчет позволяет получить существенную экономию металла при его проектировании.

§ 7.2. Основные положения динамического расчета

Особенности динамического расчета связаны с учетом основного воздействия на высотные сооружения – ветрового. И потому чтобы построить модель расчета на воздействие ветра, надо знать не только ветровой режим местности, где возводится сооружение, но и зависимости, связывающие характеристики ветрового воздействия, а также силы, возникающие при обтекании сооружения воздушным потоком.

Вообще говоря, динамичность высотных сооружений во многом зависит от величины коэффициента диссипации при действии сил внутреннего трения $\gamma_k = \delta/\pi$, причем здесь под δ , о чем уже упоминалось в 5 главе, понимается логарифмический декремент затухания колебаний. Следует сказать, что значения этого коэффициента для металлических высотных сооружений находятся в пределах от 0,030 до 0,125; при учете же аэродинамического демпфирования его величина достигает уже $\delta = 0,15$, а при резонансе принимается равной $\delta = 0,05$.

Что же касается ветрового режима местности и характеристик ветрового воздействия, то они определяются с учетом взаимосвязи воздушного потока и сил, возникающих при обтекании сооружения ветром, и устанавливаются методами экспериментальной аэродинамики. Кроме того, расчет воздействия порывов ветра производится с использованием статистических методов динамики. Также является хорошо известным, что по характеру воздействия ветровая нагрузка подразделяется на:

- статическую, вызванную средней составляющей либо суммой средней и пульсационных составляющих, когда частота колебаний сооружения высока и динамический эффект от пульсации мал;
- динамическую, обусловленную атмосферной турбулентностью или возмущениями в аэродинамической среде и вызывающую вынужденные колебания и бафтинг;
- динамическую, вызванную автоколебаниями сооружения в ветровом потоке.

Рассмотрим теперь решение задачи о вынужденных колебаниях высотных сооружений, вызванных атмосферной турбулентностью. Известно, что это решение состоит из двух этапов, первый из которых заключается в преобразовании воздушного потока со скоростью $v(z, t)$ в действующие на сооружение возмущающие силы. Причем указанное преобразование осуществляется с помощью передаточной функции, зависящей от относительных размеров сооружений и от длин волн гармоник скорости. В свою очередь, спектр возмущающей силы является произведением энергетического спектра скорости на квадрат модуля аэродинамической передаточной функции. В связи со сказанным стоит обратить внимание на то, что для большинства высотных сооружений аэродинамическая передаточная функция близка к единице, а потому спектр скорости легко преобразуется в аэродинамические силы с использованием аэродинамических характеристик элементов сооружения в установившемся потоке.

Второй же этап расчета состоит в преобразовании возбуждения в движение и осуществляется с помощью второй передаточной функции, зависящей от собственных частот сооружения и его диссипативных свойств (суммарного коэффициента диссипации). Здесь нужно сказать, что анализ общего решения задачи и возможные упрощения ее в приложениях к частным задачам для разных типов сооружений даны в ряде работ [3, 81, 83, 91] и, кроме того, нашли отражение в нормах [24, 103 – 105].

§ 7.3. Основные положения оптимального проектирования

Начнем рассмотрение с раскрытия общего смысла самого понятия оптимизации, под которым принято понимать процесс нахождения экстремума (глобального максимума или минимума) определенной функции или выбора наилучшего варианта из множества всех возможных вариантов путем их сравнительной оценки. В случае наличия большого числа вариантов, при поиске наилучшего варианта обычно используют методы математического программирования при строгой постановке задачи: задании набора переменных, установлении области их возможного изменения (задании ограничений) и определении вида целевой функции от переменных. В части же оптимального проектирования укажем на то, что проект практически любого сооружения может быть выполнен в значительном числе вариантов, из них желательным для реализации является тот, который обеспечивает наилучшее значение (значения) установленного при проектировании показателя качества решения. Отметим, что такой показатель обычно называется критерием оптимальности.

Что же касается строительства в целом, то здесь процесс оптимизации дополнительно усложняется тем, что при проектировании необходимо учитывать не только степень соответствия объекта заданным функциям, но и принимать во внимание затраты на его создание и эксплуатацию. Причем следует также иметь в виду, что чрезмерно большие затраты могут вообще поставить под сомнение возможность реализации проекта.

Обратим теперь внимание на то, что упомянутые выше критерии качества строительных конструкций могут формироваться и служить основой оптимизационного процесса как в узком, связанном с расходом материалов смысле, так и в более широком диапазоне оценочных факторов. В этом плане заметим, что наиболее просто реализуемым критерием оптимизации, который не подвержен влиянию экономической конъюнктуры, легко вычисляется и поэтому чаще всего применяется в задачах оптимизации отдельных конструкций, является их масса. При этом является само собой разумеющимся, что масса конструкции, а, следовательно, и ее стоимость, зависят от различных параметров сооружения, многообразие которых можно свести к двум основным взаимосвязанным группам – геометрическим и физическим. Сообразно со сказанным для стержневых конструкций геометрические параметры включают в себя схему сооружения, определяющую очертание осей отдельных элементов и размещение шарниров, типы и размеры поперечных сечений стержней, конструкции и размеры узловых соединений элементов. В тонкостенных же конструкциях эти параметры определяют геометрическую схему отдельных пластин или оболочек, типы их сопряжений, толщины листов. Кстати говоря, к этой же группе относятся и конструктивные требования унификации решений, а также уровень их серийности. А физические параметры конструктивной формы определяют механические характеристики материала конструкции и величины начальных усилий, напряжений или перемещений в элементах и их отдельных сечениях.

Далее стоит подчеркнуть следующее. В общем случае решение задач оптимизации по всем варьируемым параметрам обычно бывает достаточно затрудненным, а потому необходимо аргументировано ограничивать их число, выделяя лишь те из них, которые наиболее существенно влияют на конечный результат. Например, если параметры оптимизируемой конструкции имеют чисто геометрическую природу (габаритные размеры конструкции, размеры сечений элементов и т. д.) и все ее элементы изготовлены из одного и того же материала, то применение этого критерия позволяет достаточно объективно выбрать оптимальный вариант. Если же при изготовлении конструкции применяются существенно различные материалы, значительно отличающиеся удельной прочностью и стоимостью, то оптимизация конструкции по критерию ее массы уже есть недопустимой. В этом случае в качестве критерия может использоваться стоимость материалов и, поскольку такая стоимость составляет значительную (до 70%) часть полной стоимости конструкции, применение этого критерия часто бывает вполне оправданным. В свою очередь, если стоимость заводского изготовления, монтажа и транспортировки различных вариантов конструкции различается существенно, то при ее оптимизации необходимо учитывать и эти факторы. Поэтому здесь целесообразно применение обобщающего критерия, называемого «стоимость конструкции в деле». И именно этот критерий позволяет уже достаточно полно, с точностью до изменения цен, учитывать все затраты на

создание конструкции. Нужно сказать, что, невзирая на большое разнообразие конструктивных форм, распределение показателя стоимости в деле для целых классов конструкций имеет достаточно устойчивый характер. Так, соотношение затрат на создание металлических конструкций, в процентах, может быть выражено таким образом: проектирование – 2 – 3, сталь и другие материалы – 63 – 73, изготовление – 16 – 22, транспортировка – 3 – 7 и, наконец, монтаж – 5 – 20.

Но и это еще далеко не все. После поступления готового объекта в эксплуатацию заказчик вынужден нести затраты на поддержание конструкций объекта в соответствующем состоянии (например, окраска, ремонт), на создание необходимых для нормальной эксплуатации условий (к примеру, отопление и вентиляция промышленного здания), а также прямо или косвенно возмещать потери и ущерб, возникающие при эксплуатации объекта (например, потери нефтепродуктов в результате их испарения при хранении в резервуарах той или иной конструкции). Естественно, что при значительной величине этих затрат оптимальным в результате может оказаться вариант конструкции с существенно большей стоимостью в деле.

Но, тем не менее, стоимость в деле – это единовременная затрата, не изменяющаяся в течение всего периода эксплуатации, а затраты на эксплуатацию изменяются во времени линейно, в связи с чем эти показатели не должны сопоставляться непосредственно. Поэтому и вводится обобщенный критерий – приведенные затраты $\Pi = k S(D) + S(E)$, где $S(D)$ – показатель стоимости конструкции в деле; $S(E)$ – стоимость эксплуатации объекта в течение года; k – нормативный коэффициент, зависящий от планируемой продолжительности эксплуатации, величина которого в строительстве часто принимает значение $k = 0,12$. При этом также следует не упускать из виду тот факт, что чем более общим является критерий, тем труднее вычислить его значение в процессе проектирования объекта и тем сильнее меняется это значение в зависимости от общей экономической конъюнктуры. И потому в качестве основы принимают критерий «стоимость конструкции в деле» исходя из следующей совокупности факторов: масса конструкции (в том числе деталей, стержней и отправочных марок); затраты на материалы для изготовления; трудоемкость заводского изготовления (определяемая по отдельным операциям и суммарно); технологическая себестоимость заводского изготовления (определяемая по отдельным операциям и суммарно); заводская себестоимость, включающая помимо затрат, обусловленных процессом изготовления, и все остальные затраты завода, к примеру, стоимость содержания аппарата управления; трудоемкость монтажа; технологическая себестоимость монтажа; стоимость в деле. Кроме того, помимо перечисленных, при проектировании достаточно часто учитываются соображения неформализуемого характера, а именно: архитектурный облик сооружения, необходимость ускоренного промышленного развития региона и т. д. Однако эти соображения могут быть учтены только методом экспертных оценок.

В зависимости от назначения строительных объектов выделяют обычно две существенно различные группы объектов оптимизации: здания и сооружения в целом, а также конструктивные элементы зданий и сооружений. А вот применительно к объектам металлостроительства в рассмотрение, как правило, вводится и третья группа – сортаменты конструкции.

Далее укажем еще на одну характерную особенность оптимизации проектных решений зданий и сооружений, состоящую в том, что обычно эта оптимизация в целом проводится на первом этапе проектирования объекта – на стадии разработки принципиальных проектных решений. Причем, несмотря на то, что на этом этапе детальный расчет технико-экономических показателей объекта является практически невозможным, тем не менее, этот этап является очень важным, поскольку именно на этой стадии принимаются основополагающие проектные решения. Поэтому для оценки объекта в целом обычно используют наиболее общие критерии, в том числе и неформализованные, благодаря чему процедура оптимизации максимально упрощается. Что же касается основных решаемых при этом вопросов, то они заключаются в выборе принципиального решения конструкции, конструкционного материала и параметров объемно-планировочного решения.

А оптимизация проектных решений конструктивных элементов (рам, ферм, колонн, балок в целом или их сечений) характерна для стадии детализации ранее принятого принципиального проектного решения – этапа разработки рабочих чертежей. Заметим, что на этом этапе определяются топология конструкции, ее геометрические размеры, закон распределения материала между различными элементами конструкции, вид и размеры поперечных сечений элементов. Производится также оптимальная унификация элементов конструкции. Кроме того, на данном этапе применяются хорошо формализованные критерии оценки, обычно массы конструкции, и математически строго поставленные задачи оптимизации. При этом в качестве параметров оптимизации принимаются геометрические размеры и их числовые признаки, а в качестве ограничений – критериальные зависимости, обеспечивающие несущую способность конструкции, соответствующую нормам проектирования, а также габаритные ограничения, вводимые на основе конструктивных соображений.

Резюмируя предшествующие соображения, подчеркнем, что в процессе проектирования строительных конструкций обычно используют один из трех путей оптимизации:

- строгие процедуры оптимизации на основе современных моделей и методов математического программирования, а также другие математические методы, в ходе реализации которых осуществляется выбор объективно наилучшего из бесчисленного множества возможных проектных решений;
- эвристические методы, когда проектировщик тем или иным образом предварительно назначает параметры проектируемого объекта, производит его расчет, по результатам которого данный вариант может быть либо принят, либо осуществлен переход к следующему варианту вплоть до получения желаемого результата. Нужно сказать, что в данном случае проектировщик

может сравнить достаточно большое, но, все же, конечное число вариантов без каких-либо гарантий достижения наилучшего, и потому здесь приходится довольствоваться лучшим из рассмотренных вариантов;

- метод экспертных оценок, когда у проектировщика при проектировании сложных объектов, особенно на первых стадиях разработки, часто возникают затруднения при формулировке единственного критерия качества объекта и, тем более, при обосновании оценки его величины для нескольких вариантов проекта.

В этом смысле характерным является еще один вполне очевидный и немаловажный факт – при всем разнообразии путей и методов оптимизации модель оптимального проектирования должна подчиняться общим правилам, обеспечивающим инженерный смысл задачи и возможность математической реализации ее решения. И только поэтому число ограничений должно быть больше числа неизвестных, система ограничений – совместной, а область допустимых решений – ограниченной и выпуклой.

Относительно методов решения задачи оптимального проектирования можно сказать, что они в большой мере определяются ее постановкой, но конечный результат ее решения обязательно должен удовлетворять требованиям строительных норм и правил. И потому пренебрежение целым рядом факторов и характеристик, несущественно влияющих на конечный результат, является необходимым условием создания практически реализуемой модели. Впрочем, чрезмерное упрощение условий задачи может привести к грубому искажению результатов ее решения. Поэтому в большинстве случаев существенные и в то же время вполне допустимые упрощения могут быть получены пренебрежением свойственных конструкциям различных нелинейностей, а именно: физической – идеализацией механических свойств основных строительных материалов на определенной стадии расчета, геометрической – рассмотрением недеформированной схемы под частичным нагружением и, наконец, конструктивной – ограничением на знак усилий в односторонних связях, например, в вантовых конструкциях. Одновременно, справедливости ради, следует отметить, что проблема обоснованности тех или иных упрощений реальной расчетной схемы при оптимальном проектировании строительных конструкций исследована еще недостаточно. Однако актуальность этой проблемы несомненна, так как именно идеализация расчетной схемы за счет пренебрежения нелинейностью того или иного типа позволяет применять методы линейного программирования. При этом целевая функция должна отражать выбранный критерий оптимальности, а ограничения – условия, характеризующие математическую модель.

Как показывают результаты проведенного анализа, в оптимальном проектировании в подавляющем большинстве случаев до сих пор в качестве критерия оптимальности вводилась масса или стоимость конструкции в деле, хотя приведенные затраты являются показателем более обобщенным. При этом, разумеется, могут быть использованы также и другие критерии, к примеру, требования достижения равнопрочности основных несущих элементов, минимума потенциальной энергии, максимума несущей способности и т. п.

Таким образом, по существу дела, все многочисленные условия, которые приходится учитывать при оптимальном проектировании, можно разделить на две основные группы. Во-первых, это необходимые условия, без выполнения которых конструкция не может существовать вовсе. Например, ограничения, описывающие предельные состояния, которые положены в основу расчета строительных конструкций и регламентированы соответствующими нормами. Выполнение этих условий является обязательным, так как они, по сути, представляют собой требования прочности, устойчивости, жесткости и др. К этим же условиям относятся требования неотрицательности усилий в гибких стержнях – элементах систем с односторонними связями. Во-вторых, это возможные условия, представляющие собой ограничения, отражающие компоновочные, конструктивные, технологические и эксплуатационные особенности различных конструкций. Такие ограничения обычно принимаются во внимание не только в процессе оптимизации, но и впоследствии при окончательном подборе сечений и конструировании элементов.

Поэтому является вполне естественным, что составление системы ограничений проводится по тем же правилам, что и при традиционном подходе к проектированию. А исключение из рассмотрения того или иного фактора приводит к более или менее существенному расхождению между теоретическим, определяемым целевой функцией, и фактическим экономическими показателями.

Теперь обратим внимание на то, что наивыгоднейшую по принятому критерию конструкцию можно получить при вводе в решение задачи только необходимых ограничений. И именно такую конструкцию принято называть оптимальной. А ввод возможных ограничений вызывает перераспределение материала между элементами с учетом конструктивных требований, в результате чего конструкция соответствует общепринятым правилам проектирования, но показатели такой новой системы всегда оказываются больше теоретически оптимальных. Таким образом, учет одновременно необходимых и возможных ограничений при решении задачи оптимального проектирования неизбежно приводит к условно-оптимальному проектному решению.

Вполне понятно, что расчет строительных конструкций должен проводиться с учетом всех этапов их существования – от погрузки в транспортное средство на месте изготовления до эксплуатации в составе здания или сооружения. Теоретически требования, предъявляемые на всех этих этапах, можно включить в общую систему ограничений, однако на практике часть из них (часто весьма существенная) в математическую модель не включают ради упрощения процесса решения. Так, в ограничения включают условия прочности только по нормальным напряжениям, а для изгибаемых и сжато (растянуто)-изогнутых элементов при поиске оптимального распределения усилий влияние касательных напряжений не учитывается. В свою очередь, для центрально-сжатых стержней устойчивость обеспечивается снижением расчетного сопротивления материала на величину коэффициента продольного изгиба, определяемую ориентировочно, исходя из опыта проектирования. Вопросы устойчивости конструкции из ее плоскости при этом не рассматриваются в предположении, что она обеспечена для всей системы и отдельных ее элементов.

Вообще говоря, возможные ограничения по смыслу могут быть самыми разнообразными и часто оказывают существенное влияние на распределение внутренних усилий. Поэтому к выбору таких ограничений необходимо относиться дифференцированно, включая в математическую модель лишь те из них, которые способствуют созданию удобной в конструктивном и технологическом отношениях конструкции. В этом плане целесообразно учитывать ограничения, выражающие недопустимость вырождения площади поперечного сечения элементов до значений ниже минимально допустимых по соотношениям предельной гибкости или конструктивным. А для сохранения инженерного смысла вычисляемых значений неизвестных необходимо ограничивать знак искомых параметров.

Далее напомним также и о том, что кроме задач, связанных с оптимальным проектированием строительных конструкций на основе критериев того или иного рода, методы математического программирования широко и эффективно применяются и для решения других классов актуальных проблем в строительстве. К ним, в частности, относятся оптимальный раскрой металла, оптимальная организация перевозок строительных материалов, рациональное использование на строительстве парка подъемно-транспортных машин и оборудования. Однако построение математических моделей оптимального проектирования строительных объектов и их реализация могут быть связаны с рядом существенных затруднений, поэтому применение других путей выбора рационального решения может оказаться в ряде случаев предпочтительным.

Все изложенное выше применительно к высотным инженерным сооружениям сводится к тому, что процесс поиска оптимального решения конструкции высотного сооружения подразделяется на два основных этапа: вариантное проектирование (выбор и разработка вариантов конструкции) и уточнение параметров принятого варианта для окончательной его разработки. При этом главная особенность оптимального проектирования высотного сооружения состоит в том, что действующая на него нагрузка, вызванная климатическими воздействиями, существенно зависит от параметров конструкции. В связи с этим при решении задачи оптимизации необходимо учитывать взаимосвязь нагрузки с искомыми параметрами. Условно эти параметры разделяются на три группы: первая устанавливается заданием на проектирование, вторая определяется расчетом с учетом требований действующих нормативных документов, а третья принимается в процессе проектирования на основе опыта. Причем является вполне понятным, что от значения каждого из этих параметров зависит не только правильность самого проектного решения, но и отклонение последнего в большей или меньшей степени от оптимального.

Само собой разумеется, что при поиске оптимального решения конструкции высотного сооружения искомыми являются параметры третьей группы, в том числе: поперечный размер башни, распределение углов наклона башни и ее решетки к вертикали, диаметры или другие характерные размеры поперечного сечения основных элементов по высоте башни, значения которых ищутся исходя из известных (заданных) исходных параметров.

Один из способов приближенного определения параметров высотных сооружений минимальной массы (особенно башенного типа) с учетом изменения нагрузки состоит в установлении их очертания, тангенса углов наклона раскосов и поперечных размеров элементов, при которых достигается минимальный объем сооружения. При этом в качестве исходных данных выступают: структура решетки, тип сечения элементов, материал, распределение скоростей воздушного потока по высоте сооружения, «ветровые» площади и масса технологического оборудования. Также считаются заданными области допустимых значений искомых параметров. Например, могут быть заданы минимальное значение поперечного размера сооружения, наибольший и наименьший диаметры труб, из которых оно изготавливается и др.

Впрочем, для широко применяемых решетчатых башен задачу оптимизации геометрических параметров можно решать приближенно как задачу оптимального управления с использованием приложения принципа максимума и модели с распределенными параметрами. В этом случае расчетные зависимости для поиска искомых геометрических параметров u имеют вид

$$\begin{cases} x'_i = \Phi_i(x, u, h); \\ x'_{n+1} = 1, \end{cases}$$

где под x_i понимается суммарный объем i -го элемента данного вида (пояс, раскос, распорка и т. д.) на участке $0 - h$, а под h – текущая координата по высоте.

А функционал приведенного объема G выражается следующей формулой:

$$G = \sum_{i=1}^n p_i C_i x_i(T) + C_{n+1} x_{n+1}(T),$$

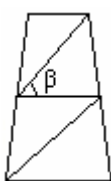
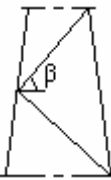
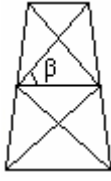
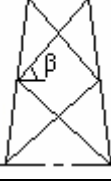
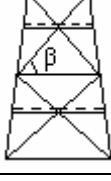
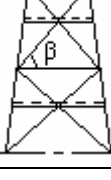
где p_i – число элементов данного вида в поперечном сечении сооружения; C_i – коэффициенты, учитывающие относительную стоимость стали, из которой изготовлен элемент, а также относительную трудоемкость его изготовления; T – высота башни.

Требование минимума функционала G при указанных выше условиях и использовании необходимого условия обеспечения максимума функции Гамильтона H по управляющим переменным позволяет найти их оптимальные значения [10, 40]. Однако, при преобладающей технологической нагрузке возможно применение и обычных методов анализа [15]. В этом случае ширина башни минимального объема может быть получена из соотношения

$$b = \sqrt[3]{M \rho^2 / R k_3},$$

где b – ширина башни; M – изгибающий момент в башне, вычисленный как в консольном стержне; R – расчетное сопротивление стали; ρ – удельный радиус инерции; k_3 – коэффициент, связанный с аппроксимацией коэффициента продольного изгиба зависимостью $\varphi = 1 - k_3 \lambda^2$; λ – гибкость элемента; $\varphi(t)$ – функция, зависящая от угла наклона раскоса и типа решетки, значения которой для некоторых типов решетки четырехгранной башни и границы оптимальных углов ее наклона представлены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Тип	Схема башни	Функция $\varphi^3(t)$	$t' < t_0 < t''$		$\beta' < \beta_0 < \beta''$		$\varphi(t'') < \varphi(t_0) < \varphi(t')$	
			t'	t''	$\beta', ^\circ$	$\beta'', ^\circ$	$\varphi(t'')$	$\varphi(t')$
1		$\frac{t}{16t^3 + 4\sqrt{(1+t^2)^3}}$	0,750	1,410	37,0	55,0	0,28	0,37
2		$\frac{t}{16t^3 + 4\sqrt{(1+t^2)^3}}$	0,440	1,010	24,0	45,0	0,33	0,40
3		$\frac{t}{4(t^3 + 1)}$	0,795	1,225	38,5	51,0	0,48	0,51
4		$\frac{t}{4t^3 + 8\sqrt{(1+t^2)^3}}$	0,630	1,000	32,0	45,0	0,34	0,35
5		$\frac{t}{\frac{t^3 + 4 + 1 \cdot 10^{-4}}{4k}}$	1,225	1,320	51,0	53,0	0,58	0,58
6		$\frac{t}{\frac{t^2 + 2\sqrt{(1+t^2)^3} + 1 \cdot 10^{-4}}{4k}}$	0,700	1,000	35,0	45,0	0,52	0,54

Примечание. В таблице приняты следующие обозначения: β – угол наклона раскоса; t – тангенс угла наклона раскоса; $\varphi(t)$ – функция, зависящая от структуры решетки; $t', t'', \beta', \beta'', \varphi(t'), \varphi(t'')$ – граничные значения соответствующих параметров, которые для схем башен типов 5 и 6 указаны при $k = 0,4 \cdot 10^{-4}$

ГЛАВА 8

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ СТАЛЬНЫХ БАШЕН

§ 8.1. Предварительные замечания

Вопросам оптимального проектирования строительных конструкций посвящено значительное количество работ, в которых не только рассматриваются разнообразные конструкции, но и разрабатываются и применяются различные методы их исследования. Причем в одних работах анализируются оптимальные соотношения простейших конструктивных элементов: балок, стержней, стоек и арок; в других – изучаются системы, составленные из этих простейших элементов, – рамы и фермы, и, наконец, в третьих – исследуются пространственные системы и делаются попытки анализа оптимальных соотношений целого комплекса, составленного из простейших элементов или систем элементов. Здесь также стоит отметить, что многие исследования выполнены путем приложения хорошо разработанных методов оптимизации к задачам теории сооружений и их проверки с использованием полученных ранее решений.

Обратим внимание теперь на то, что исследования, посвященные решению задач оптимального проектирования, базируются на определенных критериях оценки конструкции, простейшим из которых служит, например, теоретический объем. В связи с этим выделилось целое направление работ, среди которых наиболее значимыми являются работы [5, 13, 45, 101], в которых проведен анализ этих критериев, сформулированы общие принципы проектирования и закономерности изменения веса конструкции с учетом положений теории сооружений и накопленного опыта проектирования и возведения конструкций.

В свою очередь, в монографиях [44, 45, 100, 101] и в статье [99] введены понятия теоретической характеристики массы сооружения и конструктивного коэффициента, характеризующие конструкцию с точки зрения приспособленности конструктивной формы к восприятию силового воздействия и рационального использования материала с учетом затрат на конструктивное оформление. Одновременно установлены методы технико-экономической оценки сооружений при проектировании на основе применения ряда конструктивных коэффициентов и такого понятия, как характеристика веса, а также показано, что строительный коэффициент трудоемкости подчиняется тем же закономерностям, что и строительный коэффициент массы. Следует заметить, что работы данного направления представляют собой наиболее полно проработанные исследования, так как охватывают различные стороны проектной задачи, а также обобщают и дают оценку опыту проектирования. И именно поэтому указанные методы исследования весьма целесообразны к применению при анализе массовых конструкций.

Перейдем теперь к непосредственному рассмотрению различных схем и методов решения оптимизационных задач. В этом плане прежде всего заметим, что башню с достаточной степенью приближения можно описать расчетной моделью в виде консольной сжато-изогнутой балки со специальными свойствами или же в виде пространственной консольной фермы. При этом является вполне очевидным, что применение таких идеализированных моделей позволяет не только вполне удовлетворительно отразить поведение самой конструкции, но и использовать для исследования ее оптимальных соотношений математические методы отыскания экстремума.

Так, например, применение вариационного метода для определения оптимальных очертаний изгибаемых элементов было предложено в работе [110]; балки равного сопротивления при продольно-поперечном изгибе изучались в монографиях [82, 85]; задача об оптимальных размерах балки при воздействии динамических нагрузок была впервые поставлена и обсуждена в работах [70, 71]; а колонна минимального объема, заделанная на одном конце и нагруженная сосредоточенной силой на другом, была рассмотрена в статье [126]. Кстати говоря, в дальнейшем решение последней задачи постоянно развивалось и уточнялось: к примеру, использование для ее решения, а также для решения задачи об изгибаемой консоли принципа максимума было достаточно подробно обосновано в трудах [47, 48].

Далее укажем на то, что одним из наиболее развитых в оптимальном проектировании является раздел, посвященный синтезу ферм. Нужно сказать, что задачи этого раздела составляют три основные группы, в первую из которых входят задачи отыскания самого выгодного распределения материала при заданном очертании осей конструкции; вторая – объединяет задачи общего характера, в которых при известной структуре фермы одновременно с установлением распределения материала находится рациональное расположение ее узлов. А вот третья группа задач оптимального проектирования, пожалуй, наиболее сложная среди всех уже рассмотренных, характеризуется определением оптимальной схемы конструкции в целом.

В развитие изложенного, весьма интересным представляется также то, что в задачах синтеза ферм оптимизация конструкции связывается с оптимизацией ее напряженного состояния. В этом смысле идеальным вариантом конструкции служит так называемая «ферма равного сопротивления». По всей видимости, одна из первых попыток решения указанной задачи, в которой рассматривалась ферма минимального объема, представлена в [127]. А свое дальнейшее развитие решение задачи о равнопрочности конструкции нашло в трудах [70, 71], где наряду с постановкой общей задачи синтеза ферм и изучением их структурных характеристик было предложено использование метода заданных напряжений. Например, в публикациях [11 – 13, 72, 73, 92, 93, 111 – 113 и др.] в рамках этого метода был проведен учет целого ряда особенностей работы конструкции (неравномерная осадка опор, температурные воздействия), а также выполнен ее расчет при многих загрузениях.

Помимо того рассмотрены вопросы расчета оптимальных статически неопределимых стержневых систем, дана общая постановка обратной задачи теории сооружений для стержневых систем и показано, что условие достижения абсолютного экстремума и выпуклости целевой функции достигается не во всех задачах. Также установлено, что отмеченное не исключает возможности использования методов нелинейного программирования при невыпуклых ограничениях в случае выбора исходного решения вблизи глобального минимума.

Стоит теперь подчеркнуть, что иной подход к решению рассматриваемой задачи предложен в статье [128], в которой вопросы оптимизации конструкции увязываются с таким распределением материала, при котором получается минимум ее потенциальной энергии деформации. Также отметим, что определению оптимальной конфигурации ферм посвящен целый цикл работ [50 – 52] и монография [80], где ставится задача отыскания схемы сооружения при некоторых общих предпосылках.

Далее, к слову, следует заметить, что весьма важным при решении задачи об оптимальной ферме является учет устойчивости стержней. Эта задача рассмотрена в работе [6], в которой на основе исследования характеристик сечений при различных законах формообразования получены аппроксимирующие функции площади сжатых стержней.

Скажем теперь лишь несколько слов о различных подходах к учету в оптимизационных задачах внешней нагрузки. Как правило, в ранее упомянутых работах по синтезу сооружений задачи рассматриваются при заданной или, иначе говоря, неизменной в процессе решения задачи внешней нагрузке. Однако, в трудах [13, 38, 39] при решении задачи о конструкции равного сопротивления при изгибе, наряду с этой неизменной нагрузкой учитывается изменение суммарной нагрузки за счет собственного веса, т. е. берется во внимание то обстоятельство, при котором параметры нагрузки взаимосвязаны с параметрами сооружения в самой постановке задачи оптимизации. Нужно сказать, что именно такой подход к постановке задачи оптимизации приобретает в последнее время все большее значение применительно к башенным конструкциям.

Что же касается методов, нашедших в последнее время широкое применение в практике оптимального проектирования, то в первую очередь тут нужно упомянуть отличающиеся своей универсальностью, физической наглядностью и высокой алгоритмичностью методы математического программирования. К их числу следует отнести методы линейного и динамического программирования, а также случайного поиска, достаточно подробно рассмотренные в трудах [74 – 76]; метод предельного равновесия, изложенный в статьях и монографиях [115 – 117], и метод нелинейного программирования, обоснование которого представлено в работах [69, 108]. Укажем здесь также на то, что среди многих современных методов оптимального проектирования можно выделить такой весьма характерный метод как метод поиска экстремума, развитие и внедрение которого применительно к теории сооружений постепенно приводит к уточнению самой задачи проектирования.

Заметим, что изучению этого вопроса уделялось внимание в работах [12, 75, 89 и др.]. А суть и последовательность решения задачи состоит в следующем. Вначале требования к конструкции представляются в виде системы равенств и неравенств, что естественно влечет за собой возникновение понятия подмножества допустимых конструкций во множестве проектных решений. Далее из подмножества допустимых конструкций выбирается решение в соответствии со значением некоего целевого функционала. Причем оптимальной будет только та конструкция, для которой целевой функционал имеет минимум, в чем и заключается смысл задачи оптимального проектирования. Таким образом, в итоге задача формулируется следующим образом: найти точку в пространстве проектирования (найти проект), когда при ограничениях

$$\begin{cases} f_k(S) = 0; \\ h_j(S) \leq 0, \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

целевая функция $\Phi(S)$ при наборе характерных параметров конструкции $S = S_1, S_2, \dots, S_l$ принимает минимальное значение. Решение же приведенной задачи, как правило, осуществляется методами математического программирования.

Впрочем, решение задачи в изложенной достаточно общей постановке применительно к стальным башням имеет свои специфические трудности, основные из которых сводятся к нелинейности задачи и невыпуклости ограничений. Тем не менее, для конструкций типа башен обычно возможно добиться некоторого упрощения решения с учетом того, что параметры, описывающие качество проекта, а также конструкцию, достаточно часто удастся увязать с одной независимой координатой и затем естественным образом применить методы теории оптимального управления. Ограничения же в этом случае представляют собой и описываются как области изменения искомых параметров.

Следовательно, опираясь на предыдущие соображения, можно сформулировать некоторые основные выводы следующим образом. В существующих работах по оптимальному проектированию решения задач проводились, как правило, при заданной, не зависящей от искомых параметров нагрузке, а ее изменение в немногих расчетных случаях учитывалось опосредствовано за счет собственного веса. При этом влияние других факторов практически вообще не рассматривалось. Решения же для башен получены при существенных ограничивающих предпосылках. Кроме того, применение методов математического программирования показало свою нецелесообразность вследствие большого числа переменных, нелинейности и невыпуклости задачи. Таким образом, в дальнейших исследованиях представляется возможным применение методов оптимального управления, вариационного исчисления и традиционных методов анализа.

§ 8.2. Алгоритм нахождения оптимальных параметров четырехгранной башни с ромбической решеткой

В параграфе 7.3 уже упоминалось о том, что при формировании расчетной модели оптимизационной задачи для башенной конструкции в первую очередь принимаются во внимание те ее искомые геометрические параметры, которые характеризуют как саму башню, так и ее конструктивные элементы. Эти параметры показаны на рис. 8.1 и представляют собой: a – поперечный размер башни; h – высоту панели; α – угол наклона башни к вертикали; θ – угол наклона раскоса к вертикали; d_1 – диаметр (или характерный размер сечения) пояса; d_2 – диаметр раскоса; d_3 – диаметр распорки и т. д.

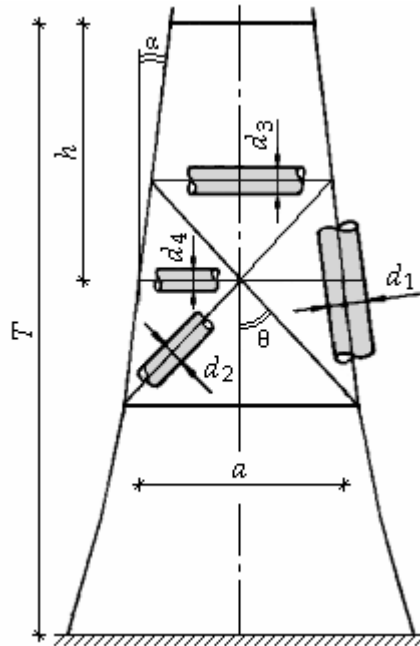


Рис. 8.1. Расчетная модель оптимизационной задачи для башенной конструкции с указанием ее искомых геометрических параметров

Далее крайне кстати будет отметить несколько аспектов, играющих наиболее важную роль при формировании расчетной модели оптимизационной задачи для башенной конструкции. Во-первых, хорошо известно, что подавляющее большинство решетчатых башенных конструкций имеет целый ряд характерных отличий, в том числе: отношение размеров поперечного сечения башни к ее высоте является величиной достаточно малой, находящейся в пределах от 0,05 до 0,125; структура решетки башни постоянна по всей ее высоте на значительных участках; параметры конструкции башни плавно меняются по высоте; усилия в конструктивных элементах башни

могут быть выражены в явной зависимости от силовых факторов, представленных в виде изгибающих моментов M , поперечных Q и продольных N сил в башне как консольном стержне.

Во-вторых, для большинства башен преобладающее влияние имеет нагрузка, вызванная ветровым воздействием. Кроме того, эта нагрузка является наиболее чувствительной к изменению параметров башни, таких как поперечные размеры a , высота панели h , тип и поперечные размеры сечений элементов d_i . Заметим, что указанное непосредственно вытекает из принятой методики определения ветровой нагрузки на башни, поскольку при изменении названных параметров меняются все составляющие ветровой нагрузки. Причем изменение статической составляющей связано не только с изменением проекции суммарной площади элементов конструкции на плоскость, перпендикулярную воздушному потоку, но и с естественным изменением коэффициентов лобового сопротивления и заполнения при учете нагрузки на подветренную грань. А изменение динамической составляющей от воздействия пульсации ветрового потока происходит вследствие коррекции динамических характеристик сооружения при изменении его геометрических параметров.

И, наконец, в-третьих. Особенности башенной конструкции позволяют при формировании зависимостей между искомыми параметрами, нагрузками и объемом заменить ее дискретную модель континуальной, параметры которой по высоте изменяются непрерывно (как правило, консольным стержнем). С этой целью каждой точке h башни приписывается условная панель, образованная пересечением плоскостей раскосов, идущих под углом $\theta(h)$ к осям поясов, наклоненных, в свою очередь, к вертикали под углом α и расположенных на расстоянии a . При этом все раскосы и распорки характеризуются диаметром (у трубчатых элементов) или другим главным размером поперечного сечения d_i , а их количество и взаимное расположение определяется структурой решетки. И поэтому, используя условную панель для каждой точки h , можно легко составить выражение распределенной нагрузки на башню, определить расчетные длины элементов, усилия в каждом элементе и в итоге объем (массу) элементов башни с учетом расхода материала на обеспечение устойчивости элементов.

Принимая к сведению предшествующие соображения, перейдем теперь к непосредственному рассмотрению принципиальной схемы решения задачи определения оптимальных диаметров поясов и раскосов четырехгранной башни с ромбической решеткой, последовательные этапы которой в сочетании с используемыми расчетными зависимостями отображены в табл. 8.1. Но прежде всего скажем несколько слов относительно общей постановки самой этой задачи и сформулируем ее таким образом: требуется найти искомые параметры системы разрешающих уравнений (8.8) при начальных условиях (8.11) совместно с сопряженной системой уравнений (8.13) при соответствующих начальных условиях (8.14), а также установить необходимое условие максимума функции Гамильтона (8.12) по управляющим переменным (искомым параметрам) в каждой точке h .

Таблица 8.1

Параметры	Расчетные зависимости	Примечание
Распределенная нагрузка	$\omega(h) = (f_1 u_1 + f_2 u_2) m$, где $f_1 = 4,4d_1 - (7d_1^2 + 10d_1 d_2)/a$; $f_2 = 6,2d_2 - (14d_2^2 - 10d_1 d_2)/a$. $u_i = C x_i V^2 / 16 \quad (i = 1, 2) \quad (9.1)$	d_1 и d_2 – диаметры пояса и раскоса; a – ширина башни; m – коэф. приближенного учета динамического воздействия ветра (рис. 9.2)
Поперечная сила (полная)	$Q = Q_0(h) m(h) + P_1(h) \quad (9.2)$	$Q_0(h)$ – поперечная сила от технологической нагрузки
Изгибающий момент	$M = M_0(h) m(h) + P_2(h) \quad (9.3)$	$M_0(h)$ – изгибающий момент от технологической нагрузки
Поперечная сила на башню	$P_1(h) = \int_0^h [f_1(\varepsilon) u_1(\varepsilon) + f_2(\varepsilon) u_2(\varepsilon)] \times$ $\times m(\varepsilon) d\varepsilon \quad (9.4)$	
Изгибающий момент на башню	$P_2(h) = \int_0^h [f_1(\varepsilon) u_1(\varepsilon) + f_2(\varepsilon) u_2(\varepsilon)] \times$ $\times m(\varepsilon)(h - \varepsilon) d\varepsilon \quad (9.5)$	
Распределенные объемы	$x_1^1 = F_1$; $x_2^1 = 1,41F_2$; $F_i = S_i / R\varphi_i \quad (9.6)$	F_1 и F_2 – площади пояса и раскоса; S_i – усилие в элементе; φ_i – коэф. продольного изгиба
Продольная сила	$N(h) = N_0(h) + \sum x_i(h) \gamma \quad (9.7)$	$N_0(h)$ – продольная сила от технологической нагрузки
Система разрешающих уравнений	$x_1' = [N_0/4 + \gamma(x_1 + 2x_2) +$ $+ (M_0 + P_2)/1,41a] / R\varphi_1$; $x_2' = (Q_0 + P_1) / 2R\varphi_2$; $x_3' = 1 \quad (9.8)$	γ – объемная масса стали
Суммарный теоретический объем башни	$G = 4C_1 X_1(T) + 8C_2 X_2(T) \quad (9.9)$	Принимается $C_1 = C_2 = 1$
Минимизируемый функционал в автономной задаче	$G = 4X_1(T) + 8X_2(T) + X_3(T) \quad (9.10)$	
Начальные условия	$X_1(0) = 0$; $X_2(0) = 0$; $X_3(0) = 0 \quad (9.11)$	
Функция Гамильтона	$H = \psi_1 \{ [N_0/4 + \gamma(x_1 + 2x_2) +$ $+ (M_0 + P_2)/1,41a] / R\varphi_1 \} + \quad (9.12)$ $+ \psi_2 [(Q_0 + P_1) / 2R\varphi_2] + \psi_3$	
Сопряженная система уравнений	$\psi_1' = -\psi_1 \gamma / R\varphi_1$; $\psi_2' = -2\psi_1 \gamma / R\varphi_1$; $\psi_3' = -\psi_1 [N_0/4 +$ $+ (Q_0 + P_1) / 1,41a] / R\varphi_1 - \quad (9.13)$ $- \psi_2 [Q_0' + (f_1 u_1 + f_2 u_2) m] / 2R\varphi_2$	ψ_1, ψ_2, ψ_3 – сопряженные функции
Начальные условия для сопряженной системы	$\psi_1(T) = -4$; $\psi_2(T) = -8$; $\psi_3(T) = 0 \quad (9.14)$	

Что же касается принципиальной схемы решения задачи определения оптимальных диаметров поясов и раскосов четырехгранной башни с ромбической решеткой и алгоритма последовательных приближений минимизации функционала (8.10), то они в общих чертах могут быть представлены так:

1. Интервал T разбивается на участки с шагом $\Delta h = T/n_1$, где n_1 – число участков.

2. На каждом участке задаются значения управляющих переменных (искомых параметров) из области их значений.

3. Из соотношений (8.8), (8.11), (8.13) и (8.14) определяются значения x и сопряженных функций ψ на каждом участке при принятых по п. 2 значениях управляющих переменных. Причем вычисления можно провести используя, например, метод Эйлера и решая последовательно сначала систему разрешающих уравнений (8.8) при начальных условиях (8.11), а затем сопряженную систему уравнений (8.13) при начальных условиях (8.14) в точке T .

4. Полученные значения x и ψ подставляются в выражение (8.12) и из условия его максимума определяются новые значения управляющих переменных.

Далее алгоритм последовательных приближений продолжается, начиная с п. 2, подстановкой полученных в п. 4 значений управляющих переменных в систему уравнений (9.8) и (9.13), а также вычисления новых значений x и ψ . При этом шаги повторяются до получения близких значений функции Гамильтона или управляющих переменных, вычисленных на соседних шагах. Говоря несколько точнее, сходимость процесса в целом контролируется по норме невязки $|x^{n+1}|$ или $|\psi^{n+1}|$, а итерационный процесс считается законченным, если $|x^{n+1}| < \varepsilon$ или $|\psi^{n+1}| < \varepsilon$, где ε – наперед заданное малое число.

Кроме того, не составляет большого труда убедиться в том, что сопряженные функции ψ_1 и ψ_2 могут быть получены из первых двух уравнений системы (9.13) при начальных условиях (9.14) и имеют такой вид:

$$\psi_1 = \psi_1(T) \exp \frac{\gamma k_1 (1 + \alpha)^2}{\phi_1 R} (T - h); \quad \psi_2 = \psi_2(T) \exp \frac{\gamma k_1 (1 + \alpha)^2}{\phi_1 R} (T - h), \quad (8.15)$$

причем отсюда вытекает, что функции ψ_1 и ψ_2 отражают влияние распределенного объема элементов башни на ее суммарный объем. Также заметим, что выражения, связанные с этими функциями

$$-\left[\frac{\psi_1(h)}{\psi_1(T)\psi_1(0)} \right]^{-1} = -\left[\frac{\psi_2(h)}{\psi_2(T)\psi_2(0)} \right]^{-1} = \exp \frac{\gamma k_1 (1 + \alpha)^2}{\phi_1 R} h, \quad (8.16)$$

являются аналогичными выражениям распределения площади поперечного сечения в стойке равного сопротивления, а при значениях $\phi = 1$, $k_1 = 1$ и $\alpha = 0$ совпадают полностью. В завершение же рассмотрения схемы решения задачи и алгоритма последовательных приближений отметим, что процесс построения искомых параметров (управляющих переменных) состоит из относительно простых операций.

Продемонстрируем теперь применение представленной методики на примере подбора оптимального распределения диаметров элементов башни высотой $T = 100$ м, очертание которой задано в виде $a = 1 + 0,1h$ и $t = \text{tg } \theta = \text{const}$.

Принимаем величину шага $\Delta h = 0,25T$, ограничения на искомые параметры $0,1 \leq d_1 \leq 0,4$ и $0,05 \leq d_2 \leq 0,25$. Кроме того, считаем, что расчетное сопротивление $R = 2,1 \cdot 10^4 \text{ т/см}^2$. А значения коэффициента приближенного учета динамического воздействия ветра $m(h)$ принимаем по графику на рис. 8.2.

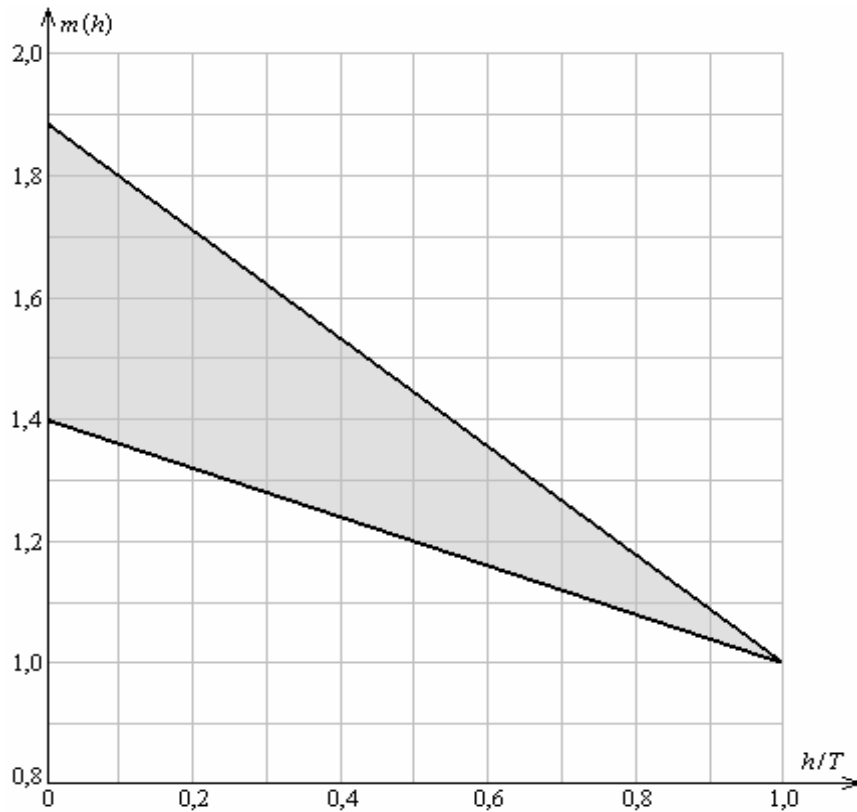


Рис. 8.2. График зависимости коэффициента приближенного учета динамического воздействия ветра от относительной высоты башни $m(h) = f(h/T)$ (h отсчитывается от верха башни)

Поиск максимума функции Гамильтона проводим с использованием простого перебора по сетке, причем характер изменения сопряженных функций ψ и функций Гамильтона H , вычисленных в процессе последовательных приближений, показан на рис. 8.3 и 8.4. Причем на рис. 8.4 под кривыми с соответствующими номерами понимается следующее: кривая 1 соответствует функции $H_0(d_1)$; кривая 2 – функции $H_1(d_1)$ при фиксированном $d_2 = 0,1$, а кривая 3 – функции $H_1(d_2)$ при фиксированном $d_1 = 0,2$. Аналогично кривая 4 соответствует функции $H_2(d_2)$ при фиксированном $d_1 = 0,3$; кривая 5 – функции $H_2(d_1)$ при фиксированном $d_2 = 0,12$, а кривая 6 – функции $H_3(d_1)$ при фиксированном $d_2 = 0,25$. Кривые же 2' и 4' иллюстрируют изменение соответствующих функций во втором приближении.

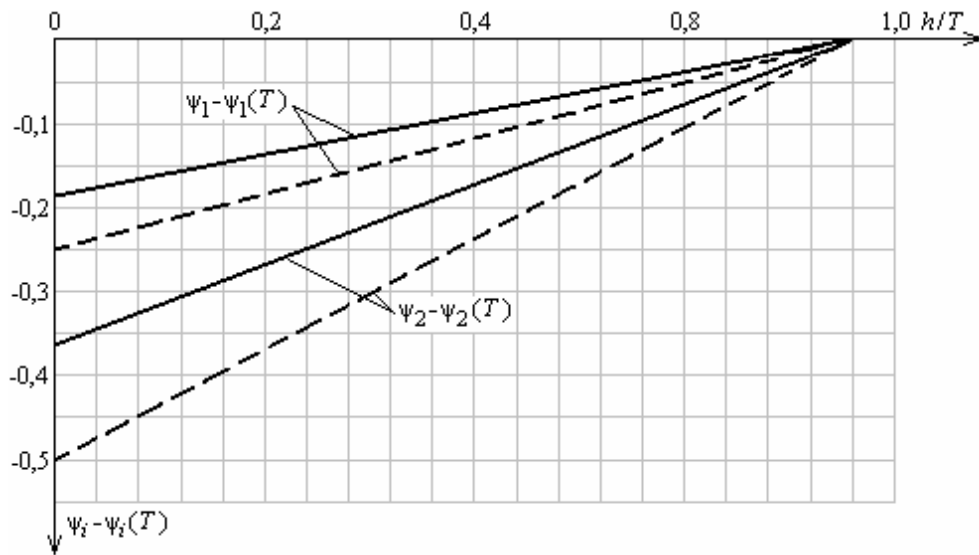


Рис. 8.3. Графики сопряженных функций $\psi = f(h/T)$:
 — — исходное приближение; — — первое приближение

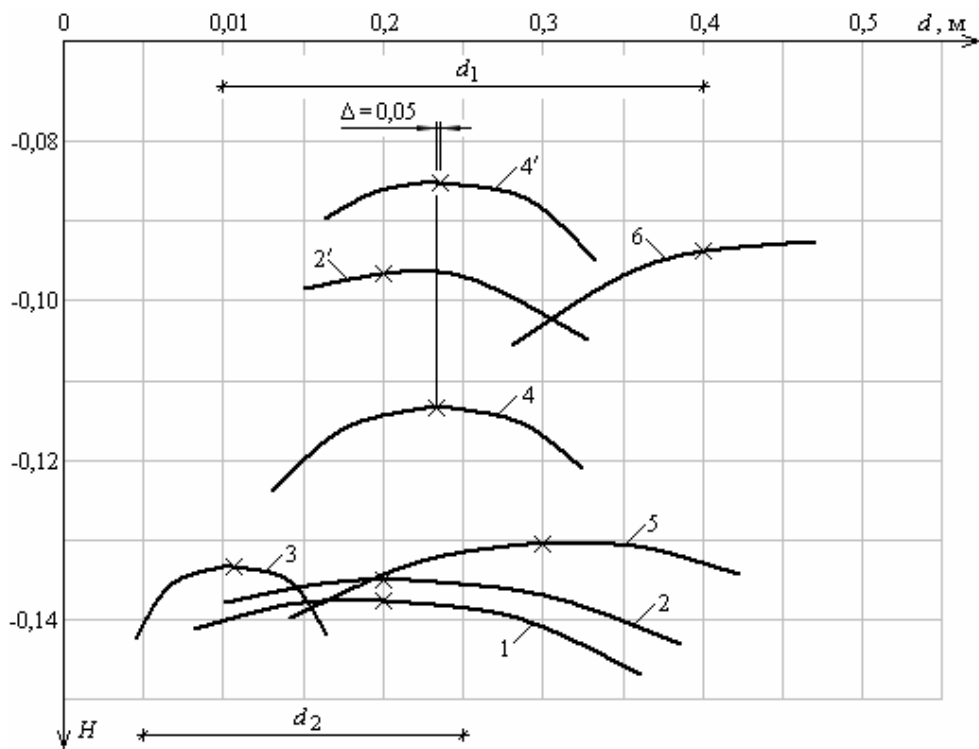


Рис. 8.4. Графики функций Гамильтона $H = f(d)$:
 × — точки максимума графиков функции

А в табл. 8.2 приведены данные исходного приближения и результаты после второго цикла вычислений. Следует отметить, что результаты первого и второго циклов вычислений практически совпадают.

Таблица 8.2

Наименование показателей	Искомые параметры	Участок				Теоретическая масса башни, т
		1	2	3	4	
Исходное приближение	d_1	0,100	0,150	0,250	0,350	51,0
	d_2	0,100	0,120	0,150	0,200	
	r_2	0,625	0,384	0,465	0,400	
Результат	d_1	0,200	0,300	0,400	0,400	26,4
	d_2	0,100	0,230	0,250	0,250	
	r_2	0,840	1,250	0,860	0,425	
Скорость ветра	—	59,90	58,00	50,00	37,00	—

Примечание. В таблице принято, что к верхнему сечению башни приложена поперечная нагрузка $P = 10,0$ т, а величина отношения поперечной распределенной нагрузки к распределенной массе обозначена через r_2

Резюмируя изложенные в этом примере результаты, можно сделать некоторые выводы о характере оптимального распределения диаметра пояса и раскоса. Во-первых, в верхней части башни искомые параметры d_1 и d_2 стремятся к значениям, при которых уменьшается нагрузка, даже несмотря на некоторые потери в массе, хотя при этом отношение нагрузки к массе увеличивается. Во-вторых, в нижних участках башни влияние распределенной нагрузки уменьшается, а коэффициент продольного изгиба увеличивается. Кроме того, диаметры элементов d_i при приближении h к T приобретают значения ограничений на параметры, связанные с местной устойчивостью стенки трубы, из которой выполнен элемент башни. Последнее объясняется тем, что при приближении h к T влияние нагрузки на элементы башни в точке h на объем башни приближается к нулю, а сам коэффициент φ — к единице при стремлении параметра d_i к бесконечности. Причем общий характер изменения параметров таков: чем дальше от вершины башни находится рассматриваемая панель, тем больше может быть диаметр элемента при более тонкой по отношению к его диаметру стенке.

Из предшествующего изложения также вытекает, что в верхней части башни (примерно на одну треть ее высоты) следует подбирать параметры, прежде всего диаметры поясов, распорок и раскосов, из условия минимума нагрузки на них. Только при этом необходимо иметь в виду, что из-за характера зависимости коэффициента лобового сопротивления от диаметра и

скорости ветра меньшему диаметру иногда может соответствовать большая нагрузка [95]. Причем указанное является особенно важным для башни с малой технологической нагрузкой. А для нижних участков башни рекомендуется применять трубы тонкостенные при увеличенном диаметре.

Обратим внимание далее на следующее немаловажное обстоятельство. Существует много типов башен, а среди них в первую очередь – опоры для подвески антенных сетей, у которых технологическая часть нагрузки не только имеет преобладающее значение, но может даже составлять 80% от суммарной и более. И в этом случае, т. е. в случае малого значения переменной нагрузки по сравнению с суммарной, с достаточной степенью точности можно, во-первых, полную нагрузку считать постоянной в процессе поиска минимума объема башни и, во-вторых, силовые воздействия задавать как известные функции от параметра h . При этом алгоритм решения задачи достаточно сильно упрощается, а для ее решения, наряду с методом определения оптимальных параметров с использованием результатов теории оптимального управления, могут быть применены и другие методы.

Если же использовать принятую расчетную модель с распределенными параметрами, то в этом случае объем башни, как и ранее, запишется через заданные функции $M(h)$, $Q(h)$, $N(h)$ и искомые параметры a , α и $t = \tan \theta$. А искомые параметры d_i , в связи с тем, что при их изменении не учитывается изменение нагрузки, можно вообще не рассматривать. Что же касается учета материала, необходимого для обеспечения устойчивости элемента, то в этом случае его удобнее провести через удельные радиусы инерции ρ .

В этом плане укажем здесь на тот имеющий место факт, что башенные конструкции с представленными в главе 2 на рис. 2.2 типами решеток обладают таким свойством, что почти всегда можно определить знак усилия, по которому будет подбираться (вычисляться) площадь поперечного сечения элемента i . Кроме того, для большого числа башенных конструкций характерно, что гибкости сжатых элементов находятся в области их невысоких значений. К примеру, характер изменения усредненных значений гибкости элементов по высоте башни показан на рис. 8.5, причем эти значения получены путем обработки широкого спектра проектных данных.

А допустимая область площадей элементов определяется ограничениями

$$F_i \geq \frac{S_i}{R} \quad \text{для } S > 0; \quad F_i \geq \frac{S_i}{R} + k_3 \frac{l_{0i}^2}{\rho^2} \quad \text{для } S < 0,$$

где S_i – усилие в i -м элементе; R – расчетное сопротивление; k_3 – коэффициент, связанный с аппроксимацией коэффициента продольного изгиба зависимостью $\varphi = 1 - k\lambda^2$; l_{0i} – расчетная длина i -го элемента; ρ – удельный радиус инерции. Впрочем, в связи со статической определимостью схем башен с решеткой рассматриваемых типов, эти ограничения могут быть приняты в виде равенств.

Что же касается элементов, поперечные сечения которых подбираются по заданной гибкости, то их площадь определяется из соотношения $F_i = l^2 / (\rho^2 \lambda_0^2)$.

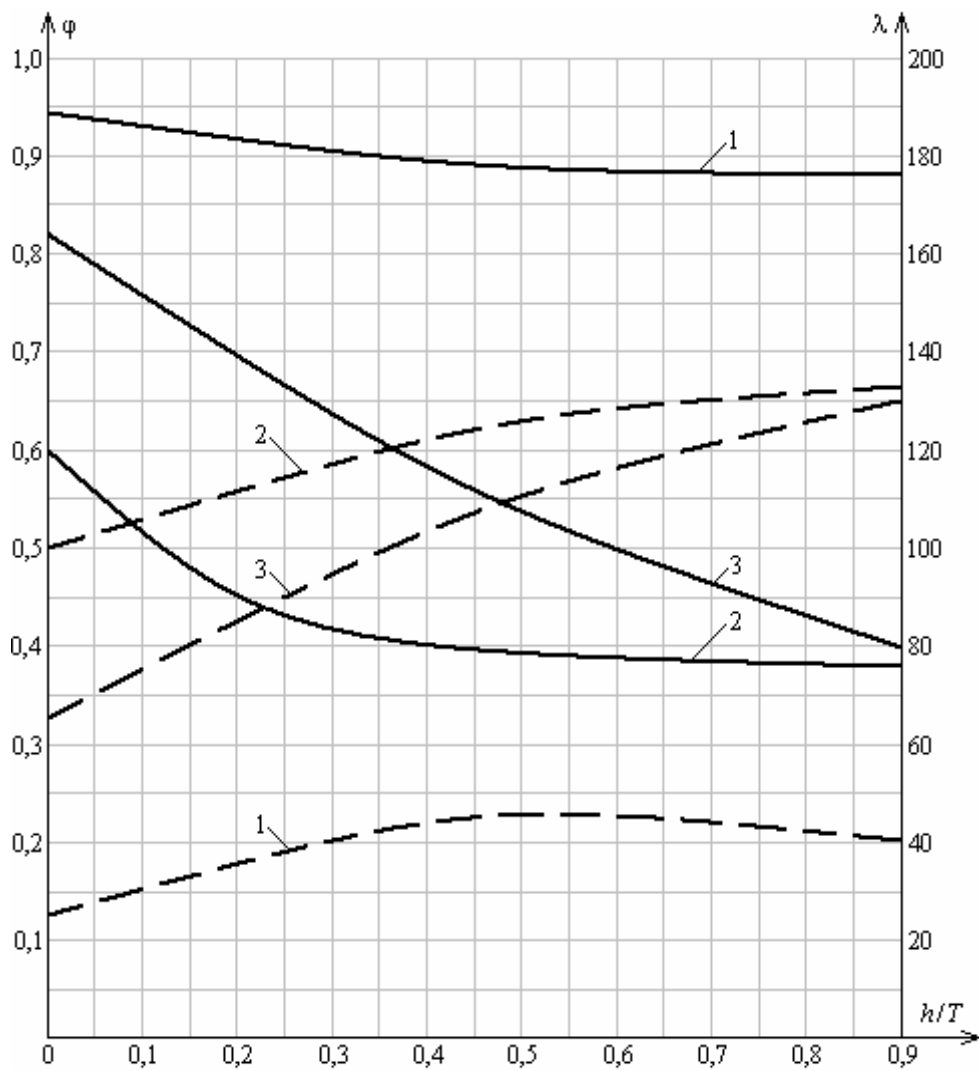


Рис. 8.5. Графики усредненных значений коэффициента продольного изгиба ϕ и гибкости λ элементов башни по ее высоте (h отсчитывается от верха башни):
 — — — — — график зависимости $\phi = f(h/T)$; — — — — — график зависимости $\lambda = f(h/T)$;
 1 — пояса; 2 — распорки; 3 — раскосы

Здесь нужно сказать, что последние соотношения позволяют при использовании расчетной модели с распределенными параметрами записывать выражения для распределенного объема и полного приведенного объема башни с учетом устойчивости элементов. Причем необходимые соотношения получаются, если выразить усилия S через заданные функции $M(h)$, $Q(h)$, $N(h)$ и искомые параметры, а длины элементов l — через искомые параметры b , t и производную db/dh .

Рассмотрим теперь уже упоминавшийся ранее другой достаточно эффективный и интересный метод решения оптимизационной задачи для башенной конструкции, а именно – вариационный метод. И сразу же заметим, что при применении этого метода, используя отличительную особенность башенной конструкции, заключающуюся в том, что отношение ширины башни к ее высоте есть величина достаточно малая, можно принять косинус угла наклона пояса к вертикали равным единице. Тогда при вычислении усилий в элементах башни и длин самих этих элементов значение параметра b можно принять равным нулю. В этом случае функционал, представляющий массу башни, не содержит производной от функции $b(h)$. И именно поэтому оптимальные значения поперечного размера определяются обычными приемами анализа.

При использовании вариационного метода решения выражение, определяющее распределенный объем башни с ромбической решеткой, имеет вид

$$\tilde{g} = \frac{1}{R} \left(1,7 \frac{M}{b} + N + Q \right) + 2 \frac{Q}{R} \cdot \frac{1+t^2}{t} + \frac{4k_3 b^2}{\rho_1^2} \cdot \frac{1}{t} + \frac{8k_3 b^2}{\rho_2^2} \cdot \frac{\sqrt{(1+t^2)^3}}{t},$$

а необходимыми условиями минимума этого объема в каждой точке h будет равенство нулю производных от объема по искомым параметрам b и t , т. е.:

$$\frac{d\tilde{g}}{db} = 0; \quad \frac{d\tilde{g}}{dt} = 0.$$

Отметим, что при $\rho_1 = \rho_2$ выражение для $\frac{d\tilde{g}}{db}$, как показано в [15],

$$\text{дает } b = \varphi(t) \sqrt[3]{\frac{M \rho^2}{R k_3}}, \quad \text{где } \varphi(t) = \sqrt[3]{\frac{0,425 t}{2 \left(1 + 2 \sqrt{(1+t^2)^3} \right)}}.$$

В свою очередь, из выражения $\frac{d\tilde{g}}{dt}$ вытекает, что

$$b = \sqrt{\frac{Q \rho^2}{4R k_3}} \sqrt{\frac{2(t^2 - 1)}{2 \sqrt{(1+t^2)^3} - 3t \sqrt{1+t^2} + 1}},$$

из которого можно определить границы области значений параметра t , при которых получается вещественной величина b . Поэтому границы параметра t находим из системы следующих очевидных неравенств:

$$\begin{cases} 2(t^2 - 1) > 0; \\ 2 \sqrt{(1+t^2)^3} - 3t \sqrt{1+t^2} + 1 > 0. \end{cases}$$

откуда следует, что величина b будет вещественной при $1,00 < t < 1,41$. Заметим, что эти границы соответствуют границам области углов наклона раскоса $35^\circ < \theta < 45^\circ$. Подставляя далее в выражение для $\varphi(t)$ значения тангенса угла наклона раскоса из области $1,00 < t < 1,41$, находим, что

функция $\varphi(t)$ меняется мало при изменении параметра t в пределах области существования функции. И потому оптимальные очертания башни можно получить, принимая значение $\varphi(t)$ из интервала $0,52 < \varphi(t) < 0,54$ и усредненное значение удельного радиуса инерции ρ . Заметим, что аналогичные зависимости могут быть легко получены и для других типов решетки.

§ 8.3. Учет влияния фундаментов при определении схемы башни минимального объема

При возведении башни на грунтах со средними характеристиками стоимость ее фундаментов обычно составляет 20 – 30% стоимости всего сооружения. Причем само собой разумеется, что стоимость фундамента зависит от нагрузок на него и типа его конструкции, зависящей, в свою очередь, от характеристик грунта, на котором возводится башня. Как правило, для рассматриваемых башен фундаменты выполняются в виде отдельно стоящих бетонных или железобетонных монолитов, связанных с поясами башни у ее основания. Что же касается нагрузок на фундамент, то они зависят не только от нагрузок на башню, но и от параметров схемы башни – поперечного размера башни (расстояния между осями фундаментов), а также угла наклона пояса и раскоса в нижнем ее сечении. С учетом сказанного, при решении оптимизационной задачи башни совместно с фундаментами будем считать фундаменты как некий приведенный объем, расположенный в точке T .

Следуя далее общепринятому подходу к решению, примем стоимость фундаментов пропорционально их объему. Тогда единице объема металлоконструкции башни будет соответствовать $k_4 = C_m \gamma / C_b$ единиц объема фундаментов, где положено, что C_m есть стоимость одной тонны металла в деле; γ – объемный вес металла; C_b – стоимость единицы объема бетона в деле. Кроме того, величины C_m и C_b считаются известными и не меняющимися при изменении искомых параметров в рассматриваемой задаче определения оптимальной схемы башни с учетом фундаментов.

Сделаем теперь несколько уместных замечаний. Во-первых, вспомним, что нагрузки на отдельно стоящие фундаменты в основном определяются функциями $M(T)$, $Q(T)$, $N(T)$ и поперечным размером $a(T) = 2b(T)$, а влияние других параметров сказывается на них в значительно меньшей степени. Во-вторых, приближенность учета влияния фундаментов на размеры конструкции башни связана с предположением, что распор, возникающий при изменении угла наклона поясов, воспринимается в ее нижней панели. И, в-третьих, результаты обработки проектных данных свидетельствуют, что объем фундамента практически полностью зависит от величины действующей на него вырывающей силы R_v , что нашло отражение на рис. 8.6.

Характеристики грунтов, которые учитывались при построении представленных на рис. 8.6 графиков, а также величина удельной удерживающей силы $A_{гр}$ приведены в табл. 8.3. Отметим здесь также то, что сила $A_{гр}$ служит совокупной характеристикой типа фундамента и данного типа грунта, а также выступает в качестве исходного параметра в случае применения фундамента любого типа (железобетонного, монолитного, свайного и т. п.).

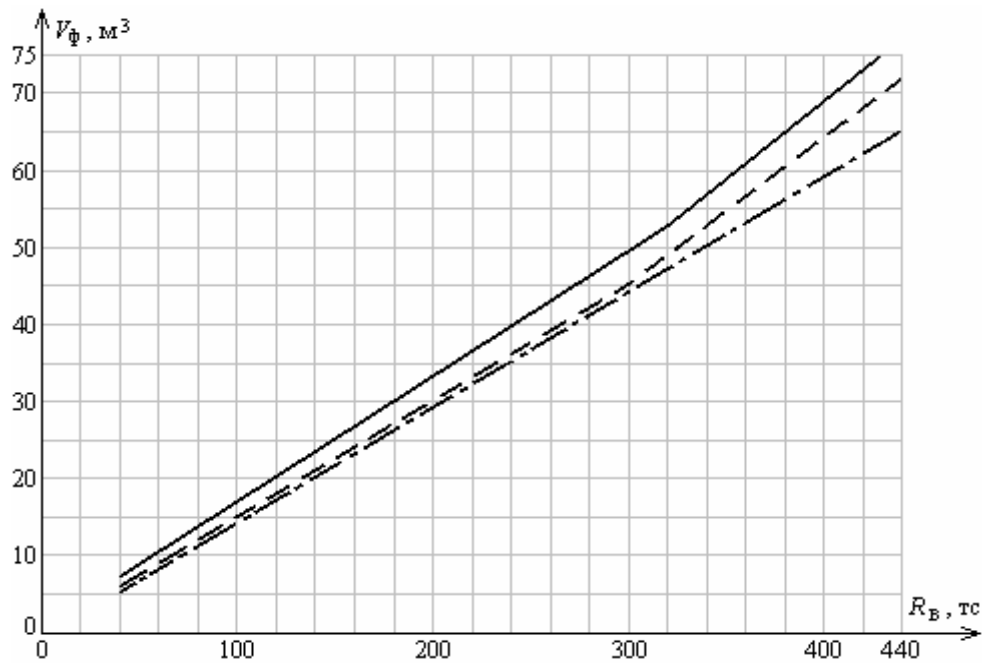


Рис. 8.6. Графики зависимости объема фундаментов от вырывающей силы $V_{\phi} = f(R_{\text{в}})$ при различных типах грунта: ———— — первом; ——— — втором; ——— — третьем

Таблица 8.3

Тип грунта	Характеристики грунта		
	Объемная масса грунта, $\gamma_{\text{гр}}$, т/м³	Угол внутреннего трения, град	Удельная удерживающая сила, $A_{\text{гр}}$, тс/м³
Первый	1,8	40	7,3
Второй	1,6	30	6,3
Третий	1,3	20	5,2

Известно, что условие обеспечения устойчивости фундамента имеет вид

$$\frac{Q(T) y}{(R_y - R_{\text{в}}) x} \leq 0,8,$$

где R_y – удерживающая сила; $R_{\text{в}}$ – вырывающая сила; y – высота фундамента; x – ширина подошвы фундамента; 0,8 – коэффициент условий работы, а вырывающую силу приближенно можно представить с помощью формулы

$$R_{\text{в}} = \frac{0,85M(T)}{2b(T)} - \frac{N(T)}{4}.$$

И потому, с учетом последних соотношений, удерживающая сила легко описывается линейной зависимостью от объема фундамента, а именно:

$$R_y = V_{\phi} A_{\text{гр}}.$$

Отсюда следует, что приведенный объем фундамента может быть определен следующим образом:

$$V_{\Phi}^{\text{пр}} = \frac{4}{k_4 A_{\text{гр}}} \left[\frac{0,85 M(T)}{2b(T)} + 1,25 \frac{Q y}{x} - \frac{N}{4} \right].$$

В заключение данного параграфа нужно отметить, что именно это выражение может использоваться при оптимизации башен с учетом влияния фундаментов.

§ 8.4. Зависимость геометрических параметров схемы башни минимального объема от нагрузки

Прежде всего заметим, что очертания башни минимального объема при большой технологической нагрузке достаточно близко описываются зависимостью, из которой следует, что ширина башни a пропорциональна корню кубическому от изгибающего момента M . Причем учет устойчивости элементов башни приводит к тому, что ее поперечный размер изменяется не так резко, как нагрузка, являющаяся в данном случае исходным параметром. Относительное изменение поперечного размера башни минимальной массы при изменении нагрузки показано на рис. 8.7. Из этого графика следует, что увеличение нагрузки в два раза приводит к увеличению поперечного размера башни только на 25%. Очевидно именно по этой причине в практике проектирования принято считать, что величина отношения ширины основания башни к ее высоте колеблется в пределах от 0,05 до 0,125.

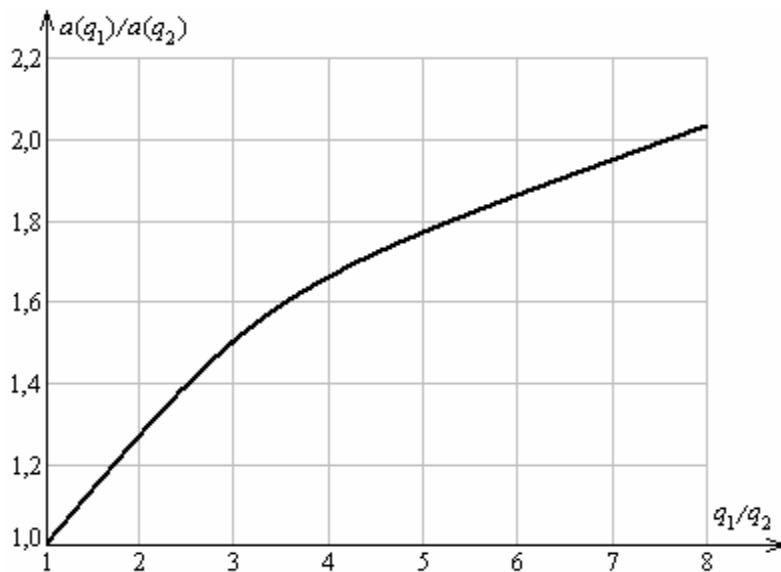


Рис. 8.7. График зависимости относительного поперечного размера башни a от изменения нагрузки q

Отметим далее тот хорошо известный факт, что очертания башни представляют собой ломаную линию, вписанную в очень крутую кубическую параболу. Причем именно последнее обстоятельство позволяет достаточно близко приближаться к схеме башни минимального объема, применяя пояса с малым количеством изломов или вообще без них. Иллюстрирует сказанное рис. 8.8, на котором показаны графики зависимости поперечного размера башни от изгибающего момента при различных усредненных значениях удельного радиуса инерции.

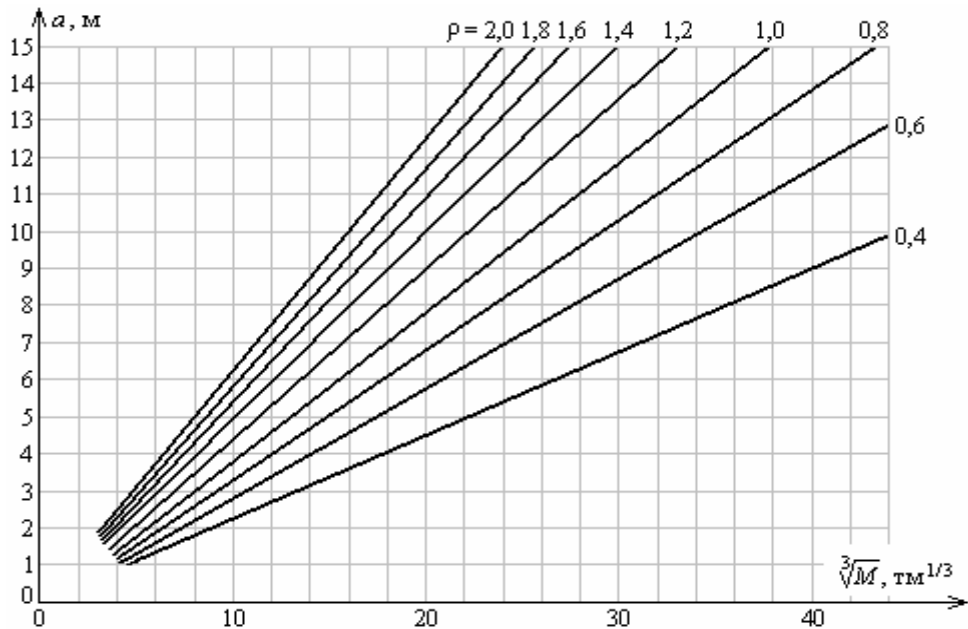


Рис. 8.8. Графики зависимости поперечного размера башни a от удельного радиуса инерции r и изгибающего момента M , вычисленного в направлении на «грань» при $k = 0,4 \cdot 10^{-4}$; $R = 2,1 \cdot 10^4$ тс/м²; $\varphi(t) = 0,40$ – для треугольной решетки

Кроме того напомним о ранее установленном и уже неоднократно упоминавшемся факте, что продольная нагрузка по сравнению со всеми другими расчетными параметрами влияет на очертания башни в меньшей степени, а потому для большинства практических случаев ею вообще следует пренебречь. В рассматриваемом же типе башен для каждой структуры решетки можно установить область изменения углов, в которой существует решение для оптимальной ширины башни. Иллюстрируют сказанное данные табл. 8.4, в которой даны значения границ областей существования оптимального параметра a .

Что же касается области изменения углов, где существует оптимальное значение параметра a , то здесь функция $\varphi(t)$ меняется незначительно. Из этого следует, что параметр a мало зависит от распределения углов наклона раскосов по высоте башни.

Таблица 8.4

Тип решетки по рис. 2.2	Границы областей существования оптимального значения параметра a	
	Вид функции $\varphi^3(t)$	Параметры t, θ_1, φ
Раскосная	$t / \left[16t^3 + 4 \sqrt{(1+t^2)^3} \right]$	$0,75 < t < 1,41$ $37^\circ < \theta_1 < 55^\circ$ $0,28 < \varphi < 0,37$
Треугольная	$t / \left[16t^3 + 4 \sqrt{(1+t^2)^3} \right]$	$0,44 < t < 1,00$ $24^\circ < \theta_1 < 45^\circ$ $0,33 < \varphi < 0,40$
Крестовая	$t / \left[4(t^3 + 1) \right]$	$0,795 < t < 1,225$ $38,5^\circ < \theta_1 < 52^\circ$ $0,48 < \varphi < 0,51$
Ромбическая	$t / \left[4t^3 + 8 \sqrt{(1+t^2)^3} \right]$	$0,63 < t < 1,00$ $32^\circ < \theta_1 < 45^\circ$ $0,34 < \varphi < 0,35$
Крестовая с дополнительной распоркой	$t / \left[t^3 + 4 + 1 \cdot 10^{-4} / (4k_3) \right]$	$1,225 < t < 1,32$ $51^\circ < \theta_1 < 53^\circ$ $0,57 < \varphi < 0,58$
Ромбическая с дополнительной распоркой	$t / \left[t^3 + 2 \sqrt{(1+t^2)^3} + 1 \cdot 10^{-4} / (4k_3) \right]$	$0,70 < t < 1,00$ $35^\circ < \theta_1 < 45^\circ$ $0,52 < \varphi < 0,54$
<i>Примечание.</i> В таблице принято, что $\theta_1 = 90^\circ - \theta$; $t = \operatorname{tg} \theta_1$; $\varphi = \varphi(t)$; $k_3 = 0,4 \cdot 10^{-4}$, а φ зависит от коэффициента k_3 в случаях, когда в решетке имеются элементы, площадь которых выбирается из условия допускаемой гибкости		

Здесь представляется интересным, что для произвольного случая нагружения, а также при учете различных ограничений выбор того или иного типа решетки можно установить, производя расчет по методике оптимального управления. Впрочем, достаточно просто можно получить некоторые оценки для различных типов решетки путем простого сравнения распределенных объемов оптимальных схем башен с различной структурой решетки при заданной постоянной приведенной суммарной нагрузке $g_{\text{прив}}$. При этом распределенный теоретический объем оптимальной схемы башни может быть представлен выражениями, приведенными в табл. 9.5, если для описания нагрузки использовать следующую форму записи:

$$g_{\text{прив}} = 2M_{\text{max}}/T^2,$$

в которой принято, что M_{max} представляет собой максимальный момент в башне как консольном стержне от нагрузки, вычисленной в направлении на «грань». Обратим внимание также на то, что при составлении выражений для распределенного объема было принято значение усредненного удельного радиуса инерции $\rho = 0,8 - 1,0$, расчетное сопротивление стали $R = 2,1 \text{ т/см}^2$ и близкую к единице величину параметра t .

Таблица 8.5

Тип решетки по рис. 2.2	Соотношения, описывающие теоретический распределенный объем башни, $V \cdot 10^{-4}$, м ³
Раскосная	$2,50 \left[\frac{gh^2}{\sqrt[3]{gh^2}} + 2,85gh + 0,56 \left(\sqrt[3]{gh^2} \right)^2 \right]$
Треугольная	$2,25 \left[\frac{gh^2}{\sqrt[3]{gh^2}} + 1,90gh + 0,84 \left(\sqrt[3]{gh^2} \right)^2 \right]$
Крестовая	$1,60 \left[\frac{gh^2}{\sqrt[3]{gh^2}} + 4,75gh + 0,67 \left(\sqrt[3]{gh^2} \right)^2 \right]$
Ромбическая	$2,30 \left[\frac{gh^2}{\sqrt[3]{gh^2}} + 1,90gh + 1,05 \left(\sqrt[3]{gh^2} \right)^2 \right]$
Крестовая с дополнительной распоркой	$1,40 \left[\frac{gh^2}{\sqrt[3]{gh^2}} + 4,75gh + 0,65 \left(\sqrt[3]{gh^2} \right)^2 \right]$
Ромбическая с дополнительной распоркой	$1,52 \left[\frac{gh^2}{\sqrt[3]{gh^2}} + 1,90gh + 0,69 \left(\sqrt[3]{gh^2} \right)^2 \right]$
<i>Примечание.</i> В таблице принято, что g – приведенная нагрузка, а ордината h отсчитывается от верха башни	

Как следует из анализа полученных результатов и представленных в табл. 8.5 данных, ромбическая решетка при равной нагрузке является менее металлоемкой. Впрочем, такую же металлоемкость решетка третьего типа будет иметь при нагрузке на башню, меньшей в 1,25 раза, чем на башню с ромбической решеткой. Однако при этом она будет иметь меньшее число элементов на единицу длины. В этой связи заметим, что примером сказанного служат башни малоомощных телевизионных антенн, антенн связи и т. п.

Далее укажем еще на один заслуживающий внимания момент, состоящий в том, что решетка с растянутыми раскосами будет менее металлоемкой в том случае, когда на очертания башни наложены ограничения «снизу», т. е. когда ее размер должен быть больше, чем его оптимальное значение для ромбической решетки. Сообразно с этим в качестве примера приведем башни для поддержания газоотводящих стволов большого диаметра.

§ 8.5. Зависимость геометрических параметров схемы башни минимального объема от прочности стали

Начнем рассмотрение с упоминания о том, что в настоящее время несущие элементы башенных конструкций обычно выполняются из стали класса С38/23. Но постепенно внедряются стали повышенной и высокой прочности. При этом является вполне понятным и не требующим дополнительного разъяснения то, что повышение прочности стали с соответствующим понижением величины коэффициента продольного изгиба достаточно существенно влияет на геометрические параметры схемы башни минимального объема. Иллюстрирует сказанное рис. 8.9, на котором сплошной линией показан график зависимости относительной величины поперечного размера башни $a_{\text{отн}}$ от расчетного сопротивления стали R при заданном и неизменном значении усредненного удельного радиуса инерции ρ , а также данные табл. 8.6. Причем при построении рис. 8.9 за единичный размер было принято оптимальное значение поперечного размера башни, изготовленной из стали класса С38/23.

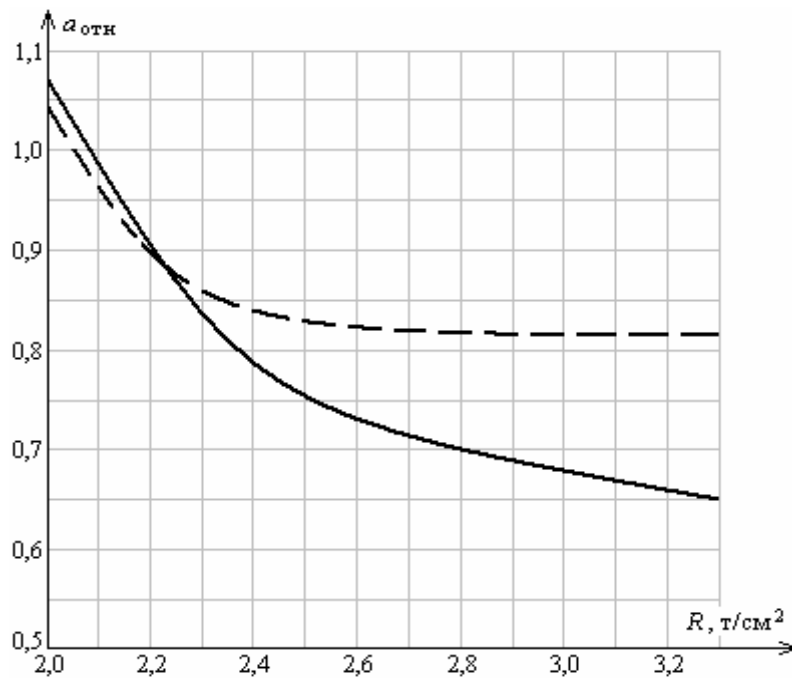


Рис. 8.9. График зависимости относительной величины поперечного размера башни от расчетного сопротивления стали $a_{\text{отн}} = f(R)$

Как видно из рис. 8.9 и табл. 8.6, при одинаковой нагрузке и характеристиках сортамента (усредненного значения удельного радиуса инерции ρ) относительный поперечный размер башни минимального объема уменьшается с ростом прочности стали.

Таблица 8.6

Наименование параметра	Величина или обозначение параметра			
Расчетное сопротивление R , т/см ²	2,1	2,3	2,8	3,4
Марка стали	Ст 3	Ст 4	0,9Г2С 15ХСНД	10ХСНД
Коэффициент уменьшения размера без учета изменения геометрических характеристик	1,00	0,827	0,725	0,655
То же с учетом изменений	1,00	0,86	0,83	0,82

Обратим теперь внимание на то, что на рис. 8.9 пунктирной линией показана зависимость относительного поперечного размера башни $a_{отн}$ от расчетного сопротивления стали R с уточнением величины удельного радиуса инерции ρ при переходе к характеристикам стали более высокой прочности по сравнению со сталью С38/23 и к более тонкостенным сечениям. Из рис. 8.9 видно, что значение поперечного размера $a_{отн}$ резко изменяется в интервале $2,1 \text{ т/см}^2 < R < 2,6 \text{ т/см}^2$. А вот при дальнейшем повышении расчетного сопротивления стали относительный поперечный размер башни почти не меняется. Заметим, к слову, что этот вывод подтверждается также данными табл. 8.6.

И, наконец, в завершение данного параграфа, стоит подчеркнуть еще один весьма характерный аспект, свойственный зависимости геометрических параметров схемы башни минимального объема от прочности стали. А именно: при изготовлении конструктивных элементов из различных марок стали относительная трудоемкость их изготовления, а также стоимость металла могут оказать достаточно существенное влияние на саму эту зависимость.

§ 8.6. Зависимость геометрических параметров схемы башни минимального объема от сортамента стали

Как свидетельствует опыт выполнения проектных работ, характеристики сортамента стали достаточно сильно влияют на величину всех геометрических параметров башни, но больше всего на величину ее поперечного размера, а вместе с тем и на разбивку башни на панели по высоте. При известных других параметрах (нагрузка, расчетное сопротивление стали, коэффициент продольного изгиба и др.) ширина башни пропорциональна удельному радиусу инерции ρ в степени $2/3$. В качестве примера к сказанному укажем на данные табл. 8.7, в которой приведены возможные (условные) пределы изменения относительной ширины башни $a_{отн}$, изготовленной с применением трубного и профильного проката при разных значениях удельного радиуса инерции ρ и различных марок стали.

Таблица 8.7

Марка стали	Пределы изменения относительной ширины башни $a_{\text{отн}}$ при разных значениях удельного радиуса инерции ρ и использовании сортамента металлопроката из			
	труб		уголков	
	$\rho_{\text{max}} \approx 1,30$	$\rho_{\text{min}} \approx 0,35$	$\rho_{\text{max}} \approx 0,85$	$\rho_{\text{min}} \approx 0,50$
С 38/23	1,26	0,52	0,95	0,66
С 46/33	1,01	0,42	0,76	0,53
С 60/45	0,75	0,31	0,56	0,40

Как следует из табл. 8.7, при изменении удельного радиуса инерции ρ в 3,5 раза оптимальная ширина башни может изменяться в 2,5 раза, т. е. достаточно сильно. Таблица также дает представление о влиянии величины удельного радиуса инерции на параметры башни минимального объема при принятых предпосылках и неизменности суммарной нагрузки. Обратим теперь внимание на то, что для башен с большой нагрузкой на собственную конструкцию башни, по сравнению с технологической нагрузкой, первостепенным является учет распределения диаметров (характерных размеров сечений) по высоте башни в связи с оптимизацией нагрузки, вследствие чего резко будет меняться и значение характеристик сортамента.

Из частных примеров по изложенному выше методу вытекает, что в верхних участках башни решение стремится к таким значениям параметров, при которых уменьшается нагрузка. Впрочем, это уменьшение при некоторой потере материала за счет неэффективных сечений (с уменьшенными значениями ϕ и ρ) в итоге приводит к суммарному выигрышу. Кроме того, при стремлении h к точке T (т. е. к основанию башни) влияние поперечной нагрузки на общую массу башни также понижается и, таким образом, основной выигрыш в объеме получается за счет улучшения характеристик сортамента.

Кстати говоря, на современном этапе при проектировании стальных башен наиболее эффективными являются следующие решения:

- элементы башен выполняются из эффективных (в смысле уменьшения нагрузки на них и выгодного ее перераспределения в сечении при работе стержня на сжатие) профилей. Причем для этого для сжатых элементов используются горячедеформированные и электросварные трубы (оболочки) увеличенных диаметров из углеродистых и легированных сталей, а также пространственные решетчатые элементы из горячедеформированных труб. А для растянутых элементов применяются профили из сталей повышенной прочности и высокопрочные канаты;

- узлы и соединения элементов в заводских условиях и на монтаже выполняются с минимальным количеством дополнительных соединений деталей (пояса – сваркой в стык, а распорки и раскосы – примыкающими непосредственно к поясам на фигурных вырезах). А сами фигурные вырезы с целью одновременной обработки кромок выполняются специальными машинами;

- конструкция башни, как правило, собирается из унифицированных элементов, параметры которых устанавливаются с учетом оптимизации конструкции в смысле минимального расхода стали при возможно меньшей трудоемкости изготовления и монтажа. При этом для башни с малой технологической нагрузкой очень важно соблюдение рационального распределения параметров, когда учитывается изменение суммарной нагрузки при изменении искомых геометрических параметров. И прежде всего сказанное касается распределения диаметров сечений элементов башни по высоте. Так, к примеру, в верхней части башни допускается даже некоторая «потеря» материала за счет нерациональных размеров этих сечений, поскольку указанная потеря компенсируется не только уменьшением суммарной нагрузки, но и облегчением нижележащих элементов, которые следует выполнять из эффективных профилей, несмотря на увеличение их наветренной площади. Это положение количественно может быть реализовано с помощью алгоритма, построенного, например, на принципе максимума. В нижней же части башни целесообразно применение тонкостенных труб увеличенных диаметров. Так, для частного случая преобладающей технологической нагрузки (а именно: при $Q_{\text{техн}} > 0,5Q_{\text{общ}}$) оптимальные очертания могут быть получены из простых соотношений, связывающих изгибающие моменты, расчетное сопротивление стали и характеристики сортамента. Однако при этом следует иметь в виду, что характеристики сортамента стали достаточно сильно влияют на поперечные размеры башни, так как при увеличении расчетного сопротивления стали оптимальное значение поперечного размера башни уменьшается (в традиционно применяемых типах башен).

Относительно изменения углов наклона раскосов можно сказать, что в определенных пределах оно мало влияет на изменение оптимального значения поперечного размера, что, в свою очередь, позволяет увязывать шаг панелей с принятым модулем. Кроме того, схемы башен минимальной массы легко могут быть вписаны в технологические схемы на основе использования одного из приемов унификации.

§ 8.7. Влияние конструктивных коэффициентов на стоимость башни

Является вполне очевидным, что экономичность конструкции башни по количеству вложенного в нее металла в первую очередь характеризуется затратами металла, необходимого для восприятия единицы внешней нагрузки при данной конструктивной форме. Кроме того, принимая во внимание непрерывное и существенное возрастание стоимости металла, можно сделать вывод, что показатели массы являются, как правило, основными при выборе рациональной конструкции башни. И именно в этом смысле можно выделить ряд показателей, при помощи которых производится оценка рациональности конструкции башни в зависимости от ее массы, а именно:

- показатель массы, представляющий собой затрату металла на один погонный метр сооружения;
- коэффициент массы, выражающийся отношением показателя массы к высоте конструкции;
- характеристика массы, раскрывающая приспособленность конструктивной формы к восприятию данного силового воздействия;
- строительный коэффициент массы, указывающий насколько фактическая масса элемента конструкции превышает массу того количества материала, которого теоретически необходимо для восприятия силовых воздействий, и тем самым характеризующий затраты материала на конструктивное оформление элемента;

• конструктивный коэффициент массы, характеризующийся не только затратами на конструктивное оформление элемента, но и дополнительными затратами от неточностей подбора его поперечного сечения вследствие ограниченности сортамента, работы стержня на сжатие и изгиб, а также набора других специальных требований, в том числе, например, требования установления такой величины отношения длины к поперечному сечению элемента цилиндрической формы с учетом условий его закрепления, которая позволила бы избежать явления резонанса при воздействии воздушного потока.

Далее укажем на то, что отправочные элементы всех высотных сооружений, и башен в том числе, собираются и свариваются из отдельных деталей, трудоемкость изготовления которых по расчетным операциям изготовления зависит от их конструктивной формы, массы и количества, степени типизации и стандартизации, количества отверстий и сварных швов. Впрочем, размер трудовых затрат изготовления отдельных деталей не ограничивается трудоемкостью указанных операций и дополнительно зависит и от технологии изготовления и монтажа, а также от применяемых при этом для крепления деталей различных металлических изделий – так называемых *метизов*: болтов, винтов, гаек, шурупов, саморезов, шайб, заклепок, разводных шплинтов, дюбелей и др. Причем масса этих метизов, о чем свидетельствует практика проектирования, составляет около 4% от массы всего сооружения, а расход цинка на них, по данным заводо-производителей антикоррозионного покрытия конструкций, равен 46 кг/т.

Кстати говоря, обратим внимание на то, что массу высотного сооружения можно представить как сумму масс основных несущих и вспомогательных конструкций. При этом к первым в современных конструкциях можно отнести пояса, раскосы, распорки и диафрагмы, а также элементы оттяжек. А к вспомогательным конструкциям можно отнести лестницы и площадки, если таковые устанавливаются, элементы узловых креплений и металлоконструкции, обеспечивающие крепление к основным элементам технологического оборудования. Само собой разумеется, что такое разделение является достаточно условным и зависит от структуры конструкции, технологии изготовления и конструктивных решений соединений. Иллюстрирует сказанное то, что в разработанных в последнее время конструкциях башен распорки, к примеру, весьма часто могут выполнять функцию лестниц, диафрагмы использоваться

в качестве площадок, а технологическое оборудование устанавливаться непосредственно на поясах без применения каких-либо дополнительных металлоконструкций. Таким образом, легко убедиться в том, что масса башни $G_{\text{мет}}$ может быть представлена в следующем виде:

$$G_{\text{мет}} = \sum_{i=1}^k G_{\text{осн}, i} n_{\text{осн}, i} + \sum_{j=1}^m G_{\text{всп}, j} n_{\text{всп}, j},$$

где $G_{\text{осн}, i}$, $n_{\text{осн}, i}$ – масса и количество основных конструктивных элементов; $G_{\text{всп}, j}$, $n_{\text{всп}, j}$ – масса и количество вспомогательных конструктивных элементов.

Что же касается строительного коэффициента массы $k_{\text{см}}$, то его представление может быть записано так:

$$k_{\text{см}} = 1 + G_{\text{всп}} / G_{\text{осн}},$$

в котором принято, что $G_{\text{всп}}$ – общая масса вспомогательных конструктивных элементов; $G_{\text{осн}}$ – общая масса основных конструктивных элементов.

О характере изменения строительного коэффициента массы $k_{\text{см}}$ в зависимости от высоты башни H можно судить по рис. 9.10, на котором изображен график корреляционной функции $k_{\text{см}} = f(H)$, построенной с использованием результатов статистической обработки данных обширной практики инженерного проектирования высотных сооружений.

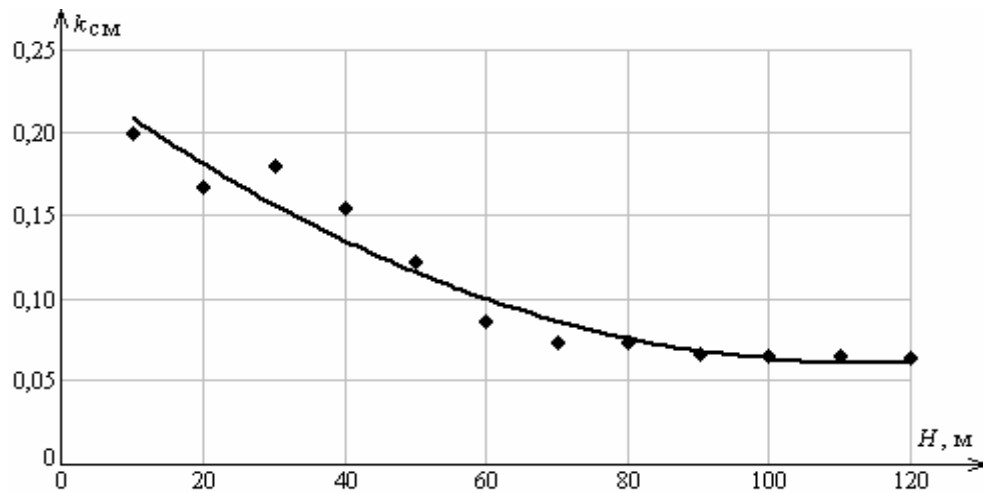


Рис. 8.10. График корреляционной функции $k_{\text{см}} = f(H)$:

◆ – вес башни соответствующей высоты

Если внимательно взглянуть на рис. 8.10, то можно увидеть, что, во-первых, величина строительного коэффициента массы плавно убывает с увеличением высоты башни в связи с тем, что разновысотные башни одинакового целевого назначения, как правило, оснащаются равноценным технологическим оборудованием, а, во-вторых, очертание самого графика корреляционной функции $k_{\text{см}} = f(H)$ весьма близко к параболическому виду.

Перейдем теперь к рассмотрению конструктивного коэффициента массы и связанным с этим понятием моментам. Однако прежде чем непосредственно приступить к обсуждению этого вопроса скажем о том, что при вариантном проектировании и технико-экономическом анализе сравниваемых конструктивных решений представляется целесообразным рассматривать только такие элементы конструкций, масса которых зависит от выбранных параметров башен. В этом плане укажем также на то, что большинство существующих подходов нахождения массы поясов и раскосов башен ориентируются на их определение через действующие нагрузки. А массы распорок и диафрагм, значения которых могут назначаться конструктивно или по предельной гибкости, а иногда и из расчета местной нагрузки, обычно учитываются специальным коэффициентом по отношению к массе поясов и раскосов.

Напомним здесь также о том, что масса поясов и раскосов состоит из массы основных элементов, участвующих в непосредственном восприятии силовых воздействий и образующих стержень конструкции, и вспомогательных элементов, предназначенных для выполнения дополнительных функций. Причем под основными элементами поясов понимаются, как правило, несущий стержень, два фланца или две накладки, а раскосов – только несущий стержень. Все же остальные элементы относятся к разряду вспомогательных.

Таким образом, из предшествующего изложения достаточно четко вытекает вывод, что понятие теоретической характеристики массы определяет взаимосвязь конструктивной формы и силового воздействия и неразрывно связано с понятием конструктивного коэффициента массы, который характеризует конструкцию с точки зрения рационального использования материала и учитывает затраты на конструктивное исполнение. Кроме этого, конструктивный коэффициент массы однозначно устанавливает насколько же фактическая масса элементов башни больше их теоретической массы, необходимой для восприятия силовых воздействий. Что же касается представления конструктивных коэффициентов массы поясов μ_η и раскосов $\mu_{\eta r}$, то их можно записать в таком виде:

$$\mu_\eta = \psi_\eta \cdot \psi_{nn} \cdot \psi_{hn} \cdot \psi_N; \quad \mu_{\eta r} = \psi_{\eta r} \cdot \psi_{nnr} \cdot \psi_{hnr},$$

где ψ_η , $\psi_{\eta r}$ – строительные коэффициенты массы поясов и раскосов; ψ_{nn} , ψ_{nnr} – коэффициенты, учитывающие влияние продольного изгиба; ψ_{hn} , ψ_{hnr} – коэффициенты неточности подбора, учитывающие перерасход металла при определении размеров сечений элементов башни с учетом конструктивных требований; ψ_N – коэффициент, учитывающий увеличение усилий в поясах при увеличении массы башни и оборудования.

Следует отметить, что коэффициент ψ_η , учитывающий влияние продольного изгиба, зависит от класса стали, расчетной длины элемента и формы поперечного сечения, а его величина для башни определяется с использованием следующего соотношения:

$$G_n = \gamma V_n = \sum_{j=1}^n F_j l_j \psi_n = \frac{\gamma \mu_n H^2}{R_y} \sum_{j=1}^n \bar{X}_n P_j,$$

в котором принято, что G_n , γ и V_n – соответственно масса, объемная масса и объем элементов одного типа; $F_j = \sum_{i=1}^n \frac{N_i}{\alpha R_y} + \beta (\mu l_i)^2$ – площадь поперечного

сечения j -го стержня с учетом влияния продольного изгиба; $\bar{X}_n = \frac{1}{H^2} \sum_{i=1}^m N_{ni} l_i$ –

теоретическая характеристика массы, выраженная в виде функции от основных геометрических размеров и типа силового воздействия, а остальные параметры имеют упомянутый ранее смысл.

Отсюда, в свою очередь, следует, что

$$\psi_n = 1 + \beta \mu^2 \sum_{i=1}^n l_i^3 \alpha R_y \left/ \sum_{i=1}^n P_i \bar{X}_i H^2 \right.$$

И, наконец, в завершение данного параграфа отметим, что анализ приведенных выражений указывает на то, что уменьшение высоты башен приводит к росту конструктивного коэффициента массы.

§ 8.8. Влияние технологических коэффициентов на стоимость высотных сооружений

Известно, что технологический коэффициент ψ_t , представляющий собой строительный коэффициент трудоемкости, определяет величину отношения полной трудоемкости производства основных и вспомогательных деталей T к трудоемкости производства основных деталей T_o . И потому выражение для этого коэффициента можно представить в такой форме:

$$\psi_t = \frac{T}{T_o} = \frac{T_o + T_b}{T_o} = 1 + \frac{T_b}{T_o},$$

где T_b – трудоемкость производства вспомогательных деталей.

Если же теперь обратиться к существу дела, то строительный коэффициент трудоемкости по сути позволяет получить четкий ответ на следующий вопрос: во сколько же раз трудоемкость изготовления элемента конструкции в целом превосходит трудоемкость изготовления его основных деталей? Кстати говоря, несложно понять, что этот ответ непосредственно вытекает и из последнего выражения, а его форма записи имеет следующий вид:

$$T = \psi_t T_o.$$

Что же касается взаимосвязи между строительным коэффициентом массы и строительным коэффициентом трудоемкости, то она устанавливается с использованием достаточно простой корреляционной зависимости вида

$$\psi_t = \alpha \psi_m^\alpha,$$

откуда легко усматривается, что строительный коэффициент трудоемкости всегда превышает строительный коэффициент массы.

Также представляется интересным, что общая стоимость конструкций башни C может быть определена следующей очевидной формулой:

$$C = C_{\text{мк}} + C_{\text{т}} + C_{\text{ф}} + C_{\text{м}} + C_{\text{з}},$$

где $C_{\text{мк}}$ – это стоимость изготовления металлических конструкций; $C_{\text{т}}$ – стоимость транспортировки; $C_{\text{ф}}$ – стоимость фундаментов; $C_{\text{м}}$ – стоимость монтажа; $C_{\text{з}}$ – стоимость земельного участка.

А заводская себестоимость металлических конструкций складывается из стоимости их изготовления и стоимости материалов

$$C_{\text{завод}} = C_{\text{изг}} + C_{\text{мат}}.$$

Здесь также необходимо указать на то, что цены, установленные на одну тонну металлических конструкций, исчисляются по их теоретической массе по чертежам марки КМ. Причем взаиморасчеты за металлические конструкции производятся с учетом дополнительной массы металла сварных швов в размере 1% с добавлением 3% к итогу на допустимое утяжеление конструкций при разработке чертежей марки КМД. Иллюстрируют сказанное данные табл. 9.8, в которой представлены ориентировочные стоимости металлических конструкций в деле, их транспортировки, монтажа и горячего оцинкования.

Таблица 8.8

Наименование	Единица измерения	Стоимость, грн.
Металлические конструкции в деле	тонна	8500 – 10000
Транспортировка	тонна	200 – 250
Монтаж	тонна	2500 – 3000
Горячее оцинкование	тонна	5000 – 5500

§ 8.9. Определение оптимальных параметров высотных сооружений

Применение представленных ранее подходов и методов установления оптимальных параметров высотных сооружений продемонстрируем на примерах утилитарных высотных сооружений, а именно: башни высотой 70 м и мачты высотой 71,5 м.

8.9.1. Выбор оптимальных геометрических параметров башни.

Прежде всего заметим, что определение оптимальных геометрических параметров треугольной в плане башни высотой 70 м с учетом заданных ограничений помимо собственно оптимизации ее конструктивной схемы предопределяет также уточнение коэффициентов динамичности при оптимизационном расчете конструкции с учетом изменяющейся при этом геометрии башни.

В связи со сказанным вспоминаем, что ранее в параграфе 8.2 уже говорилось о том, что для большинства башен среди всех прочих нагрузок преобладающее значение имеет ветровое воздействие на собственно конструкцию башни и установленное на ней технологическое оборудование. Также было указано на то, что эта нагрузка является наиболее чувствительной к изменению большинства конструктивных параметров, таких, например, как поперечные размеры башни, высота панели, тип и поперечные размеры сечений элементов. Отмечено, что последнее происходит постольку, поскольку в соответствии с принятой методикой определения ветровой нагрузки на башни при изменении названных параметров меняется статическая составляющая ветровой нагрузки вследствие изменения ряда показателей, а именно: проекции суммарной площади элементов конструкции на перпендикулярную воздушному потоку плоскость и коэффициентов лобового сопротивления и заполнения при учете нагрузки на подветренную грань. Кроме того, при этом также изменяется динамическая составляющая ветровой нагрузки от воздействия пульсации ветрового потока, так как при изменении геометрических параметров сооружения меняются его динамические характеристики.

Следует заметить, что принципиальная конструктивная схема рассматриваемой треугольной в плане башни, несущей две антенны типа ML-7 диаметром 1,2 м каждая, изображена на рис. 8.11, а ее конструктивные элементы приняты такими: пояса, распорки и опорные раскосы – из труб, а панельные раскосы – из уголков. При этом на величины некоторых характерных параметров этих конструктивных элементов было наложено несколько ограничений, а именно:

- предельная гибкость поясов и опорных раскосов башни установлена на уровне не более $\lambda = 120$, сжатых элементов решетки – не более $\lambda = 150$, а растянутых элементов – не более $\lambda = 400$;
- отношение длин конструктивных элементов к их диаметрам принято равным $l/d < 40$;
- допустимый угол поворота площадки установки антенн принят в пределах от 0,5 до 1,0 градуса при обеспеченности 99,8%.

Что же касается ветровой нагрузки, то она была принята для второго ветрового района в соответствии с требованиями норм [24, 103].

Оптимизационный расчет башни выполнен с использованием метода повторных анализов с назначением следующих управляющих параметров:

- пределы изменения ширины грани поперечного сечения верхней десятиметровой призматической секции – $1000 \text{ мм} \leq X \leq 1400 \text{ мм}$;
- пределы изменения ширины грани опорного поперечного сечения пирамидальной части – $5000 \text{ мм} \leq Y \leq 7600 \text{ мм}$.

Основные результаты оптимизационного расчета треугольной в плане башни высотой 70 м представлены в табл. 8.9.

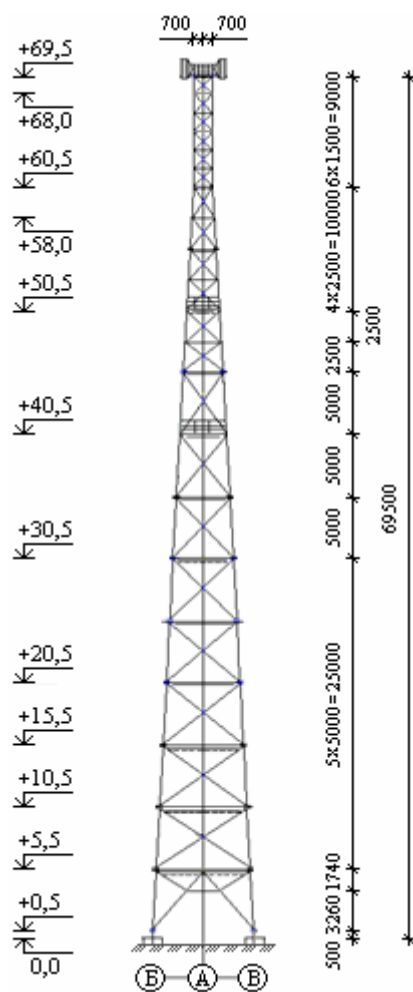


Рис. 8.11. Принципиальная конструктивная схема треугольной в плане башни высотой 70 м

Таблица 8.9

Ширина грани опорной части, мм	Ширина грани призматической части, мм	Частота первой формы колебаний, Гц	Угол поворота, град.	Коэффициент динамичности
7500	1400	0,83	0,51	1,65
	1000	0,75	0,63	1,66
6000	1400	0,71	0,55	1,76
	1000	0,64	0,78	1,77
5000	1400	0,65	0,57	1,79
	1000	0,536	0,81	1,81

8.9.2. Выбор оптимальной стоимости мачты. Оптимальная стоимость установлена для трехгранной в плане мачты высотой 71,5 м с шириной грани от 950 мм до 1200 мм и радиусом окружности по анкерным проушинам фундаментов от 25 м до 65 м (рис. 8.12). Мачта оснащена типовым технологическим оборудованием связи в виде релейной антенны типа ML-7 диаметром 1,2 м и антенны круговой диаграммы направленности «Kathrein» общей ветровой площадью 6 м². Подчеркнем, что указанная ширина грани мачты была выбрана постольку, поскольку она позволяет осуществлять подъем персонала для обслуживания мачты внутри ее ствола и, тем самым, отказаться от использования ограждения стремянки и других страховочных приспособлений.

Рассмотрим теперь, останавливаясь на наиболее характерных моментах, детали конструктивного решения мачты. Во-первых, укажем на то, что секции ствола мачты приняты трехгранными в плане, собирающимися из отдельных элементов, длиной пять метров каждый. Все секции оборудованы листовыми площадками для отдыха персонала. Пояса секций запроектированы из горячедеформированных труб, а элементы раскосной решетки – из одиночных уголков. Пояса секций соединены между собой при помощи фланцевых соединений, а крепление решетки к поясам осуществлено через фасонки при помощи одиночных постоянных болтов. Антикоррозионное покрытие всех элементов конструкции мачты выполнено с применением горячего оцинкования, чем, к слову, и объясняется выбор ширины грани секции по высоте и принятие конструкции фланцевых узлов без торцевых заглушек.

Во-вторых, заметим, что оттяжки мачты запроектированы из стальных оцинкованных спиральных канатов. Крепление канатов к анкерным ттяжам и лацменным фасонкам предусмотрено с использованием клиновых зажимов или специальных втулок, заделка канатов в которых осуществляется с применением заливки цинково-алюминиевым сплавом.

И, наконец, в-третьих, отметим то, что конструкция фундамента под ствол мачты представляет собой столбчатый сборный железобетонный фундамент. Причем размеры плит сборного фундамента назначены с учетом грузоподъемности автотранспорта и допускаемых транспортных габаритов. Относительно анкерного фундамента, то он является железобетонной плитой, установленной под углом, который равен углу наклона оттяжки к горизонту. Кроме того, размеры плиты анкерного фундамента выбраны в зависимости от значений максимальных выдерживающих усилий в оттяжках и с учетом осуществления ее перевозки автотранспортом.

Таким образом, из изложенного выше вытекает, что предваряя решение задачи оптимизации были заданы следующие расчетные параметры: вид и типы сечений элементов ствола мачты, величины предварительного натяжения оттяжек и атмосферно-климатические условия. Что же касается ветровой нагрузки, в том числе и ее динамической составляющей, то она была установлена для второго ветрового района в соответствии с требованиями норм [24, 103]. Также было принято, что материал конструктивных элементов мачты работает в упругой стадии, а расчет несущей способности и устойчивости конструкции проводится в соответствии с требованиями норм [106].

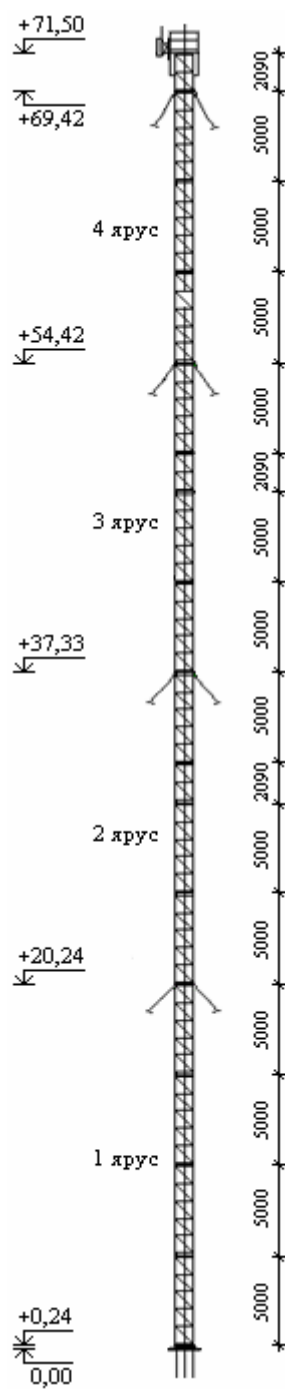


Рис. 8.12. Принципиальная конструктивная схема трехгранной в плане мачты высотой 71,5 м

Оптимизационный расчет мачты выполнен с использованием метода повторных анализов прямым поиском на дискретном множестве управляемых переменных с учетом, во-первых, стоимостей конструкций мачты – металлических конструкций вместе со стремянкой, площадками и оцинкованными элементами крепления антенн; оцинкованных спиральных канатов и механических деталей; стенда для изготовления и испытания оттяжек; монтажа ствола мачты и оттяжек; сигнальной покраски ствола; во-вторых, стоимостей фундаментов – земляных работ с учетом перевозки и трамбовки грунта; изготовления и монтажа сборных фундаментов с учетом гидроизоляции; асфальтобетонного покрытия фундаментной отмостки, а также без учета общих накладных расходов и стоимостей проектирования и монтажного оборудования.

Также напомним о том, что оптимизационный расчет мачты выполнен с назначением следующих управляющих параметров: формы и размеров поперечных сечений, структуры решетки, применяемых элементов сортамента и класса метизов, типа канатов, конструкции узловых соединений, размеров секций и материалов. Кроме того, на величины некоторых характерных параметров мачты было наложено несколько ограничений, а именно на: несущую способность и минимальную гибкость конструктивных элементов; несущую способность узловых сопряжений; предельное отклонение опоры от вертикали; направленность, т. е. на угол поворота сечений опоры, равный ширине главного лепестка диаграммы микроволновой антенны на половинной потере мощности; транспортные и монтажные габариты элементов.

Теперь обратим внимание на то, что поскольку выражения целевой функции и системы ограничений задачи являются сложными нелинейными функциями параметров управления, то в соответствии с требованиями принятого метода оптимизационного расчета для их решения необходимо было установить определенную точность. И поэтому в данном случае эта точность была принята соизмеримой с величиной возникающих в проектной и строительной практике неизбежных отклонений от проектного решения.

Результаты поиска оптимальной стоимости рассматриваемой мачты представлены на рис. 8.13, на котором изображены графики стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты в зависимости от заложения оттяжек при различной ширине ее грани. Следует заметить, что из этого рисунка видно, что при учете в расчетах стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты функция стоимости принимает минимальное значение, равное $C = 87,34$ тыс. грн. при заложении оттяжек 50 м и ширине грани 950 мм.

8.9.3. Выбор оптимальной стоимости мачты с учетом цены земельного участка. Начнем изложение с констатации вполне очевидного факта, что формулировка задачи отыскания оптимальной стоимости мачты с учетом цены находящегося под ней земельного участка является вполне аналогичной рассмотренной в предшествующем разделе задаче поиска оптимальной стоимости мачты с одним дополнением. Суть же вопроса состоит в том, что в

данном случае в целевой функции стоимости дополнительно учитывается новый член, представляющий собой цену земельного участка под мачтой. И тогда целевая функция C , описывающая стоимость мачты с учетом стоимости земельного участка, может быть принята в виде

$$C = (C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3 + C_4 X_4 + C_5 X_5),$$

где $X_1 = f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$ – масса поясов, распорок, раскосов, узловых и других конструктивных элементов; $X_2 = f(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n})$ – масса оттяжек по ярусам; $X_3 = f(x_{31}, x_{32}, \dots, x_{3n})$ – длины оттяжек по ярусам; X_4 – объем фундаментов; X_5 – площадь земельного участка; $C_1 - C_4$ – стоимость единицы параметра; C_5 – денежная оценка одного квадратного метра земельного участка.

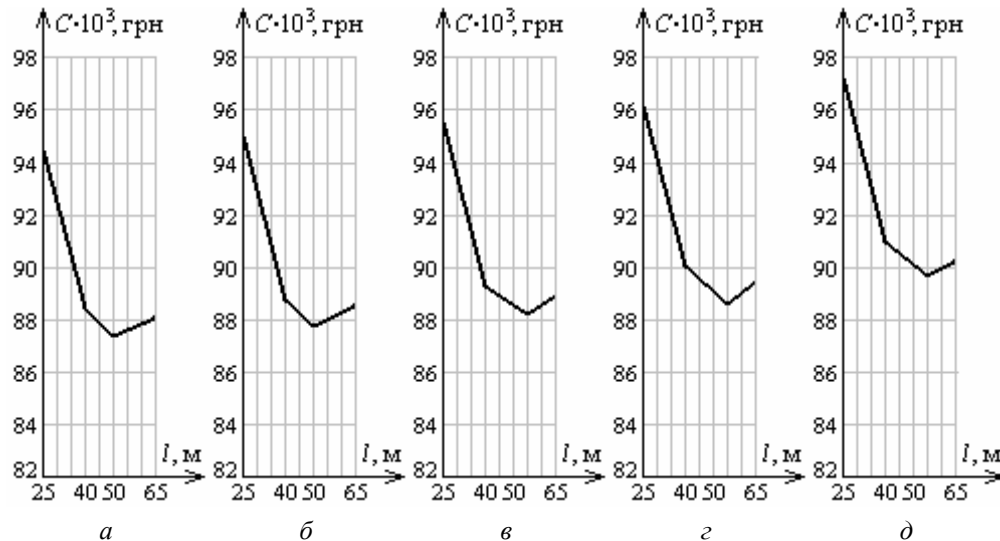


Рис. 8.13. Графики стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты высотой $H = 71,5$ м в зависимости от заложения оттяжек $C = f(l)$ при ширине грани: а – 950 мм; б – 1000 мм; в – 1050 мм; г – 1100 мм; д – 1200 мм

Оптимизационный расчет мачты выполнен с использованием метода повторных анализов с назначением следующих управляющих параметров:

- пределы изменения ширины грани мачты – $950 \text{ мм} \leq a \leq 1200 \text{ мм}$;
- пределы изменения заложения оттяжек мачты – $25 \text{ м} \leq l \leq 65 \text{ м}$.

В части же средней базовой стоимости одного квадратного метра земельного участка под мачтой можно сказать следующее. Величина этой стоимости на момент выполнения расчета была определена в соответствии с Законом Украины «Про плату за землю» с учетом повышающего коэффициента 3,1 в соответствии со статьей № 63 Закона Украины «О Государственном бюджете Украины на 2009 год». Иллюстрируют сказанное данные табл. 9.10, в которой приведены стоимости земельных участков в зависимости от их площадей, являющихся, в свою очередь, производными заложения оттяжек мачты.

Таблица 8.10

Заложение оттяжек, м	Площадь земельного участка, м ²	Стоимость земельного участка, тыс. грн.
25	271	92,14
40	692	235,28
50	1083	368,22
65	1829	621,86

Укрупненная блок-структура алгоритма определения оптимальной стоимости мачты с учетом цены земельного участка приведена на рис. 8.14.



Рис. 8.14. Укрупненная блок-структура алгоритма определения оптимальной стоимости мачты с учетом цены земельного участка

Перейдем теперь к рассмотрению результатов поиска оптимальной стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты с учетом стоимости земельного участка. И прежде всего отметим, что эти результаты представлены только для мачты с шириной грани 950 мм. Последнее объясняется тем, что, как было показано в предыдущем разделе, именно при такой ширине грани сообщается минимальное значение функции стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты.

Таким образом, на рис. 8.15 показан график стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты при ширине ее грани 950 мм с учетом стоимости земельного участка в зависимости от заложения оттяжек. И если

сопоставить рис. 8.15 с рис. 8.13, *а*, то можно увидеть некоторые характерные моменты, принципиально отличающие поиск оптимальной стоимости мачты с учетом цены находящегося под ней земельного участка от всех других рассмотренных ранее оптимизационных расчетов.

Первый из них состоит в том, что в рассматриваемом случае стоимость земельного участка имеет превалирующее значение – в среднем в несколько раз – по сравнению со стоимостью металлических конструкций и фундаментов мачты. А поэтому здесь минимальное значение функции стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты с учетом стоимости земельного участка достигается при минимальной величине принятого в расчетах заложения оттяжек и, как следствие, площади участка: $C = 186,62$ тыс. грн. при заложении оттяжек 25 м. Впрочем, и это стоит подчеркнуть особо, полученный результат является также вполне ожидаемым, поскольку при таком заложении оттяжек мачты площадь земельного участка под ней приобретает минимальное значение.

Второй же момент заключается в том, что в обсуждаемом случае, в отличие от изложенного в предшествующем разделе решения, функция стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты с учетом стоимости земельного участка практически является монотонно возрастающей. Причем истоки этой закономерности (а именно: стоимость земельного участка) уже были раскрыты ранее и по этой причине более не оговариваются.

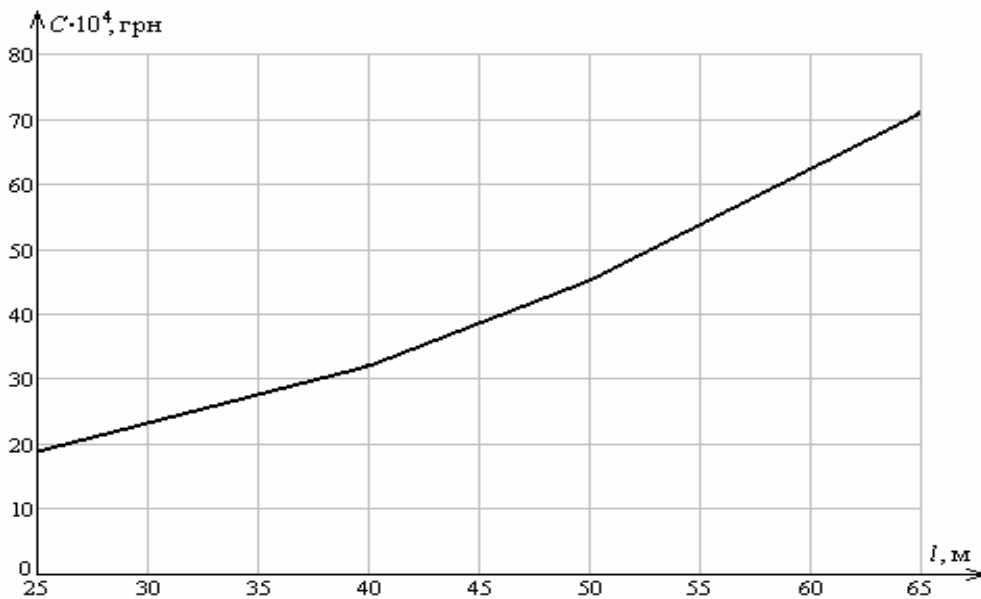


Рис. 8.15. График стоимости металлических конструкций и фундаментов мачты высотой $H = 71,5$ м с учетом стоимости земельного участка в зависимости от заложения оттяжек $C = f(l)$ при ширине грани мачты 950 мм

§ 8.10. Поиск оптимальных конструктивных решений высотных сооружений

Представленные в предшествующих параграфах данной главы результаты исследований оптимальных параметров высотных сооружений помимо присущего им теоретического значения нашли также широкое практическое применение при проектировании высотных сооружений, их изготовлении и монтаже в связи с реальным сокращением затрат на всех этапах строительного цикла. Поэтому ниже приведены наиболее характерные примеры высотных сооружений – башен и мачт, расчет, проектирование и конструирование которых было проведено с учетом изложенных ранее решений.

8.10.1. Башня мобильной связи высотой 70 м в г. Черняховск Калининградской области. Общие виды этой башни показаны на рис. 8.16.



Рис. 8.16. Общие виды башни в г. Черняховск Калининградской области

Также вначале следует сказать, что данное проектное решение оказалось в результате настолько удачным по всем своим показателям (расчетным, конструктивным и экономико-стоимостным), что впоследствии на его основе был разработан целый ряд унифицированных трехгранных разборных трубчатых

стальных башен высотой 70 м для первого ветрового района. Более того, достаточно большое количество аналогичных башен с учетом, однако, неизбежных модификаций, обусловленных различными технологическими требованиями для каждого конкретного случая, было построено как на Украине, так и в различных областях Российской Федерации. Общий вид одной из таких серийных башен приведен на рис. 9.17.



Рис. 8.17. Общий вид серийной трехгранной разборной трубчатой стальной башни высотой 70 м

8.10.1.1. *Нагрузки и воздействия на башню.* При расчете и проектировании башни были учтены следующие виды нагрузок и воздействий:

- собственная масса технологического оборудования (параболические антенны типа ML-1,2 и «Kathrein», а также кабели) с учетом коэффициента надежности по нагрузке 1,05 как для стационарного оборудования;
- ветровое воздействие для скорости ветра 22 м/с при типе местности А, соответствующее десятиминутному интервалу осреднения с коэффициентом надежности по нагрузке 1,4;
- собственная масса башни (пояса и решетка с учетом фланцев и узловых фасонок, площадки для отдыха и обслуживания антенн, инвентарная лестница-стремянка со страховочным приспособлением типа «ФАВА», элементы сигнального освещения и вертикального волноводного моста) с учетом коэффициента надежности по нагрузке 1,05 как для конструкций, усилия в которых от собственной массы не превышают 50%.

8.10.1.2. *Расчет башни.* Прежде всего заметим, что расчетная схема башни представляет собой пространственную ферму, в которой каждый опорный пояс является неразрезной статически неопределимой системой, а соединение решетки с поясом реализовано с использованием примыкающих шарниров. Что же до пространственной конечно-элементной модели башни, то она представлена набором стержневых конечных элементов общего вида, а именно: воспринимающих растяжение-сжатие с изгибом (рис. 8.18).

В конечно-элементной модели башни предусмотрены следующие виды нагрузок:

- вертикальная от собственной массы башни и оборудования;
- горизонтальная от ветрового воздействия, которая в первом случае позволяет найти значения максимальных сжимающих внутренних усилий в поясах по направлению грани, во втором – максимальных растягивающих внутренних усилий по направлению ребра, а в третьем – внутренние усилия в решетке вдоль грани.

Обратим теперь внимание на то, что, во-первых, при расчете башни уточнение картины перераспределения усилий в сжатой зоне при изгибе ее ствола осуществлялось путем исключения из работы конечных элементов, которые воспринимали только растягивающие усилия. Во-вторых, динамический расчет выполнялся с учетом четырех форм колебаний, а величина логарифмического декремента затухания колебаний была принята равной 0,15.

Перейдем теперь к описанию некоторых характерных моментов, свойственных расчету узлов башни. И в первую очередь отметим то, что этот расчет проводился с учетом локальных воздействий в зоне примыкания узловых фасонок. Что же касается расчета опорных плит, то он был выполнен с применением изложенного в параграфе 3.6 метода предельного равновесия. Причем в расчете плита рассматривалась как геометрически изменяемая система вследствие образования цилиндрических шарниров в защемлениях и по биссектрисе угла.

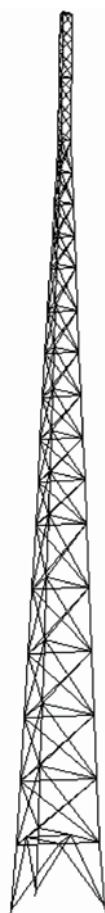


Рис. 8.18. Конечно-элементная модель башни

8.10.1.3. Конструктивные решения. Конструктивно башня выполнена трехгранной, состоящей из двух частей: нижней пирамидальной (между отметками 0,0 и +60,5) с размером нижнего основания 7600 мм и верхнего основания 1400 мм, а также верхней призматической (между отметками +60,5 и +69,5) с размером грани 1400 мм.

Решетка башни между отметками 0,0 и +5,5 принята полураскосной, а между отметками +5,5 и +69,5 – крестовой. Пояса, распорки и опорные раскосы башни выполнены из труб, а раскосы – из уголков. Также отметим, что длина элементов поясов составляет 5000 мм, а их стыки запроектированы фланцевыми (рис. 9.19). Антикоррозионное покрытие всех элементов конструкции башни предусмотрено с применением горячего оцинкования толщиной 60 мкм (для метизов – не менее 20 мкм), что не только позволило отказаться от торцевых заглушек и заливки битумом, но и значительно снизило трудоемкость изготовления и монтажа.

Если теперь немного отклониться от сути рассматриваемого вопроса, то представляется интересным обратить внимание на один достаточно важный нюанс решения башни, а именно: она в отличие от многих других высотных сооружений реализована в сборно-разборном варианте. А указанное означает, что все узловые крепления ее конструктивных элементов выполнены на болтах без применения монтажной сварки. И потому эта башня в случае необходимости достаточно быстро может быть демонтирована и установлена на любом другом земельном участке.

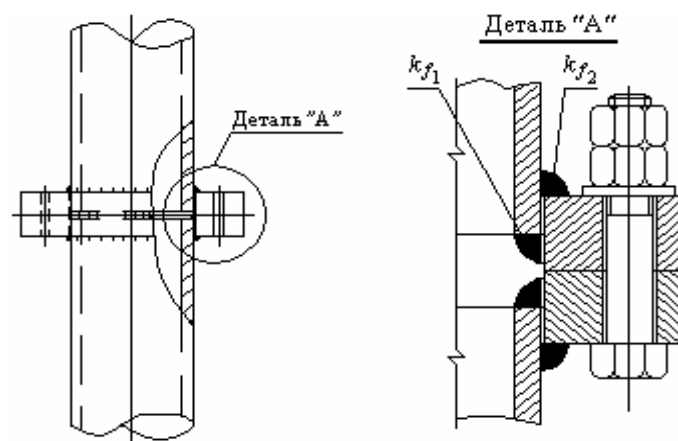


Рис. 8.19. Фланцевый стык поясов башни

А теперь вернемся к обсуждению конструктивного решения башни и, в частности, к ее поперечным жесткостным элементам. Так, на отметках +5,5; +10,5; +15,5 и +30,5 проектом предусмотрены диафрагмы, а на отметках +40,5; +50,5; +60,5 и +69,5 – площадки для обслуживания антенного оборудования, крепящиеся к распоркам при помощи болтов (рис. 8.20).

Что же касается установки антенного оборудования, то с этой целью были запроектированы стойки трубчатого сечения, прикрепленные хомутами к поясам башни. А для размещения самих антенн на верхней отметке башни приняты стойки, которые были установлены на фланцы поясов. При этом для подъема на башню для обслуживания указанного оборудования проектом предусмотрена оснащенная страховочным приспособлением лестница-стремянка.

Далее обратим внимание на то, что в последнее время при эксплуатации многих высотных сооружений неоднократно, к сожалению, отмечались (или, как принято говорить, «имели место быть») случаи их разукomплектования посторонними лицами. И потому на башне с целью предотвращения возможных актов вандализма были выполнены специальные конструктивные мероприятия (рис. 8.21), исключающие доступ посторонних лиц как к конструкциям башни, так и к размещенному на ней оборудованию.

И, наконец, в заключение этого параграфа упомянем еще о том, что масса башни в целом составляет 13 т при технологическом ограничении угла поворота площадки установки антенн в $0,5^\circ$.

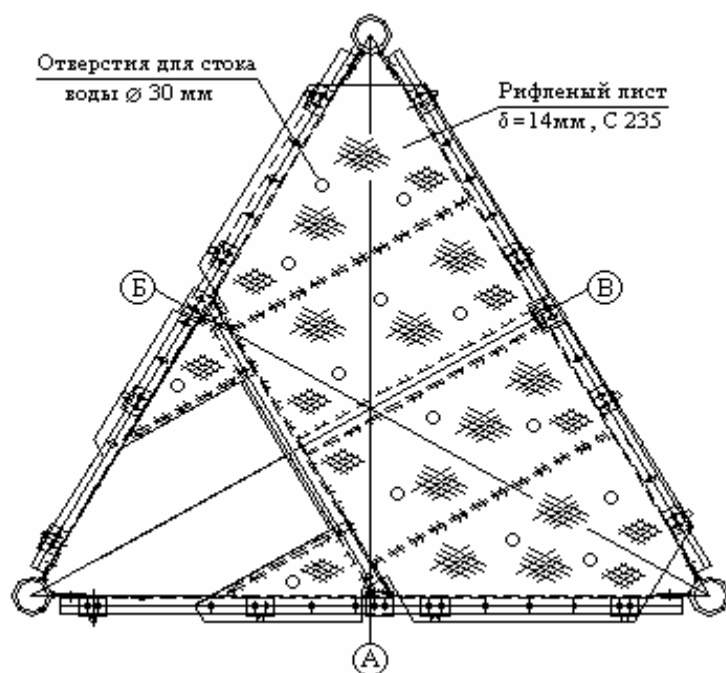


Рис. 8.20. Площадка для обслуживания антенного оборудования

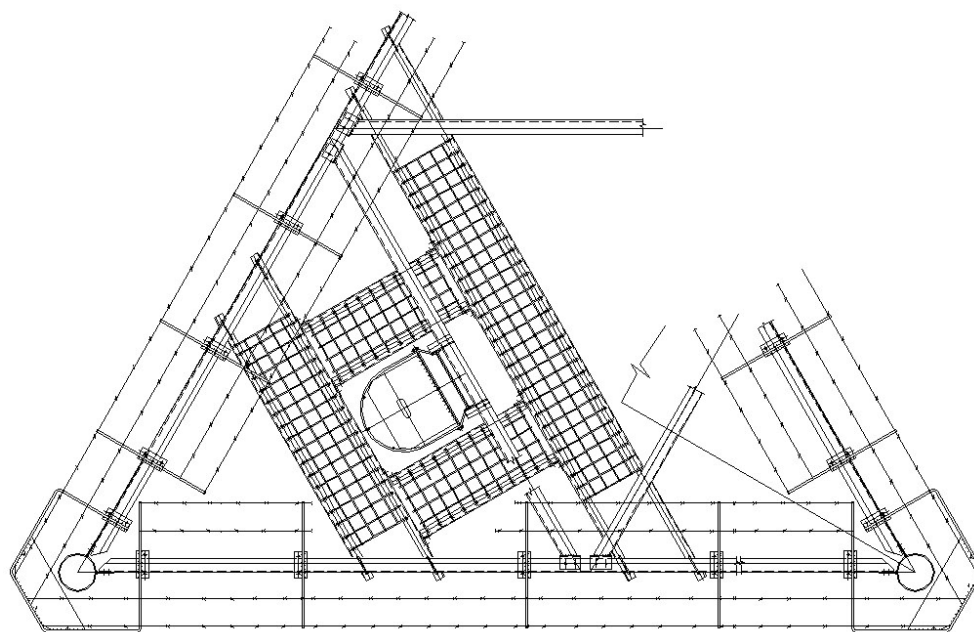


Рис. 8.21. Конструкция для защиты от вандализма

8.10.2. Мачта высотой 71,51 м в г. Великий Новгород Новгородской области. Проект этой мачты был разработан для организации сети радиорелейной связи с учетом требований минимизации массы и возросшей стоимости участков под строительство. Общие виды мачты показаны на рис. 8.22.



Рис. 8.22. Общие виды мачты в г. Великий Новгород Новгородской области

8.10.2.1. Нагрузки и воздействия на мачту. При расчете и проектировании мачты были учтены следующие виды нагрузок и воздействий:

- собственная масса технологического оборудования (параболические антенны типа ML-1,2 и «Kathrein», а также кабели) с учетом коэффициента надежности по нагрузке 1,05 как для стационарного оборудования;
- ветровое воздействие для скорости ветра 22 м/с при типе местности А, соответствующее десятиминутному интервалу осреднения с коэффициентом надежности по нагрузке 1,4;
- собственная масса мачты (пояса и решетка с учетом фланцев и узловых фасонок, оттяжки, площадки для отдыха и обслуживания антенн, инвентарная лестница-стремянка со страховочным приспособлением типа «ФАВА», элементы сигнального освещения и вертикального волноводного моста) с учетом коэффициента надежности по нагрузке 1,05 как для конструкций, усилия в которых от собственной массы не превышают 50%;

- монтажное состояние мачты определялось при следующих значениях температур: $T_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_{40} = +40\text{ }^{\circ}\text{C}$ и $T_{-40} = -40\text{ }^{\circ}\text{C}$. В случае же сочетания ветрового воздействия на оттяжку, а также собственной массы сооружения и технологического оборудования температурное воздействие принято равным $T = -40\text{ }^{\circ}\text{C}$, а при сочетании ветрового воздействия на грань и собственной массы сооружения и технологического оборудования – $T = +40\text{ }^{\circ}\text{C}$.

8.10.2.2. *Расчет мачты.* Расчетная схема мачты представляет собой пространственную статически неопределимую нелинейную систему, ствол которой, во-первых, жестко закреплен в основании от линейных перемещений и поворотов и, во-вторых, раскреплен при помощи системы эксцентрично приходящих в узловые точки оттяжек. В части же пространственной конечно-элементной модели мачты можно сказать следующее. Все конструктивные элементы мачты за исключением оттяжек представлены набором стержневых конечных элементов общего вида, воспринимающих растяжение-сжатие с изгибом, а оттяжки – набором растянуто-напряженных стержневых конечных элементов (рис. 8.23).

В конечно-элементной модели мачты предусмотрены следующие виды нагрузок:

- вертикальная от собственной массы башни и оборудования;
- горизонтальная от ветрового воздействия, которая в первом случае позволяет найти значения максимальных внутренних усилий в оттяжках при отрицательной температуре, а во втором – максимальных внутренних усилий в стволе по направлению грани при положительной температуре.

Следует также отметить, что динамический расчет мачты выполнялся с учетом восьми форм колебаний, а величина логарифмического декремента затухания колебаний была принята равной 0,15.

8.10.2.3. *Конструктивные решения.* Ствол мачты высотой $H = 71,51\text{ м}$ запроектирован трехгранным в плане с шириной грани 1000 мм и конструктивно выполнен из секций длиной 5000 мм каждая, соединенных между собой с применением фланцевых соединений (рис. 8.24, а). Мачта по своей высоте раскреплена тремя группами оттяжек в четырех ярусах, причем в плане угол между группами оттяжек составляет 120° . Что же касается крепления оттяжек к стволу мачты, то с этой целью предусмотрены специальные лацменные узлы (рис. 8.24, б).

Секции ствола мачты приняты с раскосной решеткой. При этом в верхнем уровне каждой секции предусмотрены листовые диафрагмы, а в нижнем и среднем – элементы для обеспечения жесткости секций в горизонтальной плоскости. Отметим, что пояса секций ствола мачты выполнены из труб, распорки и раскосы – из уголков, а их узловые крепления – на болтах. Что же касается оттяжек, то они запроектированы из канатов $\varnothing 12\text{-Г-I-Ж-Н-1370}$ (1-й и 2-й ярусы) и $\varnothing 15,5\text{-Г-I-Ж-Н-1370}$ (3-й и 4-й ярусы) в соответствии с требованиями норм [16]. Конструкция оттяжки мачты в сборе изображена на рис. 8.25. Кроме того, опорная секция ствола закреплена к фундаментным болтам центрального фундамента мачты.

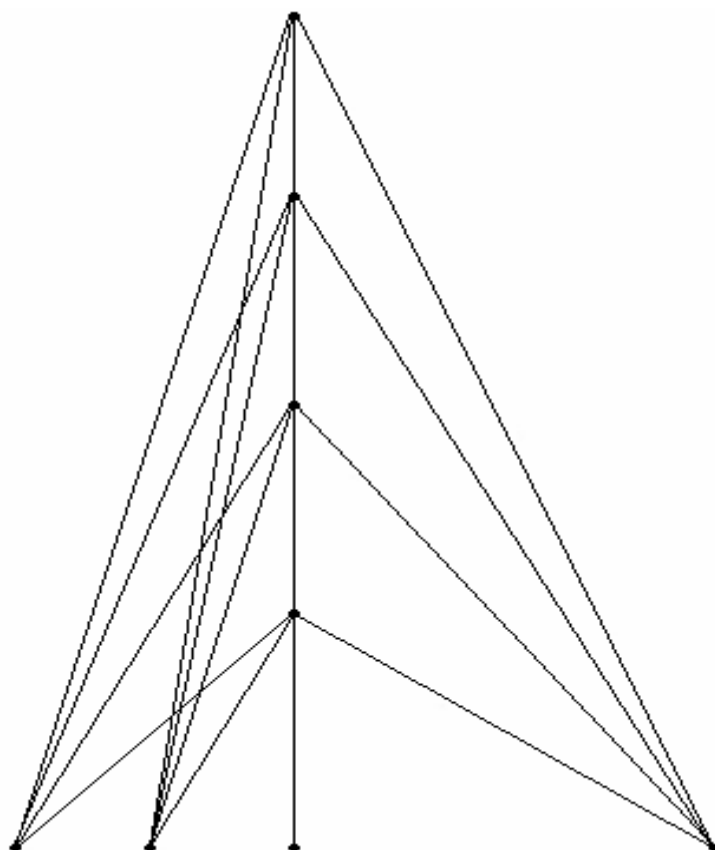


Рис. 8.23. Конечно-элементная модель мачты

Нужно сказать также о том, что для установки антенного оборудования использованы стойки трубчатого сечения, закрепленные хомутами к балкам в двух уровнях. Сами же балки выполнены из швеллеров и хомутами прикреплены к поясам мачты. А вот установка антенн на верхней отметке мачты выполнена с применением трубчатых стоек, которые закреплены в двух уровнях: к верхним фланцам поясов на болтах и к поясам при помощи хомутов.

В проекте подъем на мачту для обслуживания антенного оборудования предусмотрено выполнять по лестнице-стремянке, оснащенной страховочным приспособлением и закрепленной при помощи хомутов к конструктивным элементам мачты. При этом упомянутые ранее листовые диафрагмы секций используются как площадки для отдыха.

В заключение скажем всего лишь несколько слов о креплении оттяжек мачты. С этой целью проектом были предусмотрены клиновые зажимы, конструкция которых показана на рис. 8.26. Здесь также подчеркнем, что все эти зажимы перед использованием испытывались на усилие, величина которого достигала 62,5% от величины разрывного усилия каната.

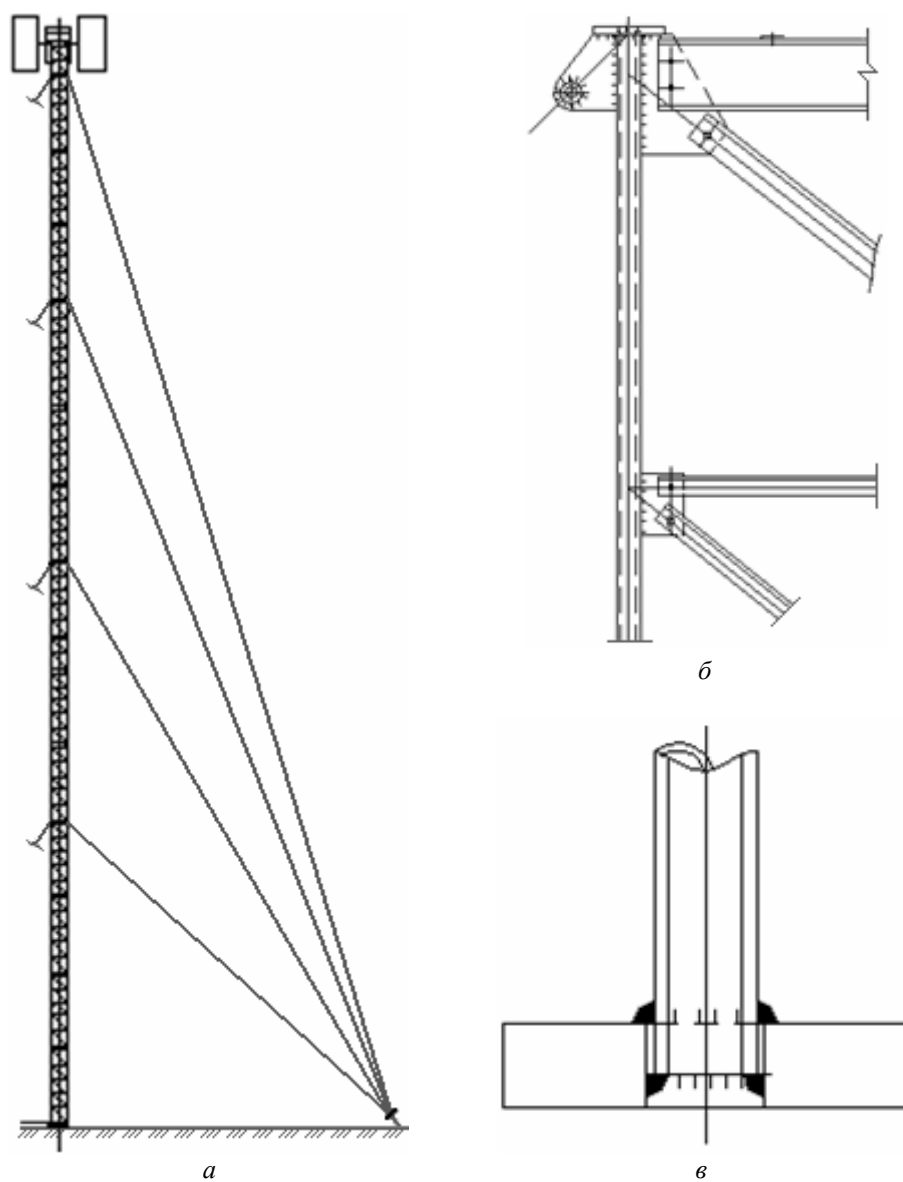


Рис. 8.24. Конструктивные схемы: *a* – мачты; *б* – лацменного узла; *в* – исполнения фланца

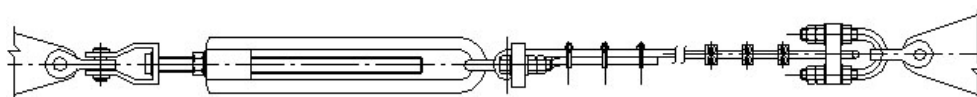


Рис. 8.25. Конструкция отяжки мачты в сборе

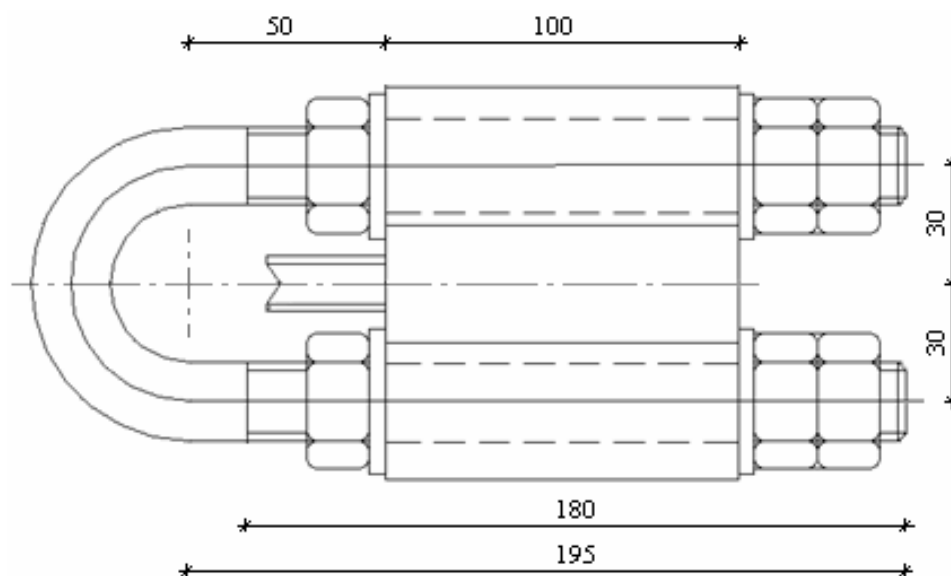


Рис. 8.26. Клиновой зажим оттяжки мачты

Что же касается расположения оттяжек, то они с одной стороны были закреплены к проушинам лацменных секций мачты, о чем свидетельствует верхняя часть рис. 8.24, б и правая часть рис. 8.25, а с другой – к анкерным фундаментам (левая часть рис. 8.25). Причем каждая группа оттяжек всех четырех ярусов мачты крепилась на один анкерный фундамент.

Также укажем на то, что антикоррозионное покрытие всех металлических элементов конструкции мачты было выполнено с применением горячего, а пружинных шайб – холодного оцинкования.

И уже совсем завершая изложение этого параграфа, заметим, что масса ствола мачты составляет всего 4,69 т, ее механических деталей – 1,1 т, а площадь занимаемого ею земельного участка благодаря весьма удачному проектному решению является практически минимальной и среди всех иных возможных достигает 1040 м².

ГЛАВА 9

ДЕФЕКТЫ И ПОВРЕЖДЕНИЯ НА ЭТАПАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ, ИЗГОТОВЛЕНИЯ, ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ, МОНТАЖА И ЭКСПЛУАТАЦИИ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА РАБОТУ ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

§ 9.1. Оценка влияния дефектов и повреждений на работу высотных сооружений

Является хорошо известным, что среди всего эксплуатируемого в Украине фонда высотных сооружений связи насчитывается около 41% таких, которые были введены в эксплуатацию в период между 1980 и 2010 годами, 41% – на протяжении 1970 – 1980 годов и 18% – более чем 45 лет тому назад [68]. И потому в связи со сказанным крайне важно отметить несколько характерных моментов. Первый из них состоит в том, что высотные сооружения последней упомянутой группы относятся к таким, нормативный ресурс времени эксплуатации которых полностью исчерпан. Второй же момент заключается в том, что оставшаяся – и притом весьма значительная – часть этого фонда имеет большой физический износ и множественные повреждения, а в некоторых сооружениях даже нарушено геометрическое положение конструктивных элементов. Более того, на сегодняшний день истекли все нормативные сроки покраски, в результате чего коррозионные повреждения металлических конструкций и оттяжек доходят иногда даже до 50%. Что же касается конкретики, то по данным выборочных обследований в неудовлетворительном техническом состоянии находится, к сожалению, достаточно большое количество известных высотных сооружений связи. А именно: радиотелевизионные башни в городах Запорожье и Винница (обе высотой 350 м), Луганске (высотой 180 м), радиомачты в городах Днепропетровске (высотой 167 м), Ровно (высотой 239 м), Тячеве (высотой 102 м) и др.

Далее обратим внимание на то, что ухудшение технического состояния, уменьшение показателей долговечности и даже выход из строя высотных сооружений связи происходят из-за ряда факторов, в том числе: физического износа и накопления усталости от переменных нагрузок; коррозионного износа; морального старения, приводящего в итоге к ухудшению функционального назначения сооружения, а также неправильной эксплуатации, включающей несвоевременный ремонт, реконструкцию и восстановление.

Среди причин, особо влияющих на снижение физической долговечности металлических конструкций, выделим две основные, но разноплановые их составляющие. При этом первая составляющая заключается в старении металла, связанном с образованием свободного цементита и видманштеттовой структуры, т. е. такой структуры стали, в которой ее компоненты (феррит, перлит) располагаются по правильным геометрическим плоскостям, соответствующим граням кристаллической решетки, образуя квадраты, ромбы и треугольники на микрошлифе. Заметим, к слову, что в углеродистых сплавах прямолинейную ориентировку принимает феррит. И характерным здесь является то, что при такой структуре сталь становится очень хрупкой, плохо выдерживающей динамические нагрузки и, как следствие, непригодной для конструкций более или менее ответственного назначения вследствие предрасположенности к хрупкому разрушению и коррозионным повреждениям.

А вторая составляющая состоит в том, что в связи с очень активным развитием связи, интернета и коммерческого телевидения их операторы направляют имеющиеся финансовые ресурсы не на улучшение технического состояния существующих высотных сооружений и не на их новое строительство, а приоритетно на развитие высокотехнологической аппаратной базы. При этом новое оборудование, к сожалению, нередко размещается на частично непригодных или даже полностью непригодных конструкциях – буровых вышках, опорах сетей электропередач и дымовых трубах и т. п. И указанное, в свою очередь, со временем приводит к авариям и катастрофам, материальный убыток от которых в десятки раз превышает стоимость восстановления несущих конструкций.

Опираясь на предшествующие соображения, а также принимая во внимание результаты анализа обобщающих исследований факторов дефектов, повреждений и аварийности высотных сооружений связи, можно утверждать, что все они прямо или косвенно связаны с несвоевременным обследованием технического состояния сооружений и неустранением выявленных нарушений, обусловленных, в свою очередь, ошибками на этапах проектирования, изготовления, транспортирования, монтажа и эксплуатации. Иллюстрацией сказанного служит рис. 10.4, на котором изображены графики зависимостей отказов и разрушений высотных сооружений связи от различных факторов, построенные с использованием большого количества результатов обследований. С целью придания данному рисунку большей наглядности и информативности на нем по оси абсцисс помещены номера, каждый из которых соответствует тому или иному фактору отказов и разрушений высотных сооружений связи, а именно: I – ураганный ветер; II – колебания; III – гололед; IV – просадки фундаментов; V – дефекты материалов; VI – дефекты изготовления; VII – монтаж; VIII – эксплуатация; IX – конструктивные решения; X – расчет и проектирование; XI – непредвиденные обстоятельства.

§ 9.2. Оценка влияния накопления дефектов и повреждений на работу высотных сооружений

Прежде всего заметим, что приведенные в предыдущем параграфе результаты исследований в целом достаточно реально отображают зависимость повреждений от разнообразных факторов. Однако в последнее время эти данные претерпели некоторые изменения из-за появления новых факторов, таких как «Демонтаж конструкций посторонними лицами (вандализм)» и снижение качества эксплуатации, которые приобрели довольно значительный вес. К примеру, для опор линий электропередачи указанные факторы составляют соответственно 16,9% и 16,0%. Впрочем, для высотных сооружений связи эти значения все же несколько ниже, но уже сам факт их наличия требует особого внимания. Кроме того заметим, что нередко применяемые (хотя и запрещенные действующими нормами) методы защиты сооружений от вандализма путем забивания резьбы на болтах узловых соединений или заваривания гаек, хотя и упреждают до некоторой степени случаи вандализма, но одновременно приводят к появлению новых дефектов.

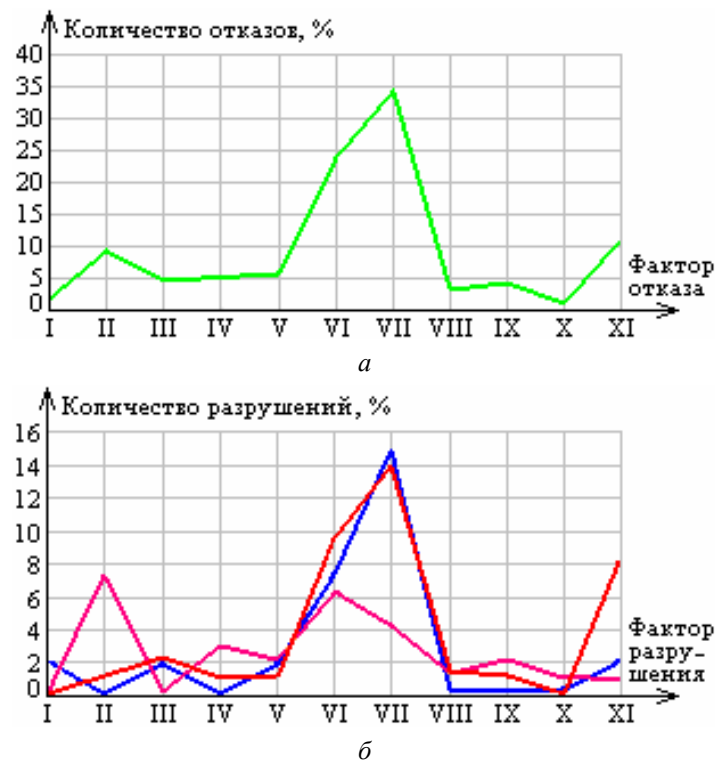


Рис. 10.4. График зависимости отказов (а) и разрушений (б) высотных сооружений связи от различных факторов:
 — полное разрушение; — частичное разрушение; — повреждения

Остановимся теперь поподробнее на наиболее характерных примерах дефектов высотных сооружений связи. И с этой целью рассмотрим первый пример – мачту высотой 239 м в г. Волочийск Хмельницкой области. Нужно сказать, что при проведении обследовательских работ на этой мачте было выявлено два существенных дефекта на неподвижной траверсе стяжных муфт, первый из которых связан с серьезными отклонениями от проектных решений при проведении ее монтажа, а второй – с полным отсутствием ее антикоррозионной защиты (рис. 10.5). Последнее, кстати, также привело к 30% коррозионным повреждениям винтовых тяг, что не только уменьшило несущую способность оттяжек, но и, что само собой разумеется, исключило возможность их натяжения до проектных значений. И потому данная мачта была отнесена к категории аварийно опасных сооружений, а для восстановления ее работоспособности был разработан проект реконструкции, в котором усиление траверсы предусмотрено выполнить с применением тросовых бандажей.

Вторым примером дефектных высотных сооружений связи может служить мачта высотой 100 м в с. Вовковинцы ДЕРЕЖНЯНСКОГО РАЙОНА Хмельницкой области, на которой при проведении обследовательских работ вообще

был установлен целый «букет» дефектов (в том числе весьма грубых) проектирования, изготовления, монтажа и эксплуатации конструктивных элементов мачты, выражающихся в:

- отсутствии гасителей вибрации на оттяжках;
- очень существенных отклонениях от проектных решений при монтаже подвижной траверсы и опорного узла ствола мачты, заключающихся, например, в том, что в опорном узле ствола опорная плита не закреплена от поворота (рис. 10.6, *а*);
- отсутствии антикоррозионной защиты подвижной траверсы, винтовых тяг, канатов и ствола мачты;
- организации водоотвода с отступлениями от проектных решений.

С учетом всего изложенного мачта была отнесена к категории аварийно опасных сооружений, а для восстановления ее работоспособности был разработан проект реконструкции с полной заменой оттяжек и фундаментов.



Рис. 10.5. Дефектные неподвижные траверсы стяжных муфт



а

б

Рис. 10.6. Дефекты опорных узлов: *а* – мачты; *б* – башни

Третий пример дефектных высотных сооружений связи представляет собой башню высотой 53 м в с. Яблунница Ивано-Франковской области. Здесь стоит обратить особое внимание на то, что эта башня, как выяснилось при проведении обследовательских работ, может служить не только показательным примером дефектного сооружения, но и, по существу дела, ярким примером того, как «не надо делать» вообще в строительстве. Суть же рассматриваемого вопроса состоит в том, что эта башня была смонтирована неспециализированной организацией с использованием существующих конструкций буровой вышки. А поэтому в ней были выявлены многочисленные дефекты монтажа и эксплуатации многих конструктивных элементов, а именно: отсутствие диафрагмы жесткости; выполнение опорных плит вопреки требованиям нормативных документов из нескольких сваренных между собой листов (рис. 10.6, б); некачественное исполнение сварных швов, содержащих бугристости, непровары, трещины, шлаковые включения, раковины и др., а также демонтаж некоторых конструктивных элементов решетки (рис. 10.7). И в результате башня была отнесена к категории аварийно опасных сооружений. А для восстановления ее работоспособности вследствие большого количества обнаруженных дефектов и повреждений был разработан объяснимо объемный проект реконструкции.



Рис. 10.7. Дефекты конструктивных элементов решетки башни

Очередным, четвертым по счету, примером дефектных высотных сооружений связи является башня высотой 70 м вблизи с. Теремовля Тернопольской области. Сразу же подчеркнем, что на этот раз, в отличие от предшествующего примера, уже сам проект башни был разработан неспециализированной организацией с использованием существующих конструкций буровой вышки ВМ-41. В связи с этим при проведении обследовательских работ на этой башне опять же были установлены многочисленные дефекты проектирования, монтажа и эксплуатации многих конструктивных элементов. Причем из всех этих дефектов, с целью экономии времени и места, назовем только три самых основных: отсутствие диафрагмы жесткости, выполнение узлов башни и ее опорных подкосов с отклонениями от требований нормативных документов, а также разрывы и трещины длиной до 2000 мм в поясах трубчатого сечения, образованию которых способствовало беспрепятственное попадание атмосферных осадков внутрь поясов в результате некачественного выполнения монтажных работ. Поэтому вполне понятно, что и эта башня была отнесена к категории аварийно опасных сооружений, а для восстановления ее работоспособности был разработан соответствующий проект реконструкции.

Далее рассмотрим пятый пример дефектных высотных сооружений связи, представляющий собой башню высотой 180 м в районе г. Николаева. Здесь при проведении обследовательских работ был установлен факт перенапряженности башни в целом, что явилось следствием ее неправильной эксплуатации, выразившейся, в свою очередь, в несанкционированном размещении дополнительного передающего оборудования. Если же теперь непосредственно охарактеризовать дефекты и повреждения конструктивных элементов башни, приобретенные ими в результате этого перенапряжения, то некоторые раскосы и распорки ее решетки находились в деформированном состоянии. Впрочем, принимая во внимание незначительность обнаруженных дефектов, а также результаты анализа данных обследования башни, она не была отнесена к категории аварийно опасных сооружений. Тем не менее, согласно требованиям нормативных документов, для нее был разработан проект реконструкции, предусматривающий установление дополнительных и увеличение площади поперечных сечений существующих конструктивных элементов.

Остановимся теперь на шестом примере дефектных высотных сооружений связи, включающем в себя сразу два во многом схожих объекта – мачту высотой 61 м в н. п. Лесная Слободка и мачту высотой 71 м вблизи н. п. Ценжев Ивано-Франковской области. Следует сказать, что в данном случае, в отличие от всех ранее рассмотренных примеров, при проведении обследовательских работ были выявлены дефекты проектирования и монтажа не металлических конструктивных элементов, но анкерных фундаментов мачт. В этом плане отметим, что указанные фундаменты, выполненные в виде плоских плит, из-за допущенных ошибок были расположены не только под острым углом к оттяжкам, но и на незначительной глубине залегания. В связи с этим в дальнейшем при натягивании оттяжек у

обеих мачт произошел сдвиг фундаментов по подошве. И именно с учетом этой причины рассматриваемые мачты были отнесены к категории аварийно опасных сооружений, а для восстановления их работоспособности были разработаны проекты реконструкции, предусматривающие наряду с увеличением несущей способности фундаментов также их догрузку дополнительными железобетонными блоками.

Следующим уже седьмым примером дефектных высотных сооружений связи может служить мачта высотой 240 м, расположенная в г. Резина Республики Молдова. При проведении обследовательских работ на этой мачте было установлено, что она эксплуатировалась с очень существенными отклонениями от требований соответствующих технических регламентов. Если же говорить более конкретно, то оказалось, что вследствие отсутствия постоянного надзора при гололеде на мачте на отметке 200 м образовалась так называемая «ледяная бомба», эффект от падения которой сильно напомнил последствия от взрыва обыкновенной бомбы. Итак, были разрушены не только площадка обслуживания на отметке 100 м (рис. 10.8, *а*), но также волновод и железобетонное покрытие технического здания (рис. 10.8, *б*). И потому, что вполне понятно, мачта была признана аварийно опасным сооружением, а для восстановления ее работоспособности был разработан проект реконструкции, содержащий предложения по восстановлению поврежденных и разрушенных конструктивных элементов.

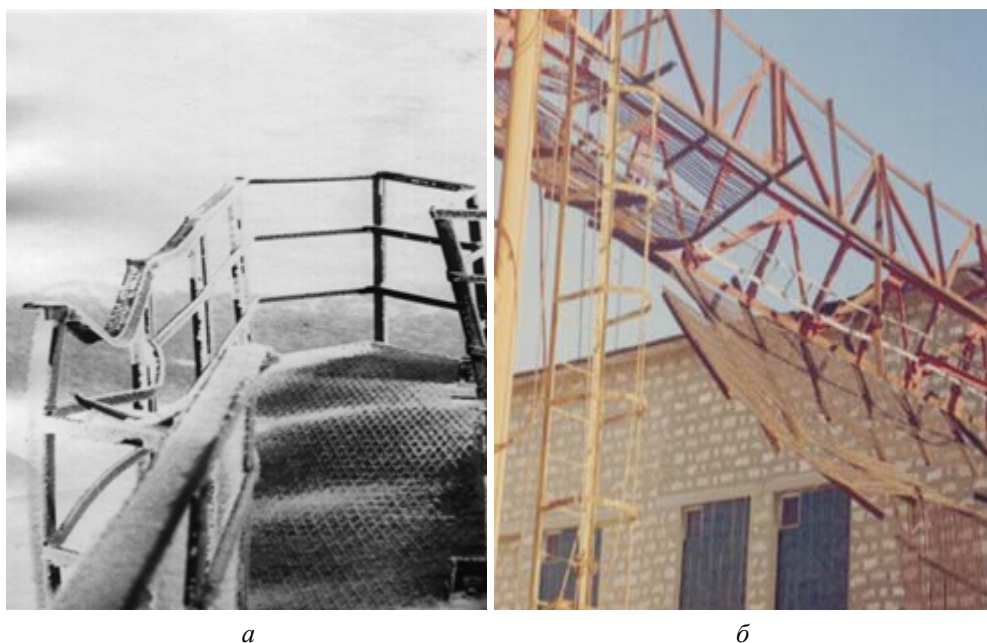


Рис. 10.8. Разрушения конструктивных элементов мачты после падения «ледяной бомбы»: *а* – площадка обслуживания; *б* – волновод и железобетонное покрытие технического здания

Завершим же данный параграф рассмотрением достаточно характерного восьмого примера дефектных высотных сооружений связи – мачты высотой 61,3 м в г. Кременец Тернопольской области. И сразу укажем на то, что здесь при проведении обследовательских работ были определены дефекты проектирования и монтажа ствола и оттяжек мачты: искривления ствола превышали установленные нормативными документами значения, а кроме того отсутствовали гасители вибрации. Также было установлено, что указанные дефекты являлись иницирующим фактором для возникновения при гололеде в оттяжках галопирующих колебаний и, как следствие, их перенапряжения. Поэтому с целью исправления сложившейся ситуации и предупреждения развития подобных эффектов при дальнейшей эксплуатации мачты и обеспечения ее работоспособности был разработан проект ее реконструкции, предполагающий уменьшение расчетной длины существующих оттяжек в результате использования страхующих антивибрационных оттяжек. Однако в последующем, вследствие размещения операторами связи на мачте дополнительного антенного оборудования, первоначальный проект был заменен кардинально другим проектом, в котором вместо одного существующего была предусмотрена установка двух ярусов оттяжек. Таким образом, предложенный подход позволил не только устранить развитие галопирующих колебаний и перенапряжения оттяжек, но и одновременно решить проблему искривления ствола мачты.

§ 9.3. Методы и мероприятия по устранению дефектов и повреждений при усилении высотных сооружений

Начнем изложение с замечания о том, что под усилением металлических конструкций принято понимать совокупность мероприятий, направленных на восстановление или повышение несущей способности сооружения в целом и отдельных его конструктивных элементов в частности. Также является само собой разумеющимся, что вид выявленного ограниченно работоспособного или вообще неработоспособного технического состояния конструкции однозначно определяет и вариантность самого усиления, которое может быть [97, 118]: неотложно-аварийным, монтажным и временным, постоянно-капитальным и перспективным. А теперь приведем лишь несколько слов в части общей характеристики этих вариантов усиления. Например, неотложно-аварийное усиление производится в экстремальных ситуациях для срочного восстановления несущей способности с применением, как правило, наиболее простых конструктивных и технологических решений, рассчитанных на короткий срок эксплуатации до капитального ремонта. А монтажное и временное усиление осуществляется в том случае, если необходимо обеспечить в плановом порядке нормальную эксплуатацию на время монтажа или до начала капитального усиления. Что же касается постоянно-капитального усиления, то оно применяется для решения текущих задач при реконструкции сооружений. В свою очередь, перспективное усиление необходимо тогда, когда

предполагается увеличение технологической нагрузки на конструкцию в период ее эксплуатации и другие изменения условий эксплуатации.

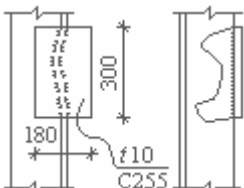
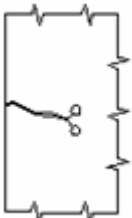
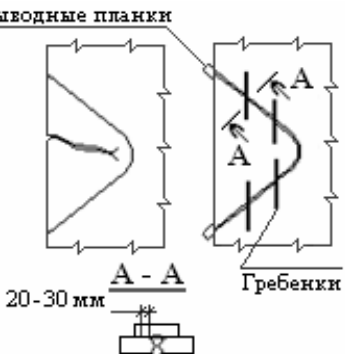
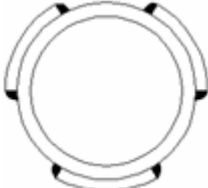
Далее обратим внимание на то, что в строительной практике насчитывается достаточно большое количество различных приемов усиления металлических конструкций, которые условно могут быть объединены в пять основных групп: подведение дополнительных конструкций или элементов; установка дополнительных связей, ребер, диафрагм, распорок; усиление соединений элементов; увеличение сечений элементов, а также изменение конструктивной схемы. При этом следует особо подчеркнуть, что до начала проведения усиления металлоконструкций необходимо производить широкий поиск возможностей, позволяющих либо вообще не усиливать сооружение, либо сократить объемы его усиления до минимальных величин. Причем хорошо известно, что согласно этой схеме рассуждений наиболее приемлемые результаты могут быть получены при проведении проверочных расчетов или перерасчетов несущей способности конструкций с использованием:

- современных методов расчета;
- уточненных расчетных схем сооружений и их конструктивных элементов с учетом существующих дефектов;
- уменьшения или ограничения действующих на сооружение нагрузок;
- результатов испытания материала конструктивных элементов, сварных швов и металлических изделий.

А в качестве весьма показательного примера применения указанного подхода упомянем один из вариантов снижения ветровых нагрузок при установке дополнительного антенного оборудования на башне Николаевского областного радиотелевизионного передающего центра. Здесь на дополнительные антенны, имеющие коэффициент лобового сопротивления $c_x = 1,4$, после проведения многочисленных расчетов и анализа полученных результатов было предложено установить радиопрозрачные колпаки цилиндрической формы, что позволило снизить этот коэффициент более чем в два раза.

Теперь коснемся еще одного достаточно специфического аспекта, свойственного усилению металлических конструкций высотных сооружений связи. Этот аспект заключается в том, что при усилении увеличением площади или уменьшением расчетной длины элементов при помощи шпренгельных систем существенно увеличивается ветровая площадь сооружения и, как результат, увеличиваются напряжения в его элементах. А потому, с учетом сказанного, для этих сооружений рекомендуется применять сечения шпренгелей усиления с малой ветровой площадью и по возможности трубчатого сечения, а при усилении увеличением сечения избегать применения выступающих продольных ребер. Кроме того, при устранении дефектов соединений желательно, по возможности, избегать применения монтажной сварки под нагрузкой, принимая решения по усилению с использованием болтовых соединений или хомутов. Некоторые примеры наиболее характерных дефектов конструктивных элементов башен и мачт и методы их устранения представлены в табл. 10.1.

Таблица 10.1

N п/п	Вид дефекта	Метод и схема устранения дефекта	
1.	Колебание и резонанс в конструктивных элементах	Установка гасителей вибрации, уменьшение расчетной длины конструктивного элемента путем установления дополнительных элементов, устройство интерцепторов	
2.	Дефекты в муфтах оттяжек	Установление хомутов, страхующих винтовые тяги 	
3.	Местные искривления конструктивных элементов	Усиление приваркой дополнительного элемента 	
4.	Трещины в конструктивных элементах	Вариант 1. Сверление на концах трещины отверстий и заварка трещины с предшествующей Х-образной разделкой 	Вариант 2. Вырезание трещины и замена вырезанного элемента вставкой 
5.	Недостаточная несущая способность трубчатого элемента		Приварка гнутых по наружному диаметру трубы листов в местах недостаточной несущей способности элементов

§ 9.4. Методы и мероприятия по устранению дефектов и повреждений при реконструкции высотных сооружений

Методы и мероприятия по устранению дефектов и повреждений при реконструкции высотных сооружений связи определяются ее категоричностью, которая, в свою очередь, зависит как от нагруженности сооружения, так и от степени сложности и условий производства работ. И потому является вполне очевидным, что всего существует три категории реконструкции, каждая из которых может быть охарактеризована следующим образом:

- первая – восстановление или повышение несущей способности конструкции – производится под полной нагрузкой без остановки эксплуатации;
- вторая – частичная замена конструктивных элементов – производится с частичной разгрузкой при временном прекращении эксплуатации;
- третья – полная реконструкция – производится с полной разгрузкой при прекращении эксплуатации.

Теперь остановимся поподробнее на наиболее распространенных видах работ, соответствующих указанным категориям реконструкции. Так, например, для первой категории упомянутые работы состоят в усилении металлоконструкций и фундаментов, в том числе в усилении опорных узлов бетонированием (табл. 10.2, п. 2); для второй – в замене поврежденных элементов решетки башни или ствола мачты (рис. 10.9, *а*); и, наконец, для третьей – в полной или частичной замене старой конструктивной формы, предполагающей установку рей или контрфорсов, замену оттяжек и анкерных фундаментов (рис. 10.9, *б*).

*а**б*

Рис. 10.9. Виды дефектов и работ при второй (*а*) и третьей (*б*) категориях реконструкции:
а – узел башни (замена узловых металлических изделий);
б – анкер мачты (замена оттяжек и анкерных фундаментов)

Здесь также будет уместно сказать несколько слов в части общей характеристики последовательности производства работ при реконструкции высотных сооружений связи. Следует заметить, что эти работы обычно выполняются в три этапа, первый из которых заключается в подготовке всех необходимых исходных данных, второй – в разработке проектных решений, а третий – в их реализации. Раскроем теперь содержание каждого из указанных этапов работ. Итак, первый этап работ предусматривает осуществление следующих действий: ознакомление с объектом и постановку задачи; сбор и анализ технической документации; натурное освидетельствование конструкций; определение фактических нагрузок, воздействий и свойств стали; проверочный расчет конструкций и оценку их технического состояния; разработку принципиальных конструктивных решений по реконструкции.

Что же касается второго этапа работ, то он включает: оценку предложенных и разработку альтернативных конструктивных решений; согласование основных технических решений с технологией изготовления и монтажа, а также их окончательное утверждение; проведение расчетов и подготовку рабочих чертежей; определение экономических показателей проекта.

И, наконец, третий этап работ состоит из таких операций: согласование разработанных проектных решений с условиями выполнения на реконструируемом объекте; непосредственное выполнение работ по реконструкции; осуществление авторского надзора в процессе производства работ; оценка технико-экономической эффективности принятых в проекте решений.

Принимая во внимание сказанное, тем не менее, дополнительно обратим внимание на то, что формулировка общей последовательности производства работ и присущих им мероприятий, охватывающей все возможные случаи реконструкции высотных сооружений связи, представляет собой практически неразрешимую задачу. Причем последнее объясняется не только специфическими особенностями технического состояния, условиями нагружения конструкций до и после усиления, но также широким многообразием силовых факторов, конструктивных исходных схем и методов реконструкции. И именно указанное заставляет решать каждую такую задачу в индивидуальном порядке. Впрочем, в большинстве случаев наиболее рациональной является такая последовательность, при которой в первую очередь используются методы, увеличивающие жесткость высотных сооружений в целом и их конструктивных элементов в частности.

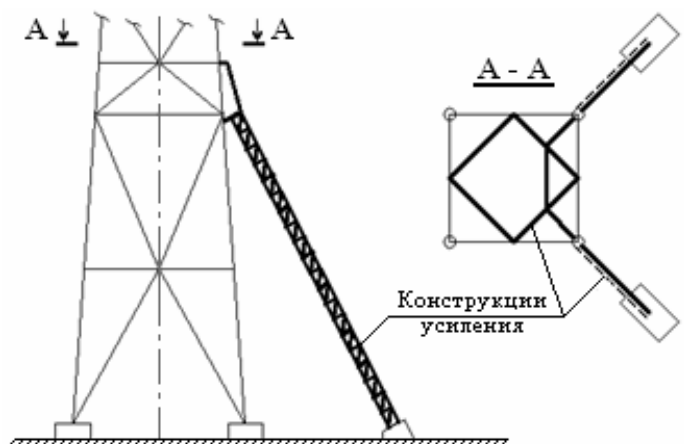
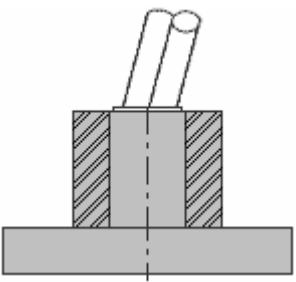
Сообразно со сказанным, необходимо производить реконструкцию в следующем порядке: устанавливать дополнительные связи; вводить дополнительные стержни; усиливать элементы конструкции высотного сооружения.

При этом только стоит иметь в виду, что применение методов изменения конструктивной схемы, регулирования усилий, частичной или полной разгрузки конструктивных элементов может существенно изменить вышеуказанный порядок. К примеру, изменение конструктивной схемы высотного сооружения связи при его реконструкции дает целый ряд преимуществ,

в том числе: усиление всей конструкции, а не только ее отдельных элементов; использование метода регулирования усилий; повышение несущей способности и жесткости реконструируемых конструкций, а также экономичности и технологичности работ. При этом само собой разумеется, что при выборе схем усиления высотного сооружения необходимо стремиться к минимизации числа усиливаемых элементов и монтажных стыков.

А в заключение данного параграфа приведем некоторые примеры наиболее характерных методов усиления конструктивных элементов при реконструкции башен и мачт, которые представлены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

N п/п	Вид дефекта	Метод и схема усиления
1.	Перегрузка сооружения в целом	Установление дополнительных конструктивных элементов (подпорок, подкосов, диафрагм, оттяжек и т. д.) 
2.	Недостаточная несущая способность фундаментов	Дополнительное бетонирование колонной части фундамента башни тяжелым бетоном, с установкой дополнительных сварных каркасов (на схеме выделено штриховкой на сером фоне) 

ПРИЛОЖЕНИЕ I

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

§ I.1. Классификация задач оптимизации

Начнем рассмотрение с установления сути самого основополагающего понятия «задачи оптимизации». Вообще говоря, под этими задачами понимают любые задачи, в которых отыскиваются экстремумы функций или функционалов: локальные, глобальные или абсолютные на множествах, определяемых некоторыми ограничениями (условиями). А для постановки задачи оптимизации строят соответствующую ей математическую модель. Причем в эту модель входит выбор функции $f(x)$, описывающей процесс, область ее определения (в виде равенств и неравенств), ограничения, накладываемые на функцию, а также функция цели, которую требуется оптимизировать. При этом необходимо также иметь в виду, что иногда ограничения записываются в виде включений, а именно: если множество ограничений обозначить через X , то $X \subset A$, где под A понимается более широкое множество, на котором определена функция $f(x)$. К примеру, все независимые переменные задачи должны быть больше либо равны нулю.

Здесь же следует отметить, что при решении задач оптимизации всегда приходится отвечать на следующие три вопроса: существует ли решение поставленной задачи? Если да, то каким условиям оно удовлетворяет? И как же найти решение самой задачи?

Ответы на первые два вопроса обычно составляют необходимые и достаточные условия существования экстремума, а вот с целью поиска ответа на третий вопрос обычно применяются вычислительные методы. Так, для задач на экстремум приходится решать линейные и нелинейные системы конечных уравнений с использованием различных приближенных методов, таких, например, как метод деления отрезка пополам, метод хорд и касательных, метод последовательных приближений и др. В этой связи также отметим, что метод деления отрезка пополам может быть использован для поиска экстремума функции одной переменной без вычисления производной от функции, т. е. метод можно применять для функций, заданных таблично. Если же в задаче оптимизации целевых функций несколько, то в таком случае говорят о задачах многокритериальной оптимизации или управления.

В качестве характерного примера **многокритериальной задачи** рассмотрим следующий пример. Проектно-конструкторское бюро получило задание спроектировать 90-квартирный жилой дом с обязательным выполнением следующих условий: максимально удовлетворить запросы квартиросъемщиков по количеству комнат; планировку квартир предусмотреть с минимальным числом проходных комнат; максимально учесть требования санитарно-гигиенических норм; минимизировать расходы на проектирование и строительство. Таким образом, имеем четырехкритериальную задачу оптимизации.

Далее обратим внимание на то, что в задачах оптимизации или управления встречаются случаи, когда имеется полная информация о всех условиях и когда в исходной информации о задаче имеется элемент неопределенности или некоторые параметры носят случайный характер с известными вероятностными характеристиками. В первом случае задачи оптимизации и управления называются **детерминированными**, а во втором – **стохастическими**. Например, экстремальная задача, моделирующая работу автоматических устройств с учетом случайных помех, является стохастической задачей управления, как, впрочем, и задача планирования производственной деятельности предприятия в условиях неполной информации о реально сложившейся на рынке ситуации, в которой, как правило, и осуществляется его работа.

Задачи оптимизации можно еще разделить по принципу достижения экстремума или в изолированных точках, или на линиях, поверхностях. Тот класс задач, в которых экстремум достигается в изолированных точках или в бесконечно малых окрестностях этих точек, изучается в разделе методов оптимизации, которые называются математическим программированием. В свою очередь, класс задач, в которых экстремумы достигаются на линиях, поверхностях, изучается в разделе методов оптимизации, именуемых вариационным исчислением. Таким образом, задачи оптимизации подразделяются на **задачи математического программирования, вариационного исчисления и задачи оптимального управления**.

Приведем классический пример **вариационной задачи**. В «Беседах» Г. Галилея рассмотрена следующая задача: два одинаковых шарика начинают одновременно двигаться в вертикальной плоскости из точки A по двум желобкам, один из которых выполнен в виде дуги окружности, а другой – в виде хорды этой окружности (рис. I.1). Шарик движется без трения исключительно под действием силы тяжести. Требуется определить, по какой же из линий шарик достигнет конца хорды в точке B быстрее. При этом минимум достигается на линии, являющейся окружностью. Заметим, к слову, что решение этой задачи в более общей постановке дано в параграфе I.6.

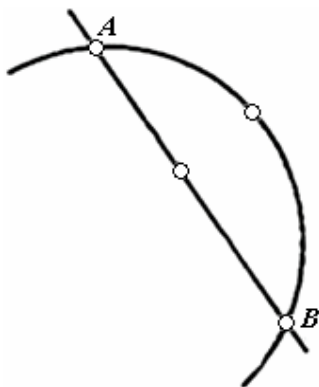


Рис. I.1. Схема движения шариков в задаче Г. Галилея

§ I.2. Линейное программирование

I.2.1. Математическое программирование. Прежде всего заметим, что в общем случае задача математического программирования формулируется следующим образом: требуется найти экстремум функции $f(\bar{X})$, где $\bar{X}$ принадлежит n -мерному пространству E_n , при условиях (ограничениях) $\varphi_i(\bar{X}) \geq 0$ или $\varphi_i(\bar{X}) \leq 0$, $i = \overline{1, m}$, определенных на всем пространстве E_n или некоторой части его. Функция $f(\bar{X})$ в этом случае называется целевой. Если ограничения $\varphi_i(\bar{X})$ отсутствуют, то задача математического программирования сводится к задаче на безусловный экстремум. Если же ограничения записаны в виде равенства $\varphi_i(\bar{X}) = 0$, то имеем **задачу на условный экстремум**. Также здесь стоит обратить внимание на то, что в математическом программировании выделяют линейное программирование – когда функции $f(\bar{X})$ и $\varphi_i(\bar{X})$ линейны, квадратичное программирование, когда $f(\bar{X})$ – квадратичная форма, а $\varphi_i(\bar{X})$ – линейные функции, и нелинейное программирование, когда $f(\bar{X})$ и (или) $\varphi_i(\bar{X})$ – нелинейные функции. Кроме того, в задачах математического программирования нередко встречаются условия, состоящие в требовании целочисленности независимых переменных или неотрицательности их.

Выделяют еще класс задач математического программирования, в которых функция $f(\bar{X})$ является выпуклой и множество, на котором решается экстремальная задача, выпукло. Такие задачи математического программирования объединены в раздел, называемый **выпуклым программированием**.

I.2.2. Задачи, приводящие к линейному программированию. Общая постановка задачи линейного программирования. Рассмотрим так называемую **задачу о рационе**. В этой задаче требуется по заданному ассортименту и стоимости продуктов, при известном содержании питательных веществ в каждом продукте составить рацион питания, удовлетворяющий определенной диете с минимальными денежными затратами. Обозначим через n число продуктов, а через m число питательных веществ (жиров, белков, углеводов и т. д.) в каждом продукте. Пусть a_{ij} – содержание в весовых единицах i -го питательного вещества в единице j -го продукта, b_i – минимальная суточная потребность в i -м питательном веществе, а x_i – искомое суточное потребление j -го продукта. При этом вполне очевидно, что $x_i \geq 0$; $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$ есть общее количество i -го питательного вещества в рационе, которое не должно быть меньше минимальной потребности, т. е.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (\text{I.1})$$

Если далее принять, что c_j – стоимость единицы j -го продукта, то стоимость всего рациона определяется линейной формой (целевой функцией) вида

$$L(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j. \quad (I.2)$$

Таким образом, задача выбора рациона состоит в следующем: необходимо найти $\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$ при условиях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i; \quad i = \overline{1, m}; \quad x_i \geq 0; \quad j = \overline{1, n}. \quad (I.3)$$

Нужно сказать, что линейное программирование практически повсеместно используется для решения таких задач, как оптимизация технологии и организация строительства, рациональное размещение и перемещение машин при производстве работ, перевозка строительных грузов, раскрой материалов, загрузка парка различных машин и их распределение по объектам и т. д.

Дадим теперь общую формулировку задачи линейного программирования. *Найти*

$$\min_x \{L(\bar{X}) = c \bar{X}\} \quad (I.4)$$

при условиях (ограничениях)

$$AX \leq b, \quad (I.5)$$

где при $m < n$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}; \quad (I.6) \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}; \quad c = (c_1, c_2, \dots, c_n). \quad (I.7)$$

Если же ставится задача нахождения $\max L(\bar{X})$, то необходимо просто поменять знак целевой функции на противоположный:

$$\max_x \{L(\bar{X}) = -c \bar{X}\}.$$

Что же касается координатной формы записи, то здесь общая задача линейного программирования формулируется так: найти минимум функции

$$L(\bar{X}) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n, \quad (I.8)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad \text{или} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (I.9) \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (I.10)$$

Причем иногда к системе ограничений (I.9) добавляются еще равенства

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i; \quad i = m+1, m+2, \dots, k. \quad (I.11)$$

В случае же двух или трех переменных $x_j, j = 1, 2, 3$, решение задачи линейного программирования возможно выполнить геометрически.

1.2.3. Геометрический метод решения простейших задач линейного программирования. Для уяснения существа указанного метода рассмотрим конкретный пример. Пусть требуется минимизировать линейную функцию $L(\bar{X}) = 12x_1 + 4x_2$ при ограничениях $x_1 + x_2 \geq 2$; $x_1 \geq 0,5$; $x_2 \leq 4$; $x_1 - x_2 \leq 0$. Построим область решений, ограниченную прямыми $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 = 0,5$; $x_2 = 4$; $x_1 - x_2 = 0$, как это показано на рис. I.2.

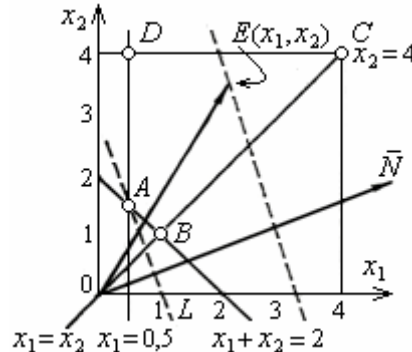


Рис. I.2. Область решения задачи линейного программирования геометрическим методом

Как видно из рис. I.2, областью определения функции (L -формы)

$$L = 12x_1 + 4x_2 \quad (\text{I.12})$$

является выпуклый четырехугольник $ABCD$. Дадим L какое-то конкретное значение, например L_1 , т. е. в этом случае $L = \text{const}$. Следует сказать, что если L -форма постоянна, то множество удовлетворяющих ей векторов $\bar{X}$ называют линией уровня. Тогда совокупность точек, удовлетворяющих условию

$$L_1 = 12x_1 + 4x_2, \quad (\text{I.13})$$

в плоскости (x_1, x_2) , определяет прямую. Если уравнение (I.13) записать в виде $12x_1 + 4x_2 + 0 \cdot x_3 - L_1 = 0$, то это уравнение изображает плоскость, перпендикулярную плоскости (x_1, x_2) , а прямая (I.13) есть след этой плоскости. Заметим, что то же самое относится и к (I.12). Будем рассматривать (I.13) как уравнение плоскости. Введем теперь в рассмотрение два вектора: $\bar{N}(12, 4)$ и $\bar{r}(x_1, x_2)$. Тогда (I.13) запишется в виде $(\bar{N} \cdot \bar{r}) - L_1 = 0$.

Вектор $\bar{N}$ перпендикулярен плоскости, в которой лежит прямая L_1 , которая, в свою очередь перпендикулярна $\bar{N}$. Теперь условие (I.12) запишется как $L = (\bar{N} \cdot \bar{r})$. Обратим внимание на то, что если перемещать прямую L по направлению вектора $\bar{N}$ параллельно самой себе (рис. I.2), то L будет возрастать (r возрастает), а в противоположную сторону убывать. Следовательно, минимальное значение L -форма примет в точке A – ближней вершине четырехугольника: $L_{\min} = 12x_1 + 4x_2$ при $x_1 = 0,5$; $x_2 = 1,5$, что, в результате, дает $L_{\min} = 12 \cdot 0,5 + 4 \cdot 1,5 = 12$. А максимальное значение L -форма принимает на дальней вершине четырехугольника $C(4, 4)$: $L_{\max} = 12 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 64$.

$$L = \sum_{j=1}^n c_j x_j. \quad (\text{I.17})$$

Опираясь на предшествующие соображения, можно сформулировать общее правило, которое получило название **симплекс-метода** (метода последовательного улучшения плана) решения задач линейного программирования:

- 1) введением дополнительных переменных задачи (I.8) – (I.10) приводятся к задачам (I.15) – (I.17);
- 2) исследуется на совместность система (I.16);
- 3) определяется число базисных и свободных переменных;
- 4) базисные переменные выражаются через свободные (это записывается в виде так называемой симплекс-таблицы);
- 5) методом проб выбирается такое базисное решение, при котором L -форма имеет экстремальное значение.

1.2.5. Выпуклые множества и функции. Задача линейного программирования. Множество Q n -мерного евклидова пространства называется выпуклым, если вместе с двумя любыми точками $M_1(x_1^1, \dots, x_n^1) \in Q$ и $M_2(x_1^2, \dots, x_n^2) \in Q$ ему принадлежит и соединяющий их отрезок M_1M_2 . Если теперь ввести обозначения

$$X = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \\ \dots \\ x_n^1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad Y = \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \\ \dots \\ x_n^2 \end{pmatrix},$$

то из условия $X \in Q$ и $Y \in Q$ следует, что $Z = \alpha X + (1 - \alpha)Y$ также принадлежит Q . Здесь принято, что $0 \leq \alpha \leq 1$. Примерами выпуклых множеств в E_2 являются отрезок, прямая, круг, треугольник и т. д. Если множества A и B выпуклы, то $A \cap B = C$ также выпукло. В свою очередь, область D называется выпуклой, если для любых векторов (матриц-столбцов) $\bar{X} \in D$ и $\bar{Y} \in D$; $\lambda \bar{X} + \mu \bar{Y} \in D$, где $\lambda + \mu = 1$; $\lambda, \mu \geq 0$.

Точка X множества Q называется **угловой (крайней) точкой**, если в Q не существует таких точек X' и X'' ($X' \neq X''$), что $X = \alpha X' + (1 - \alpha)X''$ при некотором $\alpha \in (0, 1)$. Например, для множества Q , представленного точками круга, угловыми будут точки окружности, а все вершины выпуклого многогранника являются угловыми точками.

Система ограничений (I.19) образует некоторое выпуклое множество Q . Точка $X' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n) \in Q$ будет угловой точкой, если эта точка не лежит ни на каком отрезке, соединяющем любые две точки множества Q . Если множество решений системы (I.19) не пусто, то в этом множестве имеется, по крайней мере, одна угловая точка. Систему ограничений (I.19) можно записать в матричной и векторной формах. Если ввести векторы и матрицы в виде

При этом возможны три вида решения задачи:

- 1) $kl \geq 0$, $k = r + 1, r + 2, \dots, n$ и тогда точка X^0 минимизирует форму L , т. е. задача решена;
 - 2) если для некоторого k индекс $kl < 0$ и все $d_{ik} \leq 0$, то задача не имеет решения;
 - 3) если для некоторого k индекс $kl < 0$, но среди d_{ik} есть положительные, то возможен переход к другой угловой точке X^1 такой, что $L(\bar{X}^1) \leq L(\bar{X}^0)$.
- При этом новые базисные переменные выбираются из условия

$$\min_{1 \leq p \leq l} \frac{x_i^{0p}}{|d_{ik}^p|} = \frac{x_i^{0l}}{d_{ik}^l}, \quad l = \overline{1, r},$$

где элемент d_{ik}^l называют **разрешающим**, а l -е уравнение – **разрешающим уравнением**.

И, наконец, в заключение раздела приведем определение выпуклых (вогнутых) функций. А именно: скалярная функция $\varphi(X)$ называется выпуклой на выпуклом множестве Q , если для любых X и $Y \in Q$ и $\alpha \in [0, 1]$

$$\varphi[\alpha X + (1 - \alpha)Y] \leq \alpha\varphi(X) + (1 - \alpha)\varphi(Y). \quad (I.23)$$

Если же

$$\varphi[\alpha X + (1 - \alpha)Y] \geq \alpha\varphi(X) + (1 - \alpha)\varphi(Y), \quad (I.24)$$

то функция называется вогнутой. Если неравенства (I.23) и (I.24) для $\alpha \in [0, 1]$ строгие, то функции называются **строго выпуклыми (вогнутыми)**.

В качестве примера выпуклой функции многих переменных приведем положительно определенную квадратичную форму.

Далее приведем два условия выпуклости (вогнутости) функций. Функция $f(X)$ выпукла (вогнута) на выпуклой D -области, тогда и только тогда, когда функция одной переменной $\psi(\lambda) = f(X + \lambda Y)$, $X \in D$, $Y \in D$ выпукла (вогнута). Следовательно, выпуклость (вогнутость) функции многих переменных можно проверить по критериям выпуклости (вогнутости) функции одной переменной по знаку второй производной. Если $f(\bar{X})$ является непрерывной и дважды дифференцируемой функцией в точке $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$, то для того чтобы $f(X)$ была выпуклой в окрестности точки X^0 , необходимо и достаточно, чтобы матрица

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}, \quad (I.25)$$

Исходная задача. Найти $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – матрицу-столбец, удовлетворяющий ограничениям $A\bar{X} \leq B$; $\bar{X} \geq 0$ и максимизирующий целевую функцию $F = c \bar{X}$.

Двойственная задача. Найти матрицу-строку $\bar{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, которая удовлетворяет ограничениям $\bar{Y}A \geq c$; $\bar{Y} \geq 0$ и минимизирует целевую функцию $L = \bar{Y}B$, где $c = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ – n -мерная матрица-строка; $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ – m -мерная матрица-столбец; $A = (a_{ij})$; $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$ – матрица коэффициентов системы ограничений.

Теорема двойственности (минимакса). Если одна из двойственных задач имеет решение, то и другая также имеет решение и $F_{\max} = L_{\min}$.

Отметим, что для решения двойственной задачи используется рассмотренный выше симплекс-метод решения задачи линейного программирования.

§ I.3. Применение метода условного экстремума к задачам нелинейного программирования

I.3.1. Задача № 1. Рассмотрим следующую задачу. Необходимо минимизировать функцию $f(\bar{X}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, т. е. найти

$$f(\bar{X}) \rightarrow \min \quad (\text{I.26})$$

при следующих ограничениях:

$$\varphi_i(\bar{X}) = 0; \quad i = \overline{1, m}; \quad m < n. \quad (\text{I.27})$$

Классический способ решения данной задачи исходит из того, что уравнения (I.27) используются для исключения из рассмотрения m переменных. При этом функция $f(\bar{X})$ приводится к виду

$$f(\bar{X}) = f_1(\bar{Y}), \quad (\text{I.28})$$

где считается, что $\bar{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_{n-m})$.

Задача состоит в нахождении $y_1, y_2, \dots, y_{n-m}$, которые обращают в минимум функцию $f_1(\bar{Y})$ и на которые не наложено никаких ограничений, т. е. к задаче на безусловный экстремум. Однако, если уравнения (I.27) имеют сложный вид, то исключение с их помощью m переменных из функции $f(\bar{X})$ представляет собой большие трудности. В связи с этим большее практическое значение получил метод сведения задачи на условный экстремум к задаче на безусловный экстремум, основанный на использовании функции Лагранжа. С этой целью введем вектор $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ и исследуем свойства функции

$$L(\bar{X}, \bar{\lambda}) = f(\bar{X}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i(\bar{X}), \quad (\text{I.29})$$

где принято, что $L(\bar{X}, \bar{\lambda})$ – функция Лагранжа, а λ_i – множители Лагранжа.

Найдем теперь стационарные точки функции $L(X, \lambda)$, приравняв к нулю частные производные по λ_i $i = \overline{1, m}$ и x_j $j = \overline{1, n}$, т. е. получим:

$$\frac{\partial L(\bar{X}, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_i} = \varphi_i(\bar{X}) = 0, \quad i = \overline{1, m} \quad (\text{I.30})$$

$$\frac{\partial L(\bar{X}, \bar{\lambda})}{\partial x_j} = 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (\text{I.31})$$

Если в стационарной точке $(\bar{X}^*, \bar{\lambda}^*)$ функция $L(\bar{X}, \bar{\lambda})$ достигает минимума, то $\bar{X}^*$ обеспечивает и минимум функции $f(\bar{X})$ при выполнении ограничений (I.27), а это приводит к решению задачи, т. е. $L(\bar{X}^*, \bar{\lambda}^*) = f(\bar{X}^*)$.

I.3.2. Задача № 2. Рассмотрим задачу, в которой ограничения представлены в виде неравенств, а именно: найти вектор $\bar{X}$, при котором

$$f(\bar{X}) \rightarrow \min \quad (\text{I.32})$$

и выполняются условия

$$\varphi_i(\bar{X}) \leq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad \bar{X} \in G \subseteq E_n; \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad (\text{I.33})$$

где $f(\bar{X})$, $\varphi_i(\bar{X})$ – выпуклые функции, определенные на выпуклом множестве G . Обратим внимание здесь на то, что именно так формулируется основная задача выпуклого программирования. Будем также предполагать, что множество G удовлетворяет условиям регулярности, состоящих в том, что существует точка $\bar{X}^0 \in G$, в которой $\varphi_i(\bar{X}^0) < 0$, $i = \overline{1, m}$.

Заменим далее неравенства (I.33) равенствами путем введения дополнительных неотрицательных переменных. Тогда выражение (I.33) примет вид

$$\varphi_i(\bar{X}) + z_k = 0, \quad z_k \geq 0, \quad x_j \geq 0,$$

$$\text{где } z_k = \begin{cases} > 0, \text{ если } \varphi_i(\bar{X}) < 0; \\ = 0, \text{ если } \varphi_i(\bar{X}) = 0; \\ < 0, \text{ если } \varphi_i(\bar{X}) > 0. \end{cases}$$

Таким образом, задача (I.32) – (I.33) сводится к рассмотренной выше задаче (I.26) – (I.27) с ограничениями типа равенств с переменными $\bar{X}$ и с функцией Лагранжа $L(\bar{X}, \bar{Z}, \bar{\lambda}) = f(\bar{X}) + \sum_{j=1}^r \lambda_j [\varphi_j(\bar{X}) + z_j]$.

Условия Лагранжа (существование оптимума в точке $\bar{X}$) имеют вид

$$\frac{\partial L(\bar{X}, \bar{Z}, \bar{\lambda})}{\partial z_j} = \lambda_j, \text{ где } \lambda_j = \begin{cases} = 0, & \text{если } z_j > 0; \\ > 0, & \text{если } z_j = 0. \end{cases} \quad (\text{I.34})$$

Отсюда следует, что в $L(\bar{X}, \bar{\lambda}, \bar{Z})$ ограничения типа неравенств отсутствуют, т. е. для них $\lambda_j = 0$. И поэтому функция Лагранжа фактически совпадает с $L(\bar{X}, \bar{\lambda})$. Принимая здесь во внимание, что

$$\frac{\partial L(\bar{X}, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_j} = \varphi_j(X)$$

и учитывая ограничения (I.34) на λ_j , окончательные условия, которым должна удовлетворять точка X^* , являющаяся решением задачи нелинейного программирования, запишем в виде

$$\frac{\partial L(\bar{X}, \bar{\lambda})}{\partial x_j} \begin{cases} > 0, & \text{если } x_j = 0; \\ = 0, & \text{если } x_j > 0, \quad j = \overline{1, n}; \end{cases} \quad (\text{I.35})$$

$$\frac{\partial L(\bar{X}, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_i} \begin{cases} < 0, & \text{если } \lambda_i = 0; \\ = 0, & \text{если } \lambda_i > 0, \quad i = \overline{1, m}. \end{cases} \quad (\text{I.36})$$

Заметим, что условия (I.35) и (I.36) называются **условиями Куна – Таккера** и составляют содержание одноименной теоремы, которая изложена далее в параграфе I.5.

Введем теперь понятие седловой точки. **Седловой точкой** функции $L(\bar{X}, \bar{\lambda})$ называется такая точка, в которой она достигает максимума по X и минимума по λ , т. е. седловой является точка $\bar{X}^0, \bar{\lambda}^0$ удовлетворяющая условию

$$L(\bar{X}^0, \bar{\lambda}) \leq L(\bar{X}^0, \bar{\lambda}^0) \leq L(\bar{X}, \bar{\lambda}^0). \quad (\text{I.37})$$

Условие (I.37) совпадает с условиями (I.35) и (I.36), а потому решение данной задачи нелинейного программирования может рассматриваться как нахождение седловых точек функции Лагранжа. С этих позиций теорема Куна – Таккера формулируется так: вектор $\bar{X}^*$ является оптимальным решением нелинейной задачи тогда и только тогда, когда существует такой вектор $\bar{\lambda}$, что пара $\bar{X}^0, \bar{\lambda}^0$ есть седловая точка функции Лагранжа $L(\bar{X}^0, \bar{\lambda}^0)$, т. е. $\bar{X}^*$ должен удовлетворять также условиям (I.35) – (I.37).

Изменив знаки неравенства в (I.37) на противоположные, получим теорему о максимуме седловой точки, т. е. придем к задаче максимизации целевой функции $f(\bar{X})$ при

$$L(\bar{X}^0, \bar{\lambda}) \geq L(\bar{X}^0, \bar{\lambda}^0) \geq L(\bar{X}, \bar{\lambda}^0).$$

§ I.4. Численные методы поиска экстремума

Если в задаче математического программирования целевая функция $f(\bar{X})$ определена для всех $\bar{X}$, принадлежащих n -мерному пространству E_n , то имеет место безусловная минимизация (максимизация) функций, т. е.

$$f(\bar{X}) \rightarrow \min (\max), \quad X \in E_n, \quad (\text{I.38})$$

поскольку на переменные функции $f(\bar{X})$ в этом случае не накладывается никаких дополнительных условий (ограничений). Несмотря на то, что первые методы решения этой задачи связаны еще с именами Ферма, Бернулли и Эйлера, задача безусловной минимизации (максимизации) остается важнейшей.

Методы минимизации (максимизации) функций могут быть разделены на прямые и не прямые. В прямых методах поиск точки экстремума начинается с произвольной точки и осуществляется путем последовательных постепенных ее улучшений. В не прямых (или другими словами косвенных) методах точки минимума (максимума) находят из необходимых условий экстремума функции многих переменных, т. е. из условия

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (\text{I.39})$$

Одним из эффективных не прямых методов является метод Эйлера.

I.4.1. Метод Эйлера. Хорошо известно, что метод Эйлера является одним из наиболее известных и применяемых методов решения системы (I.39), а потому неоднократно и весьма подробно представлен в специальной литературе по численным методам [1, 4, 9, 20, 34, 63, 85, 97, 108]. В связи с этим, не задерживаясь здесь на его изложении, остановимся только на том, что этот метод основан на решении системы (I.39) с последующей проверкой достаточных условий по критерию Сильвестра [63]. Кроме того заметим, что метод Эйлера применяется если система уравнений (I.39) алгебраически разрешима, т. е. когда находятся точные решения системы.

I.4.2. Метод Ньютона. Запишем для функции $Y(\bar{X})$ необходимые условия локального экстремума в точке в виде

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial x_j} \right) = 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (\text{I.40})$$

Пусть произвольная точка $\bar{X}^{(k)}$ есть k -е приближение корня системы (I.40). Тогда точный корень $\bar{X}$ системы (I.40) имеет вид

$$\bar{X} = \bar{X}^{(k)} + \Delta \bar{X}^{(k)}, \quad (\text{I.41})$$

где $\Delta \bar{X}^{(k)}$ – приращение корня. Подставляя далее (I.41) в (I.40), получим

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial Y(\bar{X}^{(k)} + \Delta \bar{X}^{(k)})}{\partial x_j} = 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (I.42)$$

Разлагая функцию (I.42) в окрестности точки $\bar{X}^{(k)}$ в ряд Тейлора и ограничиваясь только линейными членами разложения, получим

$$\frac{\partial Y(\bar{X}^{(k)})}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 Y(\bar{X}^{(k)})}{\partial x_j \partial x_i} \Delta \bar{X}^{(k)} = 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (I.43)$$

или, что то же самое,

$$H^{(k)} \Delta \bar{X}^{(k)} = - \left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}} \right)^{(k)}, \quad (I.44)$$

где $H^{(k)}$ – матрица Гессе функции $Y(\bar{X})$, определенная в точке $\bar{X}^{(k)}$.

Полученная система (I.44) является линейной относительно приращения $\Delta \bar{X}^{(k)}$. При условии, что матрица $H^{(k)}$ является неособенной, погрешность $H^{(k)}$ можно представить, как

$$\Delta \bar{X}^{(k)} = - \left(H^{(k)} \right)^{-1} \left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}} \right)^{(k)}, \quad (I.45)$$

где $\left(H^{(k)} \right)^{-1}$ – матрица обратная для матрицы $H^{(k)}$.

С учетом выражений (I.41) и (I.45) можно перейти к $(k+1)$ -му приближению корня системы (I.40), т. е.

$$\bar{X}^{(k+1)} = \bar{X}^{(k)} - \left(H^{(k)} \right)^{-1} \left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}} \right)^{(k)}. \quad (I.46)$$

Рассуждая так же, как и для $(k+1)$ -го приближения, можно последовательно получить $(k+2)$ -е, $(k+3)$ -е и т. д. приближения. Причем такой процесс $(k+n)$ -го приближения корня системы (I.40) к его точному значению продолжается до тех пор, пока не достигается наперед заданная точность ε вычислений, т. е. до тех пор, пока не выполнится условие

$$\left| \frac{\partial Y}{\partial x_j} \right| - \varepsilon \leq 0 \quad \text{для всех } j = \overline{1, n}. \quad (I.47)$$

I.4.3. Метод наискорейшего спуска. В данном методе движение к точке экстремума осуществляется в направлении наискорейшего убывания (возрастания) минимизируемой (максимизируемой) функции. При этом является справедливой следующая рекуррентная формула последовательного приближения к точке экстремума:

$$\bar{X}^{(k+1)} = \bar{X}^{(k)} - \lambda^{(k)} \left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}} \right)^{(k)}, \quad (I.48)$$

где $\left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}}\right)^{(k)}$ – градиент функции $Y(\bar{X})$ в точке $X^{(k)}$. Такое движение происходит по антиградиенту (градиенту) функции $Y(\bar{X})$, а длина шага $\lambda^{(k)}$ в выбранном направлении определяется в результате решения задачи на экстремум функции

$$Y(\lambda^{(k)}) = Y\left(\bar{X}^{(k)} - \lambda^{(k)}\left(\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}}\right)^{(k)}\right) \quad (I.49)$$

относительно параметра $\lambda^{(k)}$. А сам направляющий вектор $\Delta\bar{X}^{(k)}$ в выражении (I.41) равен антиградиенту (градиенту).

I.4.4. Метод покоординатного спуска. Прежде всего отметим, что в этом методе на каждом шаге приближения к оптимуму изменяется только одна переменная x_l , для которой не выполняется необходимое условие экстремума (I.40). При этом рекуррентное выражение (I.41) запишется в виде

$$\bar{X}^{(k+1)} = \bar{X}^{(k)} + \lambda^{(k)}[0, 0, \dots, 0, x_l, 0, \dots, 0] . \quad (I.50)$$

Следует сказать, что этот метод является частным случаем метода наискорейшего спуска, если последний ограничить требованием изменения на каждом шаге только одной переменной, т. е.

$$\Delta x_l^{(k)} = -\left(\frac{\partial Y}{\partial x_l}\right)^{(k)} . \quad (I.51)$$

Тогда выражение (I.50) для l -й составляющей $x_l^{(k)}$ с учетом (I.51) можно записать в виде

$$x_l^{(k+1)} = x_l^{(k)} - \lambda^{(k)}\left(\frac{\partial Y}{\partial x_l}\right)^{(k)} . \quad (I.52)$$

Определим значение параметра $\lambda^{(k)}$ из условия (I.40) путем обращения в нуль частной производной $\left(\frac{\partial Y}{\partial x_l}\right)^{(k+1)}$, предварительно разложив ее в ряд Тейлора и ограничившись линейными членами, т. е.

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial x_l}\right)^{(k+1)} = \left(\frac{\partial Y}{\partial x_l}\right)^{(k)} + \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x_l^2}\right)^{(k)} \lambda^{(k)} \Delta x_l^{(k)} = 0 , \quad (I.53)$$

где только одна переменная x_l изменяется, а остальные неизменны.

Подставляя (I.51) в (I.53) и исключая из полученного выражения $\lambda^{(k)}$, получим:

$$\lambda^{(k)} = \left[\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x_l^2}\right)^{(k)}\right]^{-1} . \quad (I.54)$$

Учитывая (I.54) и (I.52), запишем основное рекуррентное соотношение для метода покоординатного спуска следующим образом:

$$x_l^{(k+1)} = x_l^{(k)} - \left(\frac{\partial Y}{\partial x_l} \right)^{(k)} \left[\left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x_l^2} \right)^{(k)} \right]^{-1}. \quad (\text{I.55})$$

Стоит отметить, что в этом методе каждая итерация состоит из n шагов, а выбор шага осуществляется по каждой из переменных.

Схема вычислений по данному методу состоит из трех этапов. Пусть каждая итерация состоит из n шагов. Тогда: 1) на l -м шаге k -й итерации сравниваем числа l и n . Если $l \leq n$, то переходим ко второму этапу метода для выполнения l -го шага. Если же $l > n$, то переходим к третьему этапу

анализа конца решения; 2) вычисляем значения производной $\left(\frac{\partial Y}{\partial x_l} \right)^{(k)}$ и

проверяем выполнение условия (I.40) с заданной точностью ε . В случае выполнения этого условия осуществляется переход к $(l+1)$ -му шагу в соответствии с первым этапом. А значение переменной $x_l^{(k)}$ при этом остается без изменений. Если же условия (I.40) не выполняются, вычисляем, используя (I.55), новое значение переменной $x_l^{(k+1)}$ и снова переходим к первому этапу $(l+1)$ -го шага вычислений; 3) вычисляем абсолютные значения всех производных и сравниваем с заданной точностью решения ε . Если она достигнута по всем составляющим вектор-функции $\frac{\partial Y}{\partial \bar{X}}$, то решение най-

дено. Если же для какой-либо составляющей требуемая точность не достигнута, переходим к $(k+1)$ -й итерации, т. е. к первому этапу при $l=1$.

§ I.5. Метод возможных направлений

Одним из распространенных методов решения задач нелинейного математического программирования является метод выпуклых направлений. Пусть целевая функция $f(\bar{X})$ является вогнутой дифференцируемой функцией с непрерывным градиентом

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} \bar{e}_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \bar{e}_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \bar{e}_n = \text{grad } f(\bar{X}), \quad (\text{I.56})$$

где $\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n$ – ортонормированный базис n -мерного пространства. Пусть в D -области функции $\varphi_i(\bar{X}) \leq b_i$ выпуклые и являются регулярными. Тогда задача максимизации $f(\bar{X})$, $\bar{X} \in D$ называется задачей выпуклого программирования. Одним из методов решения этой задачи является метод возможных направлений, который далее и рассмотрим. Направление $\bar{U}(u_1, u_2, \dots, u_n)$ в

точке $\bar{X} \in D$ называется возможным, если достаточно малое перемещение из $\bar{X}$ в направлении $\bar{U}$ не выводит точки за пределы D , т. е. существует некоторое малое ε и такое, что при $\bar{X} \in D$, $\bar{X} + \varepsilon \bar{U} \in D$.

Возможное направление $\bar{U}$ в точке $\bar{X}$ называется подходящим, если

$$\left. \frac{\partial f(\bar{X} + \varepsilon \bar{U})}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = \left(\frac{d \bar{f}}{d \bar{X}} \cdot \bar{U} \right) > 0. \quad (I.57)$$

Теорема 1. Для того чтобы направление $\bar{U}$ в точке $\bar{X}$ было возможным, необходимо, чтобы

$$\left(\frac{d \varphi_i(\bar{X})}{d \bar{X}} \cdot \bar{U} \right) \leq 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad (I.58)$$

$$u_j \geq 0; \quad j = \overline{1, n}, \quad (I.59)$$

где условия (I.57) и (I.58) записаны в виде скалярных произведений.

Причем если $\varphi_i(\bar{X})$ – линейные функции, то условия (I.58) и (I.59) являются и достаточными.

Приведем доказательство необходимости.

Пусть $\bar{U}$ – возможное направление в точке $\bar{X}$. Тогда $\bar{X} + \varepsilon \bar{U} \in D$, т. е.

$$\varphi_i(\bar{X} + \varepsilon \bar{U}) \leq b_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (I.60)$$

и

$$\bar{X} + \varepsilon \bar{U} \geq 0. \quad (I.61)$$

Поскольку по условию $\varphi_i(\bar{X})$ выпуклы, то для любой из этих функций можно записать

$$\begin{aligned} \varphi_i[\bar{X}_1 + \varepsilon(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)] &\leq \varphi_i(\bar{X}_1) + \varepsilon[\varphi_i(\bar{X}_2) - \varphi_i(\bar{X}_1)]; \\ \frac{\varphi_i[\bar{X}_1 + \varepsilon(\bar{X}_2 - \bar{X}_1)] - \varphi_i(\bar{X}_1)}{\varepsilon} &\leq \varphi_i(\bar{X}_2) - \varphi_i(\bar{X}_1). \end{aligned}$$

Переходя к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$, получим:

$$\left[\frac{d \varphi_i(\bar{X}_1)}{d \bar{X}} \cdot (\bar{X}_2 - \bar{X}_1) \right] \leq \varphi_i(\bar{X}_2) - \varphi_i(\bar{X}_1).$$

Примем здесь $\bar{X}_1 = \bar{X}$; $\bar{X}_2 - \bar{X}_1 = \varepsilon \bar{U}$, тогда

$$\varphi_i(\bar{X} + \varepsilon \bar{U}) - \varphi_i(\bar{X}) \geq \varepsilon \left(\frac{d \varphi_i(\bar{X})}{d \bar{X}} \cdot \bar{U} \right).$$

Полагая далее в (I.60) $b_i = \varphi_i(\bar{X})$, получим:

$$\varphi_i(\bar{X} + \varepsilon \bar{U}) - \varphi_i(\bar{X}) \leq 0.$$

Вполне очевидно, что $\varepsilon \left(\frac{d \varphi_i(\bar{X})}{d X} \cdot \bar{U} \right) \leq 0$, а так как $\varepsilon > 0$, то

$$\left(\frac{d \varphi_i(\bar{X})}{d X} \cdot \bar{U} \right) \leq 0. \text{ Кроме того, из условия (I.61) видно, что } u_i \geq 0.$$

Теорема 2. Для того чтобы функция $f(\bar{X})$ достигла максимума в точке $\bar{X} \in D$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$\left(\frac{d f(\bar{X})}{d X} \cdot \bar{U} \right) \leq 0 \quad (\text{I.62})$$

для любого $\bar{U}$, удовлетворяющего условиям (I.58) и (I.59). Эту теорему примем без доказательства. Из этой теоремы вытекает следствие: если в точке $\bar{X} \in D$ не существует подходящего возможного направления, то функция $f(\bar{X})$ в этой точке достигает максимума на D .

Теорема 3. Для того чтобы точка $\bar{X} \in D$ была точкой максимума для функции $f(\bar{X})$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\frac{d \bar{f}}{d X} = \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{d \varphi_i(\bar{X})}{d \bar{X}} - \sum_{j=1}^n \beta_j \bar{e}_j; \quad \lambda_i \geq 0; \quad \beta_j \geq 0. \quad (\text{I.63})$$

Доказательство достаточности. Пусть выполнено (I.63). Тогда, умножая скалярно (I.63) на любое $\bar{U}$, получим (I.62).

Нужно сказать, что из этих трех теорем следует основная теорема общей теории математического программирования или теорема Куна – Таккера.

Построим функцию Лагранжа

$$L(\bar{X}, \bar{\lambda}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i [b_i - \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)];$$

$$L(\bar{X}, \bar{\lambda}) = f(\bar{X}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i [b_i - \varphi_i(\bar{X})],$$

где $\bar{\lambda}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$, $\bar{X}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – векторы n -го пространства ($m < n$).

Построим теперь следующие производные:

$$\frac{d L}{d \bar{X}} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial L}{\partial x_j} \bar{e}_j = \text{grad } L = L'_X; \quad \frac{d L}{d \bar{X}} = \sum_{j=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \right] \bar{e}_j;$$

$$\frac{d L}{d \bar{\lambda}} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \bar{e}_i; \quad \frac{d L}{d \bar{\lambda}} = \sum_{i=1}^m [b_i - \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \bar{e}_i].$$

Пусть D -область выпукла и регулярна, а вогнутая $f(\bar{X})$ и выпуклые $\varphi_i(\bar{X})$ функции являются дважды дифференцируемыми в D -области. Тогда, для того чтобы в точке $\bar{X}_0(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$ существовал максимум $f(\bar{X})$, необходимо и достаточно существование вектора $\bar{\lambda}_0(\lambda_{10}, \lambda_{20}, \dots, \lambda_{m0})$ и такого, что

$$\left| \frac{dL(\bar{X}_0, \bar{\lambda}_0)}{d\bar{X}} \right| \leq 0; \quad \left(\frac{dL(\bar{X}_0, \bar{\lambda}_0)}{d\bar{X}} \cdot \bar{X}_0 \right) = 0; \quad |\bar{X}_0| \geq 0; \quad (I.64)$$

$$\left| \frac{dL(\bar{X}_0, \bar{\lambda}_0)}{d\bar{\lambda}} \right| \geq 0; \quad \left(\frac{dL(\bar{X}_0, \bar{\lambda}_0)}{d\bar{\lambda}} \cdot \bar{\lambda}_0 \right) = 0; \quad |\bar{\lambda}_0| \geq 0. \quad (I.65)$$

Условия (I.64) и (I.65) в координатной форме можно записать в следующем виде:

$$\left| \sum_{j=1}^n \frac{\partial L}{\partial x_j} \bar{e}_j \right|_{\substack{\bar{X} = \bar{X}_0 \\ \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0}} \leq 0; \quad \left(\frac{dL}{d\bar{X}} \cdot \bar{X}_0 \right) = \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial L}{\partial x_j} \bar{e}_j \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^n x_j \bar{e}_j \right) \Big|_{\substack{\bar{X} = \bar{X}_0 \\ \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0}} = 0; \quad (I.66)$$

$$\left(\frac{dL}{d\bar{X}} \cdot \bar{X}_0 \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial L}{\partial x_j} x_j \Big|_{\substack{\bar{X} = \bar{X}_0 \\ \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0}} = 0; \quad |\bar{X}_0| = \sqrt{x_{10}^2 + x_{20}^2 + \dots + x_{n0}^2} \geq 0;$$

$$\left| \frac{dL}{d\bar{\lambda}} \right| = \left[\sum_{i=1}^m \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \bar{e}_i \right]_{\substack{\bar{X} = \bar{X}_0 \\ \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0}} \geq 0; \quad \left(\frac{dL(\bar{X}_0, \bar{\lambda}_0)}{d\bar{\lambda}} \cdot \bar{\lambda}_0 \right) = \left[\sum_{i=1}^m \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \lambda_i \right]_{\substack{\bar{X} = \bar{X}_0 \\ \bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0}} = 0;$$

$$|\bar{\lambda}_0| = \sqrt{\lambda_{10}^2 + \lambda_{20}^2 + \dots + \lambda_{m0}^2} \geq 0; \quad (I.67)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}; \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = b_i - \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n); \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n},$$

$$\left[\left| \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \right) \bar{e}_j \right| \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} \leq 0; \quad (I.68)$$

$$\left[\sum_{j=1}^n x_j \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \right) \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} = 0;$$

$$\left[\left| \sum_{i=1}^m \bar{e}_i (b_i - \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)) \right| \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} \geq 0;$$

$$\left[\left| \sum_{i=1}^m \lambda_i (b_i - \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)) \right| \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} = 0. \quad (I.69)$$

Рассмотрим теперь случаи линейного программирования, т. е. когда

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n c_j x_j; \quad j = \overline{1, n}; \quad \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j; \quad i = \overline{1, m}.$$

Тогда $\frac{\partial f}{\partial x_j} = c_j$; $\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} = a_{ij}$.

Условия (I.68) и (I.69) в этом случае запишутся в виде

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\left| \sum_{j=1}^n (c_j - a_{ij} \lambda_i) \bar{e}_j \right| \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} \leq 0; \\ & \left[\sum_{i=1}^n x_j (c_j - a_{ij} \lambda_i) \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} = 0; \end{aligned} \right. \quad (I.70)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\left| \sum_{i=1}^m l_i \left[b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \right] \right| \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} \geq 0; \\ & \left[\sum_{i=1}^m \lambda_i (b_i - a_{ij} x_j) \right]_{\substack{x_j = x_{j0} \\ \lambda_i = \lambda_{i0}}} = 0. \end{aligned} \right. \quad (I.71)$$

При этом в системе

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{j=1}^n c_j x_j - \lambda_i \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 0; \quad i = \overline{1, m}; \\ & \sum_{i=1}^m b_i \lambda_i - \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij} x_j = 0; \quad j = \overline{1, n} \end{aligned} \right. \quad (I.72)$$

$m + n$ уравнений неизвестными являются $x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$. В результате решения уравнений (I.72) получим значения $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}, \lambda_{10}, \lambda_{20}, \dots, \lambda_{m0}$. А затем для этих решений проверяются условия (I.70) и (I.71).

Таким образом, среди всех возможных направлений, выходящих из некоторой точки $\bar{X}^0 \in D$, выбирается направление возрастания или убывания функции $f(\bar{X})$ и делается подъем (спуск) вдоль этого направления в точку $\bar{X}^{(1)}$, а затем, начиная с точки $\bar{X}^{(1)}$, процесс повторяется.

§ I.6. Вариационное исчисление

Прежде всего заметим, что в предшествующем изложении были рассмотрены задачи на максимум и минимум процессов, которые могут быть описаны функциями с конечным числом переменных. Вместе с тем хорошо известно, что основная задача вариационного исчисления состоит в разработке методов решения задач на экстремум процессов с бесконечным чис-

лом переменных. А потому в данном случае максимумы и минимумы достигаются на линиях, поверхностях и т. п., т. е. на функциях. Кроме того, если в первом случае стационарные значения (точки экстремума) определяются из алгебраических или трансцендентных уравнений, то во втором случае функции определяются из дифференциальных уравнений.

1.6.1. Понятие о функционале. Как известно, понятие функции тесно связано с возможностью установления соответствия между двумя множествами чисел, одно из которых называется аргументом, а другое – функцией.

Понятие функционала связано с соответствием между множеством определенного класса функций, например, рациональных, целых, непрерывных, дифференцируемых, определенных на конечном или бесконечном промежутке и множеством чисел. Причем если каждой функции $y = f(x)$ определенного класса ставится в соответствие по некоторому закону определенное числовое значение переменной I , то именно эту переменную называют **функционалом** от одной функциональной переменной и записывают так:

$$I = I[y] = I[y(x)] = I[f(x)]. \quad (I.73)$$

По этому определению функция y есть **независимая переменная** для функционала. А **областью определения** функционала является определенный класс функций.

Обратим внимание на то, что среди функционалов встречаются функционалы и от нескольких функциональных переменных (аргументных) функций. Так, например, если конечному набору функций $y_1 = f(x_1)$, $y_2 = f(x_2)$, ..., $y_n = f(x_n)$ из определенного класса функций ставится в соответствие по некоторому закону определенное числовое значение переменной I , то I называется функционалом от n функциональных переменных и записывается как $I = I[y_1, y_2, \dots, y_n]$.

1.6.2. Классические задачи вариационного исчисления.

1.6.2.1. Задача о геодезических линиях. Пусть задана поверхность $\varphi(x, y, z) = 0$. Выбираем на поверхности две точки: $A(x_0, y_0, z_0)$ и $B(x_1, y_1, z_1)$. Требуется найти уравнение такой кривой, соединяющей на поверхности точки A и B , длина которой является возможно наименьшей. Дадим аналитическую формулировку задачи, а именно: найти функции $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ параметра t , удовлетворяющие уравнению

$$\varphi(x, y, z) = 0 \quad (I.74)$$

и условиям

$$x(t_0) = x_0; \quad y(t_0) = y_0; \quad z(t_0) = z_0; \quad x(t_1) = x_1; \quad y(t_1) = y_1; \quad z(t_1) = z_1,$$

а также обращающим интеграл

$$I[x, y, z] = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \, dt \quad (I.75)$$

в минимум.

Линии наименьшей длины, расположенные на заданной поверхности, получили название геодезических линий. А потому аналогичное название имеет и задача (I.74) – (I.75). С другой же стороны, указанная задача является задачей на условный экстремум функционала (I.75), где условием служит уравнение (I.74). Здесь нужно сказать также и о том, что обычно задача о геодезических линиях наиболее часто используется в практике управления различными потоками. Так, например, при перевозке промышленных грузов из пункта A в пункт B выбирается, как правило, наименьшее расстояние. Кстати говоря, этим же правилом руководствуются и все пассажиры.

Перейдем теперь к рассмотрению задачи о максимальном быстродействии. И сразу же заметим, что первой такой задачей была следующая: требуется найти расположенную в вертикальной плоскости кривую, соединяющую две не лежащие на одной вертикальной прямой заданные точки $A(a, y_a)$ и $B(b, y_b)$, чтобы весовая материальная точка под действием силы тяжести, двигаясь без трения по этой кривой, пришла из A в B за наименьшее время. В этом плане представляется интересным, что эта задача была предложена И. Бернулли около трехсот лет назад и называется задачей о брахистохроне. Выведем уравнение для времени падения точки из A в B (рис. I.3).

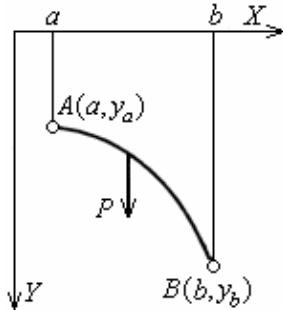


Рис. I.3. К задаче о максимальном быстродействии

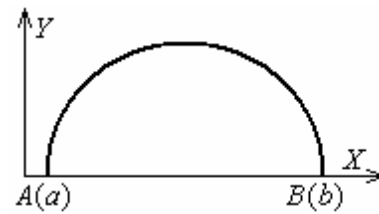


Рис. I.4. К изопериметрической задаче

Примем уравнение искомой кривой в виде $y = f(x)$. Кроме того, по условию считается, что $y(a) = y_a$, $y(b) = y_b$ и $a < b$, $y_a < y_b$. А время движения точки по кривой из A в B обозначим через T . Начальную же скорость движущейся материальной точки массы m и веса P в точке A будем считать равной нулю. Тогда по теореме об изменении кинетической энергии имеем

$$\frac{mv^2}{2} = P(y - y_a) \quad \text{или} \quad \frac{v^2}{2} = g(y - y_a).$$

Отсюда следует, что

$$v = \sqrt{2g(y - y_a)}.$$

С другой стороны, скорость движущейся точки может быть представлена по формуле $v = \frac{ds}{dt}$, где ds – дифференциал дуги кривой $y(x)$, т. е.

$$ds = \sqrt{1+(y')^2} dx, \quad v = \sqrt{1+(y')^2} \frac{dx}{dt} \quad \text{и} \quad \sqrt{2g(y-y_a)} = \sqrt{1+(y')^2} \frac{dx}{dt}.$$

Откуда имеем

$$dt = \frac{\sqrt{1+(y')^2}}{\sqrt{2g(y-y_a)}} dx \quad \text{и} \quad T = \int_a^b \frac{\sqrt{1+(y')^2}}{\sqrt{2g(y-y_a)}} dx.$$

Подставив в последнее выражение $y_a = 0$, окончательно находим

$$T = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_a^b \frac{\sqrt{1+(y')^2}}{\sqrt{y}} dx.$$

Теперь можно сформулировать следующую задачу: среди непрерывно дифференцируемых функций $y = y(x)$, для которых $y(a) = 0$, $y(b) = y_b$ найти такую, которая сообщает интегралу

$$I[y] = T[y] = \int_a^b \frac{\sqrt{1+(y')^2}}{\sqrt{y}} dx. \quad (I.76)$$

наименьшее возможное значение.

Что же касается более общей постановки задачи о максимальном быстродействии, то она формулируется следующим образом: дан некоторый объект, определяемый набором функций $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$. Требуется перевести этот объект из положения A в положение B за наименьшее время.

I.6.2.2. Изопериметрическая задача. В этой задаче требуется найти линию заданной длины L , ограничивающую максимальную площадь S . Запишем упрощенную формулировку задачи в аналитической форме. Рассмотрим линию, расположенную на плоскости. При этом концы линии закреплены в определенных точках A и B . Проведем через эти точки прямую и примем ее за ось X (рис. I.4). Тогда задача сводится к отысканию максимальной площади

$$S = \int_a^b y(x) dx \quad (I.77)$$

при условии, что длина линии

$$L = \int_a^b \sqrt{1+(y')^2} dx \quad (I.78)$$

сохраняется и

$$y(a) = 0; \quad y(b) = 0. \quad (I.79)$$

Известно решение этой задачи, поскольку такой линией является окружность (рис. I.4). Отметим, что сформулированная задача называется **задачей Дидо**. При этом в более общей постановке можно говорить о максимуме функционала площади поверхности

$$S[z(x,y)] = \iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy$$

при условии, что $L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)} dt$ сохраняет свое постоянное значение, а уравнение поверхности записано в виде $z = z[x(t), y(t)]$.

С учетом сказанного стоит подчеркнуть, что в буквальном смысле слова, изопериметрическая задача представляет собой задачу с заданным (постоянным) параметром. А потому в дальнейшем изложении будем рассматривать экстремумы функционалов вида

$$I = I[y] = \int_a^b F(x, y) dx; \quad (I.80)$$

$$I = I[y] = \int_a^b F(x, y, y') dx; \quad (I.81)$$

$$I = I[y] = \int_a^b F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) dx; \quad (I.82)$$

$$I = I[y_1, y_2, \dots, y_n] = \int_a^b F(x, y_1, \dots, y_n, y'_1, \dots, y'_n) dx, \quad (I.83)$$

где $y(x)$ или $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ являются функциональными аргументами.

Обратим внимание на то, что экстремумы функционалов так же, как и экстремумы функций с конечным числом независимых переменных, могут быть абсолютными и локальными, или относительными, в зависимости от того, ищется экстремум функционала на всем классе функций, для которых существует функционал, или на его части. При этом функции, для которых существует функционал, называются допустимыми. Также следует заметить, что все последующее изложение относится к относительным экстремумам функционалов.

I.6.3. Вариация функции и приращение функционала. Пусть дана функция $y = f(x)$. Тогда приращение аргумента Δx можно представить как разность между значениями аргумента x_1 и x_2 , т. е. $\Delta x = x_2 - x_1$. С другой стороны (о чем уже ранее упоминалось), для функционала $I = I[y]$ роль аргумента выполняет функция $y(x)$. И потому приращение аргумента функционала можно определить по аналогии с приращением аргумента функции как разность между двумя различными функциями при одном и том же аргументе самих функций. Приращение аргумента функционала получило название вариации функции и обозначается как δy . Таким образом, по определению

$$\delta y = y_2 - y_1 = f_2(x) - f_1(x). \quad (I.84)$$

При этом предполагается, что функции выбираются из одного класса области определения функционала. Само собой понятно, что из (I.84) функцию $f_2(x)$ можно выразить через $f_1(x)$ и вариацию функции δy или

$$y_2 = y_1 + \delta y. \quad (I.85)$$

Опуская далее индекс у функции $y_1(x)$, стоящей в правой части (I.85), можно записать $y_2 = y + \delta y$.

Если же задан функционал от нескольких функциональных переменных, то вариаций функций будет столько, сколько имеется функциональных переменных. Например, для $I[y, z, u]$ можно образовать три вариации:

$$\delta y = y_1 - y; \quad \delta z = z_1 - z; \quad \delta u = u_1 - u.$$

В свою очередь, для функционала $I = I[y_1, y_2, \dots, y_n]$ можно образовать n вариаций:

$$\delta y_1 = \tilde{y}_1 - y_1; \quad \delta y_2 = \tilde{y}_2 - y_2; \quad \dots; \quad \delta y_n = \tilde{y}_n - y_n.$$

Рассмотрим теперь **приращение функционала**. И сразу же отметим, что приращение функционала является аналогом приращения функции. Как известно, приращение функции одной переменной $y = f(x)$ записывается в виде $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$. Сообразно с этим приращение функционала $I = I[y]$ можно представить как

$$\Delta I[y] = I[y + \delta y] - I[y]. \quad (I.86)$$

Так, к примеру, для функционала $I = \int_a^b y(x) dx$ это дает

$$\Delta I[y] = \int_a^b (y + \delta y) dx - \int_a^b y dx = \int_a^b \delta y dx.$$

Выражение (I.86) есть приращение функционала одной переменной. В случае функционала с несколькими функциональными переменными, например $I[y, z, v]$, аналогично функциям многих переменных можно построить полные и частные приращения функционала. Так, полное приращение функционала от трех функциональных переменных $y(x), z(x), v(x)$ запишется следующим образом:

$$\Delta I = I[y + \delta y, z + \delta z, v + \delta v] - I[y, z, v].$$

А его частное приращение, например, по y имеет вид

$$\Delta_y I = I[y + \delta y, z, v] - I[y, z, v].$$

В случае же функционала с n функциональными переменными имеем $I = I[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$, полное приращение которого можно записать так:

$$\Delta I = I[x_1 + \delta x_1, x_2 + \delta x_2, \dots, x_n + \delta x_n] - I[x_1, x_2, \dots, x_n]. \quad (I.87)$$

Здесь также можно построить n частных приращений

$$\Delta_{x_i} I = I[x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i + \delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_n] - I[x_1, x_2, \dots, x_n]. \quad (I.88)$$

1.6.4. Непрерывность функционала. Как известно, функция одной переменной называется непрерывной в некоторой точке, если бесконечно малому приращению аргумента отвечает бесконечно малое приращение функции. Аналогичным образом определяется и условие непрерывности функционала. А именно: если бесконечно малому изменению функции отвечает бесконечно малое изменение функционала, то функционал назы-

вается непрерывным. Однако в этом определении следует уточнить понятие малости изменения функции или близости функций. Согласно этому две кривые $y(x)$ и $y_1(x)$ обладают близостью k -го порядка, если абсолютные величины разностей

$$|y^{(v)}(x) - y_1^{(v)}(x)| < \delta; \quad v = \overline{0, k} \quad (I.89)$$

малы. Тогда при $v = 0$ кривые обладают близостью нулевого порядка, при $v = 1$ – первого порядка и т. д. Таким образом, из представленного определения вполне ясно, что если кривые обладают близостью k -го порядка, то они обладают любой близостью более низкого порядка. Теперь с учетом этих позиций можно дать точное определение непрерывного функционала. Функционал $I[y(x)]$ называется непрерывным на кривой $y = y_0(x)$ в смысле близости k -го порядка, если по заданному $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta > 0$, что при выполнении условий

$$|y^{(v)}(x) - y_0^{(v)}(x)| < \delta; \quad v = \overline{0, k} \quad (I.90)$$

выполняется условие

$$|I[y(x)] - I[y_0(x)]| < \varepsilon. \quad (I.91)$$

Дадим теперь определение непрерывности функционала от n функциональных переменных на совокупности кривых $\{x_{10}(t), x_{20}(t), \dots, x_{n0}(t)\}$.

Функционал

$$I = I[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)] \quad (I.92)$$

называется непрерывным на многообразии кривых $\{x_{10}(t), x_{20}(t), \dots, x_{n0}(t)\}$, в смысле близости k -го порядка, если по заданному $\varepsilon > 0$ можно указать такое $\delta > 0$, зависящее от ε , что при выполнении условий

$$|x_i^{(v)}(t) - x_{i0}^{(v)}(t)| < \delta; \quad v = \overline{0, k}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (I.93)$$

имеет место

$$|I[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)] - I[x_{10}(t), x_{20}(t), \dots, x_{n0}(t)]| < \varepsilon. \quad (I.94)$$

1.6.5. Линейный функционал. Является вполне ожидаемым, что определение понятия линейного функционала от одной или многих функциональных переменных аналогично определению линейной формы. И поэтому линейным функционалом, определенным на линейном пространстве, называется функционал, для которого выполнены следующие два условия:

1. $I = I[c y(x)] = c I[y(x)]$.
2. $I = I[y_1(x) + y_2(x)] = I[y_1(x)] + I[y_2(x)]$.

С учетом сказанного легко убедиться в том, что функционал вида

$I = \int_a^b [P(x)y(x) + g(x)y'(x)] dx$ является линейным. А вот функционал

$I = \int_a^b [p(x)y(x) + g(x)(y'(x))^2] dx$ линейным уже не является. Действи-

тельно, покажем, что условие 2 для последнего функционала не выполняется:

$$\begin{aligned}
I[y_1(x) + y_2(x)] &= \int_a^b \left\{ p(x)[y_1(x) + y_2(x)] + g(x)[y_1'(x) + y_2'(x)]^2 \right\} dx; \\
I[y_1(x)] + I[y_2(x)] &= \int_a^b \left[p(x)y_1(x) + g(x)(y_1'(x))^2 \right] dx + \\
&+ \int_a^b \left[p(x)y_2(x) + g(x)(y_2'(x))^2 \right] dx.
\end{aligned}$$

Сопоставление этих двух выражений позволяет вполне очевидно усмотреть их полное несоответствие друг другу или, иначе говоря, убедиться в том, что $I[y_1(x) + y_2(x)] \neq I[y_1(x)] + I[y_2(x)]$. А последнее и подтверждает первоначальное утверждение о нелинейности рассматриваемого функционала.

Аналогичным образом определяется также понятие линейного функционала от многих функциональных переменных. Рассмотрим, к примеру, функционал трех функциональных переменных $I = I[x(t), y(t), z(t)]$. Этот функционал будет называться линейным, если выполнены условия:

1. $I = I[ax(t), ay(t), az(t)] = aI[x(t), y(t), z(t)]$.
2. $I[x_1(t) + x_2(t), y_1(t) + y_2(t), z_1(t) + z_2(t)] =$
 $= I[x_1(t), y_1(t), z_1(t)] + I[x_2(t), y_2(t), z_2(t)]$.

Например, линейным является функционал трех функциональных переменных $I = \int_a^b [P(t)x(t) + Q(t)y(t) + R(t)z(t)] dt$, где роль функциональных переменных выполняют $x(t), y(t), z(t)$.

1.6.6. Вариация функционала. Как известно, функция $y = f(x)$ называется дифференцируемой, если ее приращение Δy представимо в виде

$$\Delta y = A(x) \Delta x + \beta(x, \Delta x) \Delta x, \quad (I.95)$$

$$\text{где} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \beta(x, \Delta x) = 0; \quad (I.96)$$

при этом выражение $A(x) \Delta x = dy$ называется **дифференциалом функции**. Причем вполне ясно, что дифференциал функции одной переменной есть линейная функция относительно приращения ее аргумента Δx .

Рассмотрим теперь функционал от одной функциональной переменной $I = I[y]$ и найдем аналоги (I.95) и (I.96) в этом случае. Выберем в качестве аналога приращения Δx вариацию δy , а в качестве приращения функции — приращение функционала. Тогда аналогом дифференциала будет линейный относительно δy функционал, который называется **вариацией функционала** и соответственно обозначается как δI . Если приращение функционала может быть представимо в виде

$$\Delta I = L(y, \delta y) + \beta(y, \delta y) |\delta y|, \quad (I.97)$$

$$\text{где} \quad \lim_{|\delta y| \rightarrow 0} \beta(y, \Delta y) = 0, \quad (I.98)$$

а $L(y, \delta y)$ является линейным относительно δy функционалом, то $L(y, \delta y)$ называется **вариацией функционала**:

$$\delta I = L(y, \delta y). \quad (I.99)$$

Таким образом, **вариация функционала** одной функциональной переменной есть главная линейная по отношению к δy часть приращения функционала.

Аналогично описанному вводится понятие линейного функционала от многих функциональных переменных. Напомним, что полным дифференциалом функции n переменных называется главная линейная часть полного приращения функции. Так, если дана функция $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, то

$$\Delta u = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n + \alpha_1 \Delta x_1 + \alpha_2 \Delta x_2 + \dots + \alpha_n \Delta x_n,$$

$$\text{где } \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \alpha_i = 0, \quad i = \overline{1, n}; \quad du = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n.$$

И потому если для функционала $I = I[y_1, y_2, \dots, y_n]$

$$\begin{aligned} \Delta I = & L[y_1, y_2, \dots, y_n, \delta y_1, \delta y_2, \dots, \delta y_n] + \\ & + \beta_1 |\delta y_1| + \beta_2 |\delta y_2| + \dots + \beta_n |\delta y_n|, \end{aligned} \quad (I.100)$$

$$\text{где } \lim_{|\delta y_i| \rightarrow 0} \beta_i = 0,$$

$$\text{а } L(y_1, y_2, \dots, y_n, \delta y_1, \delta y_2, \dots, \delta y_n) = \delta I \quad (I.101)$$

является линейным функционалом относительно вариаций $\delta y_1, \delta y_2, \dots, \delta y_n$, то этот функционал называется вариацией функционала от n функциональных переменных. Таким образом, вариация функционала от n функциональных переменных есть главная линейная по отношению к вариациям функций $\delta y_1, \delta y_2, \dots, \delta y_n$ часть приращения функционала.

В связи с отмеченным обратим внимание также на то, что при исследовании функционалов вариация функционала выполняет роль, аналогичную той, которую выполняет при исследовании функций дифференциал.

Здесь стоит отметить, что введенную выше вариацию обычно называют вариацией первого порядка (аналогично дифференциал первого порядка). Можно ввести понятие вариаций более высокого порядка аналогично тому, как это делается для дифференциалов более высокого порядка. Введем понятие вариации более высокого порядка для функционала от одной функциональной переменной. С этой целью рассмотрим функцию $I = I[y + \lambda \delta y]$ переменного λ при фиксированном y и δy и разложим ее в ряд Тейлора по степеням λ в окрестности точки $\lambda = 0$. В результате получим

$$\begin{aligned} I[y + \lambda \delta y] = & I[y] + \left\{ \frac{d}{d\lambda} I[y + \lambda \delta y] \right\} \Big|_{\lambda=0} \lambda + \\ & + \frac{1}{2!} \left\{ \frac{d^2}{d\lambda^2} I[y + \lambda \delta y] \right\} \Big|_{\lambda=0} \lambda^2 + \frac{1}{3!} \left\{ \frac{d^3}{d\lambda^3} I[y + \lambda \delta y] \right\} \Big|_{\lambda=0} \lambda^3 + \dots \end{aligned}$$

Заметим, что выражения в фигурных скобках как раз и представляют соответственно вариации первого, второго и т. д. порядков. Таким образом, вариацией k -го порядка функционала называется значение производной того же порядка по λ при $\lambda = 0$ от функционала $I = I[y + \lambda \delta y]$:

$$I[y + \lambda \delta y] - I[y] = \left\{ \frac{d}{d\lambda} I[y + \lambda \delta y] \right\} \Big|_{\lambda=0} \lambda + \frac{1}{2!} \left\{ \frac{d^2}{d\lambda^2} I[y + \lambda \delta y] \right\} \Big|_{\lambda=0} \lambda^2 + \dots$$

Пусть теперь считается, что $I[y + \delta y] - I[y] = \Delta I$. Кроме того, заменяя в разложении Тейлора λ на единицу и обозначая фигурные скобки соответствующими вариациями, придем к следующему соотношению

$$\Delta I = \delta I[y, \delta y] + \frac{1}{2!} \delta^2 I[y, \delta y] + \frac{1}{3!} \delta^3 I[y, \delta y] + \dots \quad (I.102)$$

Отсюда, кстати говоря, можно заключить, что каждая последующая вариация получается с помощью варьирования предыдущей, т. е. $\delta^2 I = \delta[\delta I]$, $\delta^3 I = \delta[\delta^2 I]$, в процессе которого δy считается не зависящей от y . Важно здесь и то, что аналогично дифференциалам, каждая последующая вариация имеет на единицу больший порядок малости, чем предыдущая.

Введем теперь вариации более высокого порядка для функционалов от n функциональных переменных. Причем ради упрощения изложения возьмем функционал от двух функциональных переменных: $I = I[y, z]$.

Рассмотрим $I = I[y + \lambda \delta y, z + \mu \delta z]$ как функцию двух переменных λ и μ при фиксированных $y, \delta y, z, \delta z$ и разложим ее в ряд Маклорена по λ, μ :

$$\begin{aligned} I[y + \lambda \delta y, z + \mu \delta z] &= I[y, z] + \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} I[y + \lambda \delta y, z + \mu \delta z] \right\} \Big|_{\substack{\lambda=0 \\ \mu=0}} \lambda + \\ &+ \left\{ \frac{\partial}{\partial \mu} I[y + \lambda \delta y, z + \mu \delta z] \right\} \Big|_{\substack{\lambda=0 \\ \mu=0}} \mu + \frac{1}{2!} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} I[y + \lambda \delta y, z + \mu \delta z] \right\} \Big|_{\substack{\lambda=0 \\ \mu=0}} \lambda^2 + \\ &+ \frac{1}{2!} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \lambda \partial \mu} I[y + \lambda \delta y, z + \mu \delta z] \right\} \Big|_{\substack{\lambda=0 \\ \mu=0}} \lambda \mu + \\ &+ \frac{1}{2!} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} I[y + \lambda \delta y, z + \mu \delta z] \right\} \Big|_{\substack{\lambda=0 \\ \mu=0}} \mu^2 + \dots \end{aligned}$$

Заменяя здесь λ и μ на единицу и обозначая фигурные скобки соответствующими вариациями, окончательно получим

$$\Delta I = \delta_y I[y, \delta y, z, \delta z] + \delta_z I[y, \delta y, z, \delta z] + \frac{1}{2!} (\delta_{yy}^2 I + 2\delta_{yz}^2 I + \delta_{zz}^2 I) + \dots \quad (I.103)$$

1.6.7. Необходимое условие экстремума функционала. Хорошо известно, что необходимое условие экстремума функции состоит в равенстве нулю дифференциала первого порядка. Продолжая принятую аналогию, вполне резонно можно ожидать, что если функционал достигает экстремума на каких-либо функциях $y_{i0}(x)$, то на этих функциях вариация первого порядка от функционала равна нулю. Таким образом, необходимое условие экстремума функционала запишется в виде

$$\delta I[y_{i0}(x), \delta y_i] = 0. \quad (I.104)$$

Для функционала $I = I[y_1, y_2, \dots, y_n]$ функции $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$, на которых существует вариация функционала, называются **допустимыми**. Если на этих функциях вариация функционала равна нулю, то функции называются **экстремалиями** или, говоря иными словами, **стационарными**. Нужно сказать также и о том, что последнее название аналогично понятию стационарных точек. Далее стоит подчеркнуть, что экстремали всегда относятся к классу допустимых функций.

Стоит отметить, что во многих конкретных задачах класс допустимых функций ограничивают дополнительными условиями:

$$y(a) = y_a, \quad y(b) = y_b, \quad (I.105)$$

где y_a и y_b – суть заданные величины.

Впрочем, поскольку условие (I.104) должно выполняться для любой вариации функции, то для условий (I.105) имеем

$$\delta y(a) = 0; \quad \delta y(b) = 0. \quad (I.106)$$

1.6.8. Дифференциальные уравнения экстремалей. Канонические уравнения. Поставим задачу выражения необходимого условия экстремума

функционала $I = \int_a^b F(x, y, y') dx$ через $F(x, y, y')$ и ее производные при выполнении условий (I.105). Для этого воспользуемся выражением

$$\delta I = \int_a^b \left(\frac{\partial F}{\partial y} \delta y + \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y' \right) dx.$$

Применим далее ко второму слагаемому выражения в скобках интегрирование по частям $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$. Тогда будем иметь $u = \frac{\partial F}{\partial y'}$, $du = d \frac{\partial F}{\partial y'}$ и, следовательно, $dv = \delta y' dx$; $\delta y' = \delta \frac{d x}{d y}$. Но поскольку $\delta z = z_2(x) - z_1(x)$,

$$\text{то } \delta \frac{d y}{d x} = \left(\frac{d y}{d x} \right)_2 - \left(\frac{d y}{d x} \right)_1 = \frac{d}{d x} [y_2(x) - y_1(x)] = \frac{d}{d x} \delta y.$$

Таким образом, окончательно имеем $\delta y' = \frac{d}{d x} \delta y$, откуда видно, что вариация производной равна производной от вариации функции.

Несложно также убедиться в том, что $dv = \delta y' dx = \frac{d}{dx} \delta y dx = d \delta y$, а $dv = d \delta y$ и $dv = d \delta y$; $v = \delta y$.

Примем теперь, что $\frac{\partial F}{\partial y'} = \varphi(x, y, y')$. Тогда получим

$$du = d \frac{\partial F}{\partial y'} = d\varphi(x, y, y') = \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial y'} dy';$$

$$dy = y' dx; \quad dy' = y'' dx;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y'} = \frac{\partial^2 F}{(\partial y')^2};$$

$$du = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'} + \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'} y' + \frac{\partial^2 F}{(\partial y')^2} y'' \right) dx;$$

$$\int_a^b \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y' dx = \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y \Big|_a^b - \int_a^b \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'} + \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'} y' + \frac{\partial^2 F}{(\partial y')^2} y'' \right) \delta y dx$$

или

$$\int_a^b \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y' dx = \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y \Big|_a^b - \int_a^b \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \delta y dx.$$

Причем выражение

$$\frac{\partial F}{\partial y'} \delta y \Big|_a^b = \frac{\partial F(b)}{\partial y'} \delta y(b) - \frac{\partial F(a)}{\partial y'} \delta y(a) = 0,$$

так как $\delta y(a) = \delta y(b) = 0$.

Последние условия предполагают, что все допустимые функции проходят через точки a и b . Если же все допустимые функции проходят через две различные неподвижные точки, то такая задача называется **вариационной задачей с неподвижными концами**.

Обратим внимание на то, что вариацию (I.104) можно записать еще и так:

$$\delta I = \int_a^b \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \delta y dx = 0 \quad (\text{I.107})$$

или

$$\delta I = \int_a^b \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'} + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'} y' + \frac{\partial^2 F}{(\partial y')^2} y'' \right) \right] \delta y dx = 0. \quad (\text{I.108})$$

Равенство нулю выражений (I.107), (I.108) должно выполняться для вариации любой функции в интервале (a, b) , взятой из класса допустимых функций. Это возможно, если квадратная скобка, стоящая под знаком интеграла, будет равна нулю для $x \in (a, b)$, т. е.

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0 \quad (\text{I.109})$$

или

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'} - \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'} y' - \frac{\partial^2 F}{(\partial y')^2} y'' = 0. \quad (\text{I.110})$$

Среди решений дифференциального уравнения (I.109) или (I.110) следует искать экстремали. Поэтому уравнение (I.109) или (I.110) получило название уравнения экстремалей. Кстати говоря, уравнение (I.109) или (I.107) было получено впервые Л. Эйлером и поэтому оно называется еще уравнением Эйлера. Отметим здесь также то, что уравнения (I.109), (I.110) являются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Рассмотрим теперь некоторые частные случаи этих уравнений.

1. Для функционала (I.80), как видно из (I.109), уравнение Эйлера имеет вид $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$. Это не дифференциальное уравнение, а потому оно лишь в исключительных случаях будет иметь решение.

2. Если $F(x, y, y')$ не зависит явно от x , т. е. $F(x, y, y') = \varphi(y, y')$, то тогда $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y'} = 0$ и уравнение Эйлера примет вид

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial y'} y' - \frac{\partial^2 F}{(\partial y')^2} y'' = 0. \quad (\text{I.111})$$

Легко видеть, что последнее уравнение интегрируется в общем виде. Действительно, умножив уравнение на y' , получим $y'F'_y - (y')^2 F''_{yy'} - y'y''F''_{y'y'} = 0$, но одновременно также является вполне понятным, что

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \{ F(y, y') - y'F'_{y'}(y, y') \} &= F'_y y' + F'_{y'} y'' - F'_{y'} y'' - \\ &- (y')^2 F''_{yy'} - y'y''F''_{y'y'} = y'F'_y - (y')^2 F''_{yy'} - y'y''F''_{y'y'} = 0. \end{aligned}$$

В результате, уравнение Эйлера запишется как

$$\frac{d}{dx} (F - y'F'_{y'}) = 0,$$

а его первый интеграл будет таков:

$$F - y'F'_{y'} = C. \quad (\text{I.112})$$

Если можно разрешить это равенство относительно y' , т. е. $y' = \psi(C, y)$, то придем к дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными

$$\frac{dy}{\psi(C, y)} = dx,$$

откуда следует, что $x = \gamma(C, y) + C_1$, где C_1 – новая произвольная постоянная.

Таким образом, получили уравнение экстремали. Используя далее условия $y(a) = y_a$ и $y(b) = y_b$, найдем произвольные постоянные, т. е. из всех экстремалей выделим ту, где функционал может быть принимает экстремальное значение.

3. Представляется интересным, что весьма важным частным случаем предшествующего пункта является тот, для которого

$$F(x, y, y') = \varphi(y, y') = \psi(y)\sqrt{1 + (y')^2}.$$

Тогда из (I.110) с учетом того, что

$$F'_{y'} = \psi(y) \frac{(y')^2}{\sqrt{1 + (y')^2}},$$

имеем

$$\psi(y)\sqrt{1 + (y')^2} - \psi(y) \frac{(y')^2}{\sqrt{1 + (y')^2}} = C$$

или, в несколько иной форме записи, –

$$\frac{\psi(y)}{\sqrt{1 + (y')^2}} = C.$$

Решим это уравнение:

$$\psi(y) = C\sqrt{1 + (y')^2}; \quad (y')^2 = \frac{\psi^2(y)}{C^2} - 1; \quad y' = \sqrt{\frac{\psi^2(y)}{C^2} - 1};$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{\psi^2(y)}{C^2} - 1}; \quad \frac{dy}{\sqrt{\frac{\psi^2(y)}{C^2} - 1}} = dx; \quad \int \frac{dy}{\sqrt{\frac{\psi^2(y)}{C^2} - 1}} = x + C_1.$$

Это общее решение уравнения Эйлера с произвольными постоянными C и C_1 .

4. Рассмотрим теперь случай, когда функция $F(x, y, y')$ не зависит от y , т. е. $F(x, y, y') = \lambda(x, y')$. Тогда $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$, а из (I.109) имеем

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial \lambda(x, y')}{\partial y'} = C.$$

Если это уравнение можно разрешить относительно y' в виде $y' = \mu(x, C)$,

то y представляется возможным записать так: $y = \int_a^x \mu(t, C) dt + C_1$.

Выведем теперь необходимое условие экстремума функционала (I.83). Из равенства нулю функционала при $\delta y_i(a) = 0$; $\delta y_i(b) = 0$ получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial y'_i} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (\text{I.113})$$

решения которой представляют экстремали. Заметим, что уравнения (I.113) называются уравнениями Эйлера – Лагранжа.

Для функционала (I.82) с условиями $\delta y(a) = 0$; $\delta y(b) = 0$ вариацию можно представить в виде

$$\delta I = \int_a^b \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) - \frac{d^3}{dx^3} \left(\frac{\partial F}{\partial y'''} \right) + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} \left(\frac{\partial F}{\partial y^{(n)}} \right) \right] \delta y dx. \quad (I.114)$$

Причем выражение (I.114) получается применением метода интегрирования по частям к каждому, начиная со второго, слагаемому, подынтегральной функции вариации. Равенство $\delta I = 0$ при $\delta y(a) = 0$; $\delta y(b) = 0$ возможно при условии, что

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial y''} \right) - \frac{d^3}{dx^3} \left(\frac{\partial F}{\partial y'''} \right) + \dots + (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} \left(\frac{\partial F}{\partial y^{(n)}} \right) = 0. \quad (I.115)$$

Это обыкновенное дифференциальное уравнение экстремалей называется **уравнением Эйлера – Пуассона**. А дифференциальные уравнения (I.109), (I.110), (I.113), (I.115) экстремалей еще называются **условиями стационарности функционала**. Впрочем является само собой разумеющимся, что указанные решения представляют собой только общее решение задачи. А в технических задачах уравнения (I.109), (I.110), (I.113), (I.115) преобразуются в форму, имеющую достаточно ясный физический смысл. Так, преобразованные уравнения экстремалей получили название **канонических уравнений**. Покажем это на примере системы уравнений (I.113) и с этой целью введем следующие обозначения:

$$p_i = \frac{\partial F}{\partial y'_i} = F_{y'_i}(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_n); \quad i = \overline{1, n}. \quad (I.116)$$

Здесь функции $y_1, y_2, \dots, y_n; p_1, p_2, \dots, p_n$ называются **каноническими переменными** для функционала (I.83), при этом y_i и p_i называются **сопряженными**. Теперь введем так называемую **функцию Гамильтона**

$$H(x, y_1, y_2, \dots, y_n; p_1, p_2, \dots, p_n) = -F + \sum_{i=1}^n y'_i p_i. \quad (I.117)$$

Найдем дифференциал функции H :

$$dH = \frac{\partial H}{\partial x} dx + \sum_{i=1}^n \frac{\partial H}{\partial y_i} dy_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial H}{\partial p_i} dp_i; \quad (I.118)$$

$$dH = -\frac{\partial F}{\partial x} dx - \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial y_i} dy_i - \sum_{i=1}^n \frac{\partial H}{\partial y'_i} dy'_i + \sum_{i=1}^n p_i dy'_i + \sum_{i=1}^n y'_i dp_i.$$

С учетом (I.116) получим

$$dH = -\frac{\partial F}{\partial x} dx - \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial y_i} dy_i + \sum_{i=1}^n y'_i dp_i. \quad (I.119)$$

Сравнивая (I.118) и (I.119), получаем

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial x}; \quad \frac{\partial H}{\partial y_i} = -\frac{\partial F}{\partial y_i}; \quad \frac{\partial H}{\partial p_i} = y'_i. \quad (I.120)$$

Пусть функции $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ удовлетворяют уравнению (I.113):

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial y'_i} = 0, \quad i = \overline{1, n},$$

Тогда с учетом (I.116) – (I.120) можно записать

$$\frac{dp_i}{dx} = -\frac{\partial H}{\partial y_i}; \quad \frac{dy_i}{dx} = -\frac{\partial H}{\partial p_i}; \quad i = \overline{1, n}.$$

Заметим, что система $2n$ обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с $2n$ неизвестными функциями y_i и p_i , $i = \overline{1, n}$ называется канонической системой уравнений экстремалей для функционала (I.83).

I.6.9. Достаточные условия экстремума функционалов. Пусть функционал $I = \int_a^b F(x, y, y') dx$ для функции $y = \bar{y}$ принимает стационарное значение, т. е. выполнено условие $\delta I(\bar{y}, \delta y) = 0$. Раньше уже говорилось о том, что максимум или минимум функционала на экстремали определяется знаком его приращения ΔI . И потому отталкиваясь далее от (I.102) с учетом (I.104) получим

$$\Delta I = \frac{1}{2!} \delta^2 I + \frac{1}{3!} \delta^3 I + \dots$$

Пусть знак ΔI определяется знаком $\delta^2 I$, что возможно ввиду малости более высокого порядка следующих за $\delta^2 I$ слагаемых. Тогда знак приращения ΔI определяется знаком выражения

$$\int_a^b \left[F''_{yy} (\delta y)^2 + 2F''_{yy'} \delta y \delta y' + F''_{y'y'} (\delta y')^2 \right] dx = \delta^2 I. \quad (I.121)$$

Как видим, последнее выражение можно рассматривать как аналог квадратичной формы. И поэтому достаточные условия экстремума функционала можно сформулировать по аналогии с достаточными условиями экстремума функций с конечным числом независимых переменных. Причем при выполнении необходимого условия экстремума функционала на экстремали возможны следующие решения.

1. Если $\delta^2 I > 0$ для любого δy , то на экстремали $y = \bar{y}$ функционал

$$I[y(x)] = \int_a^b F(x, y, y') dx \quad (I.122)$$

имеет минимум.

2. Если $\delta^2 I < 0$ для любого δy , то на экстремали $y = \bar{y}$ функционал (I.122) принимает максимум.

3. Если $\delta^2 I$ для любого δy на экстремали $y = \bar{y}$ принимает значения обоих знаков, то на этой экстремали функционал (I.122) экстремума не имеет.

Следует сказать, что сформулированные условия относятся к относительному (локальному) экстремуму. Говоря же о любой вариации δy_2 , то тут можно выбирать кривые, обладающие по отношению к экстремали определенной близостью. В этом плане отметим, что если вариация δy в достаточных условиях рассматривается на кривых, обладающих нулевой близостью, то относительный экстремум функционала называется **сильным**. Если же вариация рассматривается на кривых, имеющих по отношению к экстремали близость первого порядка, то относительный экстремум называется **слабым**. При этом так же, как и для функций с конечным числом независимых переменных, достаточные условия экстремума функционала можно выразить через коэффициенты выражения (I.121): $F''_{yy}, F''_{yy'}, F''_{y'y'}$.

I.6.10. Условный экстремум. Прежде всего заметим, что задачи на условный экстремум функционалов ставятся и решаются по аналогии с подобными задачами для функций с конечным числом независимых переменных. Рассмотрим указанную задачу. Пусть дан функционал

$$I = \int_{t_1}^{t_2} f(t, x_1, x_2, \dots, x_n; \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) dt \quad (I.123)$$

с n функциями $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, и на эти функции наложены дополнительные связи

$$\varphi_j(t, x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; \quad j = \overline{1, m}; \quad m < n, \quad (I.124)$$

а также граничные условия

$$x_i(t_1) = x_{ia}; \quad x_i(t_2) = x_{ib}, \quad (I.125)$$

удовлетворяющие уравнениям связей.

Поставим теперь задачу на нахождение экстремума функционала (I.123), т. е. на условный экстремум. С целью решения или сведения ее к задаче на безусловный экстремум введем функцию Лагранжа

$$F = f(t, x_1, \dots, x_n; \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n) + \sum_{j=1}^m \lambda_j(t) \varphi_j(t, x_1, \dots, x_n), \quad (I.126)$$

где, в отличие от случая функций с конечным числом независимых переменных, λ_j есть функции независимой переменной t . Составим для функции Лагранжа уравнения Эйлера – Лагранжа

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} \right) = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (I.127)$$

Присоединим далее к этим уравнениям условия (I.124). И, таким образом, придем к системе $m + n$ уравнений, имеющей столько же неизвестных. А граничные условия (I.125) позволяют найти здесь $2n$ произвольных постоянных, вошедших в решения.

Кроме того, следует сказать, что связь (I.124) может зависеть не только от функций, но и производных от этих функций, т. е. связи носят характер дифференциальных уравнений (общая задача Лагранжа):

$$\varphi_j(t, x_1, x_2, \dots, x_n; \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) = 0. \quad (I.128)$$

В этом случае строится функция (I.126) и решаются системы (I.127) и (I.128). Причем в уравнения Эйлера – Лагранжа войдут не только функции $\lambda_j(t)$, но и их производные. Тут стоит подчеркнуть, что связи вида (I.124), не содержащие производных, называются **конечными** или **голономными**, а связи (I.128) – **неголономными** или **дифференциальными**. Также следует сказать и о том, что иногда уравнения связи носят интегральный характер, т. е. задаются в интегральной форме:

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi_j(t, x_1, x_2, \dots, x_n; \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) dt = l_j. \quad (\text{I.129})$$

Представляется интересным, что уравнения (I.129) называются **изопериметрическими (или интегральными)** условиями, а соответствующая задача – **изопериметрической**. Примером этому может служить упомянутая ранее в разделе I.6.2 **задача Дидо**. Заметим теперь, что задачу с интегральными связями иногда удобно свести к задаче с дифференциальными связями следующими рассуждениями. Для чего вначале рассмотрим интеграл

$$\int_{t_1}^{t_2} \varphi_j(\tau, x_1, x_2, \dots, x_n; \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) d\tau = y_j(t) \quad (\text{I.130})$$

и, продифференцировав его, получим уравнение дифференциальных связей:

$$\dot{y}_j(t) - \varphi_j(\tau, x_1, x_2, \dots, x_n; \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) = 0; \quad j = \overline{1, m}, \quad m < n. \quad (\text{I.131})$$

Далее дополним (I.131) условием, что при $t = t_2$; $y_j(t_2) = l_j$, что, тем самым, формально позволяет свести данную задачу к предыдущему случаю. Однако поскольку для интегральных связей (I.129) множители Лагранжа λ_j не зависят от времени, то функция Лагранжа записывается в виде

$$F = f + \sum_{j=1}^m \lambda_j \varphi_j, \quad (\text{I.132})$$

где φ_j – подынтегральная функция (I.129).

I.6.11. Вариационные задачи с подвижными концами. Пусть дана функция $F(x, y, y')$ и в плоскости две кривые $\varphi(x)$ и $\psi(x)$. Примем в качестве класса допустимых дифференцируемые функции $y = f(x)$, концы которых лежат на $\varphi(x)$ и $\psi(x)$. Требуется найти экстремум функционала

$$I = \int_{\gamma} F(x, y, y') dx, \quad (\text{I.133})$$

где интегрирование ведется вдоль кривой $y(x)$, которая показана на рис. I.5. Пусть из уравнения Эйлера

$$F'_y - \frac{d}{dx} F'_{y'} = 0 \quad (\text{I.134})$$

найдена экстремаль $y = y(x)$, аргумент x которой, в свою очередь, зависит от координат точек пересечения $y(x)$ с $\varphi(x)$ и $\psi(x)$. Обозначим текущие координаты пересечения (α, β) . Тогда является вполне очевидным, что точки пересечения на кривых $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ будут $x_0(\alpha, \beta)$ и $x_1(\alpha, \beta)$.

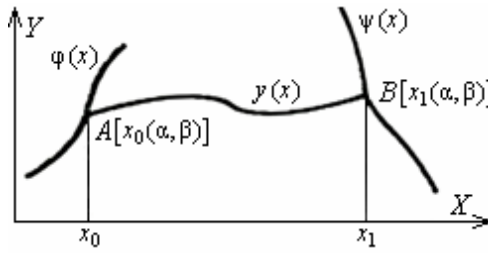


Рис. I.5. К нахождению экстремума функционала

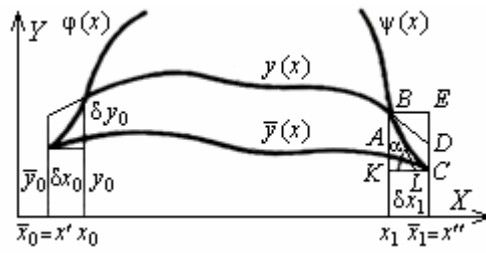


Рис. I.6. К нахождению расстояния между кривыми

С учетом этого задача (I.133) может быть записана как задача об экстремуме функционала двух переменных α и β таким образом:

$$I = \int_{x_0(\alpha, \beta)}^{x_1(\alpha, \beta)} F[x, y(x, \alpha, \beta), y'(x, \alpha, \beta)] dx. \quad (I.135)$$

И потому уже из такой постановки задачи ясно, что для нахождения экстремали

$$y = y(x, \alpha, \beta) \quad (I.136)$$

одного уравнения (I.134) недостаточно, поскольку нужно иметь еще два дополнительных условия для нахождения α и β . А для того, чтобы вывести эти условия, рассмотрим обобщение понятия расстояния между кривыми $y(x)$ и $\bar{y}(x)$ (рис. I.6). Определим кривые на наибольшей области определения $y(x)$ и $\bar{y}(x)$, для чего продлим недостающую часть на кривой отрезком касательной, проведенной в концевой точке. Обозначим эту область как (x', x'') , а продленные кривые обозначим также $y(x)$ и $\bar{y}(x)$.

Расстоянием между кривыми $y(x)$ и $\bar{y}(x)$ назовем наибольшее из следующих чисел:

$$\max_{x' \leq x \leq x''} |\bar{y}(x) - y(x)|; \quad \max_{x' \leq x \leq x''} |\bar{y}'(x) - y'(x)|; \\ \rho_0 = \sqrt{(x_0 - \bar{x}_0)^2 + (y_0 - \bar{y}_0)^2}; \quad \rho_1 = \sqrt{(x_1 - \bar{x}_1)^2 + (y_1 - \bar{y}_1)^2}. \quad (I.137)$$

Принято считать, что кривые будут называться **бесконечно близкими**, если расстояние между ними бесконечно мало. Найдём теперь приращение функционала на кривых $y(x)$ и $\bar{y}(x)$: $\Delta I = I(\bar{y}) - I(y)$. Введем обозначения $\bar{x}_0 - x_0 = \delta x_0$; $\bar{y}_0 - y_0 = \delta y_0$ и $\bar{x}_1 - x_1 = \delta x_1$; $\bar{y}_1 - y_1 = \delta y_1$.

Используя далее (I.133), получим

$$I[\bar{y}] = \int_{\bar{x}_0}^{\bar{x}_1} F(x, \bar{y}, \bar{y}') dx = \int_{x_0}^{x_1} F(x, \bar{y}, \bar{y}') dx - \int_{x_0}^{x_0 + \delta x_0} F dx + \int_{x_1}^{x_1 + \delta x_1} F dx; \\ I[y] = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y') dx.$$

Принимая во внимание последние соотношения, находим ΔI с точностью до членов, линейных относительно вариаций δx_0 , δx_1 и δy_0 :

$$\begin{aligned} \Delta I \cong & -F(x, y, y') \Big|_{x=x_0} \delta x_0 - \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y \Big|_{x=x_0} + F(x, y, y') \Big|_{x=x_1} \delta x_1 + \\ & + \frac{\partial F}{\partial y'} \delta y \Big|_{x=x_1} + \int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \delta y dx, \end{aligned}$$

где считаем, что $\bar{y}(x) - y(x) = \delta y$.

Установим связь между вариациями $[\delta y] \Big|_{x=x_0}$, $[\delta y] \Big|_{x=x_1}$ и вариациями координат. Из рис. I.6 легко убедиться в том, что $[\delta y] \Big|_{x=x_1} = \delta y_1 - y'(x_1) \delta x_1$ и $[\delta y] \Big|_{x=x_0} = \delta y_0 - y'(x_0) \delta x_0$. Выполняя далее преобразования вариации функционала с учетом полученных выражений, придем к следующему:

$$\begin{aligned} \Delta I \cong & -F(x, y, y') \Big|_{x=x_0} \delta x_0 - \left[\frac{\partial F(x_0)}{\partial y'} \delta y_0 - \frac{\partial F}{\partial y'} y'(x_0) \delta x_0 \right] + F(x, y, y') \Big|_{x=x_1} \delta x_1 + \\ & + \left[\frac{\partial F(x_1)}{\partial y'} \delta y_1 - \frac{\partial F}{\partial y'} y'(x_1) \delta x_1 \right] + \int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \delta y dx; \quad (I.138) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta I \approx & - \left[F(x, y, y') - y' \frac{\partial F}{\partial y'} \right] \Big|_{x=x_0} \delta x_0 + \left[F(x, y, y') - y' \frac{\partial F}{\partial y'} \right] \Big|_{x=x_1} \delta x_1 + \\ & + \left[\frac{\partial F(x_1)}{\partial y'} \delta y_1 - \frac{\partial F(x_0)}{\partial y'} \delta y_0 \right] + \int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \delta y dx. \quad (I.139) \end{aligned}$$

И теперь, наконец, можно записать вариацию функционала ΔI в виде

$$\Delta I = \int_{x_0}^{x_1} \left[\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) \right] \delta y dx + \delta I_2 = \delta I_1 + \delta I_2, \quad (I.140)$$

где δI_2 называется вариацией функционала на концах интервала, а δI_1 — внутри интервала. Если $y(x)$ есть экстремаль, то вариация внутри интервала будет равна нулю и останется лишь вариация на концах интервала:

$$\begin{aligned} \delta I_2 = & \left[F(x, y, y') - y' \frac{\partial F}{\partial y'} \right] \Big|_{x=x_1} \delta x_1 + \frac{\partial F}{\partial y'}(x_1) \delta y_1 - \\ & - \left\{ \left[F(x, y, y') - y' \frac{\partial F}{\partial y'} \right] \Big|_{x=x_0} \delta x_0 + \frac{\partial F}{\partial y'}(x_0) \delta y_0 \right\}. \quad (I.141) \end{aligned}$$

Выразим вариации δy_0 и δy_1 через функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$. Из рис. I.6, заменяя отрезок кривой $\psi(x)$ отрезком касательной к ней в точке B , из треугольника BKL получим $BK = KL \operatorname{tg} \alpha$, но $KL \approx \delta x_1$, а $\operatorname{tg} \alpha \approx \psi'(x_1)$. Тогда $BK \approx \psi'(x_1) \delta x_1$. С другой же стороны имеем $BK \approx \delta y_1$. И, следовательно, $\delta y_1 \approx \psi'(x_1) \delta x_1$ и $\delta y_0 \approx \psi'(x_0) \delta x_0$.

Далее, используя (I.141), получим

$$\delta I_2 = \left[F(x, y, y') - y' \frac{\partial F}{\partial y'} \right] \Big|_{x=x_1} \delta x_1 + \frac{\partial F}{\partial y'} \Big|_{x=x_1} \psi'(x_1) \delta x_1 - \\ - \left\{ \left[F(x, y, y') - y' \frac{\partial F}{\partial y'} \right] \Big|_{x=x_0} \delta x_0 + \frac{\partial F}{\partial y'} \Big|_{x=x_0} \varphi'(x_0) \delta x_0 \right\}. \quad (\text{I.142})$$

Само собой разумеется, что для того чтобы кривая $y(x)$ была экстремалью, необходимо выполнение равенства $\delta I = 0$ или, иными словами, должны выполняться равенства $\delta I_1 = 0$ и $\delta I_2 = 0$, а последнее возможно, если

$$\left[F + \frac{\partial F}{\partial y'} (\psi' - y') \right] \Big|_{x=x_1} = 0; \quad \left[F + \frac{\partial F}{\partial y'} (\varphi' - y') \right] \Big|_{x=x_0} = 0. \quad (\text{I.143})$$

Следует заметить, что условия (I.143) получили название **условий трансверсальности**. Принимая их во внимание, а также опираясь на предшествующие соображения, можно сформулировать порядок решения поставленной выше вариационной задачи с подвижными концами таким образом:

1. Решаем уравнение Эйлера (I.134), из которого определяем экстремали $y = y(x, \alpha, \beta) = f(x, \alpha, \beta)$.

2. К уравнениям (I.143) добавляем два уравнения пересечения кривой $f(x, \alpha, \beta)$ с кривыми $\varphi(x)$ и $\psi(x)$:

$$f(x_0, \alpha, \beta) = \varphi(x_0); \quad f(x_1, \alpha, \beta) = \psi(x_1), \quad (\text{I.144})$$

из которых определяем четыре неизвестных: α , β , x_0 и x_1 . При этом, если $F = A(x, y) \sqrt{1 + (y')^2}$, то условие трансверсальности запишем в виде

$$A(x, y) \sqrt{1 + (y')^2} + (\varphi' - y') \frac{Ay'}{\sqrt{1 + (y')^2}} = 0; \\ A(x, y) [1 + (y')^2] + Ay' \varphi' - A(x, y) (y')^2 = 0$$

или, что то же самое,

$$A(x, y) [1 + \varphi' y'] = 0.$$

Если же $A(x, y) \neq 0$, то $1 + \varphi' y' = 0$ или $\varphi' y' = -1$. И теперь вспоминаем, что это есть условие перпендикулярности двух кривых. Следовательно, понятие трансверсальности является некоторым обобщением понятия ортогональности.

1.6.12. Прямые методы в вариационном исчислении. Начнем с напоминания, что вариационная задача

$$I = \int_a^b F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_n) dx \quad (\text{I.145})$$

при $y_i(a) = A_i$; $y_i(b) = B_i$ и $i = \overline{1, n}$ сводится к решению системы дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \right) = 0; \quad i = \overline{1, n} \quad (\text{I.146})$$

с граничными условиями

$$y_i(a) = A_i; y_i(b) = B_i. \quad (\text{I.147})$$

Также хорошо известно, что решение подобных систем в конечном виде возможно в исключительно редких случаях, а потому, естественно, были предприняты шаги по отысканию приближенных методов решения поставленных вариационных задач. Эти методы получили название прямых методов решения вариационных задач, а их суть состоит в рассмотрении вариационной задачи как предельной задачи на экстремум функции многих переменных. Поясним указанное на примере функционала

$$I[y] = \int_a^b F(x, y, y') dx. \quad (\text{I.148})$$

Допустим, что функция $y(x)$ разлагается в ряд, к примеру, степенной

$$y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n \quad (\text{I.149})$$

или тригонометрический

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad (\text{I.150})$$

или любой функциональный

$$y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \varphi_n(x). \quad (\text{I.151})$$

Считая ряд (I.151) равномерно сходящимся, а функцию $F(x, y, y')$ допускающей разложение в ряд по функциям $\varphi_n(x)$, получим функционал

$$I[y] = \psi(C_1, C_2, \dots, C_n, \dots)$$

от бесконечного множества независимых переменных. Отсюда и вытекает, что вариационные задачи представляют собой обычные задачи на экстремум с бесконечным числом переменных. При этом в прямых методах (например, в методе Ритца) выбирается конечное число функций $\varphi_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ и решается задача на экстремум с конечным числом переменных $C_1, C_2, \dots, C_n$. А уже затем, если известен общий вид коэффициентов C_n , совершая предельный переход при $n \rightarrow \infty$, получают решение вариационной задачи.

Теперь рассмотрим, останавливаясь на наиболее важных моментах, метод Ритца. Пусть требуется найти экстремум квадратичного функционала

$$I[y] = \int_a^b [P(x)(y')^2 + Q(x)y^2 + R(x)y] dx \quad (I.152)$$

с условиями

$$y(a) = y_a \text{ и } y(b) = y_b. \quad (I.153)$$

Запишем для этого функционала уравнение Эйлера

$$\begin{aligned} F(x, y) &= P(x)(y')^2 + Q(x)y^2 + R(x)y; \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= 2Q(x)y + R(x); \quad \frac{\partial F}{\partial y'} = 2P(x)y'; \\ \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) &= 2P'(x)y' + 2P(x)y''; \quad \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0; \\ P(x)y'' + P'(x)y' - Q(x)y - \frac{R(x)}{2} &= 0; \end{aligned} \quad (I.154)$$

$$(P(x)y')' - Q(x)y = \frac{R(x)}{2}. \quad (I.155)$$

Поскольку уравнение (I.154) является линейным с переменными коэффициентами, то нахождение его решения представляет собой определенные трудности. Поэтому приближенное уравнение экстремали с использованием метода Ритца находят в виде

$$y(x) = \sum_{i=1}^n C_i \varphi_i(x), \quad (I.156)$$

где функции, называемые базисными (координатными), выбирают удовлетворяющими условиям (I.153), например: $\varphi_i(a) = \varphi_i(b)$, $i = \overline{1, n}$. Также отметим, что в этом случае и (I.156) удовлетворяет условиям (I.153). Обычно в качестве системы функции $\varphi_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ выбирают часть бесконечной системы $\varphi_i(x)$, ($i = 1, 2, \dots, n, n+1, \dots$) линейно независимых функций, определенных и непрерывных на $[a, b]$, например:

$$\varphi_i(x) = \sin \frac{i\pi(x-a)}{b-a}. \quad (I.157)$$

Подставляя далее функции (I.156) в (I.154) и интегрируя полученное выражение, находим $I = I[C_1, C_2, \dots, C_n]$. И теперь необходимое условие экстремума функционала заменяется на условие

$$\frac{\partial I}{\partial C_i} = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (I.158)$$

В конечном итоге, решая затем систему алгебраических уравнений (I.158), найдем C_i , а с ними и функцию $y(x)$.

§ I.7. Задачи управления

I.7.1. Общая постановка задачи управления. Прежде всего заметим, что структурная схема задачи управления состоит из двух звеньев: управляющего органа и объекта управления (рис. I.7). В качестве объекта управления может служить, например, космический эксперимент, экономика отрасли промышленности или организация отрасли, система однотипных судов, машина, система машин, семейный бюджет и т. д. Что же касается управляющего органа, то он со времени возникновения задач управления претерпел огромную эволюцию от простейшего регулятора Ползунова – Уатта до современных вычислительных машин.

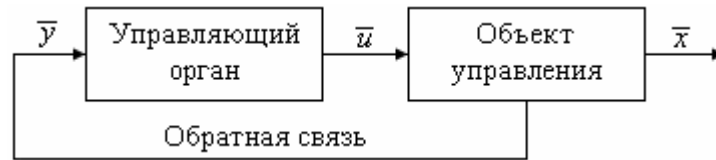


Рис. I.7. Структурная схема задачи управления

Если управление осуществляется без участия человека, то оно называется автоматическим. А характерными примерами этого могут служить автопилот, управляющий полетом самолета, устройство управления процессом вычислений в вычислительной машине и т. п. В свою очередь, системы управления, в которых присутствие человека является обязательным, называются автоматизированными, например, система управления войсками, система управления производством и т. п.

Состояние объекта управления характеризуется n -мерной вектор-функцией, например времени $\bar{X} = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$. Причем здесь функции $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ называются фазовыми координатами. Так, шестимерная вектор-функция времени полностью определяет положение самолета как твердого тела в пространстве, а именно: три координаты определяют положение центра масс, а три – вращение вокруг центра масс. Таким образом, фактически курс самолета это и есть функция, определяющая положение объекта управления – самолета.

Далее укажем на то, что обычно к объекту управления приложены различные внешние возмущения, которые охарактеризуем вектор-функцией $\bar{Z} = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_m(t)]$. Для судна, например, в качестве возмущающих воздействий могут выступать волнение моря, ошибки прогноза, морские течения и пр. А от управляющего органа к объекту управления поступает вектор-функция управления $\bar{U} = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)]$. Причем в качестве пояснения сказанному упомянем то, что при управлении движением судна по заданной траектории роль вектор-функции управления выполняют соответствующие силы, прикладываемые к рулям.

Вектор-функции в реальных задачах практически всегда не только ограничены

$$|\bar{X}| \leq a; \quad |\bar{Z}| \leq b; \quad |\bar{U}| \leq c, \quad (\text{I.159})$$

но и связаны между собой каким-то соотношением. Наиболее развитым в настоящее время является управление, в котором векторы $\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U}$ связаны между собой системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n; u_1, \dots, u_r; z_1, \dots, z_m); \quad i = \overline{1, n}, \quad (\text{I.160})$$

или в векторной форме

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = f(\bar{X}, \bar{U}, \bar{Z}). \quad (\text{I.161})$$

Кроме того, функции f_i должны удовлетворять условиям существования решения системы (I.160), а функция $\bar{U}(t)$ может быть непрерывной, кусочно-непрерывной, кусочно-гладкой. Область определения функции $f(\bar{X}, \bar{U}, \bar{Z})$ обычно ограничена условиями (I.159) и может быть открытой или замкнутой. В общей же постановке векторы $\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U}$ удовлетворяют операторному уравнению

$$L\bar{X} = \varphi(\bar{U}, \bar{Z}, \bar{X}), \quad (\text{I.162})$$

где принято, что L – оператор, определяющий управляемую систему, а φ – известная функция. При этом оператор L может быть не только с обыкновенными, но и с частными производными, а также интегродифференциальным, линейным, нелинейным, алгебраическим, заданным в виде таблицы, графика.

Определим теперь цель управления или целевую функцию. И сразу же отметим, что в большинстве случаев цель управления укладывается в рамки поиска экстремума функционала

$$I = I[\bar{X}, \bar{U}, \bar{Z}]. \quad (\text{I.163})$$

Причем здесь требуется выбрать вектор-функцию $\bar{U} = (u_1, \dots, u_r)$ таким образом, чтобы функционал (I.163), определенный на некотором множестве допустимых функций, удовлетворяющих условиям (I.159), (I.160), имел экстремальное значение. Если функционал (I.163) линеен и условия (I.160) также являются линейными, то управление называется линейным. В этом случае условие (I.162) отсутствует. Линейным также называется управление, в котором (I.160) или (I.161) есть система линейных дифференциальных уравнений. Впрочем, наиболее часто под подзадачами управления понимаются задачи, в которых роль функционала (I.163) выполняет интегральный функционал

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F(x_1, \dots, x_n; u_1, \dots, u_r; z_1, \dots, z_m) dt \quad (\text{I.164})$$

или, в иной форме записи, $I = \int_{t_0}^{t_1} F(\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U}) dt$, где F – заданная функция.

Из предшествующего изложения следует, что каждой функции $\bar{U}(t)$, взятой из области управления для $t_0 \leq t \leq t_1$, отвечает определенное численное значение I . А потому из всех управлений $\bar{U}(t)$ необходимо выбрать только то, при котором I принимает экстремальное значение. Также легко понять, что общая постановка рассматриваемой задачи в зависимости от вида функционала (I.164) разбивается на целый ряд частных задач. Остановимся теперь подробнее на сути этих частных задач.

Задача № 1 или задача о максимальном быстродействии. Нужно сказать, что указанная задача вытекает из (I.164) при

$$F(\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U}) = 1; \quad (I.165) \quad I_1 = \int_{t_0}^{t_1} 1 \cdot dt \rightarrow T_{\min}. \quad (I.166)$$

Заметим, к слову, что одним из наиболее показательных примеров применения этой задачи служит управление судном, где она используется в механизмах регулирования газовыми турбинами, в расчетах оптимальной скорости движения по траектории и т. п.

Задача № 2. Если в (I.164) функция $F(\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U})$ определяет отклонение от установившегося процесса, то тогда говорят об интегральном критерии качества переходных процессов. В этом случае

$$F(\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U}) = \varepsilon^2(t) + \tau_1^2 \dot{\varepsilon}^2 + \tau_2^2 \ddot{\varepsilon}^2 + \dots + \tau_{n-1}^2 (\varepsilon^{(n-1)})^2. \quad (I.167)$$

Здесь τ_i и $i = 1, (n-1)$ – это известные параметры, а

$$I_2 = \int_{t_1}^{t_2} \left[\varepsilon^2 + \tau_1^2 \dot{\varepsilon}^2 + \tau_2^2 \ddot{\varepsilon}^2 + \dots + \tau_{n-1}^2 (\varepsilon^{(n-1)})^2 \right] dt \rightarrow \min. \quad (I.168)$$

Несложно понять, что условие (I.168) означает исключение не только больших отклонений, но и производных от них. И потому этот критерий позволяет достаточно легко минимизировать свободные колебания в колебательных системах. Обратим внимание также на то, что если установившееся движение принять за начало отсчета, то фактические координаты состояния и отклонения будут совпадать. Таким образом, в данном случае получается, что $\varepsilon = x$, а критерий (I.168) можно представить в виде

$$I_2 = \int_{t_1}^{t_2} \left[x^2 + \tau_1^2 \dot{x}^2 + \tau_2^2 \ddot{x}^2 + \dots + \tau_{n-1}^2 (x^{(n-1)})^2 \right] dt. \quad (I.169)$$

Кроме того, если скорость переходного процесса является величиной не существенной (что особенно характерно для медленно протекающих процессов), то вместо (I.169) используют следующее условие:

$$I_3 = \int_{t_1}^{t_2} x^2 dt \rightarrow \min. \quad (I.170)$$

В этом плане важно отметить то, что задача управления курсом самолета с помощью автопилота сводится к задаче минимума I_3 .

Задача № 3. Если функция

$$F(\bar{X}, \bar{Z}, \bar{U}) = x^2 + \tau_1^2 \dot{x}^2 + a_1^2 u^2 + a_2^2 \dot{u}^2, \quad (\text{I.171})$$

то говорят о задаче аналитического конструирования регулятора. Хорошо известно, что указанная задача сводится к нахождению минимума функционала

$$I_4 = \int_{t_0}^{t_1} [x^2 + \tau_1^2 \dot{x}^2 + a_1^2 u^2 + a_2^2 \dot{u}^2] dt. \quad (\text{I.172})$$

Задача № 4 или задача об ограничении энергетических ресурсов. Следует сказать, что эта задача ставится как задача на минимум функционала

$$I_5 = \int_0^T x dt \rightarrow \min \quad (\text{I.173})$$

при выполнении условия

$$I_6 = \int_0^T R y^2 dt = A, \quad (\text{I.174})$$

где параметр A определяет сам факт наличия ресурсов.

1.7.2. Применение вариационного исчисления к задачам управления.

Вообще говоря, в терминах вариационного исчисления может быть сформулирована как прямая задача управления, так и обратная. А именно:

- **прямая задача** – найти экстремум функционала (I.163), в частности (I.164), при наличии связей, заданных уравнениями (I.159), (I.161) или (I.162);
- **обратная задача** – по известному оптимальному решению задачи (I.161) найти оператор L из (I.162) и функционал (I.163). И сразу же обратим внимание читателей на свойственный этой задаче весьма показательный момент, заключающийся в том, что, невзирая на кажущуюся простоту формулировки, обратная проблема вариационного исчисления до сих пор не имеет окончательного решения, по крайней мере, в общей постановке.

Также хорошо известно, что в классической постановке вариационной задачи на входящие в интеграл (I.164) функции и их переменные никаких ограничений типа (I.159) не накладывается и функции предполагаются дифференцируемыми. Однако в задачах управления ни то, ни другое обычно не выполняется. И потому наличие указанных обстоятельств послужило причиной или, иначе говоря, отправной точкой для разработки новых методов решения подобных задач с учетом ограничений вида (I.159), в частности принципа максимума и метода динамического программирования, которые излагаются ниже. Вместе с тем, многие задачи такого класса успешно решаются с использованием классического вариационного исчисления.

Проиллюстрируем сказанное примером на аналитическое конструирование регуляторов. Пусть объект управления описывается дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами

$$a_2 \ddot{x} + a_1 \dot{x} + x = a_3 u. \quad (\text{I.175})$$

Требуется определить закон управления u при переводе объекта из начального $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$ в конечное $x(\infty) = \dot{x}(\infty) = 0$ положение при условии, что

$$I(u) = \int_0^{+\infty} v dt = \int_0^{+\infty} (x^2 + cu^2) dt \rightarrow \min. \quad (\text{I.176})$$

Следовательно, имеем задачу на условный экстремум функционала (I.176) при дифференциальных связях (I.175). Запишем уравнение связи (I.175) в виде

$$\varphi(\ddot{x}, \dot{x}, x, u) = a_2\ddot{x} + a_1\dot{x} + x - a_3u = 0. \quad (\text{I.177})$$

Далее построим функцию Лагранжа (см. раздел I.6.10)

$$F = x^2 + cu^2 + \lambda(t)\varphi(\ddot{x}, \dot{x}, x, u);$$

$$F = x^2(t) + cu^2(t) + \lambda(t)[a_2\ddot{x} + a_1\dot{x} + x - a_3u]. \quad (\text{I.178})$$

Затем составим уравнение Эйлера – Пуассона (см. раздел I.6.10) для двух неизвестных функций $x(t)$ и $u(t)$:

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial F}{\partial \ddot{x}} = 0; \quad (\text{I.179})$$

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{u}} \right) = 0. \quad (\text{I.180})$$

Вычисляя теперь соответствующие производные, получим уравнения Эйлера – Пуассона:

$$2x + \lambda(t) - a_1\dot{\lambda}(t) + a_2\ddot{\lambda}(t) = 0; \quad (\text{I.181})$$

$$2cu + a_3\lambda(t) = 0. \quad (\text{I.182})$$

Присоединив к уравнениям (I.181) и (I.182) уравнение связи (I.177), получим возможность найти $u(t)$, $\lambda(t)$ и $x(t)$. Найдем из уравнений (I.177) и (I.182) $u(t)$, $\lambda(t)$. Подставив их в (I.181), получим:

$$u = \frac{1}{a_3}(a_2\ddot{x} + a_1\dot{x} + x); \quad (\text{I.183})$$

$$\lambda(t) = \frac{2c}{a_3}u = \frac{1}{a_3^2}(a_2\ddot{x} + a_1\dot{x} + x); \quad (\text{I.184})$$

$$ca_2^2\ddot{x} + c(2a_2 - a_1^2)\dot{x} + (a_3^2 + c)x = 0. \quad (\text{I.185})$$

А для (I.185) запишем характеристическое уравнение

$$ca_2^2k^4 + c(2a_2 - a_1^2)k^2 + (a_3^2 + c) = 0.$$

Последовательно деля все члены этого уравнения на коэффициент при первом члене ca_2^2 , получим его в несколько иной форме записи

$$k^4 + \left(\frac{2}{a_2} - \frac{a_1^2}{a_2^2} \right) k^2 + \frac{1}{a_2^2} + \frac{a_3^2}{ca_2^2} = 0. \quad (\text{I.186})$$

Пусть в результате решения характеристического уравнения (I.186) получили четыре различных корня, которые при любых a_1, a_2, a_3 и c можно записать в виде

$$k_1 = -\alpha_1 + \beta_1 j; \quad k_2 = -\alpha_2 + \beta_2 j;$$

$$k_3 = \alpha_1 - \beta_1 j; \quad k_4 = \alpha_2 - \beta_2 j,$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ – неотрицательные. Тогда

$$x = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{k_2 t} + c_3 e^{k_3 t} + c_4 e^{k_4 t}; \quad (\text{I.187})$$

$$\dot{x} = c_1 k_1 e^{k_1 t} + c_2 k_2 e^{k_2 t} + c_3 k_3 e^{k_3 t} + c_4 k_4 e^{k_4 t}. \quad (\text{I.188})$$

По условию задачи при $t \rightarrow \infty$, $x(t) \rightarrow \infty$ и $\dot{x}(t) \rightarrow \infty$, т. е. решение должно быть устойчивым. И потому тогда в решениях (I.187) и (I.188) корни k_3 и k_4 должны быть отброшены. Обозначим теперь $x = x_1$, $\dot{x} = x_2$ и запишем

$$x = x_1 = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{k_2 t}; \quad (\text{I.189})$$

$$\dot{x} = x_2 = c_1 k_1 e^{k_1 t} + c_2 k_2 e^{k_2 t}. \quad (\text{I.190})$$

Теперь согласно установленному порядку необходимо выбрать формулировку управления регулятором. Разумеется, что во многих задачах управления возможны различные формы его представления. В данном же случае при сохранении условий (I.176) управление u , входящее в (I.175), зададим следующим выражением:

$$u = p_1 x + p_2 \dot{x} = p_1 x_1 + p_2 x_2, \quad (\text{I.191})$$

коэффициенты которого p_1 и p_2 следует найти. Для их определения запишем (I.183) с учетом (I.191) как $a_2 \ddot{x} + a_1 \dot{x} + x - a_3 u = 0$ или в другой записи

$$\ddot{x} + \frac{a_1 - a_3 p_2}{a_2} \dot{x} + \frac{1 - a_3 p_1}{a_2} x = 0. \quad (\text{I.192})$$

В свою очередь, характеристическое уравнение, отвечающее (I.192), можно переписать так:

$$k^2 + \frac{a_1 - a_3 p_2}{a_2} k + \frac{1 - a_3 p_1}{a_2} = 0, \quad (\text{I.193})$$

причем здесь представляется интересным то, что корни этого квадратного уравнения k_1 и k_2 также связаны между собой квадратным уравнением

$$k^2 - (k_1 + k_2)k + k_1 k_2 = 0. \quad (\text{I.194})$$

Сопоставив последнее выражение с соотношением (I.193), находим

$$\frac{a_1 - a_3 p_2}{a_2} = k_1 + k_2; \quad \frac{1 - a_3 p_1}{a_2} = k_1 k_2.$$

А, следовательно,

$$p_1 = \frac{1 - a_2 k_1 k_2}{a_3}; \quad p_2 = \frac{a_1 - a_2 (k_1 + k_2)}{a_3};$$

$$u = \frac{1 - a_2 k_1 k_2}{a_3} x + \frac{a_1 - a_2 (k_1 + k_2)}{a_3} \dot{x}. \quad (\text{I.195})$$

Теперь сразу становится понятным, что управление необходимо осуществлять путем измерения выходной координаты x и скорость $\dot{x}$ по (I.195). При этом вполне очевидно также то, что такое управление является оптимальным.

И, наконец, завершая рассмотрение вариационной задачи на аналитическое конструирование регуляторов, заметим, что изложенная методика распространяется на случай, когда (I.195) представляет собой уравнение n -го порядка, а вместо (I.176) взято (I.172).

Перейдем теперь к решению задач вариационного исчисления, в которых на управляющее воздействие наложены связи в виде неравенств. Пусть объект управления описывается системой уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r); \quad i = \overline{1, n}. \quad (\text{I.196})$$

Требуется так подобрать управление $u_1, u_2, \dots, u_r$, чтобы интеграл

$$I = \int_0^T V(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) dt \rightarrow \min \quad (\text{I.197})$$

достиг минимума, где T не фиксировано, а функции V и f_i предполагаются дифференцируемыми по всем своим аргументам. Также по условиям задачи известны начальные значения $x_i(0) = x_{i0}$. При этом на управление наложено дополнительное ограничение

$$\Psi(\bar{u}) = \Psi(u_1, u_2, \dots, u_r) \leq 0. \quad (\text{I.198})$$

И потому с целью учета (I.198) в ограничения вводят так называемую «функцию штрафа» в виде

$$L(\bar{u}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \Psi(\bar{u}) \leq 0; \\ k\Psi^2, & \text{если } \Psi(\bar{u}) > 0, \end{cases} \quad (\text{I.199})$$

где k – достаточно большая величина.

Учитывая изложенное, сформулируем задачу (I.196) – (I.198) следующим образом: необходимо выбрать такое управление, при котором интеграл (I.197) достигает минимума при одновременном соблюдении условия

$$\int_0^T L(\bar{u}) dt = 0. \quad (\text{I.200})$$

Обратим внимание здесь на то, что условие (I.200) является точным, так как при его выполнении будет выполнено первое условие (I.199). Следовательно, вместо минимума интеграла (I.197) необходимо искать минимум интеграла

$$I = \int_0^T [V(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) + L(u_1, u_2, \dots, u_r)] dt \rightarrow \min$$

со связями

$$\dot{x}_i - f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) = 0, \quad i = \overline{1, n},$$

т. е. решать вариационную задачу.

1.7.3. Принцип максимума. Прежде всего заметим, что принцип максимума был предложен академиком Л.С. Понтрягиным и его учениками и реализуем для непрерывных и дискретных процессов. Рассмотрим принцип максимума для непрерывных процессов.

Примем, что движение объекта управления описывается нормальной системой n дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r); \quad i = \overline{1, n}. \quad (I.201)$$

Причем очень характерным здесь есть то, что под t в (I.201) понимается не обязательно время. Пусть управление $\bar{u}(u_1, u_2, \dots, u_r)$ подчинено условиям

$$\varphi_j(u_1, u_2, \dots, u_r) \leq 0; \quad j = \overline{1, m}. \quad (I.202)$$

Если условие, наложенное на управление, представлено в виде

$$\varphi_j(u_1, u_2, \dots, u_r) \leq A_j,$$

то, следовательно, можно записать, что

$$\varphi_j(u_1, u_2, \dots, u_r) - A_j \leq 0. \quad (I.203)$$

Обозначая теперь $\varphi_j(u_1, u_2, \dots, u_r) - A_j$ через Ψ_j , получим:

$$\Psi_j(u_1, u_2, \dots, u_r) \leq 0. \quad (I.204)$$

Пусть вектор управления $\bar{U}(u_1, u_2, \dots, u_r)$ является кусочно-непрерывной функцией своего аргумента t , взятого из области определения управления $\bar{U}(t)$. Напомним, что функция $\bar{U}(t)$ называется кусочно-непрерывной, если она непрерывна для всех рассматриваемых значений $t_0 \leq t \leq T$, за возможным исключением конечного числа точек разрыва первого рода, как это показано на представленном на следующей странице рис. I.8. В последующем будем рассматривать управление $\bar{U}(t)$, определенное в $t_0 \leq t \leq T$, причем будем считать, что при t_0 и T функция $\bar{U}(t)$ непрерывна соответственно справа и слева, а все точки разрыва лежат внутри интервала (t_0, T) . Здесь стоит отметить, что функцию $\bar{U}(t)$, удовлетворяющую указанным условиям, называют допустимой. Примем, что в момент t_0 положение объекта управления определяется вектором $\bar{X}_0(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$ (левый конец), а в момент T — $\bar{X}_1(x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1})$ (правый конец) (рис. I.8). Причем, положение правого конца может быть задано, а может быть и не задано. И потому в зависимости от этого встречаются два типа задач: задачи с фиксированным правым концом и задачи со свободным правым концом.

Опираясь на предшествующие соображения сформулируем теперь задачу управления как задачу о максимальном быстродействии, а именно: среди допустимых управлений $\bar{U}(t)$, под воздействием которых объект управления переходит из заданного положения $\bar{X}_0$ в предписанное положение $\bar{X}_1$, найти такое, для которого этот переход осуществляется за кратчайшее время.

Что же касается более общей постановки задачи, то она сводится к подбору управления, обеспечивающего минимум функционала

$$I[T] = \sum_{i=1}^n C_i x_i(T), \quad (I.205)$$

где T – фиксировано. При этом также предполагается, что $\bar{X}(t_0) = \bar{X}_0$.

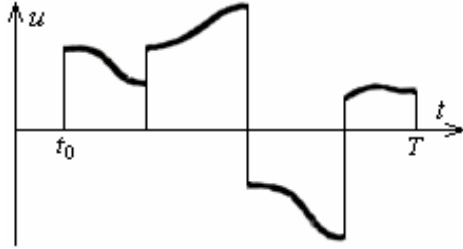


Рис. I.8. К определению кусочно-непрерывной функции

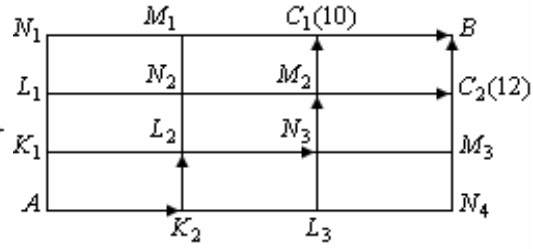


Рис. I.9. К задаче минимизации расходов на строительство

Введение понятия кусочно-непрерывных управлений поясним на следующем характерном примере. Пусть вектор $\bar{U}(u_1, u_2, \dots, u_r)$ определяет положение «руля» корабля. Мгновенное перемещение руля из одного положения в другое означает как раз конечный разрыв функции $\bar{U}(t)$. Способность «руля» мгновенно переходить из одного положения в другое получило название безынерционности руля. При этом, несмотря на то, что в действительности «реальный руль» практически всегда обладает некой инерционностью, введение безынерционного руля позволяет получить точное решение математической задачи выбора оптимального управления.

С целью формулировки принципа максимума задачи (I.201) – (I.205) введем некоторые вспомогательные (так называемые сопряженные) функции $\Psi_i(t)$, число которых равно числу координат фазового пространства, т. е. n . Введем также функцию Гамильтона (I.117). Подчиним далее эти функции следующим условиям:

$$H[\bar{\Psi}, \bar{X}, \bar{U}] = \sum_{i=1}^n \Psi_i f_i(\bar{X}, \bar{U}), \quad i = \overline{1, n}; \quad (I.206)$$

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = -\frac{\partial H(\bar{\Psi}, \bar{X}, \bar{U})}{\partial x_i(t)}, \quad i = \overline{1, n}; \quad (I.207)$$

$$\Psi_i(T) = -C_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (I.208)$$

Функции $\Psi_i(t)$ условиями (I.207), (I.208) и начальным условием $x_i(t_0) = x_{i0}$ определяются однозначно. И потому уравнение (I.201) может быть записано как

$$\frac{dx_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \Psi_i}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (I.209)$$

Теорема (непрерывный принцип максимума). Если кусочно-непрерывное управление $\bar{u}(t)$, $t_0 \leq t \leq T$, удовлетворяющее условиям (I.202), доставляет минимум функционалу (I.205) для процесса, описываемого системой уравнений (I.201) или (I.209), то существует такая ненулевая непрерывная вектор-функция $\bar{\Psi}(t)$, удовлетворяющая условиям (I.207), (I.208), которая вместе с $\bar{u}(t)$ обращает в максимум $H(t)$ для всех $t \in (t_0, T)$, т. е.

$$H(\bar{\Psi}, \bar{X}, \bar{U}) = \max_{\bar{u}} H(\bar{\Psi}, \bar{X}, \bar{U}).$$

1.7.4. Принцип динамического программирования. Начнем с констатации общеизвестного факта, что постановка вариационной задачи в принципе динамического программирования аналогична другим вариационным задачам. С целью же раскрытия существа этого принципа рассмотрим следующую задачу: пусть между пунктами A и B необходимо проложить путь из расчета минимума расходов на строительство. При этом имеется в виду, что по условиям задачи весь путь от пункта A в пункт B разделен на горизонтальные и вертикальные участки (имитирующие реальные виды работ), при движении по которым стоимость строительства считается известной (рис. I.9). Кроме того полагается, что на пути между пунктами A и B имеются различные препятствия, которые необходимо обойти.

Решение поставленной задачи начнем с движения от точки B к точке A по шагам. Как видно из рис. I.9, в точку B можно попасть из точек C_1 и C_2 . Причем затраты на движение из C_1 в B равны десяти, а из C_2 в B — двенадцати условным единицам. Поэтому выбираем участок с наименьшими затратами и ставим стрелку. Сместимся теперь к точкам M_i , $i = 1, 2, 3$. Из точки M_1 можно попасть в B через точку C_1 , при этом затраты, допустим, равны 25 у. е. Из точки M_2 можно попасть в точку B через C_1 и C_2 . Подсчитаем затраты. Оказывается, что в первом случае C_1 затраты равны 28, а во втором C_2 — 26 у. е. Следовательно, оптимальная траектория проходит через C_2 , так как при этом затраты меньше. И потому исключаем из рассмотрения траекторию M_2C_1B . Аналогично рассматриваем точку M_3 . А уже затем, из сравнения стоимостей путей в B из M_1 , M_2 , M_3 находим оптимальный путь. После этого переходим к точкам N_1, N_2, N_3, N_4 и т. д., пока не достигнем точки A .

Таким образом, имеем шаговое управление выбором пути, применение которого и обеспечивает минимальные затраты. Подчеркнем, что именно в этом и состоит идея метода динамического программирования. Причем весьма показательным здесь есть то, что эта идея очень часто вовсе не требует общей математической записи. Впрочем, расчеты всех возможных вариантов (которых в реальных задачах насчитывается, как правило, очень большое количество) представляют почти всегда, к сожалению, значительные трудности.

При математическом оформлении различают непрерывную и дискретную формы уравнений принципа динамического программирования. Пусть, например, объект управления описывается уравнением

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(\bar{X}, \bar{U}) \quad \text{или} \quad \frac{d\bar{X}}{dt} = f(\bar{X}, \bar{U}), \quad (\text{I.210})$$

а минимизирующий функционал имеет вид

$$I = \int_0^T G_1(\bar{X}, \bar{U}) dt + \Psi[\bar{X}(T)], \quad (\text{I.211})$$

где $\Psi[\bar{X}(T)]$ представляет собой конечное состояние системы при фиксированной величине T .

Разобьем интервал T на N равных участков $\Delta = T/N$ и сделаем замену $\frac{dx_i}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x_i}{\Delta t} \approx \frac{\Delta x_i}{\Delta t}$, где $\Delta x_i = x_i(t_k + \Delta t_k) - x_i(t_k) = x_i(k+1) - x_i(k)$, а k – номер участка.

Тогда дифференциальное уравнение (I.210) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &\approx \frac{\bar{X}(k+1) - \bar{X}(k)}{\Delta} = f[\bar{X}(k), \bar{U}(k)]; \\ \bar{X}(k+1) &= \bar{X}(k) + f[\bar{X}(k), \bar{U}(k)] \Delta. \end{aligned} \quad (\text{I.212})$$

Заменим в функционале (I.211) интеграл приближенно интегральной суммой

$$\begin{aligned} I &\cong \sum_{k=0}^{N-1} G_1[\bar{X}(k), \bar{U}(k)] \Delta + \Psi[\bar{X}(N)] = \sum_{k=0}^{N-1} G[\bar{X}(k), \bar{U}(k)] + \Psi[\bar{X}(N)]; \\ I &= G[\bar{X}(0), \bar{U}(0)] + G[\bar{X}(1), \bar{U}(1)] + G[\bar{X}(2), \bar{U}(2)] + \dots + \\ &\quad + G[\bar{X}(N-1), \bar{U}(N-1)] + \Psi[\bar{X}(N)]. \end{aligned}$$

Введем далее обозначения $I_k = G[\bar{X}(k), \bar{U}(k)]$ для $k = 0, 1, 2, \dots, N-2$ и $I_{N-1} = G[\bar{X}(N-1), \bar{U}(N-1)] + \Psi[\bar{X}(N)]$. Но поскольку, как следует из постановки задачи, $\bar{X}(N) = \bar{X}(N-1) + f[\bar{X}(N-1), \bar{U}(N-1)] \Delta$, то тогда имеем $I_{N-1} = G[\bar{X}(N-1), \bar{U}(N-1)] + \Psi[\bar{X}(N-1) + f\Delta]$. Обратим теперь внимание на то, что из этой формулы четко видно, что функционал зависит от положения системы и управления на предыдущем шаге.

В случае непрерывного процесса будем считать заданным (I.210) с любыми начальными условиями $\bar{X}(0) = \bar{X}_0$ и $\bar{U}(0) = \bar{U}_0$. А вместо (I.211) выберем критерий оптимальности

$$I = \int_0^{+\infty} G(\bar{X}, \bar{U}) dt \quad (\text{I.213})$$

и примем, что управление $\bar{U}$ доставляет минимум этому интегралу. Допустим, имеется оптимальная траектория $\bar{X}(t)$ с оптимальным управлением $\bar{U}(t)$, которое обеспечивает минимум функционалу (I.213). Разобьем эту траекторию на два участка: первый – от 0 до $t = \tau$, а второй – от $t = \tau$ до ∞ . Очевидно, что в этом случае интеграл (I.213) может быть представлен так:

$$I = \int_0^{\tau} G(\bar{X}, \bar{U}) dt + \int_{\tau}^{+\infty} G(\bar{X}, \bar{U}) dt. \quad (I.214)$$

При этом является вполне понятным, что если $\bar{X}(t)$ и $\bar{U}(t)$ обеспечивают минимум интегралу (I.213), который будет зависеть от $\bar{X}_0$ и $\bar{U}_0$:

$$\omega(\bar{X}_0, \bar{U}_0) = \min I = \min \int_0^{+\infty} G(\bar{X}, \bar{U}) dt,$$

то эти же функции обеспечивают минимум и интегралам, входящим в (I.214):

$$\omega(\bar{X}_0, \bar{U}_0) = \min \int_0^{\tau} G(\bar{X}, \bar{U}) dt + \min \int_{\tau}^{+\infty} G(\bar{X}, \bar{U}) dt. \quad (I.215)$$

Но так как $\min \int_{\tau}^{+\infty} G(\bar{X}, \bar{U}) dt$ определяется начальным состоянием $\bar{X}$ и $\bar{U}$

в любой момент $t = \tau$, то это означает, что $\min \int_{\tau}^{+\infty} G(\bar{X}, \bar{U}) dt = \omega[\bar{X}(\tau)]$.

Будем считать τ малым, тогда $\omega[\bar{x}(\tau)] = \omega[\bar{x}_0 + \Delta \bar{x}]$ и $\Delta \bar{x} = f(\bar{X}, \bar{U})\tau$, но $\omega[\bar{X}(\tau)] = \omega[\bar{X}_0 + f(\bar{X}, \bar{U})\tau]$.

Применим к функции $\omega[\bar{X}]$ формулу Лагранжа о конечном приращении $\omega(b) - \omega(a) = \omega'(\alpha)(b - a)$ приняв $b = \tau$, $a = 0$ и $a < \alpha < b$. Тогда получим

$$\omega[\bar{X}_0 + f(\bar{X}, \bar{U})\tau] = \omega(\bar{X}_0, \bar{U}_0) + f(\bar{X}_0, \bar{U}_0) \frac{\partial \omega}{\partial \bar{X}} \tau,$$

что приближенно также можно записать как

$$\int_0^{\tau} G(\bar{X}, \bar{U}) dt \cong G(\bar{X}_0, \bar{U}_0)\tau.$$

Теперь выражение (I.215) приобретает вид

$$\omega(\bar{X}_0, \bar{U}_0) = \min \left[G(\bar{X}_0, \bar{U}_0)\tau + \omega(\bar{X}_0, \bar{U}_0) + f(\bar{X}_0, \bar{U}_0) \frac{\partial \omega}{\partial \bar{X}} \tau \right]$$

или, после его упрощения, окончательно имеем:

$$\min \left[G(\bar{X}_0, \bar{U}_0)\tau + f(\bar{X}_0, \bar{U}_0) \frac{\partial \omega}{\partial \bar{X}} \tau \right] = 0. \quad (I.216)$$

Заметим, что для получения минимума по $\bar{U}$ необходимо выражение (I.216) продифференцировать по $\bar{U}_0$ и полученное приравнять к нулю, т. е.

$$\frac{\partial G(\bar{X}_0, \bar{U}_0)}{\partial \bar{U}_0} + \frac{\partial f(\bar{X}_0, \bar{U}_0)}{\partial \bar{U}_0} \frac{\partial \omega}{\partial \bar{X}} = 0. \quad (\text{I.217})$$

Обратим внимание здесь на то, что поскольку $\bar{X}_0$ и $\bar{U}_0$ – произвольные величины, то в уравнениях (I.216) и (I.217) их можно заменить на $\bar{X}$, $\bar{U}$.

Итак, если функции $\bar{X}$ и $\bar{U}$ обеспечивают оптимальный процесс в задаче (I.210), (I.213), то эти функции удовлетворяют векторным уравнениям

$$G(\bar{X}, \bar{U}) + f(\bar{X}, \bar{U}) \frac{\partial \omega}{\partial \bar{X}} = 0; \quad (\text{I.218})$$

$$\frac{\partial G(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} + \frac{\partial f(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} \frac{\partial \omega}{\partial \bar{X}} = 0 \quad (\text{I.219})$$

или координатным уравнениям

$$G(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) + \sum_{i=1}^n f_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = 0; \quad (\text{I.220})$$

$$\frac{\partial G}{\partial u_k} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial u_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = 0; \quad k = \overline{1, r}. \quad (\text{I.221})$$

Из уравнений (I.218) и (I.219) можно исключить $\frac{\partial \omega}{\partial \bar{X}}$ и получить векторное уравнение

$$f(\bar{X}, \bar{U}) \frac{\partial G(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} = G(\bar{X}, \bar{U}) \frac{\partial f(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}}. \quad (\text{I.222})$$

В заключение отметим, что уравнения (I.218) – (I.222) называются уравнениями динамического программирования. Из этих уравнений следует искать две функции: $\bar{U}(t)$ и $\omega(t)$ или $\bar{U}[\bar{X}(t)]$ и $\omega[\bar{X}(t)]$. Однако нужно сказать и о том, что решение уравнений (I.218) – (I.222) представляет собой значительные трудности, так как они нелинейны, а, кроме того, они являются уравнениями с частными производными.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О РАСЧЕТЕ ГИБКИХ НИТЕЙ

Предваряя последующее изложение, прежде всего укажем на то, что в данной книге представлена всесторонняя информация в части расчета, конструирования и проектирования различных высотных инженерных сооружений. А потому можно легко убедиться в том, что из всей существующей в настоящее время гаммы этих сооружений особо выделяются мачты, конструктивное решение которых имеет принципиальную отличительную особенность по сравнению со всеми остальными высотными сооружениями. Причем указанная особенность состоит в том, что в мачтах наряду со свойственными всем высотным сооружениям конструктивными элементами (несущими, связевыми, технологическими, вспомогательными и др.) используются и специфические, т. е. такие, которые отсутствуют в других высотных сооружениях. С учетом сказанного нетрудно догадаться, что речь идет здесь об оттяжках, использование которых и превращает развитую в вертикальном направлении конструкцию не просто в высотное сооружение, но в мачту (иначе говоря, без применения оттяжек эксплуатация указанной высотной конструкции представляется просто неосуществимой). Поскольку с расчетной точки зрения оттяжка представляет собой гибкую упругую нить, то с учетом этого факта далее излагаются основные сведения по расчету гибких упругих нитей.

§ II.1. Вводные замечания. Исходные допущения

I. Будем считать, что рассматриваемые гибкие упругие нити удовлетворяют следующим общепринятым требованиям:

1. Отношение пролета нити к стреле ее провисания находится в пределах $8 \leq l/f < \infty$, т. е. нить принимается пологой. При этом если опоры нити расположены на разных уровнях, то угол наклона к горизонту линии, соединяющей точки ее подвеса, не должен превышать 20° .

2. Жесткость нити на изгиб настолько мала, что ею можно пренебречь, а жесткость нити на растяжение постоянна по длине.

3. Материал нити однороден, изотропен и абсолютно упруг.

Согласно данным литературных источников подавляющее большинство (около 95%) применяемых гибких нитей отвечают этим требованиям.

II. Примем, что при расчете нитей учитываются следующие положения:

1. Перемещения нити считаются не малыми и соизмеримыми со стрелой ее провисания. В связи с этим расчет является нелинейным и ведется по деформированной схеме.

2. Статическая неопределимость относительно распора раскрывается с помощью принципа возможных перемещений. При этом принцип Лагранжа используется в своей строгой постановке, т. е. к перемещениям бесконечно малым, а не конечным.

§ II.2. Общее решение задачи для гибкой упругой нити

Начнем рассмотрение с предположения о том, что гибкая упругая нить с поперечным сечением F и модулем упругости E нагружена произвольной вертикальной нагрузкой $q(x)$ и находится в состоянии равновесия. При выводе разрешающих уравнений выберем в качестве независимой переменной жесткость нити на растяжение $\omega = EF$, а в качестве искомой функции – распор H .

Допустим далее, что жесткость ω получила очень малое, но конечное приращение своей величины, равное $\delta\omega$. Тогда распор H получит некоторое приращение δH , а нить переместится из своего положения равновесия на величину δy (рис. II.1). Выразим теперь эти величины через балочный изгибающий момент M^6 и искомый распор H . Принимая во внимание связывающую эти параметры основополагающую зависимость [25, 119]

$$y = \frac{M^6}{H}, \quad (\text{II.1})$$

перемещение нити δy может быть представлено следующим образом:

$$\delta y = \frac{M^6}{H + \delta H} - \frac{M^6}{H} = -\frac{M^6 \delta H}{H(H + \delta H)}. \quad (\text{II.2})$$

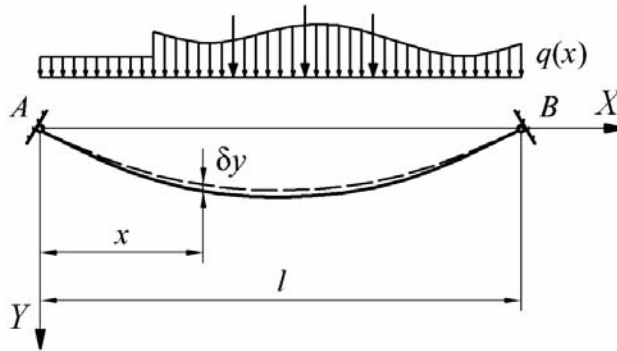


Рис. II.1. К расчету гибкой упругой нити

Найдем работу внешних сил, т. е. нагрузки $q(x)$, на перемещениях δy :

$$U_1 = -\int_0^l \frac{q(x) M^6 \delta H}{H(H + \delta H)} dx = -\frac{D \delta H}{H(H + \delta H)}, \quad (\text{II.3})$$

где D – характеристика нагрузки, вычисляемая по формуле $D = \int_0^l q(x) M^6 dx$.

Определим теперь работу внутренних сил. Упругое удлинение бесконечно малого элемента нити ds можно записать так:

$$\delta ds = \left(\frac{T + \delta T}{\omega + \delta\omega} - \frac{T}{\omega} \right) ds = \frac{\omega \delta T - T \delta\omega}{\omega(\omega + \delta\omega)} ds, \quad (\text{II.4})$$

где T – продольное усилие в нити, а δT – приращение величины этого усилия.

Тогда элементарная работа внутренних сил определится как произведение с обратным знаком упругого удлинения δds на величину действующего в элементе усилия, равную $T + \delta T$, а полная работа – как интеграл этого произведения, распространенный на всю длину нити L :

$$U_2 = - \int_0^L \frac{(\omega \delta T - T \delta \omega)(T + \delta T)}{\omega(\omega + \delta \omega)} ds. \quad (\text{II.5})$$

Подставим сюда значения $T = \frac{H}{\cos \alpha}$, $\delta T = \frac{\delta H}{\cos \alpha}$ и $ds = \frac{dx}{\cos \alpha}$, где под α понимается угол наклона касательной к нити по отношению к горизонту. Это дает

$$U_2 = - \frac{(\omega \delta H - H \delta \omega)(H + \delta H)}{\omega(\omega + \delta \omega)} \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \alpha}. \quad (\text{II.6})$$

Для пологих нитей с достаточной степенью точности можно считать, что

$$\int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \alpha} \approx lm^3 = \text{const}, \quad (\text{II.7})$$

где под $1/m$ понимается среднее значение $\cos \alpha$, равное l/L .

С учетом (II.7) выражение для работы внутренних сил примет вид

$$U_2 = - \frac{(\omega \delta H - H \delta \omega)(H + \delta H)lm^3}{\omega(\omega + \delta \omega)}. \quad (\text{II.8})$$

Что же касается решения поставленной задачи, то для этого воспользуемся одним из основных законов механики – принципом возможных перемещений (принципом Лагранжа), согласно которому сумма работ всех внешних U_1 и внутренних U_2 сил на возможных бесконечно малых перемещениях системы из положения равновесия равна нулю

$$U_1 + U_2 = 0. \quad (\text{II.9})$$

Тогда, подставляя (II.3) и (II.8) в условие (II.9) и переходя затем к пределу при $\delta \omega \rightarrow 0$ и $\delta H \rightarrow 0$, получим искомую дифференциальную зависимость между величинами распора и жесткости нити:

$$\frac{d\omega}{dH} - \frac{\omega}{H} - \frac{D\omega^2}{lm^3 H^4} = 0. \quad (\text{II.10})$$

Заметим, что полученная зависимость является одним из частных случаев дифференциального уравнения Бернулли, общий интеграл которого имеет вид

$$\frac{1}{\omega} = \frac{C}{H} + \frac{D}{2lm^3 H^3}. \quad (\text{II.11})$$

Вполне очевидно, что произвольную постоянную интегрирования можно найти, если учесть, что в случае, когда нить нерастяжима, т. е. когда $\omega = \infty$, величина распора определяется хорошо известным выражением

$$H = \frac{1}{4f} \sqrt{3lD} \quad (\text{II.12}) \quad \text{или} \quad H = \sqrt{\frac{lD}{L^2 - l^2}}. \quad (\text{II.13})$$

Если воспользоваться выражением (II.12), то окончательное решение поставленной задачи получим в следующем виде:

$$H^3 + \frac{8\omega}{3n^2m^3}H^2 = \frac{D\omega}{2lm^3}, \quad (\text{II.14})$$

где $n = l/f$ и $m = L/l$, причем коэффициенты n и m вычисляются здесь без учета упругих деформаций нити, т. е. по ее исходной геометрии до нагружения.

§ II.3. Частные случаи решения задачи для гибкой упругой нити

II.3.1. Расчет струны. Из уравнения (II.14) нетрудно найти решение для частного случая, когда первоначальная длина нити равна длине пролета, т. е. для струны, которая не подвергнута предварительному натяжению. В данном случае $n = \infty$ и $m = 1$. Подставляя указанные значения в (II.14) будем иметь

$$H = \sqrt[3]{\frac{D\omega}{2l}}. \quad (\text{II.15})$$

Обратим внимание здесь на то, что при действии равномерно распределенной нагрузки решение (II.15) совпадает с общеизвестной формулой

$$H = \sqrt[3]{\frac{q^2 l^2 EF}{24}}. \quad (\text{II.16})$$

II.3.2. Расчет предварительно напряженной струны. Теперь предположим, что струна находится под действием силы предварительного натяжения N и произвольной поперечной нагрузки $q(x)$, как это показано на рис. II.2. Причем первоначальная длина струны до ее натяжения и нагружения поперечной нагрузкой была меньше расстояния между точками подвеса, т. е. величины пролета l . Через H в данном случае обозначим горизонтальную составляющую усилия, возникающего в струне при одновременном действии предварительного натяжения и поперечной нагрузки. Вполне ясно, что при этом величина горизонтальной опорной реакции на каждой опоре будет также равна H , а сила N будет входить в состав этой реакции.

Если сила N получила очень малое, но конечное приращение своей величины, равное δN , то тогда струна получит некоторое дополнительное удлинение $\delta \Delta l$ и переместится из своего положения равновесия на величину δu . При этом величина распора H будет иметь некоторое приращение δH .

Отметим, что выражение для приращения δu по-прежнему будет равно (II.2), а формулу, определяющую приращение удлинения струны, соответствующего приращению силы N , можно записать в виде

$$\delta \Delta l = \frac{l \delta N}{\omega}. \quad (\text{II.17})$$

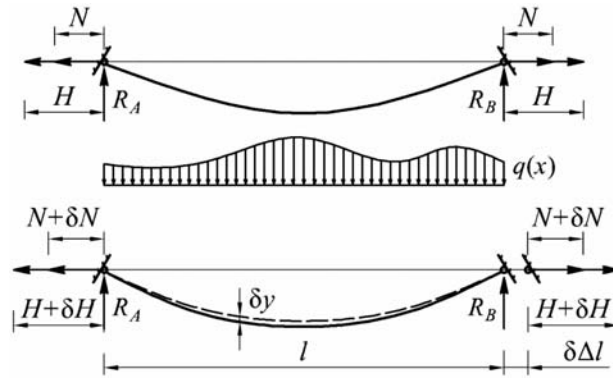


Рис. II.2. К расчету предварительно напряженной струны

Запишем теперь выражения, описывающие работу внешних и внутренних сил на возможных перемещениях струны из положения равновесия. Легко понять, что работа внешних сил складывается из работы нагрузки $q(x)$ на перемещениях δy и работы горизонтальной составляющей опорной реакции $(H + \delta H)$ на приращении удлинения струны $\delta \Delta l$

$$U_1 = \frac{(H + \delta H)l\delta N}{\omega} - \frac{\delta H}{H(H + \delta H)} \int_0^l q(x)M^0 dx$$

или в несколько иной форме

$$U_1 = \frac{(H + \delta H)l\delta N}{\omega} - \frac{D\delta H}{H(H + \delta H)}. \quad (\text{II.18})$$

Что же до работы внутренних сил, то ее представим таким образом:

$$U_2 = -\frac{l(H + \delta H)}{\omega}. \quad (\text{II.19})$$

Обращаясь далее к уравнению Лагранжа (II.9) и переходя затем к пределу при δN и δH стремящихся к нулю, получим следующую дифференциальную зависимость между силой предварительного натяжения и внутренним усилием в струне:

$$lH^3 = (lH^3 + D\omega) \frac{dH}{dN}. \quad (\text{II.20})$$

Интегрируя последнее уравнение и определяя произвольную постоянную интегрирования из условия, что при $q(x) = 0$, $H = N$, получим:

$$H^3 - NH^2 = \frac{D\omega}{2l}. \quad (\text{II.21})$$

Если же здесь принять $N = 0$, то придем к решению (II.15), полученному для струны, не подвергнутой предварительному натяжению.

§ II.4. Учет влияния температурных воздействий

Известно, что большое влияние на напряженно-деформированное состояние гибкой нити оказывают температурные воздействия. Изменение температуры на Δt° приводит к изменению длины нити, что, в свою очередь, вызывает изменения стрелы провисания и, следовательно, внутренних усилий (рис. II.3).

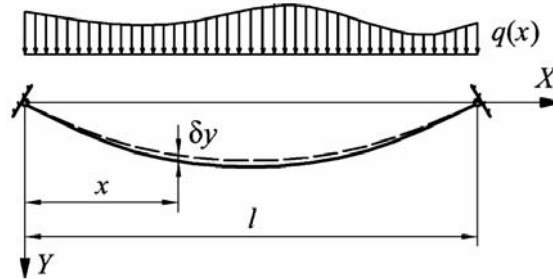


Рис. II.3. Деформация нити при изменении температуры

Определим эти величины. Для этого воспользуемся описанным ранее методом расчета. Только в данном случае вместо принятой в параграфе II.2 независимой переменной $\omega = EF$ возьмем приращение температуры Δ_t .

Как уже отмечалось ранее, если температура получит очень малое, но конечное приращение своей величины, равное $\delta\Delta_t$, то изменится напряженно-деформированное состояние нити. Распор H получит некоторое приращение δH , а нить переместится из своего положения на величину δy .

Стоит отметить, что выражение для приращения δy по-прежнему будет равно (II.2), а соотношение для приращения δdx можно записать так:

$$\delta dx = \frac{\delta H}{\omega} dx + \alpha_t \delta\Delta_t dx, \quad (\text{II.22})$$

где α_t – коэффициент линейного температурного расширения материала нити.

Запишем теперь соотношения, описывающие работу внешних и внутренних сил. Работа внешних сил состоит из работы нагрузки $q(x)$ на перемещении δy и находится по формуле (II.3). Работа же внутренних сил состоит из работы действующего в элементе dx усилия $H + \delta H$ на упругом перемещении δdx

$$U_2 = - \int_0^l \left(\frac{\delta H}{\omega} + \alpha_t \delta\Delta_t \right) (H + \delta H) dx. \quad (\text{II.23})$$

Подставляя уравнения (II.3) и (II.23) в условие (II.9), а затем деля полученное выражение почленно на δH и переходя к пределу при $\delta\Delta_t \rightarrow 0$ и $\delta H \rightarrow 0$, приходим к дифференциальному уравнению, связывающему распор в гибкой нити с изменением температуры,

$$\frac{d\Delta_t}{dH} = - \frac{D}{\alpha_t l H^3} - \frac{1}{\alpha_t \omega}. \quad (\text{II.24})$$

Зависимость (II.24) является дифференциальным уравнением первого порядка с разделяющимися переменными, общий интеграл которого будет таков:

$$\Delta_l = \frac{D}{2\alpha_l l H^2} - \frac{H}{\alpha_l \omega} - C. \quad (\text{II.25})$$

Произвольную постоянную интегрирования C определим из условия, что при $\Delta_l = 0$ распор $H = H_1$, т. е. равен распору в нити при действии начальной и дополнительной нагрузок. Подставляя затем значение C в выражение (II.25), получим окончательное решение рассматриваемой задачи в виде

$$H^3 + \left(\frac{8y_0^2}{3l^2} + \alpha_l \Delta_l \right) \omega H^2 = \frac{D\omega}{2l}. \quad (\text{II.26})$$

Если здесь принять, что $\Delta_l = 0$, то уравнение (II.26) трансформируется в представленное в параграфе II.2 общее решение для гибкой упругой нити (II.14).

§ II.5. Учет влияния смещения и осадки опор

Также является хорошо известным, что большое влияние на напряженно-деформированное состояние гибкой нити, кроме изменения температуры окружающей среды, может оказать также смещение и осадка опор. В связи со сказанным допустим, что одна из опор нити сместилась по оси X на величину u , по оси Y – на v и по оси Z – на w (рис. II.4).

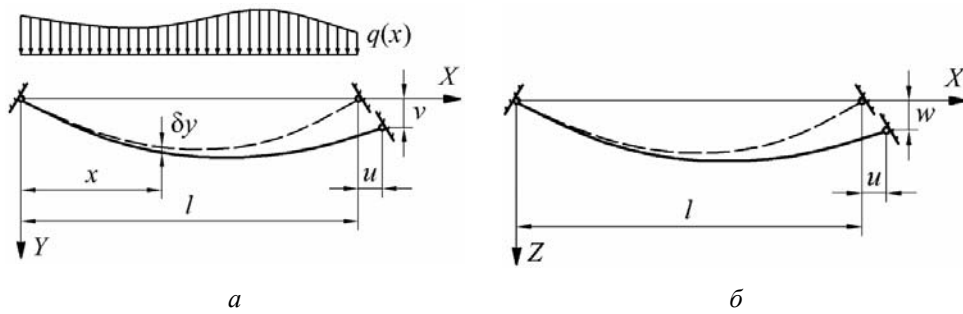


Рис. II.4. Деформация нити при смещении и осадке опор:
а – вертикальная проекция; б – горизонтальная проекция

Тогда общее изменение пролета нити составит:

$$\Delta_l = u + \frac{v^2}{l} + \frac{w^2}{l}, \quad (\text{II.27})$$

а полная длина пролета нити станет равной $l + \Delta_l$. И поэтому интегрирование при определении работ внешних и внутренних сил должно быть формально распространено уже не на длину l , а на новую длину $l + \Delta_l$. Но поскольку изменение пролета Δ_l всегда весьма мало по сравнению с l , то интегрировать по-прежнему можно по длине l .

Теперь определим приращения параметров напряженно-деформированного состояния гибкой нити, возникающие в результате увеличения пролета нити на очень малую, но конечную величину $\delta\Delta_l$. Как и в случае с изменившейся температурой, соотношение для приращения δu примем в виде (II.2).

Что же до упругого удлинения бесконечно малого элемента нити, то оно вычисляется по формуле

$$\delta dx = \frac{\delta H}{\omega} dx. \quad (\text{II.28})$$

Работу внешней нагрузки, как и ранее, запишем в виде (II.3), а для работы распора $H + \delta H$ на приращении пролета Δ_l соответственно будем иметь:

$$U_1^2 = (H + \delta H)\delta\Delta_l. \quad (\text{II.29})$$

А работу усилия $H + \delta H$ на упругом перемещении δdx выразим так:

$$U_2 = - \int_0^l \frac{\delta H}{\omega} (H + \delta H) dx. \quad (\text{II.30})$$

Подставляя затем выражения для работ внешних и внутренних сил в уравнение (II.9), получим:

$$- \int_0^l \frac{q(x)M^6\delta H}{H(H + \delta H)} dx + (H + \delta H)\delta\Delta_l - \int_0^l \frac{\delta H}{\omega} (H + \delta H) dx = 0. \quad (\text{II.31})$$

Разделив далее уравнение (II.31) почленно на δH и перейдя затем к пределу при $\delta\Delta_l \rightarrow 0$ и $\delta H \rightarrow 0$, получим дифференциальную зависимость между распором и приращением пролета упругой гибкой нити

$$\frac{d\Delta_l}{dH} = \frac{D}{H^3} + \frac{l}{\omega}. \quad (\text{II.32})$$

Следует сказать, что полученная зависимость является обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка, общий интеграл которого можно представить в виде

$$\Delta_l = -\frac{D}{2H^2} + \frac{Hl}{\omega} + C. \quad (\text{II.33})$$

Произвольную постоянную интегрирования C в уравнении (II.33) определим из условия, что при $\Delta_l = 0$ распор $H = H_1$, т. е. равен распору в нити при действии начальной и дополнительной нагрузок. Подставляя затем значение произвольной постоянной интегрирования C в выражение (II.33), окончательно получим:

$$H^3 + \left(\frac{8y_0^2}{3l^2} - \frac{\Delta_l}{l} \right) \omega H^2 = \frac{D\omega}{2l}. \quad (\text{II.34})$$

Отметим, что здесь, как и в случае с изменяющейся температурой, при $\Delta_l = 0$ уравнение (II.34) преобразуется в известное соотношение (II.14) для гибкой упругой нити, нагруженной произвольной вертикальной нагрузкой.

§ II.6. Расчет многопролетной гибкой упругой нити на упруго-податливых опорах

Прежде всего заметим, что задачи расчета многопролетных нитей наиболее часто возникают при проектировании антенных систем, представляющих собой большепролетные пространственные комбинированные висячие и вантовые конструкции. Поэтому остановимся подробнее на решении указанной задачи.

Предположим, что многопролетная гибкая нить с поперечным сечением F , модулем упругости E , пролетами $l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_n$ подвешена к упруго-податливым опорам с коэффициентами жесткости $k_0, k_1, \dots, k_i, \dots, k_n$. Известно также, что нить нагружена произвольной вертикальной нагрузкой $q(x)$ и находится в состоянии равновесия. Причем в отличие от предшествующего изложения выберем в качестве независимой переменной площадь поперечного сечения нити F , а в качестве искомой функции – распор H .

Если площадь поперечного сечения увеличится на бесконечно малую величину δF , то изменится напряженное состояние нити и ее геометрия. Тогда в i -м пролете распор H_i получит некоторое приращение δH_i , а нить переместится из положения равновесия на величину δy_i (рис. II.5). При этом опоры получают некоторые перемещения $\delta \Delta_{i-1}$ и $\delta \Delta_i$. Само собой разумеется, что последние хотя и будут небольшими, но могут оказать существенное влияние на напряженно-деформированное состояние нити, в частности, на перераспределение усилий в смежных пролетах.

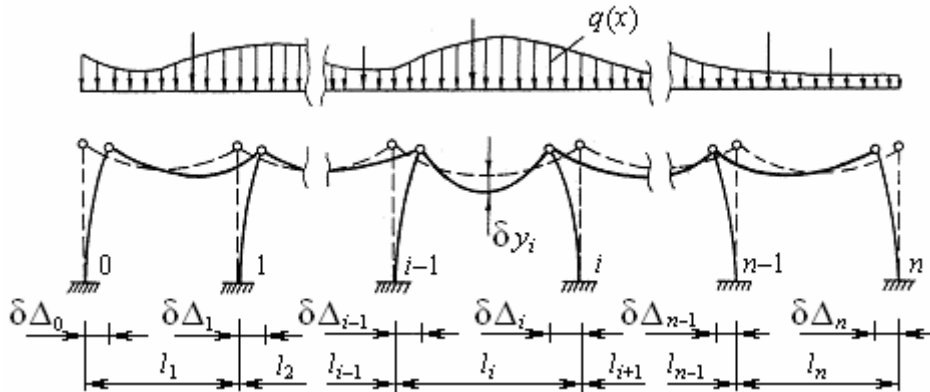


Рис. II.5. К расчету многопролетной нити на упруго-податливых опорах

Представим приращения ординат провисания и упругого удлинения бесконечно малого элемента нити в виде

$$\delta y_i = - \frac{M_i^0 \delta H_i}{H_i (H_i + \delta H_i)}; \quad (\text{II.35})$$

$$\delta dx_i = \frac{E_i F_i \delta H_i - H_i E_i \delta F_i}{E_i F_i (E_i F_i + E_i \delta F_i)} dx. \quad (\text{II.36})$$

А виртуальные перемещения опор могут быть записаны следующим образом:

$$\delta \Delta_{i-1} = \pm k_{i-1}^{-1} (\delta H_{i-1} - \delta H_i); \quad (\text{II.37})$$

$$\delta \Delta_i = \pm k_i^{-1} (\delta H_i - \delta H_{i+1}), \quad (\text{II.38})$$

при этом знак «+» соответствует перемещению опоры наружу, а знак «-» – внутрь пролета.

Определим работу внешних сил, т. е. нагрузки $q_i(x)$ на перемещениях δy_i

$$U_{1i}^1 = - \int_0^{l_i} \frac{q_i(x) M_i^6 \delta H_i}{H_i (H_i + \delta H_i)} dx \quad (\text{II.39})$$

и возникающих в упруго-податливых опорах реакций на виртуальных перемещениях опор по направлению этих реакций

$$U_{1i}^2 = \pm k_{i-1}^{-1} (\delta H_{i-1} - \delta H_i) (H_{i-1} + \delta H_{i-1} - H_i - \delta H_i) \pm \pm k_i^{-1} (\delta H_i - \delta H_{i+1}) (H_i + \delta H_i - H_{i+1} - \delta H_{i+1}). \quad (\text{II.40})$$

Для работы внутренних сил имеем:

$$U_{2i} = - \int_0^{l_i} \frac{(E_i F_i \delta H_i - H_i E_i \delta F_i) (H_i + \delta H_i)}{E_i F_i (E_i F_i + E_i \delta F_i)} dx. \quad (\text{II.41})$$

Применим теперь для решения задачи принцип Лагранжа. Подставляя (II.39) – (II.41) в (II.9) и переходя в полученном выражении к пределу при $\delta F_i \rightarrow 0$ и $\delta H_i \rightarrow 0$, после некоторых преобразований придем к дифференциальному уравнению, описывающему напряженно-деформированное состояние многопролетной гибкой нити на упруго-податливых опорах,

$$\begin{aligned} & \frac{dF_i}{dH_i} - \frac{F_i}{H_i} + \frac{E_i F_i^2}{l_i H_i} (\pm k_{i-1}^{-1} \pm k_i^{-1}) + \\ & + \frac{E_i F_i^2}{l_i H_i^2} (\mp k_{i-1}^{-1} H_{i-1} \mp k_i^{-1} H_{i+1}) - \frac{D_i E_i F_i^2}{l_i H_i^4} = 0. \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

Указанная зависимость является одним из частных случаев дифференциального уравнения Бернулли. Общий интеграл уравнения (II.42) будет:

$$\begin{aligned} \frac{1}{E_i F_i} &= \frac{C}{H_i} + \frac{D_i}{2l_i H_i^3} + \frac{\pm k_{i-1}^{-1} \pm k_i^{-1}}{l_i} + \\ &+ \frac{\ln H_i}{l_i H_i} (\mp k_{i-1}^{-1} H_{i-1} \mp k_i^{-1} H_{i+1}). \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

Произвольную постоянную интегрирования C найдем из условия, что при $E_i F_i = \infty$ и $k_{i-1} = k_i = \infty$ распор в нити определяется по формуле (II.12).

Затем, подставив найденное значение произвольной постоянной C в выражение (II.43), окончательно получим:

$$\begin{aligned} H_i^3 + \frac{8E_i F_i l_i + 3n_i^2 (\pm k_{i-1}^{-1} H_{i-1} \pm k_i^{-1} H_{i+1}) \ln H_i}{3n_i^2 [l_i + E_i F_i (\mp k_{i-1}^{-1} \mp k_i^{-1})]} H_i^2 = \\ = \frac{D_i E_i F_i}{2 [l_i + E_i F_i (\mp k_{i-1}^{-1} \mp k_i^{-1})]}. \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

Здесь принято, что $n_i = l_i/f_i$ – коэффициент, значение которого вычисляется без учета упругих деформаций нити, т. е. по ее исходным геометрическим размерам до загрузки, а f_i – стрела провисания нерастяжимой гибкой нити в середине пролета при равномерно распределенной нагрузке.

Записав затем выражение (II.44) для каждого пролета, придем к системе уравнений, в результате решения которой, например, одним из численных методов, найдем искомые значения распоров $H_1, H_2, \dots, H_i, \dots, H_n$. Причем ординаты провисания в пролетах нити определяются при помощи формулы (II.1). Следует сказать, что выражение (II.44) принято называть уравнением трех распоров.

Если теперь предположить, что нить имеет только один пролет и, соответственно, в полученном уравнении положить $i = 1$, то придем к случаю гибкой нити на упруго-податливых опорах, для которого выражение (II.44) запишется в виде

$$H^3 + \frac{8EF l}{3n^2 [l + EF (\mp k_0^{-1} \mp k_1^{-1})]} H^2 = \frac{DEF}{2 [l + EF (\mp k_0^{-1} \mp k_1^{-1})]}. \quad (\text{II.45})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ III
ПРИМЕРЫ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ
ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

**§ III.1. Проект унифицированной башни высотой 70 м
для объектов связи**

Согласовано <table border="1"> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>												Открытое акционерное общество Украинский научно-исследовательский и проектный институт стальных конструкций имени В.Н. Шимановского	
Унифицированная башня H=70 м Металлоконструкции													
№ договора – КМ													
Изв. N подл. №договора-КМ-1	Подпись и дата	Взам. инв. N	Главный инженер Главный инженер проекта										
			М.П. Кондра С.М. Кондра										
2003													

										2										
Ведомость рабочих чертежей основного комплекта КМ																				
Лист	Наименование								Примечание											
1	Титульный лист																			
2	Общие данные																			
3	Техническая спецификация металла																			
4	Схема башни																			
5	Узлы 1...5																			
6	Узлы 6...8																			
7	Узел 9																			
8	Узлы 10,11																			
9	Узлы 12,13																			
10	Фланцевые стыки поясов и мехдетали раскосов																			
Ведомость основных комплектов рабочих чертежей																				
Обозначение		Наименование						Примечание												
№договора - КМ		Металлоконструкции																		
Изм.		Кол.уч.	Лист	№док.	Подпись	Дата	№договора -КМ-2													
							Унифицированная башня Н=70 м													
Гл. инж.		Кондра					Металлоконструкции	Стадия	Лист	Листов										
Нач. отд.		Бут						Р	1	6										
Н. контр.		Кондра С					Общие данные	ОАО												
Гл. инж. пр.		Кондра С						Укринипроектальконструкция												
Рук.гр.		Лирнер					им. В.Н. Шимановского													
							г. Киев													

1 Общая часть

- 1.1 Рабочий проект унифицированной башни Н=70 м разработан на основании договора № _____ с _____ (наименование заказчика) от _____ на основании технического задания № _____ от _____.
- 1.2 В данном разделе проекта разработаны чертежи КМ металлоконструкций башни.
- 1.3 Проект разработан в соответствии с действующими нормами и правилами.

2.1 Согласно задания _____ на башне $H=70$ м предусмотрено
(наименование заказчика)

установить следующее антенное оборудование:

- а) четыре антенны К739650 - между отметками +68,000 м и +66,000 м
б) две антенны МЛ-7 диаметром 1,2 м - на отметке +70,000м
в) две антенны МЛ-7 диаметром 1,2 м - на отметке +62,000м
г) две антенны МЛ-7 диаметром 1,2 м - на отметке +58,000м

- 3.1 В проекте выполнен расчет башни Н=70 м на все виды нагрузок: собственный вес металлоконструкций опоры и антенного оборудования; ветровую с учетом воздействий от пульсаций ветрового потока.
- 3.2 Основные расчетные предпосылки приняты в соответствии со СНиП 2.01.07-85 "Нагрузки и воздействия", СНиП II-23-81 "Стальные конструкции".
- 3.3 Ветровая нагрузка принята для II-го ветрового района, тип местности "А" в соответствии с классификацией СНиП 2.01.07-85.
- 3.4 Расчетная температура наиболее холодной пятидневки при обеспеченности 0,98 принята -20°C согласно СНиП 2.01.07-82.
- 3.5 Расчетные характеристики материалов и соединений приняты в соответствии со СНиП II-23-81*, а также ГОСТами и техническими условиями на соответствующие материалы.
- 3.6 Расчет башни как пространственной стержневой системы с учетом динамических воздействий от пульсаций ветрового потока выполнен на персональной ЭВМ по программе "OSCAR", разработанной в ОАО Укрниипроектстальконструкция им. В.Н. Шимановского.
- 3.7 Коэффициент надежности по назначению принят равным 0,95 в соответствии с изменением 1 ГОСТ 27751-88 "Надежность строительных конструкций и оснований".

Инв. N подл. №договора-КМ-2.2	Подпись и дата	Взам. инв. N			
3.5 Расчетные характеристики материалов и соединений приняты в соответствии со СНиП II-23-81*, а также ГОСТами и техническими условиями на соответствующие материалы. 3.6 Расчет башни как пространственной стержневой системы с учетом динамических воздействий от пульсаций ветрового потока выполнен на персональной ЭВМ по программе "OSCAR", разработанной в ДАО Укрниипроектстальконструкция им. В.Н. Шимановского. 3.7 Коэффициент надежности по назначению принят равным 0,95 в соответствии с изменением 1 ГОСТ 27751-88 "Надежность строительных конструкций и оснований".					
Изм.	Кол.	Лист	N док	Подпись	Дата
№договора-КМ-2					Лист 2

4 Материал конструкций

- 4.1 Материал конструкций башни принят в соответствии со СНиП II-23-81* "Стальные конструкции" табл.50*. При этом элементы башни отнесены к следующим группам:
- фасонки - 1;
 - пояса, решетка башни и диафрагмы - 3;
 - площадки, ограждения - 4.
- 4.2 Прокат фланцев и опорных плит должен соответствовать нулевому классу сплошности при проведении ультразвукового контроля по ГОСТ 22727-88.
- 4.3 Метизы соединений:
- болты фланцевых стыков поясов М20 кл. прочности 10.9 из стали 40Х ГОСТ 4543-71, поставляемые по ГОСТ 7798-70* класса точности В, исполнение 1;
 - гайки М20 кл. прочности 8 из стали 35 ГОСТ 1050-88*, поставляемые по ГОСТ 5915-70*;
 - болты узловых соединений М20, М16 и хомуты М16 кл. прочности 5.8 из стали 20 ГОСТ 1050-88*, поставляемые по ГОСТ 7798-70* класса точности В, исполнение 1;
 - гайки М20, М16 кл. прочности 5 из стали 20 ГОСТ 1050-88*, поставляемые по ГОСТ 5915-70*. Технические условия на болты, хомуты, гайки - ГОСТ 1759.0, механические свойства по ГОСТ 1759.4 и 1759.5 соответственно;
 - шайбы - сталь Ст3кп2 по ГОСТ 535-88*, поставляемые по ГОСТ 11371-78*.
- 4.4 Для сварки принятых в проекте марок стали сварочные материалы принимать по таблице 55* приложения 2 СНиП II-23-81*.

5 Описание конструкций башни

- 5.1 Антенная опора решена в виде башни Н=69,5 м.
- 5.2 Конструктивно башня выполнена из двух частей,
- Нижней - от отметки 0,000 м до отметки +60,500 м - пирамидальной, трехгранной, решетчатой с размером стороны в плане верхнего основания 1400 мм и нижнего 7600 мм.
- Верхней - от отметки +60,500 м до отметки +69,500 м - призматической, трехгранной, решетчатой с размером стороны в плане 1400 мм.
- 5.3 В поперечном сечении башни имеются диафрагмы расположенные согласно СНиП II-23-81* п. 16.17*.

Изм.	Кол.	Лист	Н док	Подпись	Дата
Изм.	Кол.	Лист	Н док	Подпись	Дата

Изм.	Кол.	Лист	Н док	Подпись	Дата
Изм.	Кол.	Лист	Н док	Подпись	Дата

Изм.	Кол.	Лист	Н док	Подпись	Дата
Изм.	Кол.	Лист	Н док	Подпись	Дата

№договора -КМ-2

Лист
3

5						
5.4 Башня выполнена из отдельных элементов, которые соединяются между собой при помощи постоянных болтов. 5.5 Пояса выполнены из горячедеформированных труб длиной 10000 мм и стыкуются между собой при помощи фланцевых соединений. 5.6 Решетка башни между отметками 0,000 м и +5,500 м – полураскосая, раскосы и распорки трубчатого сечения с ввариваемыми во внутрь трубы фасонками. Решетка между отметками +5,500 м и +69,500 м – крестовая, раскосы предварительно напряженные из круглой стали, распорки трубчатого сечения с ввариваемыми во внутрь трубы фасонками. 5.7 Сечения элементов приведены на схеме башни. 5.8 В башне предусмотрены лестницы – стремянки с корзинчатым ограждением длиной 10 м, переходные площадки и площадки для обслуживания антенн шагом 10 м. На площадках предусмотрено ограждение. Площадки и стойки ограждения крепятся к конструкциям башни на постоянных болтах. Горизонтальные элементы ограждения крепятся к стойкам ограждения на монтажной сварке. 5.9 Антенны МЛ-7 диаметром 1,2 м на верхней площадке предусмотрено крепить к трубчатым стойкам $\varnothing 89 \times 4$, которые, в свою очередь, крепятся к балкам площадки при помощи постоянных болтов. Антенны МЛ-7 диаметром 1,2 м на отметках +58,000 м и 62,000 м крепятся к стойкам $\varnothing 89 \times 5$, которые соединены с поясами башни при помощи хомутов. Антенны К739650 крепятся непосредственно к трубчатым поясам башни. 5.10 Кабели прокладываются по вертикальному кабельрасту, который поставляется заказчиком и крепится к конструкциям башни хомутами.						
6 Изготовление металлоконструкций						
6.1 Изготовление конструкций башни должно производиться по детализованным чертежам, разработанным специализированной организацией, в соответствии с требованиями разделов 1 и 6 СНиП III-18-75 "Правила производства и приемки работ. Металлические конструкции". 6.2 При разработке технологии предусмотреть изготовление секций башни в кондукторах, обеспечивающих правильность размеров конструкций, а также совпадения отверстий в узловых и других соединениях. 6.3 На заводе-изготовителе должна быть предусмотрена полная контрольная сборка секций башни в соответствии с главой СНиП III-18-75.						
Изм. N подл.	№ доп. к КМ-2.4	Подпись и дата	Взам. инв. N			Лист
						4
Изм.	Кол.	Лист	N доп.	Подпись	Дата	№ договора - КМ-2

6.4 Все кромки деталей независимо от способов резки и класса стали подлежат механической обработке (строжке, фрезированию, обработке абразивным кругом) в соответствии с пунктами 1.17 и 1.86 главы СНиП III-18-75. 6.5 Сборочные прихватки на всех деталях выполнять в соответствии с п.1.25 СНиП III-18-75. После выполнения своего назначения они должны быть удалены, а места их размещения зачищены. 6.6 Нарезку резьбы на элементах раскосов, которые будут подвергаться предварительному напряжению, выполнять в соответствии с ГОСТ 7798-70*. 6.7 Особое внимание необходимо уделить технологии сварки, которая должна обеспечивать геометрические размеры швов и механические свойства сварных соединений и герметичность при приварке торцевых заглушек. Не допускаются несплавления по кромкам, непровары в стыковых швах узловых фасонки, а также непровары на участках угловых соединений в опорных узлах. 6.8 После приварки торцевых заглушек фланцев поясов выполнить проверку герметичности швов с обязательным составлением акта скрытых работ. 6.9 Смазка соприкасающихся поверхностей фланцев и заливка заглушек труб в уровень с плоскостью фланца битумом №4 производиться перед подъемом конструкции. Выполнение этих работ должно быть оформлено актом на скрытые работы. 7 Монтаж металлоконструкций 7.1 Конструкция башни позволяет применить различные способы монтажа: а) монтаж укрупненными блоками самоходным краном; б) монтаж предварительно собранной башни методом поворота; в) монтаж при помощи стрелок, качающейся рамы или при помощи других монтажных приспособлений; г) позлементный монтаж. 7.2 Монтаж должен производиться монтажной организацией по специально разработанному проекту производства работ, согласованному с институтом ОАО УкрНИИпроектстальконструкция им. В.Н. Шимановского. 7.3 Выверка и отклонения смонтированных конструкций должны соответствовать требованиям СНиП 3.03.01-87 п.п. 4.131; 4.132.						6	
Исх. N подл.	Подпись и дата	Взам. инв. N					
№ договора - КМ-25							
Изм.	Кол.	Лист	N док	Подпись	Дата	№ договора - КМ-2	
						Лист	5

8 Антикоррозионная защита

- 8.1 Все металлоконструкции башни подвергаются горячему цинкованию. Толщина слоя покрытия не менее 60 мкм.
- 8.2 Максимальные типоразмеры башни позволяют проводить горячее цинкование в ванне длиной до 13 метров.
- 8.3 Способ подготовки поверхности металлоконструкций под цинкование определяется при разработке технологии изготовления конструкций. Степень очистки не ниже 1 соответственно табл. 30, СНиП 2.03.11-85 "Защита строительных конструкций от коррозии".
- 8.4 Болты, гайки и шайбы по ГОСТ 11371-78* поддаются цинкованию. Толщина слоя покрытия не менее 20 мкм. Пружинные шайбы подвергаются холодному цинкованию.

9 Светоограждение, дневная маркировка и заземление

- 9.1 Фонари 30Л должны быть установлены на верхней площадке башни и на отм.+40,500 м, где предусмотрена площадка обслуживания. Крепление кабеля 30Л производится к кабельросту поставляемому заказчиком.
- 9.2 Башня должна быть окрашена горизонтальными полосами шириной 10 м оранжевого (красного) и белого цветов, причем опорная и верхняя секции должны быть окрашены в оранжевый (красный) цвет.
- 9.3 Крепление шины заземления должно производиться к специальным планкам, установленным на опорных узлах башни.

10 Эксплуатационные требования

- 10.1 Эксплуатационное обслуживание башни должно производиться в соответствии с "Инструкцией по эксплуатации антенных сооружений РРЛ связи", утвержденной в 1980 г, с соблюдением "Правил техники безопасности при эксплуатации РРЛ передачи", утвержденных в 1987 г.
- 10.2 В процессе эксплуатации необходимо следить за состоянием сварных и болтовых соединений. Не допускать коррозии, для чего своевременно очищать оголенные от краски места конструкций и восстанавливать покрасочный слой.
- 10.3 Не допускать приварки не предусмотренных проектом деталей к несущим конструкциям башни.
- 10.4 Не допускаются различного рода удары и погибы элементов конструкций, которые могут привести к нарушению эксплуатационной надежности сооружения.

Изм. Кол. Лист N док. Подпись Дата

Взам. инв. N

Подпись и дата

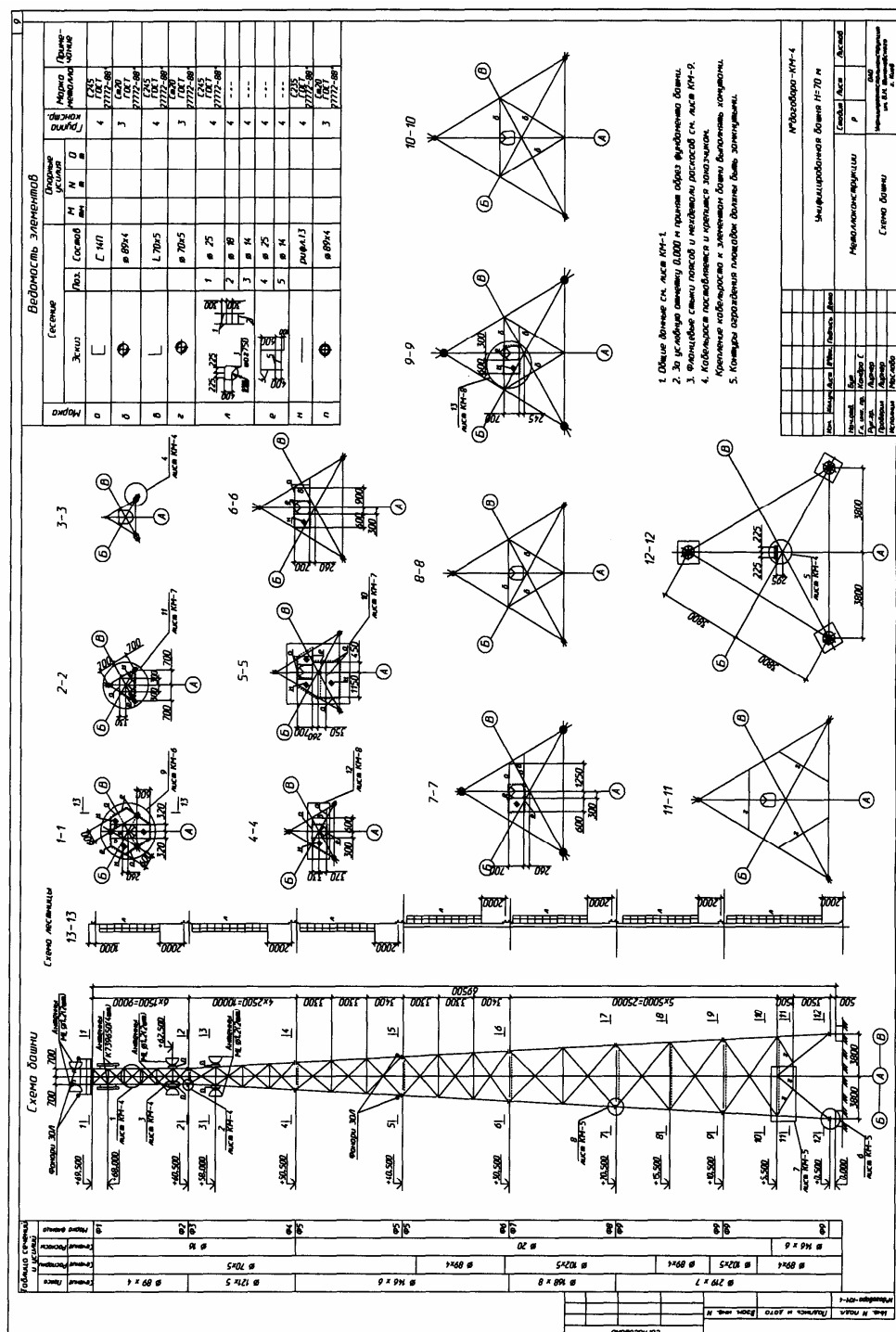
Инв. N подл. № договора - КМ-2.6

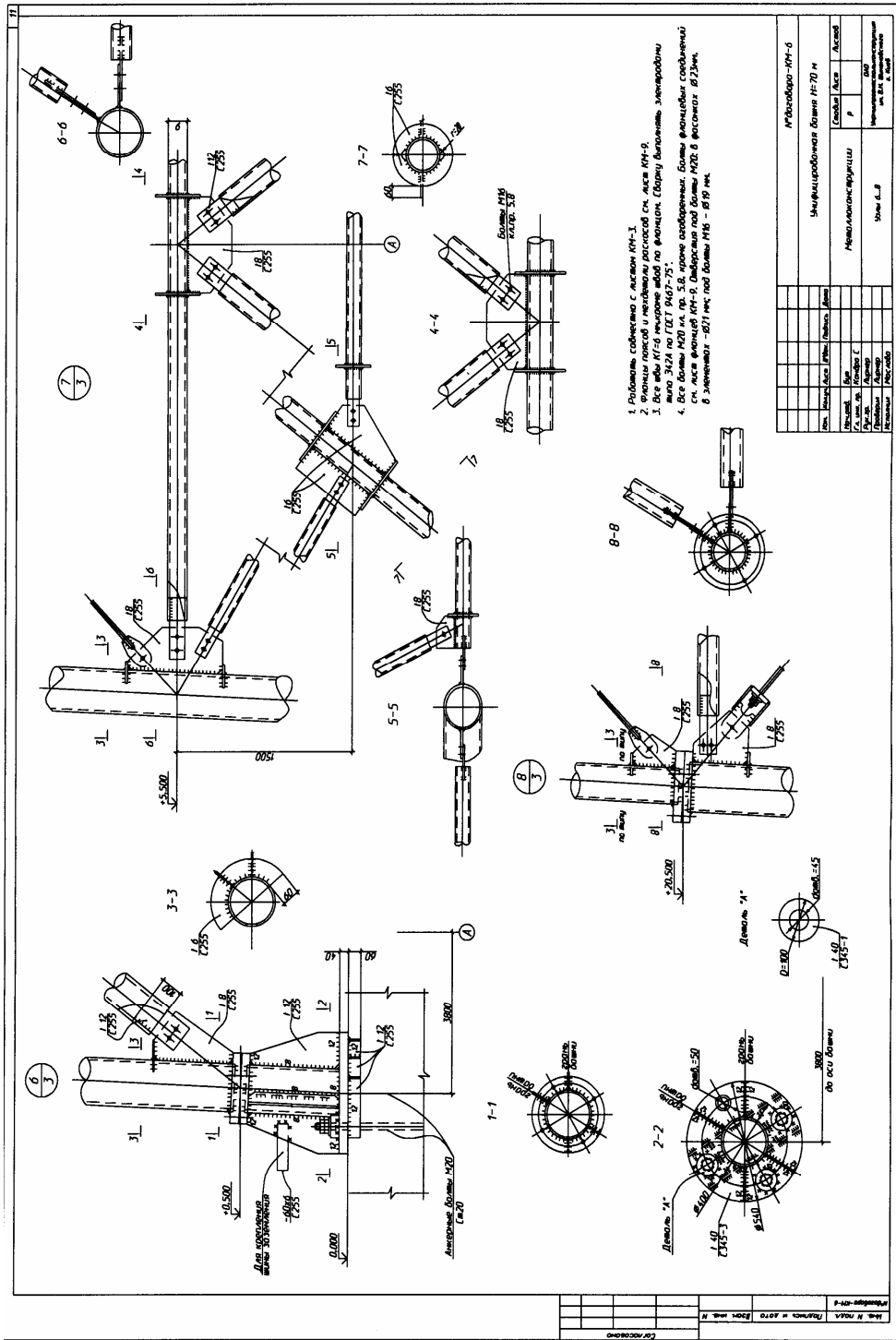
№ договора - КМ-2

Лист

6

Вид профиля и ГОСТ		Марка металла и ГОСТ	Обозначение и размер профиля	№ п/п	Масса металла			Площадь			Площадь поверхности			Примечания		
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Швеллеры стальные горячекатаные с параллельными肢ям по ГОСТ 8240-97	1	C245	Г 110													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Угловые стальные горячекатаные равнополочные по ГОСТ 8240-97	2	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	3	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	4	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	5	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	6	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	7	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	8	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	9	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	10	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	11	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	12	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	13	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	14	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	15	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	16	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	17	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	18	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	19	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	20	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	21	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	22	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	23	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	24	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	25	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	26	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	27	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	28	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	29	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	30	C245	Г 140													
		Много														
		C245	Г 140													
		Много														
Листовые стальные горячекатаные по ГОСТ 2590-93	31	C245	Г 140													
		Много														





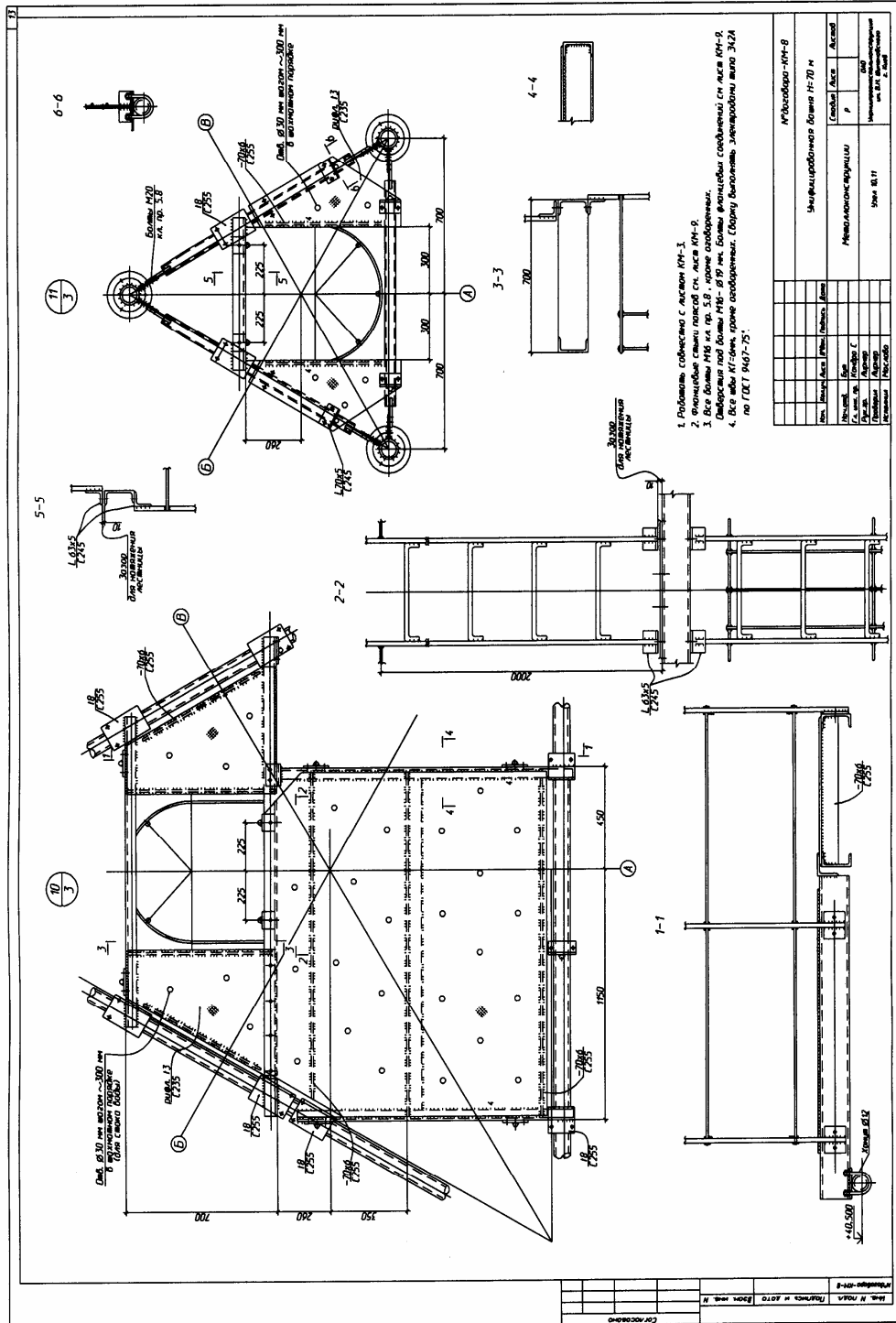
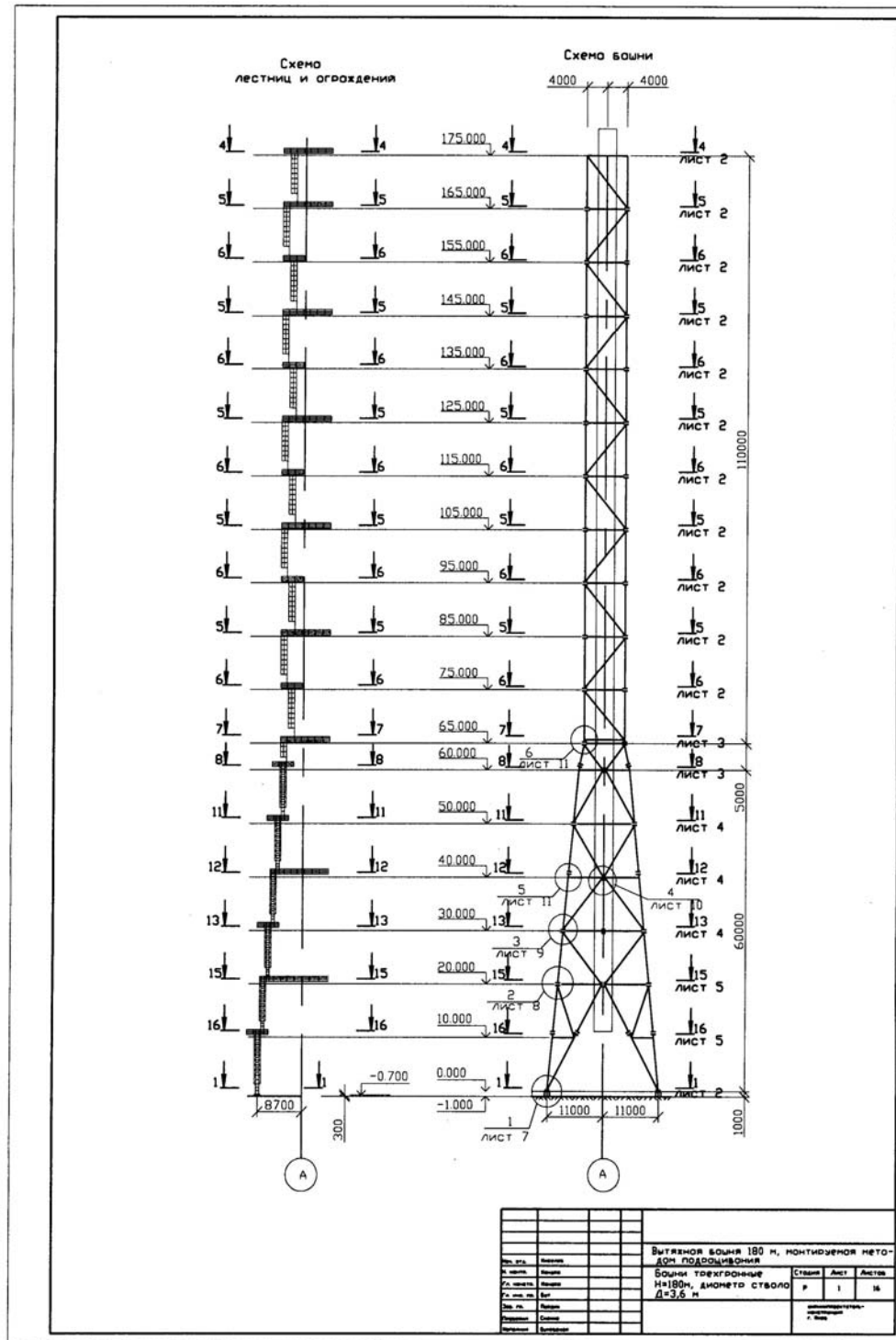
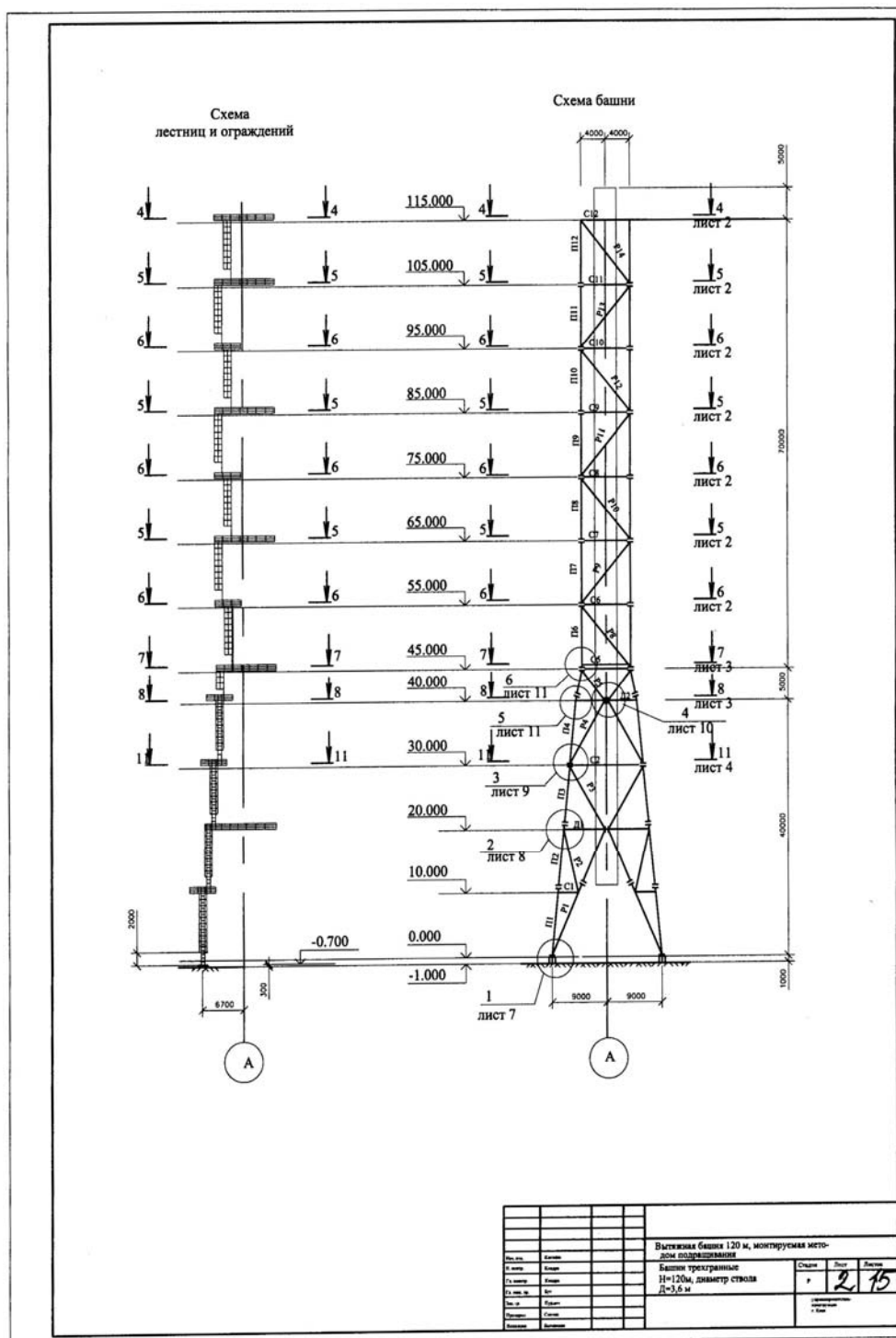


Таблица исполнения фланцевых стыков поясов

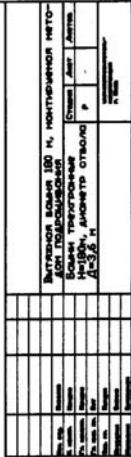
Элементы и их наименование	Длина и ширина в мм	Масса в кг	Тол- щина в мм	Q _н	Q _б	Q _п	Р _{св}	h _п	h _р	α ₀	Среднее значение по ГОСТ 1798-78	Группа по ГОСТ 1798-78	Группа по ГОСТ 1017-78	Примечание
1	460,500	894	φ1	180	92	140	30	5	5	3,2,3	—	—	—	—
2	+60,500	894	φ2	II	230	140	30	5	5	3,2,3	—	—	—	—
3	+60,500	1215	φ3	II	230	124	80	30	5	3,2,3	—	—	—	—
4	+50,500	1215	φ4	II	255	124	205	40	5	3,2,3	—	—	—	—
5	+50,500	1466	φ5	II	255	149	205	40	6	3,2,3	—	—	—	—
6	+40,500	1466	φ6	II	280	149	230	40	6	3,2,3	—	—	—	—
7	+30,500	1606	φ7	II	280	171	230	40	9	3,2,3	—	—	—	—
8	+20,500	1606	φ8	I	340	171	290	40	9	4,2,3	—	—	—	—
9	+19,500	2197	φ9	I	340	222	290	40	7	4,2,3	—	—	—	—
10	+8,500	2197	φ9	I	340	222	290	40	7	4,2,3	—	—	—	—
11	+4,500	2197	φ9	I	340	222	290	40	7	4,2,3	—	—	—	—

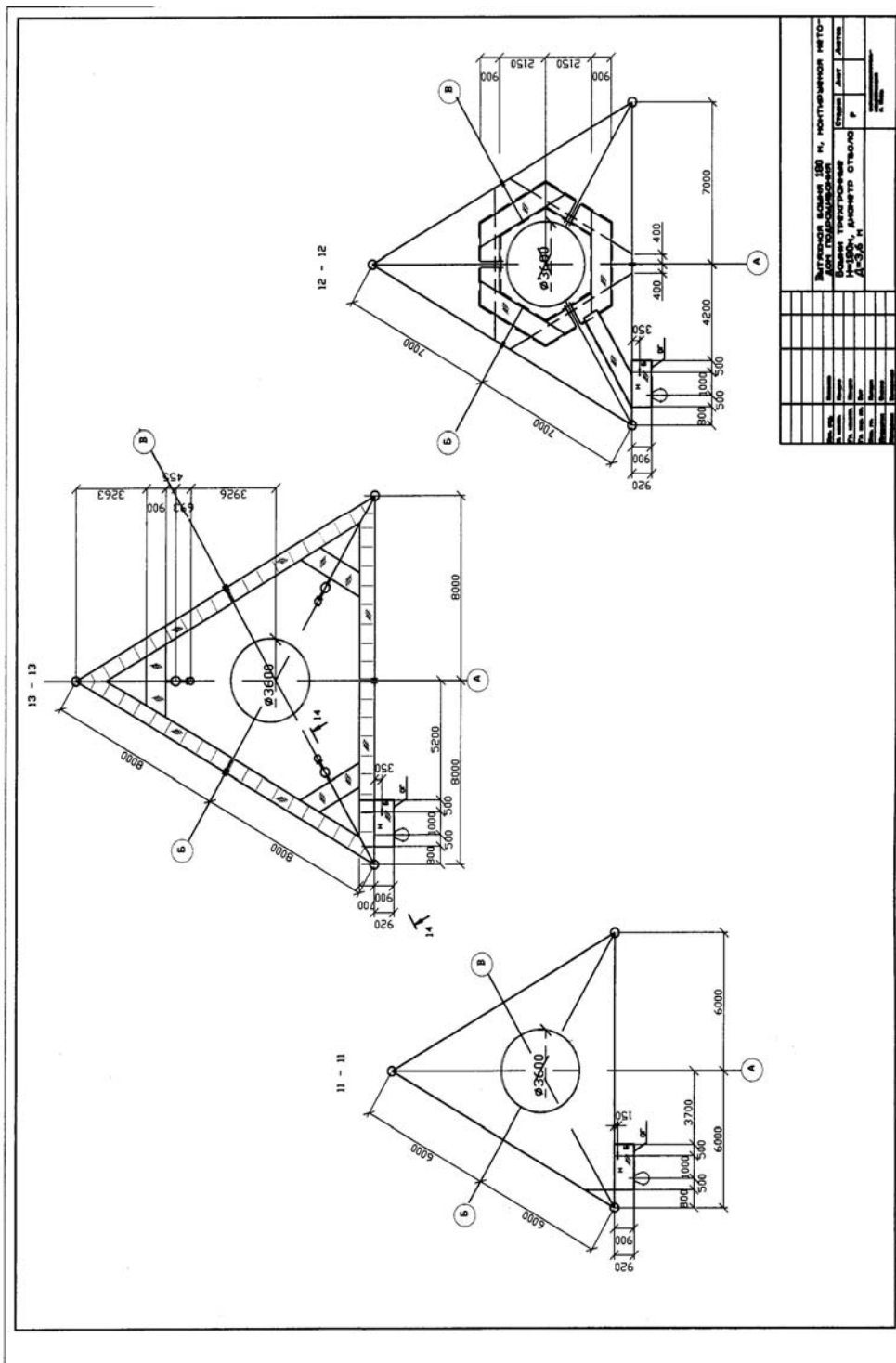
**§ III.2. Проект вытяжной башни
для объектов химии**

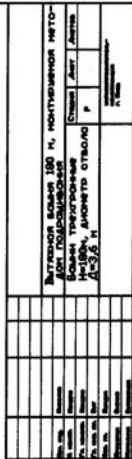


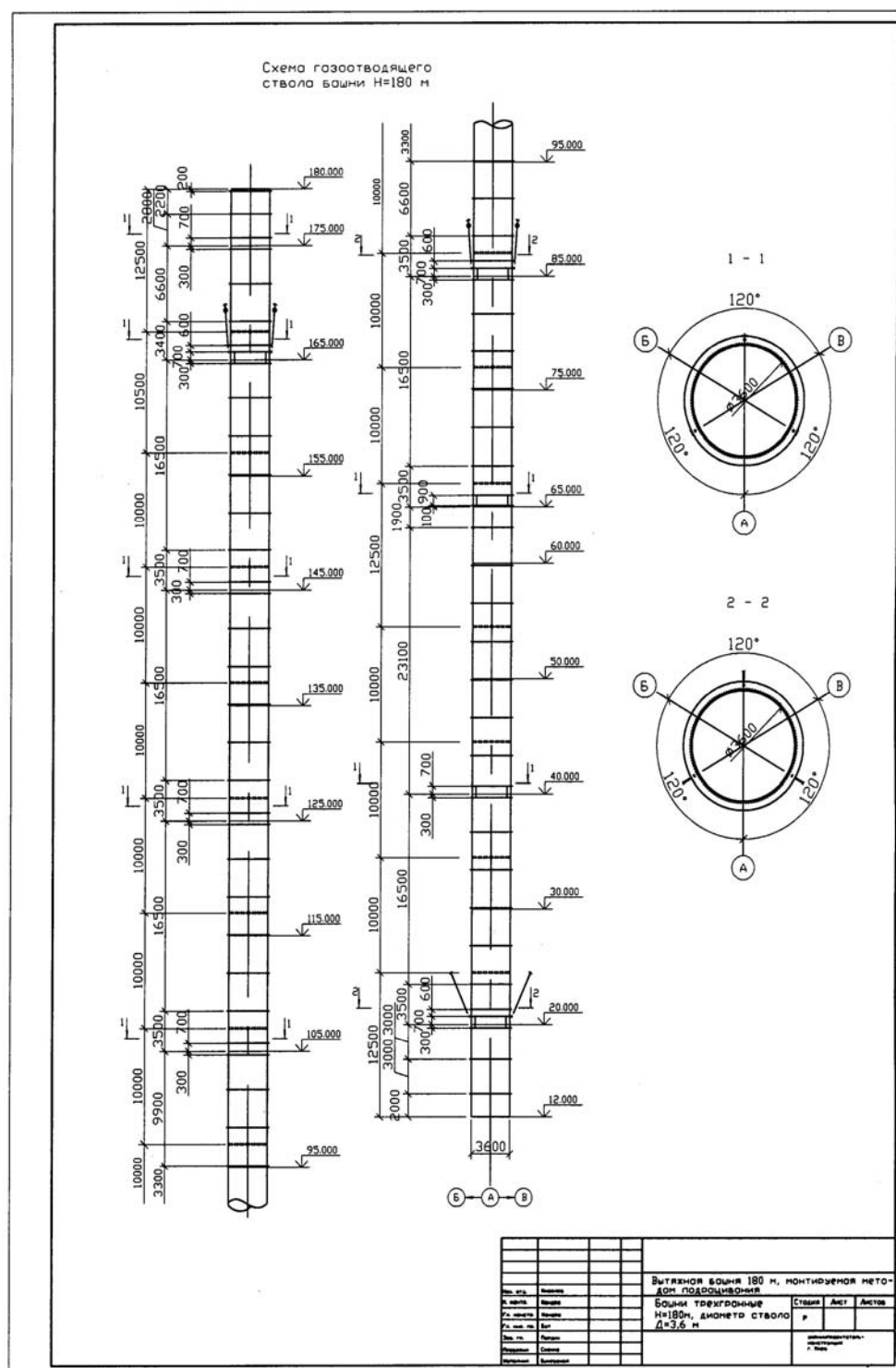


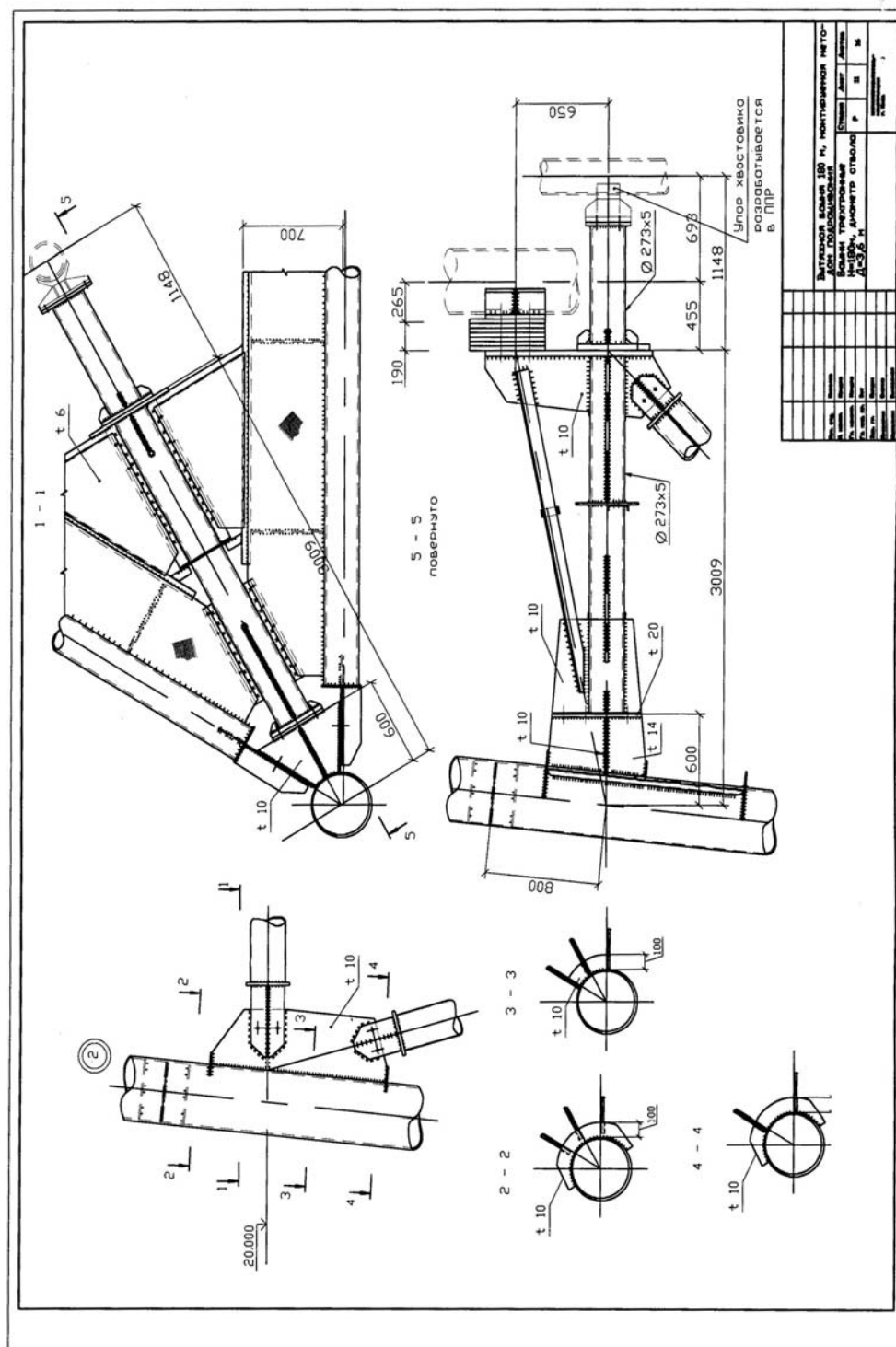
[illegible]

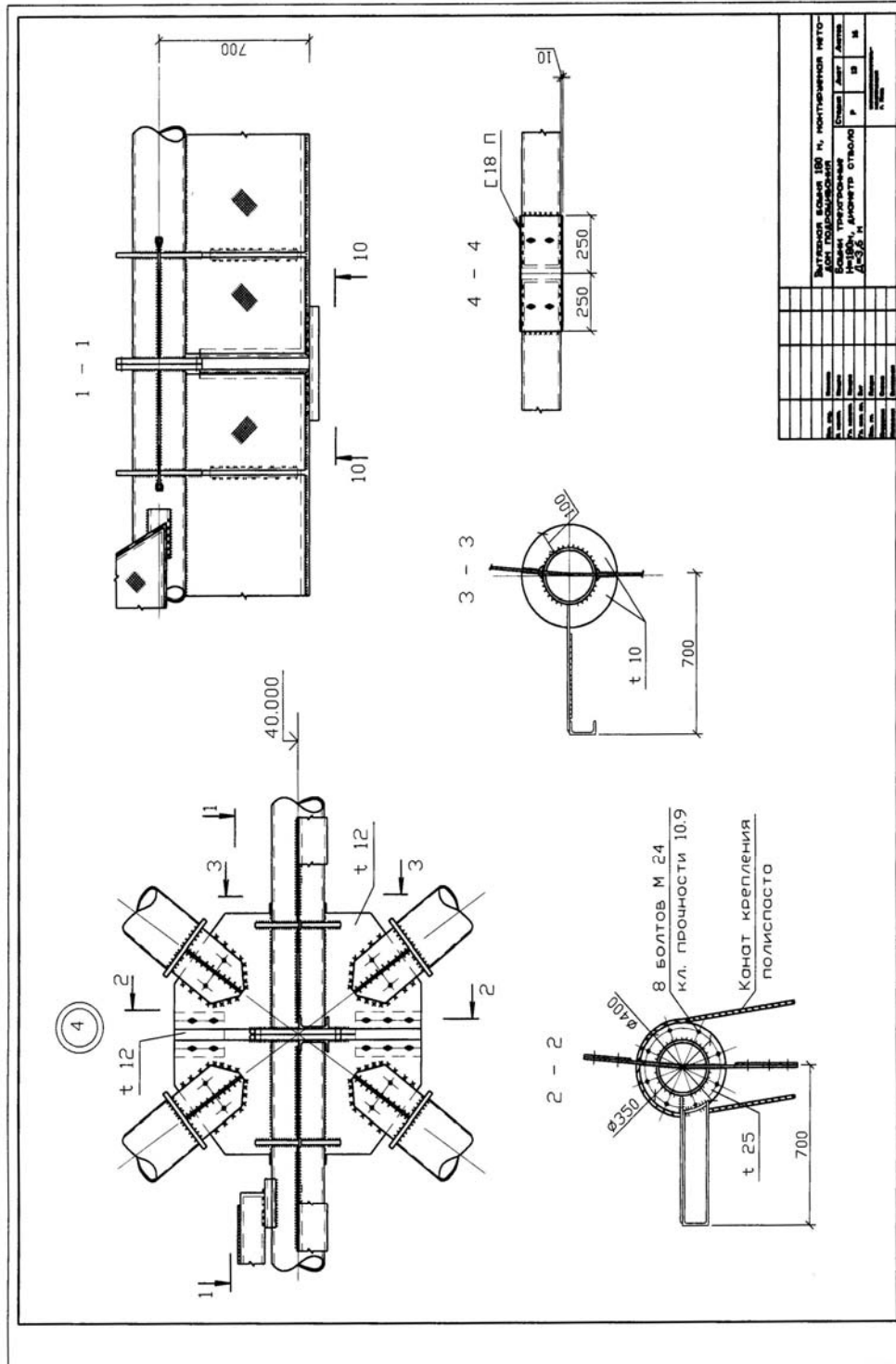


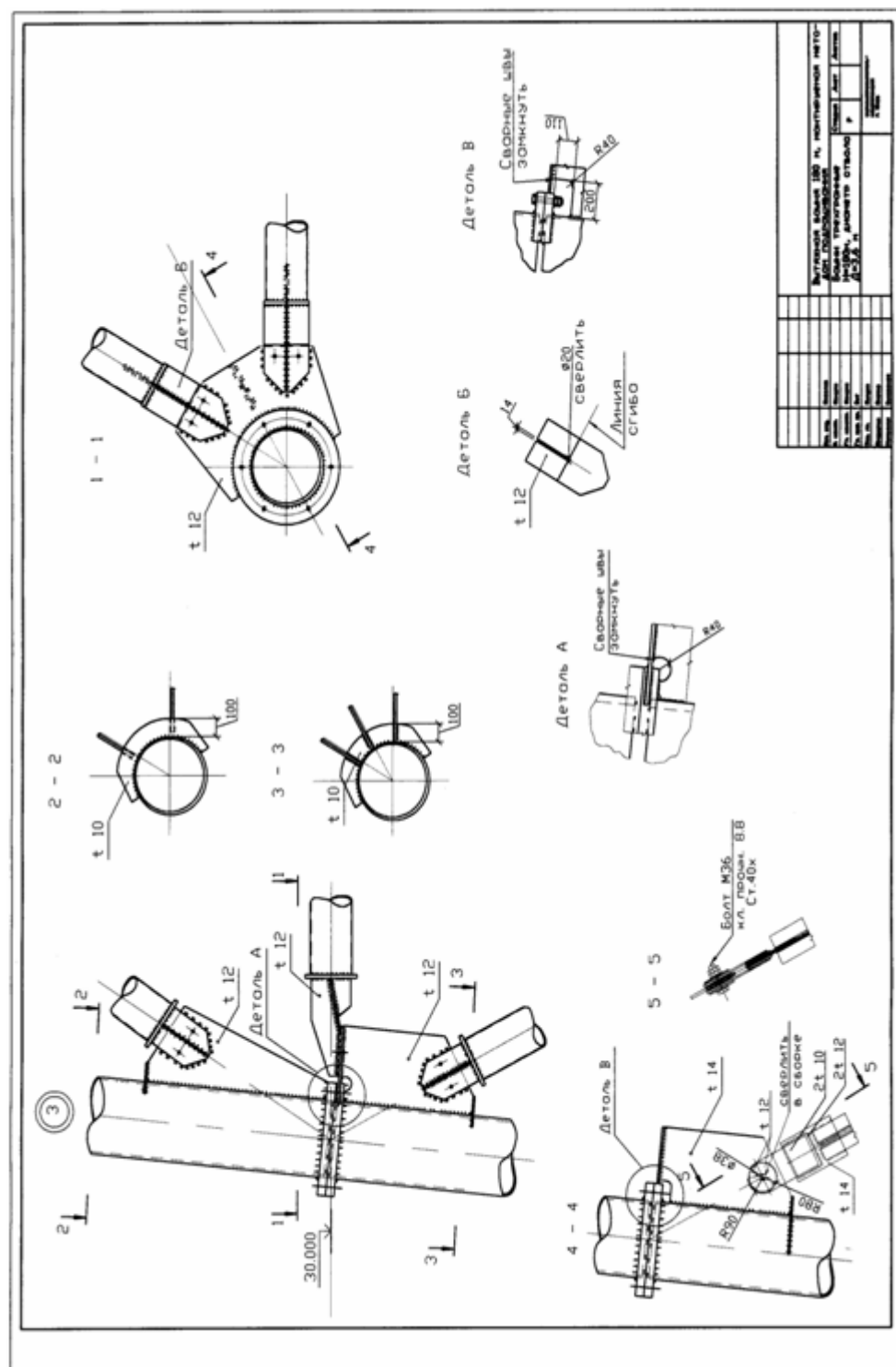


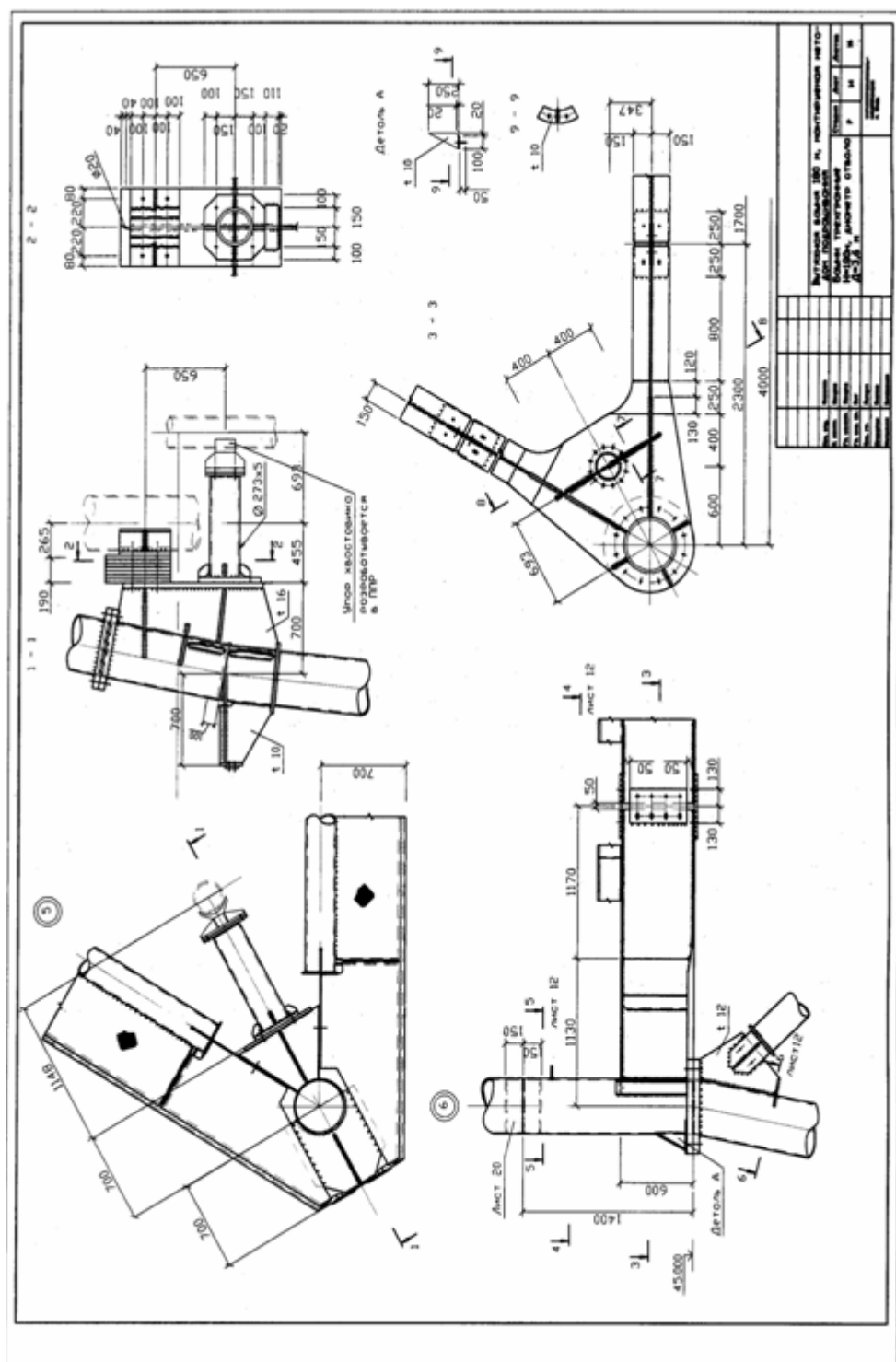


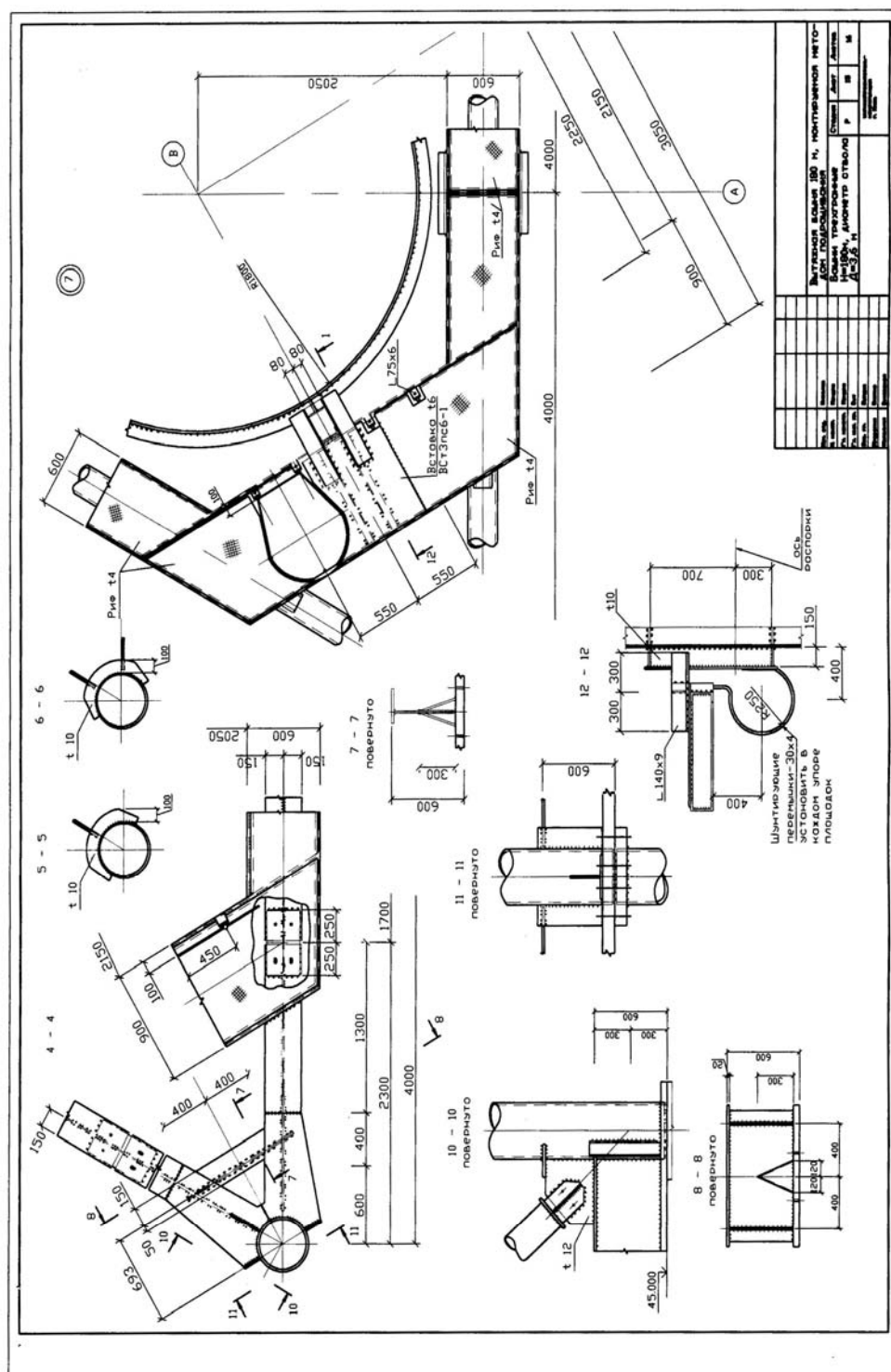












**§ III.3. Проект фундамента башни высотой 40 м
для объектов связи**

Перечень элементов			
Материал	Наименование	Кол. шт.	Лист
Ф1	Фундамент башины	1	245

Расход материалов				
Материал	Наименование	на 1 элемент		Всего
		Арматура, кг	Бетон, м³	
Ф1	Фундамент башины	А-1	1624	1624
		А-2	241	
Ф1	Фундамент башины	А-1	284	284
		А-2	241	
Ф1	Фундамент башины	А-1	284	284
		А-2	241	

Расход материалов				
Материал	Наименование	на 1 элемент		Всего
		Арматура, кг	Бетон, м³	
Ф1	Фундамент башины	А-1	1624	1624
		А-2	241	
Ф1	Фундамент башины	А-1	284	284
		А-2	241	

Наименование видов работ			
Материал	Наименование	Единица	Количество
Ф1	Подготовка под фундаменты, бетон В 3.5	м³	11
Ф1	Выемка грунта	м³	63
Ф1	Уплотнение обратной засыпки	м³	203

1. За условную отметку 0.000 принят обреш фундамента башины, что соответствует абсолютной отм. 502.780 м.

2. Обреш фундамента возвышается над планировочной отметкой на 1000 мм.

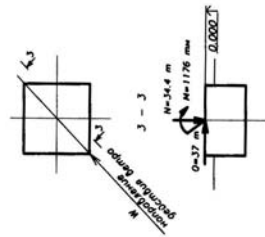
3. Обратную засыпку колодезю производить с песком — нем уплотнением грунта до плотности не менее 1,8 т/м³ и несущей способностью не менее 2 кг/см².

4. Поверхность бетонной подготовки и поверхность фундаментов, находящихся в земле, обмазать битумом за 2 раза.

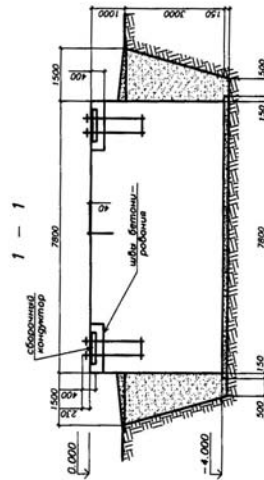
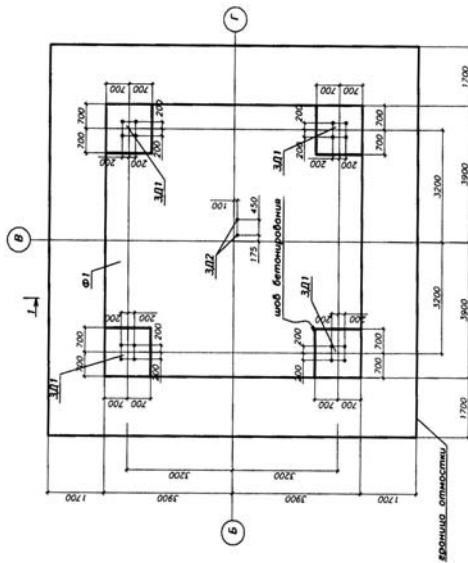
5. Отклонение отметок поверхности фундамента (верный обреш) в местах установки опорных плит повар башины не должно превышать 10 мм согласно табл. 22 СНиП 3.03.01-87.

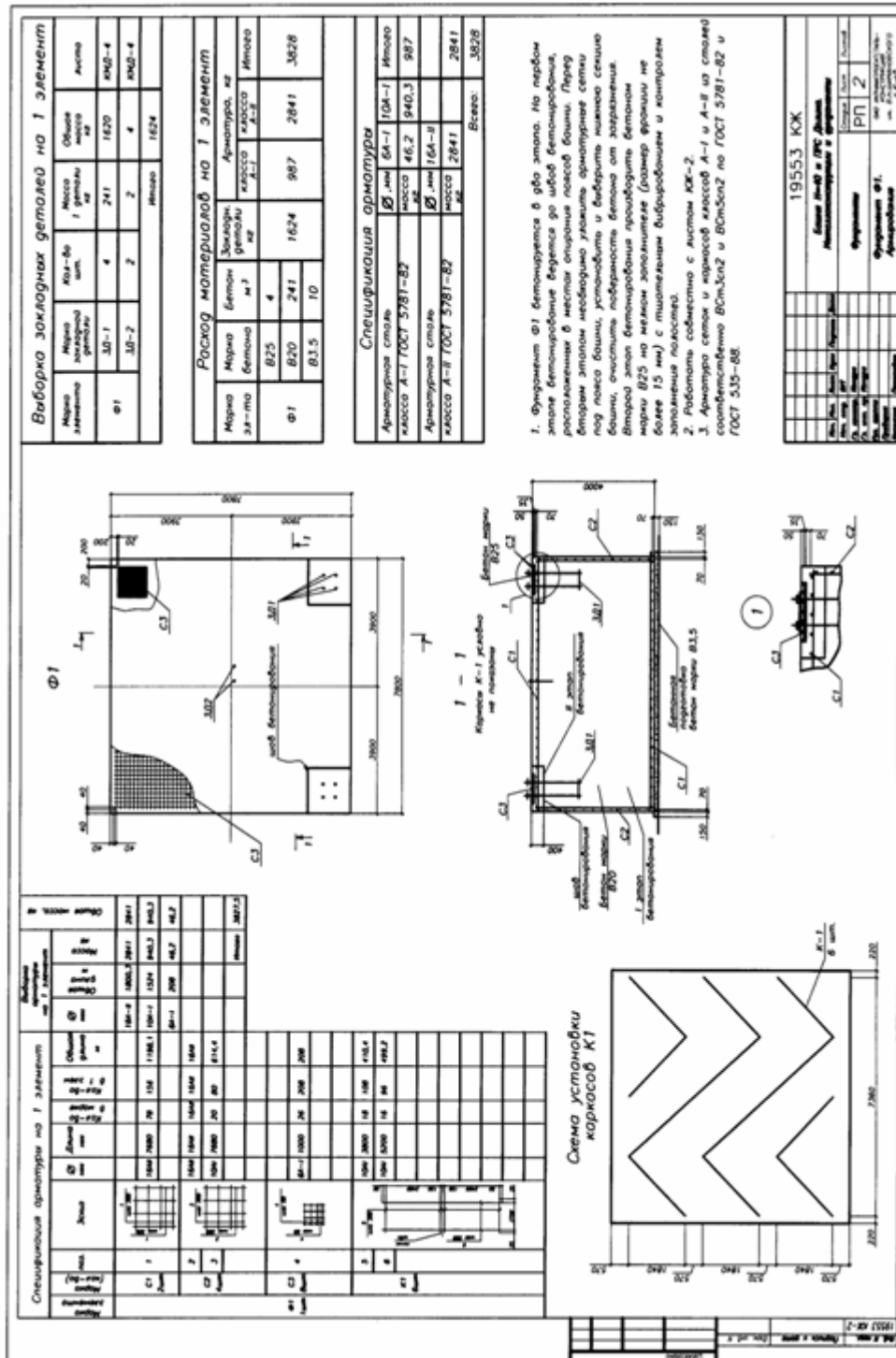
19553 КЖ			
Башина №40 и ПРС Двухконтурная и фундаменты			
Материал	Наименование	Единица	Количество
Ф1	Фундамент башины	м³	11
Ф1	Фундамент башины	м³	63
Ф1	Фундамент башины	м³	203

Схема расчетных нагрузок на фундамент Ф1



План фундаментов





СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. – Москва: Наука, 1986. – 744 с.
2. *Барштейн М.Ф.* Аэродинамическая неустойчивость высоких сооружений и гибких конструкций / Динамический расчет сооружений на специальные воздействия. Справочник проектировщика. – Москва: Стройиздат, 1981. – С. 80 – 92.
3. *Барштейн М.Ф.* Динамический расчет высоких сооружений на действие ветра / Динамический расчет зданий и сооружений. Справочник проектировщика. – Москва: Стройиздат, 1984. – С. 169 – 197.
4. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. – Москва: Бином, 2003. – 632 с.
5. *Бежеев А.И., Брауде З.И., Вахуркин В.М.* и др. / Под ред. Н.П. Мельникова. Металлические конструкции промышленных зданий и сооружений. – Москва: Госстройиздат, 1962. – 619 с.
6. *Бердичевский М.М., Гордеев В.Н.* О подборе сечений сжатых и растянутых элементов в задаче оптимального проектирования ферм // Материалы по металлическим конструкциям. – Москва: ЦНИИПСК, 1972. – Вып. 16. – С. 47 – 52.
7. *Беспрозванная И.Н.* Основные вопросы аэродинамического моделирования строительных конструкций // Проектирование металлических конструкций. – Москва: ЦНИИПСК, 1969. – С. 2 – 11.
8. *Беспрозванная И.Н., Соколов А.Г., Фомин Г.М.* Воздействия ветра на высокие сплошностенчатые сооружения. – Москва: Стройиздат, 1976. – 185 с.
9. *Боглаев Ю. П.* Вычислительная математика и программирование. – Москва: Высшая школа, 1990. – 544 с.
10. *Болтянский В.Г.* Математические методы оптимального управления. – Москва: Наука, 1969. – 408 с.
11. *Виноградов А.И.* Исследование функции стоимости в расчете оптимальных систем // Исследования по теории сооружений. – 1965. – Вып. 14. – С. 143 – 154.
12. *Виноградов А.И.* Об одном алгоритме теории оптимальных систем // Прикладная механика. – 1967. – Т. 3, №7. – С. 86 – 95.
13. *Виноградов А.И.* Проблема оптимального проектирования в строительной механике. – Харьков: Вища школа, 1973. – 168 с.
14. *Гарднер Л., Нетеркот Д.А.* Руководство для проектировщиков к Еврокоду 3: Проектирование стальных конструкций EN 1993-1-1, EN 1993-1-3, EN 1993-1-8. 2-е издание. – Москва, МГСУ, 2012. – 223 с.
15. *Гордеев В.Н., Гринберг М.Л., Кондра М.П.* О выборе оптимальных очертаний башни // Строительная механика и расчет сооружений. – 1969. – № 6. – С. 59 – 61.
16. Государственный стандарт СССР. Канат одинарной свивки типа ТК конструкции 1×37 (1 + 6 + 12 + 18). Сортамент. ГОСТ 3064 – 80*. – Москва: Госстрой СССР, 1980. – 10 с.
17. Государственный стандарт СССР. Расчет строительных конструкций. Нагрузка ветровая. ГОСТ 1664 – 42. – Москва: Госстрой СССР, 1943. – 18 с.

18. Гульванисян Х., Калгаро Ж. – А., Голицки М. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 1990: Основы проектирования сооружений. – Москва, МГСУ, 2011. – 263 с.
19. Гульванисян Х., Формичи П., Калгаро Ж. – А. Руководство для проектировщиков к Еврокоду 1: Воздействия на сооружения. Разделы EN 1991-1-1 и с EN 1991-1-3 по EN 1991-1-7. – Москва, МГСУ, 2011. – 343 с.
20. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. – Москва: Физматгиз, 1963. – 660 с.
21. Ден-Гартог Д.П. Механические колебания. – Москва: Физматгиз, 1960. – 574 с.
22. Державні будівельні норми України. Конструкції будівель і споруд. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу. ДБН В.2.6-163:2010. – Київ: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2011. – 202 с.
23. Державні будівельні норми України. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. ДБН В.1.2-14 – 2008. – Київ: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2008. – 37 с.
24. Державні будівельні норми України. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування. ДБН В.1.2-2:2006. – Київ: Міністерство будівництва, архітектури та житлово-комунального господарства України, 2006. – 58 с.
25. Дмитриев Л.Г., Касилов А.В. Вантовые покрытия. – Киев: Будівельник, 1974. – 272 с.
26. Зміна № 1 до ДСТУ-Н Б EN 1991-1-1:2010 (EN 1991-1-1:2002, IDT). Єврокод 1. Дії на конструкції. Частина 1 – 1. Загальні дії. Питома вага, власна вага, експлуатаційні навантаження для споруд. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2014. – 23 с.
27. Зміна № 1 до ДСТУ-Н Б EN 1991-1-4:2010 (EN 1991-1-4:2005, IDT). Єврокод 1. Дії на конструкції. Частина 1 – 4. Загальні дії. Вітрові навантаження. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2014. – 14 с.
28. Зміна № 1 до ДСТУ-Н Б EN 1991-1-7:2010 (EN 1991-1-7:2006, IDT). Єврокод 1. Дії на конструкції. Частина 1 – 7. Загальні дії. Особливі динамічні впливи. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2014. – 27 с.
29. Зміна № 1 до ДСТУ-Н Б EN 1993-1-8:2011 (EN 1993-1-8:2005, IDT). Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1 – 8. Проектування з'єднань. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2014. – 51 с.
30. Зміна № 1 до Проекту ДСТУ-Н Б EN 1993-1-11:2012 (EN 1993-1-11:2006, IDT). Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1–11. Проектування конструкцій з розтягнутими елементами. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2014. – 13 с.

31. Зміна № 1 до ДСТУ-Н Б EN 1993-3-1:201X (EN 1993-3-1:2007, IDT). Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 3–1. Башти, щогли і димові труби. Башти і щогли. Друга, остаточна редакція. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 201X. – 29 с.
32. Зміна № 2 до ДСТУ-Н Б EN 1990:2008 (EN 1990:2002, IDT). Єврокод. Основи проектування конструкцій. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2014. – 43 с.
33. Исследование работы вытяжных башен-труб, оборудованных динамическими гасителями колебаний. Рекомендации по гашению колебаний. Отчет по теме № 790-69-80. Том I / Павлов Б.Г., Гордеев В.Н., Калиничев А.И. и др. – Москва: ЦНИИпроектстальконструкция, 1980. – 159 с.
34. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. – Москва: Наука, 1978. – 512 с.
35. *Качурин В.К.* Статический расчет вантовых систем. – Ленинград: Стройиздат, 1969. – 141 с.
36. *Качурин В.К.* Теория висячих систем. – Москва – Ленинград: Госстройиздат, 1962. – 224 с.
37. *Кирсанов Н.М.* Висячие и вантовые конструкции. – Москва: Стройиздат, 1981. – 158 с.
38. *Киселев В.А.* Рациональные формы арок и подвесных систем. – Москва: Госстройиздат, 1953. – 355 с.
39. *Киселев В. А.* Строительная механика. – Москва: Стройиздат, 1976. – 511 с.
40. *Кондра М.П.* Определение оптимальных параметров башни с учетом изменения нагрузки // Строительная механика и расчет сооружений. – 1972. – № 5. – С. 54 – 58.
41. *Кондратьев К.Я.* Актинометрия. – Ленинград: Гидрометеорологическое издательство. 1965. – 690 с.
42. *Лантух-Лященко А.И., Махинько А.В., Пашинский В.А., Перельмутер А.В., Пичугин С.Ф.* Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. Изд. 4-е, переработанное и дополненное. Под общ. ред. д.т.н. А.В.Перельмутера. – Москва: СКАД СОФТ, Ассоциация строительных вузов, ДМК Пресс, 2014. – 596 с.
43. *Лебедич И.Н.* Развитие конструктивных форм и методов расчета крупномасштабных монументов // Совершенствование сварных металлических конструкций: Сб. науч. тр. ИЭС им. Е.О.Патона. – Киев: Наукова думка, 1992. – С. 231 – 239.
44. *Лихтарников Я.М.* Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций. – Москва: Стройиздат, 1979. – 319 с.
45. *Лихтарников Я.М.* Металлические конструкции. Методы технико-экономического анализа при проектировании. – Москва: Стройиздат, 1968. – 264 с.
46. *Лурье А. И.* Аналитическая механика. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 824 с.
47. *Лурье А.И.* Применение принципа максимума к простейшим задачам механики. – Ленинград: Труды ЛПИ. – 1965. – Вып. 252. – С. 34 – 46.
48. *Людковский И.Г.* Комбинированные висячие покрытия // Висячие покрытия: Сб. науч. тр. НИИЖБ. – Москва: ЦИНИС, 1973. – № 8. – С. 4 – 24.

49. *Мацелинский Р.Н.* Расчет гибких нитей на произвольную вертикальную нагрузку // *Висячие покрытия: Сб. науч. тр. НИИЖБ.* – Москва: Госстройиздат, 1962. – С. 52 – 60.
50. *Мацюлявичус Д.А.* Алгоритм уточнения сечений для синтеза упругой стержневой конструкции минимального веса в случае многих загружений // *Строительная механика.* – 1965. – № VIII. – С. 108 – 112.
51. *Мацюлявичус Д.А.* К вопросу синтеза конфигурации статически определимых конструкций минимального веса // *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика.* – 1965. – № I. – С. 18 – 21.
52. *Мацюлявичус Д. А.* Синтез оптимальной системы плоской стержневой статически определимой конструкции минимального веса // *Строительная механика.* – 1965. – № VIII. – С. 102 – 107.
53. *Москалев Н.С.* Конструкции висячих покрытий. – Москва: Стройиздат, 1980. – 331 с.
54. Національний стандарт України. Єврокод 1. Дії на конструкції. Частина 1–1. Загальні дії. Питома вага, власна вага, експлуатаційні навантаження для споруд. ДСТУ-Н Б EN 1991-1-1:2010 (EN 1991-1-1:2002, IDT). – Київ: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2011. – 57 с.
55. Національний стандарт України. Єврокод 1. Дії на конструкції. Частина 1–4. Загальні дії. Вітрові навантаження. ДСТУ-Н Б EN 1991-1-4:2010 (EN 1991-1-4:2005, IDT). – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2013. – 165 с.
56. Національний стандарт України. Єврокод 1. Дії на конструкції. Частина 1–7. Загальні дії. Особливі динамічні впливи. ДСТУ-Н Б EN 1991-1-7:2010 (EN 1991-1-7:2006, IDT). – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2013. – 94 с.
57. Національний стандарт України. Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1–1. Загальні правила і правила для споруд. ДСТУ-Н Б EN 1993-1-1:2010 (EN 1993-1-1:2005, IDT). – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2011. – 158 с.
58. Національний стандарт України. Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1–8. Проектування з'єднань. ДСТУ-Н Б EN 1993-1-8:2011 (EN 1993-1-8:2005 IDT). – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2013. – 196 с.
59. Національний стандарт України. Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1–11. Проектування конструкцій з розтягнутими елементами. Проект ДСТУ-Н Б EN 1993-1-11:2012 (EN 1993-1-11:2006, IDT). – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2012. – 59 с.
60. Національний стандарт України. Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 3 – 1. Башти, щогли і димові труби. Башти і щогли. ДСТУ-Н Б EN 1993-3-1:201X (EN 1993-3-1:2007, IDT). Друга, остаточна редакція. – Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 201X. – 123 с.

61. Національний стандарт України. Система надійності та безпеки у будівництві. Настанова. Основи проектування конструкцій. ДСТУ-Н Б EN 1990:2008 (EN 1990:2002, IDN). – Київ: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2012. – 81 с.
62. Національний стандарт України. Захист металевих конструкцій від корозії. Вимоги до проектування. ДСТУ Б В.2.6-193:2013. – Київ: Міністерство будівництва, архітектури та житлово-комунального господарства України, 2013. – 70 с.
63. Овчинников П.Ф., Лисицин Б.М., Михайленко В.М. Высшая математика / Под общей редакцией Овчинникова П.Ф. – Киев: Вища школа, 1989. – 679 с.
64. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. – Москва: Наука, 1986. – 288 с.
65. Отто Ф., Шлейер Ф.К. Тентовые и вантовые строительные конструкции. – Москва: Стройиздат, 1970. – 175 с.
66. Павловский В.Ф., Кондра М.П. Стальные башни (проектирование и монтаж). – Киев: Будівельник, 1979. – 200 с.
67. Перельмутер А.В. Основы расчета вантово-стержневых систем. – Москва: Стройиздат, 1969. – 190 с.
68. Перельмутер А.В., Гордеев В.М., Горохов С.В., Сгоров С.А., Корольов В.П., Лантух-Лященко А.І., Оглобля О.І. Стан та залишковий ресурс фонду будівельних металевих конструкцій в Україні / За редакцією Перельмутера А.В. – Київ: Сталь, 2002. – 166 с.
69. Пермяков В. А. Оптимизация геометрических схем стержневых систем // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1992. – № 4. – С. 12 – 15.
70. Рабинович И.М. К теории статически неопределимых ферм. – Москва: Трансжелдориздат, 1933. – 120 с.
71. Рабинович И.М. Стержневые системы минимального веса // Механика твердого тела: Труды 2-го Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике. – Москва: Наука, 1966. – Вып. 3. – С.265 – 276.
72. Радциг Ю.А. Статически неопределимые фермы наименьшего веса. – Казань: КГУ, 1969. – 287 с.
73. Радциг Ю.А. Статически неопределимые фермы наименьшего объема // Труды КАИ. – Казань: КАУ, 1960. – Вып. 51. – 108 с.
74. Рейтман М.И., Шапиро Г.С. Методы оптимального проектирования деформируемых тел. – Москва: Наука, 1976. – 265 с.
75. Рейтман М.И., Шапиро Г.С. Методы оптимального проектирования деформируемых тел. Постановки и способы решения задач оптимизации параметров элементов конструкций. – Москва: Наука, 1976. – 258 с.
76. Рейтман М.И., Шапиро Г.С. Оптимальное проектирование деформируемых твердых тел (обзор) // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. – Москва: ВИНТИ, 1978. – Т. 12. – С. 5 – 13.
77. Рекомендации по проектированию гасителей колебаний для защиты зданий и сооружений, подверженных горизонтальным динамическим воздействиям от технологического оборудования и ветра. – Москва: Стройиздат, 1978. – 67 с.

78. Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки. – Москва: Стройиздат, 2000. – 27 с.
79. *Ржаницын А.Р.* Статика и динамика пологой упругой нити // Висячие покрытия: Сб. науч. тр. НИИЖБ. – Москва: Госстройиздат, 1962. – С. 60 – 76.
80. *Ржаницын А.Р.* Теория расчета строительных конструкций на надежность. – Москва: Стройиздат, 1978. – 239 с.
81. Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра. – Москва: Стройиздат, 1978. – 223 с.
82. *Савицкий Г.А.* Антенно-мачтовые сооружения. – Москва: Гос. изд-во литературы по вопросам связи и радио, 1962. – 230 с.
83. *Савицкий Г.А.* Ветровая нагрузка на сооружения. – Москва: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 111 с.
84. *Савицкий Г.А.* Основы проектирования антенных конструкций. – Москва: Гос. изд-во литературы по вопросам связи и радио, 1973. – 112 с.
85. *Савицкий Г.А.* Основы расчета радиомачт. – Москва: Гос. изд-во литературы по вопросам связи и радио, 1953. – 265 с.
86. *Самарский А. А.* Введение в численные методы. – Москва: Наука, 1987. – 286 с.
87. *Светлицкий В.А.* Механика гибких стержней и нитей. – Москва: Машиностроение, 1978. – 222 с.
88. Свод правил. СП 20.13330.2011. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. – Москва: Министерство регионального развития Российской Федерации, 2011. – 96 с.
89. *Сергеев Н.Д., Богатырев А.И.* Проблемы оптимального проектирования конструкций. – Ленинград: Стройиздат, 1971. – 136 с.
90. *Сидорович Е.М.* К расчету гибких нитей на упругих опорах // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1965. – № 6. – С. 53 – 57.
91. *Симиу Э., Сканлан Р.* Воздействия ветра на здания и сооружения. – Москва: Стройиздат, 1984. – 360 с.
92. *Слюсарчук Ф.И.* Исследование объема статически неопределимых ферм, несущих однократную загрузку // Труды НИИЖТ. – Новосибирск: НИИЖТ, 1955. – Вып. 2. – С. 27 – 35.
93. *Слюсарчук Ф.И.* О регулярном расчете статически неопределимых ферм методом заданных напряжений // Труды Новосибирского НШКТа. – Москва: Трансжелдориздат, 1962. – Вып. 7. С. 41 – 53.
94. *Соколов А.Г.* Металлические конструкции антенных устройств. – Москва: Стройиздат, 1971. – 240 с.
95. *Соколов А.Г.* Опоры линий передач (расчет и конструирование). – Москва: Госстройиздат, 1961. – 171 с.
96. Справочник по динамике сооружений / Под редакцией Коренева Б.Г., Рабиновича И.М. – Москва: Стройиздат, 1972. – 511 с.

97. Справочник проектировщика «Металлические конструкции». Том 3. Стальные сооружения, конструкции из алюминиевых сплавов. Реконструкция, обследование, усиление и испытание конструкций зданий и сооружений / Под общей редакцией Кузнецова В.В. – Москва: АСВ, 1999. – 528 с.
98. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. – Москва: ГИФМЛ, 1961. – 436 с.
99. Стрелецкий Н.С. К вопросу усиления экономического подхода в расчете конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. – 1965. – № 2. – С. 1 – 4.
100. Стрелецкий Н.С., Гениев А.Н., Балдин Б.А., Беленя Е.И., Лессиг Е.Н. Стальные конструкции. – Москва: Госстройиздат, 1952. – 852 с.
101. Стрелецкий Н.С., Стрелецкий Д.Н. Проектирование и изготовление экономических металлических конструкций. – Москва: Стройиздат, 1964. – 423 с.
102. Строительные нормы. Технические условия расчета высоких сооружений на ветровую нагрузку. СН 40 – 58. – Москва: Госстройиздат, 1959. – 21 с.
103. Строительные нормы и правила. Нагрузки и воздействия. СНиП 2.01.07 – 85. – Москва: Госстрой СССР, 1985. – 58 с.
104. Строительные нормы и правила. Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования. СНиП II-A.11 – 62. – Москва: Госстрой СССР, 1962. – 25 с.
105. Строительные нормы и правила. Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования. СНиП II-6 – 74. – Москва: Госстрой СССР, 1975. – 45 с.
106. Строительные нормы и правила. Нормы проектирования. Стальные конструкции. СНиП II-23 – 81*. – Москва: Госстрой СССР, 1990. – 96 с.
107. Строительные нормы и правила. Сооружения промышленных предприятий. СНиП 2.09.03 – 85. – Москва: Госстрой СССР, 1985. – 73 с.
108. Трофимович В.В., Пермяков В.А. Оптимальное проектирование металлических конструкций. – Киев: Будівельник, 1981. – 136 с.
109. Турчак Л. И. Основы численных методов. – Москва: Наука, 1987. – 320 с.
110. Филин А.П., Гуревич Я.И. Применение вариационного исчисления к отысканию рациональной формы конструкции. – Ленинград: Труды ЛИИЖТ. – 1962. – Вып. 190. – С. 214 – 220.
111. Хуберян К.М. Метод напряжений // Исследования по теории сооружений. – 1949. – Вып. IV. – С. 164 – 176.
112. Хуберян К.М. Расчет крестовых ферм на подвижную нагрузку по методу напряжений // Исследования по теории сооружений. – 1951. – Вып. 5. – С. 64 – 53.
113. Хуберян К.М. Расчет статически неопределимых ферм по методу напряжений в общем случае // Исследования по теории сооружений. – 1960. – Вып. 9. – С. 22 – 31.
114. Цейтлин А.И., Бернштейн А.С., Гусева Н.И., Попов Н.А. Новая редакция раздела «Ветровые нагрузки» главы СНиП «Нагрузки и воздействия». – Строительная механика и расчет сооружений. – 1987. – № 6. – С. 28 – 33.
115. Чирас А.А. Задачи оптимизации в строительной механике // Строительная механика и расчет сооружений. – 1976. – № 2. – С. 32 – 41.

116. Чирас А.А. Методы линейного программирования при расчете упруго-пластичных систем. – Ленинград: Стройиздат, 1969. – 200 с.
117. Чирас А.А. Теория оптимизации в предельном анализе твердого деформируемого тела. – Вильнус: Минтис, 1971. – 124 с.
118. Шимановский А.В., Гордеев В.Н., Королев В.П., Оглобля А.И., Рухович И.Р., Филатов Ю.В. Техническая диагностика и предупреждение аварийных ситуаций конструкций зданий и сооружений. – Киев: Сталь, 2008. – 463 с.
119. Шимановский А.В., Оглобля А.И. Теория и расчет несущих элементов большепролетных пространственных конструкций. – Киев: Сталь, 2002. – 372 с.
120. Шимановский А.В., Цыхановский В.К. Теория и расчет сильнонелинейных конструкций. – Киев: Сталь, 2005. – 432 с.
121. Шимановский А.В., Шалинский В.В., Чабан Н.А. Механика висячих систем. Издание третье, переработанное и дополненное / Под общей редакцией Шимановского А.В. – Киев: Сталь, 2013. – 541 с.
122. Шимановский В.Н. Висячие системы. – Киев: Будівельник, 1984. – 208 с.
123. Шимановский В.Н., Гарф Э.Ф., Пермяков В.А. и др. Сварные строительные конструкции. Том 2. Типы конструкций / Под редакцией Лобанова Л.М. – Киев: ИЭС им. Е.О.Патона, 1997. – 680 с.
124. Эйлер Л. Интегральное исчисление. Том 1. – Москва: ГИТТЛ, 1956. – 415 с.
125. Duffie J.A., Beckman W.A. Solar Engineering of Thermal Processes. Fourth Edition. – New York: John Wiley & Sons, 1982. – 936 p.
126. Lagrange J.-L. Sur la figure des colonnes // Ouvres de Lagrange. – 1868. – Vol. 2. – P. 125 – 170.
127. Levy M. La statique graphique et ses applications aux constructions (IV pt., note 1). – Paris, 1874. – 64 p.
128. Wasiutynski Z., Brandt A. The present state of knowledge in the field of optimum design of structures // Appl. Mech. Rev. – 1963. – Vol. 16 (5). – P. 341 – 350.

ПРЕДИСЛОВИЕ ко второму изданию	3
ВВЕДЕНИЕ	6
Глава 1. Башни. Мачты. Башни специального назначения. Антенные системы. Монументы	22
1.1. Уникальные стальные башни	22
1.2. Утилитарные стальные башни	40
1.3. Мачты	46
1.4. Башни специального назначения	54
1.4.1. Дымовые трубы и вытяжные башни	54
1.4.2. Водонапорные башни	59
1.5. Антенные системы	63
1.6. Монументы	66
Глава 2. Схемы стальных башен	71
2.1. Решетчатые башни	71
2.1.1. Решетчатые башни первого типа	72
2.1.2. Решетчатые башни второго типа	83
2.1.3. Решетчатые башни третьего типа	83
2.1.4. Решетчатые башни четвертого типа	86
2.1.5. Решетчатые башни пятого типа	86
2.2. Построение типоразмеров башен одинакового назначения	90
Глава 3. Узлы решетчатых стальных башен	96
3.1. Опорные узлы	96
3.2. Узлы примыкания раскосов и распорок к поясам	97
3.3. Узлы пересечения раскосов	100

3.4. Конструктивные решения башен, выполненных в виде листовых оболочек	106
3.5. Стыки трубчатых элементов	109
3.5.1. Пример расчета фланцевого соединения	113
3.6. Стыки крестовых сечений	114
3.6.1. Пример расчета толщины фланца	116
3.6.2. Пример расчета стыка поясов башни из уголкового профиля	116
3.7. Узловые бесфасоночные крепления труб	117
3.8. Детали концевых закреплений распорок и раскосов	119
Глава 4. Материалы конструкций высотных сооружений	124
4.1. Профили и стали	124
4.2. Условия поставки стали труб	130
4.3. Условия поставки болтов (шпилек), гаек и шайб	134
Глава 5. Воздействия и нагрузки на высотные сооружения	137
5.1. Собственная масса конструкций и оборудования	139
5.2. Климатические воздействия и нагрузки	142
5.2.1. Ветровой режим местности	143
5.2.2. Атмосферная турбулентность. Общие положения	145
5.2.3. Атмосферная турбулентность. Воздействия от торнадо	150
5.2.4. Определение аэродинамических коэффициентов	153
5.2.5. Учет пульсации воздушного потока при расчете высотных сооружений	159

5.2.6. Гололедные нагрузки	162
5.2.7. Температурные воздействия	163
5.4. Сейсмические воздействия	179
5.5. Предварительное напряжение	181
5.6. Монтажные нагрузки	182
5.7. Влияние условий эксплуатации на изменение нагрузок	182
Глава 6. Антивибрационная защита высотных сооружений	185
6.1. Дополнительные связи	185
6.2. Аэродинамические способы гашения колебаний	187
6.3. Механические гасители колебаний	189
6.4. Определение частоты колебаний гасителей	202
6.5. Методика и пример расчета воздушного демпфера	205
6.6. Настройка гасителей колебаний	207
6.7. Эксплуатация гасителей колебаний	207

6.8. Особенности расчета высотных сооружений при вихревом возбуждении. Расчет на ветровой резонанс	208
Глава 7. Общие данные о статическом и динамическом расчетах и оптимальном проектировании высотных сооружений	218
7.1. Основные положения статического расчета	218
7.2. Основные положения динамического расчета	220
7.3. Основные положения оптимального проектирования	221
Глава 8. Оптимальные параметры стальных башен	286
8.1. Предварительные замечания	286
8.2. Алгоритм нахождения оптимальных параметров четырехгранной башни с ромбической решеткой	290
8.3. Учет влияния фундаментов при определении схемы башни минимального объема	300
8.4. Зависимость геометрических параметров схемы башни минимального объема от нагрузки	302
8.5. Зависимость геометрических параметров схемы башни минимального объема от прочности стали	306

8.6. Зависимость геометрических параметров схемы башни минимального объема от сортамента стали	307
8.7. Влияние конструктивных коэффициентов на стоимость башни	309
8.8. Влияние технологических коэффициентов на стоимость высотных сооружений	313
8.9. Определение оптимальных параметров высотных сооружений	314
8.9.1. Выбор оптимальных геометрических параметров башни	314
8.9.2. Выбор оптимальной стоимости мачты	317
8.9.3. Выбор оптимальной стоимости мачты с учетом цены земельного участка	319
8.10. Поиск оптимальных конструктивных решений высотных сооружений	323
8.10.1. Башня мобильной связи высотой 70 м в г. Черняховск Калининградской области	323
8.10.2. Мачта высотой 71,51 м в г. Великий Новгород Новгородской области	329
Глава 9. Дефекты и повреждения на этапах проектирования, изготовления, транспортирования, монтажа и эксплуатации и их влияние на работу высотных сооружений	334
9.1. Оценка влияния дефектов и повреждений на работу высотных сооружений	346
9.2. Оценка влияния накопления дефектов и повреждений на работу высотных сооружений	347
9.5. Методы и мероприятия по устранению дефектов и повреждений при усилении высотных сооружений	353
9.6. Методы и мероприятия по устранению дефектов и повреждений при реконструкции высотных сооружений	356

Приложение I.

Методы оптимизации и задачи управления	364
I.1. Классификация задач оптимизации	364
I.2. Линейное программирование	366
I.2.1. Математическое программирование	366
I.2.2. Задачи, приводящие к линейному программированию. Общая постановка задачи линейного программирования	366
I.2.3. Геометрический метод решения простейших задач линейного программирования	368
I.2.4. Аналитический метод решения задачи линейного программирования	369
I.2.5. Выпуклые множества и функции. Задача линейного программирования	371
I.2.6. Двойственность в математическом программировании	374
I.3. Применение метода условного экстремума к задачам нелинейного программирования	375

I.3.1. Задача № 1	375
I.3.2. Задача № 2	376
I.4. Численные методы поиска экстремума	378
I.4.1. Метод Эйлера	378
I.4.2. Метод Ньютона	378
I.4.3. Метод наискорейшего спуска	379
I.4.4. Метод покоординатного спуска	380
I.5. Метод возможных направлений	381
I.6. Вариационное исчисление	385
I.6.1. Понятие о функционале	386
I.6.2. Классические задачи вариационного исчисления	386
I.6.3. Вариация функции и приращение функционала	389
I.6.4. Непрерывность функционала	390
I.6.5. Линейный функционал	391
I.6.6. Вариация функционала	392
I.6.7. Необходимое условие экстремума функционала	395
I.6.8. Дифференциальные уравнения экстремалей. Канонические уравнения	395
I.6.9. Достаточные условия экстремума функционалов	400
I.6.10. Условный экстремум	401
I.6.11. Вариационные задачи с подвижными концами	402
I.6.12. Прямые методы в вариационном исчислении	406

I.7. Задачи управления	408
I.7.1. Общая постановка задачи управления	408
I.7.2. Применение вариационного исчисления к задачам управления	411
I.7.3. Принцип максимума	415
I.7.4. Принцип динамического программирования	417
Приложение II.	
Основные сведения о расчете гибких нитей	421
II.1. Вводные замечания. Исходные допущения	421
II.2. Общее решение задачи для гибкой упругой нити	422
II.3. Частные случаи решения задачи для гибкой упругой нити	424
II.3.1. Расчет струны	424
II.3.2. Расчет предварительно напряженной струны	424
II.4. Учет влияния температурных воздействий	426
II.5. Учет влияния смещения и осадки опор	427
II.6. Расчет многопролетной гибкой упругой нити на упруго-податливых опорах	429
Приложение III.	
Примеры проектных решений высотных сооружений	432
III.1. Проект унифицированной башни высотой 70 м для объектов связи	433
III.2. Проект вытяжной башни для объектов химии	449
III.3. Проект фундамента башни высотой 40 м для объектов связи	465
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	469

Научное издание



**Шимановский
Александр
Витальевич**



**Кондра
Михаил
Петрович**



**Кондра
Сергей
Михайлович**

ВЫСОТНЫЕ СООРУЖЕНИЯ. ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Ш 61 Высотные сооружения. Теория и практика. –
К.: Изд-во «Сталь», 2014. – 392 с., рис. 151, табл. 60.

Редактор
Компьютерная верстка

Т.И. Лукашевич
Т.И. Цапро

Подписано к печати 22.07.2014 г. Формат 70×100/16.
Бумага офсет. Гарнитура Times New Roman.
Печать офсет. Усл. печ. л. 39,51.
Тираж 500 экз. Заказ № 300.

ООО «Издательство «Сталь»
ул. В.Шимановского, 2/1, г. Киев, 02660,
тел./факс 516-45-02, тел. 516-55-92.

Свидетельство субъекта издательского дела
ДК № 1212 от 28.01.2003