

*глубоководности
Вадиму Николаевичу
на память
7. III. 61. Яков*

Д. М. СОСИС

МЕХАНИЗАЦИЯ РАСЧЕТОВ
СООРУЖЕНИЙ
ПО ТИПОВЫМ
ПРОГРАММАМ

Государственное издательство
ЛИТЕРАТУРЫ ПО СТРОИТЕЛЬСТВУ И АРХИТЕКТУРЕ УССР
Киев — 1961

В книге излагаются разработанные автором типовые программы расчетов сооружений с использованием широко распространенных электрических клавишных счетных машин. Ряд примеров иллюстрирует применение типовых программ для расчетов поперечников промышленных и гражданских зданий, мостов и других сооружений.

На основе этого метода возможно составить также эскизные программы, подлежащие переводу на «язык» той или иной электронной цифровой машины.

Книга предназначена для инженеров-строителей и студентов строительных и автодорожных вузов. Предложенный метод программирования может быть использован инженерами и других специальностей.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Создание материально-технической базы коммунизма требует дальнейшего развития и ускорения научно-технического прогресса, применения новых технических усовершенствований.

В течение двадцатилетия будет осуществлено массовое внедрение систем механизации и автоматизации, электронных, счетно-решающих и управляющих устройств при производстве инженерных расчетов в научно-исследовательских и проектно-конструкторских организациях.

Цель механизации расчетов состоит в том, чтобы освободить инженера от трудоемкой вычислительной работы, переложив её на различные виды счетных машин. Для этого необходимо дать оператору машины программу вычислений, записанную в простой и ясной форме, с контрольными проверками, охватывающую весь объем расчета.

В настоящей работе излагается метод составления программ расчетов [18], ориентирующийся в основном на широко распространенные электрические клавишные вычислительные машины (автоматы и полуавтоматы). На базе этих машин в ряде проектных институтов — Гипротис, Промстройпроект, Гипромез и др. — созданы специальные вычислительные бюро. Проектные организации, не имеющие своих машин, могут выполнять расчеты на хорошо оснащенных станциях ЦСУ.

Программирование вычислений получило развитие применительно к электронным цифровым машинам [9], [10], [13] и само понятие программирования обычно связывается с этими машинами.

Что касается электрических вычислительных машин, являющихся пока основным средством инженерных расчетов, то программирование для этой области вычислительной техники развито очень слабо. Обычно ограничиваются составлением бланков, в заглавных строках которых указана последовательность вычислений [6], но так можно программировать лишь простые вычисления и только те, которые выполняются в одной таблице. В более сложных случаях программа расчета заменяется устными пояснениями, которые приходится постоянно давать оператору в процессе вычислений, что снижает эффект механизации. На практике это приводит к необходимости обучать операторов тому или иному алгоритму, той или иной методике. В тех случаях, когда алгоритм уже устарел или

нужно решать новую задачу, приходится ломать налаженную технологию и вновь обучать операторов новой методике.

Ясно, что такой подход ограничивает возможности механизации расчетов.

Метод программирования, излагаемый в настоящей работе, не имеет этого недостатка— он позволяет охватить единой программой весь расчет сооружения, а не только отдельные его части.

Для расчета сооружения составляется так называемая комбинированная программа, охватывающая все стадии расчета и состоящая из ряда связанных между собою стандартных подпрограмм, каждый шаг расчета имеет проверки, исключающие возможность ошибки вычислителя.

Составление комбинированной программы хотя и выполняется достаточно просто, но требует затраты определенного труда и времени. Эту работу можно значительно упростить или вовсе исключить, если заранее составить типовые программы, охватывающие не одну какую-либо задачу, а целые классы задач.

Такие типовые программы составлены в настоящей работе для расчета стержневых систем методом сил и методом деформаций. Привязка конкретной задачи к типовой программе состоит в подготовке исходных данных с занесением их в стандартные бланки. Вся остальная работа выполняется оператором по типовой программе.

Опыт работы ряда институтов (Укрпроектстальконструкция, НИИЭП АСИА УССР, КАДИ, Союздорпроект и др.) на Машиносчетной станции ЦСУ УССР показал, что, усвоив несложный буквенный и цифровой код, операторы легко читают и выполняют разнообразные программы независимо от того, на каком методе они основаны.

Второе назначение рассмотренных в работе программ состоит в том, что они могут служить эскизными программами для математика-программиста электронных вычислительных машин.

Несмотря на простую структуру, эскизная программа основана на тех же принципах, что и программа для электронных машин. Поэтому возможен перевод ее на язык электронной вычислительной машины.

В отделе программирования вычислительного центра АН УССР группой сотрудников под руководством Е. Л. Ющенко осуществлен перевод изложенных в книге программ применительно к электронной вычислительной машине «Киев».

Таким образом, опираясь в основном на электрические вычислительные машины, предлагаемая система программирования может служить также средством связи между инженерами и программистами электронных цифровых машин. Инженер подготавливает эскизную программу, которая проверяется вначале на электрических машинах. Простая форма выражения этой программы облегчает продумывание и решение задачи в целом. Математик-програм-

мист освобождается от необходимости овладения той или иной областью инженерного дела и получает возможность главное внимание уделить приспособлению и переводу эскизной программы применительно к данной электронной машине, особенности которой он хорошо знает.

Для широкого развития механизации инженерных расчетов необходимо привлечение различных средств вычислительной техники. Наряду с цифровыми машинами следует отметить также разработанные проф. Г. Е. Пуховым и его сотрудниками [11] эффективные аналоговые машины, основанные на электрическом моделировании упругих систем. Книга состоит из восьми глав.

В первой главе изложена принятая система обозначений (буквенный и цифровой код) и приведены простейшие программы вычислений: алгебраическое суммирование, умножение, деление, суммирование произведений.

Вторая глава посвящена составлению типовой программы расчета статически неопределимых стержневых систем методом сил.

В третьей главе рассмотрен вариант вышеуказанной типовой программы с использованием чисел влияния. Этот вариант целесообразно применить при большом числе загружений, а также при построении линий влияния усилий.

Типовые программы метода сил являются универсальными, их можно применить для расчета любых стержневых систем.

В четвертой главе изложено составление типовой программы расчета многоэтажных, многопролетных рамных каркасов методом деформаций. Эта программа может быть применена также при наклонных ригелях, элементах переменной жесткости, но стойки должны быть вертикальными.

Пятая глава посвящена изложению программы расчета одного вида пологих оболочек двоякой кривизны методом конечных разностей. Эта глава не претендует на полноту и носит иллюстративный характер: в ней показано, как, пользуясь известным методом, предложенным В. Н. Шапшмелашвили, составить программу расчета оболочки, какие при этом проводятся преобразования в формулах и т. п. В других случаях может быть целесообразен иной подход и иные методы, но очень важно, чтобы они были доведены «до числа», представлены в таком виде, чтобы по ним можно было составить удобную и простую программу.

В шестой главе приведена сокращенная запись типовых программ с помощью стандартных укрупненных блоков. Такая запись очень удобна при формулировке новых задач, а также для краткого выражения комбинированных программ большого объема.

В седьмой главе на конкретных примерах показано, как подготавливаются исходные данные и табличные бланки для расчета сооружений по типовым программам.

В первом и втором примерах показана подготовка заданий для машинного расчета поперечников промышленных зданий по типо-

вым программам I и II метода сил, в третьем примере — по типовой программе III метода деформаций.

В четвертом примере рассматривается ряд вариантов вантового моста через гавань, проектируемого Проектстальконструкцией. Приводится программа для определения основной частоты собственных колебаний моста. Составленная на основе обобщенного метода последовательных приближений проф. К. С. Завриева [8], эта программа также является типовой, так как пригодна не только для данного моста, но и для любых других систем с n — степенями свободы.

В восьмой главе рассмотрены эскизные программы для электронных машин и особенности их построения.

В приложении к работе помещены таблицы расчетов для примеров 1, 3, 4, заполненные по типовым программам на машиносчетной станции ЦСУ УССР.

II—V главы книги построены так, что в каждой из них даны элементы теории и показано составление программ для последовательных стадий расчета, после чего приведена в готовом виде типовая комбинированная программа для данного класса сооружений. В задачу работы не входит подробное изложение теории и выводов расчетных формул по затронутым вопросам строительной механики, формулы приводятся в готовом виде со ссылками на соответствующую учебную литературу. В ряде мест произведено преобразование известных формул к виду, удобному для программирования.

Таблицы именуются одной цифрой, причем для каждой типовой программы своя нумерация. Некоторые таблицы, относящиеся к повторяющимся подпрограммам, именуются буквами.

Предлагаемая работа не может исчерпать поднятого в ней вопроса, здесь рассмотрены только наиболее распространенные задачи. Предстоит еще составить программы для расчета сооружений на устойчивость (программа находится в стадии разработки), на действие сейсмических нагрузок, для расчета пространственных и тонкостенных конструкций и других инженерных задач.

Изложенный способ составления программ расчетов можно применить не только в строительном деле, но и в других областях техники.

Глава I

СИСТЕМА ОБОЗНАЧЕНИЙ. ПРОСТЕЙШИЕ ПРОГРАММЫ

ОБОЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТАБЛИЦ

В общем случае расчет сооружения выполняется во многих таблицах. Поэтому обозначения элементов таблиц должны быть такими, чтобы с их помощью можно было точно указать местоположение любого числа или ряда чисел в разных табличных бланках.

В соответствии с этим примем следующие обозначения.

Расчетные таблицы обозначим буквой T_n ; индекс n указывает номер таблицы ($n = 1, 2, 3, \dots, A, B, V, \dots$).

Например, T_1 — табл. 1, T_A — табл. A.

Бланк таблицы состоит из горизонтальных строк, вертикальных граф и клеток. Под наименованием «клетка» понимается записанное в ней число, под наименованиями «графа» и «строка» — множество чисел, записанных в этих элементах.

Строки и графы обозначаются так:

$$\left| \begin{array}{c} \text{стр } 2 \\ T_1 \end{array} \right|_1^4$$

— строка 2 табл. 1 в интервале от первой до четвертой графы. Например, для схемы 1 это числа 5, 0; 10, 0; — 5, 0, 8, 0.

$$\left| \begin{array}{c} \text{гр } 3 \\ T_1 \end{array} \right|_1^4$$

— графа 3 табл. 1 в интервале от первой до четвертой строки. Например, для схемы 1 это числа 3, 0; — 5, 0; 15, 0, — 6, 0.

Когда говорится о всей строке таблицы, то обозначение интервала можно опустить. Так, для схемы 1 обозначение стр. 2 (без интервалов) охватывает числа 5, 0; 10, 0; — 5, 0; 8, 0; 18, 0.

В некоторых задачах удобно выделить часть строки, расположенную слева или справа от главной диагонали таблицы. В этих случаях применяются такие обозначения:

$$\text{стр } 3_n T_2$$

— часть строки 3, расположенная слева от главной диагонали табл. 2. Для схемы 2 это числа 2, 0 и 3, 0.

— часть строки 3, расположенная справа от главной диагонали табл. 2. Для схемы 2 это числа 3, 0; 2, 0 и 1, 0.

Клетка таблицы находится на пересечении строки и графы и обозначается двумя цифрами, разделенными точкой, — первая цифра указывает номер строки, вторая — номер графы.

Например, 2.3 T₁ — клетка на пересечении строки 2 и графы 3 табл. 1. Для схемы 1 это число —5, 0.

3.2 T₁ — клетка на пересечении строки 3 и графы 2 табл. 1. Для схемы 1 это число — 6, 0.

ПРОСТЕЙШИЕ ПРОГРАММЫ

Простейшие программы охватывают арифметические действия: алгебраическое суммирование, умножение, деление, суммирование произведений.

Программа вычислений записывается в виде равенства, в левой части которого указывается, откуда взять числа (из каких таблиц, строк, граф, клеток) и какие арифметические действия с ними произвести.

В правой части равенства указывается, куда записывать получаемые результаты (в какие таблицы, строки, графы, клетки).

Ниже приведен ряд простейших программ.

Алгебраическое суммирование

$$\sum \left| \text{гр } 2 \text{ } T_1 \right|_1^4 = 5. 2 T_1.$$

— просуммировать числа графы 2 табл. 1 и результат записать в клетку 5.2 той же таблицы. Интервал, в котором берется графа 2, указан цифрами 1 и 4 (от первой до четвертой строки).

Например, для схемы 1 будет равенство

$$-5,0 + 10,0 - 6,0 + 5,0 = 4,0.$$

$$\sum \left| \text{стр } 3 \text{ } T_1 \right|_1^4 = 3. 5 T_1$$

— просуммировать числа строки 3 табл. 1 и результат записать в клетку 3.5 той же таблицы. Интервал, в котором берется строка 3, указан цифрами 1 и 4 (от первой до четвертой графы).

Например, для схемы 1:

$$4,0 - 6,0 + 15,0 - 4,0 = 9,0;$$

$$\sum_{\text{по } (+)} \left| \text{стр } 3 \text{ } T_1 \right|_1^4 = 3. 1 T_3$$

— просуммировать положительные числа строки 3 табл. 1 и результат записать в клетку 3.1 табл. 3.

Например, для схемы 1:

$$4,0 + 15,0 = 19,0;$$

$$\sum_{\text{по } (-)} \left| \text{стр } 3 \text{ } T_1 \right|_1^4 = 3. 2 T_3$$

— просуммировать отрицательные числа строки 3 табл. 1 и результат записать в клетку 3.2 табл. 3.

Например, для схемы 1:

$$-6,0 - 4,0 = -10,0;$$

$$\sum_{\substack{\text{соотв.} \\ (+) \text{ стр. } 3}} \left| \text{стр } 4 \text{ } T_1 \right|_1^4 = 4. 1 T_3$$

— просуммировать числа строки 4 табл. 1, находящиеся в одних графах с положительными числами строки 3, и результат записать в клетку 4.1 табл. 3. Интервал суммирования указан в программе (от первой до четвертой графы). Другими словами, суммируемые числа строки 4 соответствуют положительным числам строки 3.

Например, для схемы 1:

$$1,0 - 6,0 = -5,0;$$

$$\sum_{\substack{\text{соотв.} \\ (-) \text{ стр. } 3}} \left| \text{стр } 4 \text{ } T_1 \right|_1^4 = 4. 2 T_3$$

— просуммировать числа строки 4 табл. 1, находящиеся в одних графах с отрицательными числами строки 3, и результат записать в клетку 4.2 табл. 3.

Например, для схемы 1:

$$5,0 + 20,0 = 25,0;$$

$$\left| \text{гр } 1 + \text{гр } 2 + \text{гр } 3 + \text{гр } 4 \right|_1^4 T_1 = \text{гр } 5 T_1$$

— просуммировать лежащие на одних горизонталях числа граф 1, 2, 3 и 4 табл. 1 и результаты записать в графу 5 (той же таблицы). Интервал суммирования граф указан в программе (от первой до четвертой строки).

Например, для схемы 1:

$$20,0 - 5,0 + 3,0 - 2,0 = 16,0;$$

$$5,0 + 10,0 - 5,0 + 8,0 = 18,0;$$

$$4,0 - 6,0 + 15,0 - 4,0 = 9,0;$$

$$1,0 + 5,0 - 6,0 + 20,0 = 20,0;$$

$$\left| \text{стр } 1 + \text{стр } 2 + \text{стр } 3 + \text{стр } 4 \right|_1^4 T_1 = \text{стр } 5 T_1$$

— просуммировать лежащие на одних вертикалях числа строк 1, 2, 3 и 4 табл. 1 и результаты записать в строку 5 той же таблицы.

Схема 1

Таблица 1

Стро- ка	Графа				
	1	2	3	4	5
1	20,0	-5,0	3,0	-2,0	16,0
2	5,0	10,0	-5,0	8,0	18,0
3	4,0	-6,0	15,0	-4,0	9,0
4	1,0	5,0	-6,0	20,0	20,0
5	30,0	4,0	7,0	22,0	

Таблица 3

1	2
19,0	-10,0
-5,0	25,0

Схема 2

Таблица 2

	1	2	3	4	5	6
1		3,0	2,0	1,0		
2	3,0		3,0	2,0	1,0	
3	2,0	3,0		3,0	2,0	1,0
4	1,0	2,0	3,0		3,0	2,0
5		1,0	2,0	3,0		3,0
6			1,0	2,0	3,0	

Схема 3

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₅
	1	3	1	3
1	1,0	3,0	3,0	2,0 (15,0)
2	2,0	4,0	8,0	
3	5,0	-1,0	-5,0	
4	7,0	2,0	14,0	
5	4,0	3,0	12,0	
6	-6,0	5,0	-30,0	
7	2,0	3,0		
8	-	4,0		

Схема 4

	1	2	3	4	5	
1	1,0	2,0	5,0	6,0	7,0	из табл. 1
2	3,0	4,0	-1,0	-2,0	2,0	из табл. 7
7	8,0					из табл. 8

Схема 5

	3	4	5	6	7	
3	-1,0	3,0	-1,0	4,0	5,0	из табл. 5
3	20,0	-60,0	20,0	-80,0	-100,0	из табл. 6

Схема 6

					(1) × (2)	(3) × (4)	(4) : (6)	(5) + + (6) + (7)
	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								

Интервал суммирования строк указан в программе (от первой до четвертой графы).

Например, для схемы 1:

$$\begin{aligned} 20,0 + 5,0 + 4,0 + 1,0 &= 30,0; \\ -5,0 + 10,0 - 6,0 + 5,0 &= 4,0; \\ 3,0 - 5,0 + 15,0 - 6,0 &= 7,0; \\ -2,0 + 8,0 - 4,0 + 20,0 &= 22,0. \end{aligned}$$

$$T_a + T_b = T_c$$

— просуммировать числа в соответствующих клетках табл. *a* и *b* и результаты записать в клетки табл. *c*.

Умножение

$$\left| \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } 3 T_2 \right|_1^6 = \left| \text{гр } 1 T_3 \right|_1^6$$

— совместить графу 1 табл. 1 с графой 3 табл. 2 (для этого одну из таблиц загнуть) и попарные произведения рядом расположенных чисел записать в графу 1 табл. 3. Графы берутся в интервале от первой до шестой строки.

Например, для схемы 3:

$$\begin{aligned} 1,0 \times 3,0 &= 3,0; \\ 2,0 \times 4,0 &= 8,0; \\ 5,0 \times (-1,0) &= -5,0; \\ 7,0 \times 2,0 &= 14,0; \\ 4,0 \times 3,0 &= 12,0; \\ -6,0 \times 5,0 &= -30,0. \end{aligned}$$

Суммирование попарных произведений

$$\sum \left| \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } 3 T_2 \right|_1^6 = 1.3 T_5$$

— совместить графу 1 табл. 1 с графой 3 табл. 2 (для этого одну из таблиц загнуть) и сумму попарных произведений рядом расположенных чисел записать в клетку 1.3 табл. 5. Интервал суммирования — от первой до шестой строки.

Например, для схемы 3:

$$\begin{aligned} 1,0 \times 3,0 + 2,0 \times 4,0 - 5,0 \times 1,0 + 7,0 \times 2,0 + \\ + 4,0 \times 3,0 - 6,0 \times 5,0 &= 2,0. \end{aligned}$$

Накопление сумм произведений производится на электрической счетной машине автоматически.

Аналогично определяется сумма попарных произведений чисел в строках.

$$\sum \left| \text{стр } 2 T_7 \times \text{стр } 1 T_1 \right|_1^5 = 7.1 T_8$$

— совместить строку 2 табл. 7 со строкой 1 табл. 1 и сумму попарных произведений рядом расположенных чисел записать в клетку 7.1 табл. 8. Интервал суммирования — от 1 до 5 графы.

Например, для схемы 4:

$$\begin{aligned} 3,0 \times 1,0 + 4,0 \times 2,0 - 1,0 \times 5,0 - 2,0 \times \\ \times 6,0 + 2,0 \times 7,0 &= 8,0. \end{aligned}$$

Если в рассматриваемых программах отсутствуют знаки интервала суммирования, то это значит, что суммирование распространяется на все числа данных строк или граф.

Суммирование попарных произведений по диагонали

$$\sum \left| \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } 3 T_2 \right|_{1 \text{ диаг}}^6 = 1.3 T_5$$

— совместить графу 1 табл. 1 с графой 3 табл. 2 и сумму попарных произведений чисел по диагоналям (крест-накрест между жирными линиями) записать в клетку 1.3 табл. 5.

Например, для схемы 3:

$$\begin{aligned} (1,0 \times 4,0 + 3,0 \times 2,0) + (5,0 \times 2,0 - 1,0 \times 7,0) + \\ + (4,0 \times 5,0 - 3,0 \times 6,0) &= 15,0. \end{aligned}$$

Результат записан в табл. 5 (в скобках).

Деление

$$-\frac{\left| \text{стр } 3 T_6 \right|_3^7}{3.3 T_6} = \left| \text{стр } 3 T_5 \right|_3^7$$

— каждое число строки 3 табл. 6 разделить на число в клетке 3.3 той же таблицы и результаты записать с обратным знаком в строку 3 табл. 5. Интервал деления — от трех до семи.

Например, для схемы 5:

$$\begin{aligned} \frac{-20,0}{20,0} &= -1,0; \quad \frac{-60,0}{20,0} = 3,0; \\ \frac{-20,0}{20,0} &= -1,0; \quad \frac{-80,0}{20,0} = 4,0; \\ \frac{-100,0}{20,0} &= 5,0. \end{aligned}$$

Симметрия и взаимность

Клетки, расположенные симметрично относительно главной диагонали таблицы (см. схему 2), обозначаются одинаковыми цифрами и отличаются только порядком расположения этих цифр. Например, симметрично клетке 2.5 T_2 располагается клетка 5.2 T_2 . Цифры 2 и 5 меняются местами.

Симметричные клетки таблицы условимся называть взаимными в том случае, если в них записано одно и то же число.

Взаимность клеток записывается в виде равенства:

2.5 $T_2 = 5.2 T_2$ — взять число из клетки 2.5 табл. 2 и записать его в клетку 5.2 той же таблицы. Для схемы 2 это число равно 1,0.

Условимся также называть взаимными одноименные графу и строку, если они состоят из взаимных клеток.

Взаимность графы и строки записывается в виде равенства

$$\text{стр } 2 T_2 = \text{гр } 2 T_2$$

— взять числа из строки 2 табл. 2 и записать их в симметричные клетки графы 2 табл. 2.

Например, для схемы 2:

$$2.1 = 1.2, \quad 2.3 = 3.2, \quad 2.4 = 4.2 \text{ и т. д.}$$

Сочетания простейших программ

Более сложные программы образуются сочетанием простейших из них. Так, например, в левой части равенства может быть не один, а несколько членов:

$$2 \sum \left| \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 5 T_4 \right| + \sum \left| \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 5 T_4 \right|_{\text{диаг}} + \\ + \sum \left| \text{гр } 3 T_1 \times \text{гр } 5 T_3 \right| = 3.5 T_A = 5.3 T_A.$$

В левой части записана сумма трех членов, причем первый умножается на 2. Каждый из членов представляет собой сумму попарных произведений (см. выше).

Общий результат, получаемый на машине накоплением, записывается в клетки 3.5 и 5.3 табл. А.

Запись простейших программ в заглавной строке таблицы

Для несложных расчетов, выполняемых в одной таблице, удобно использовать обычную запись последовательности действий, указанную на схеме 6.

Обозначение (1) $\times$ (2) в графе 5 указывает, что числа графы 1 умножаются на соответствующие числа графы 2 и результаты записываются в графу 5.

Обозначение (4) : (6) в графе 7 указывает, что числа графы 4 делятся на соответствующие числа графы 6 и результаты записываются в графу 7.

Обозначение (5) + (6) + (7) в графе 8 указывает, что числа граф 5, 6 и 7 суммируются и результаты записываются в графу 8. Указанные обозначения хотя и просты, но расплывчаты. С их помощью нельзя указать точный адрес числа или в заданных интервалах группы чисел в разных таблицах, а без этого трудно оставить программы для сложных расчетов.

Запись эскизных программ для электронных вычислительных машин

Запись эскизных программ производится так же, как и рассмотренных выше программ для электрических вычислительных машин, но при этом учитывается, что оперативная память машины ограничена и следует по возможности использовать одни и те же ячейки для записи исходных, промежуточных и окончательных чисел.

Например, запись:

$$\text{гр } c - a \times \text{гр } b \rightarrow \text{гр } c$$

обозначает, что из чисел графы c вычитаются умноженные на коэффициент a числа графы b и результаты записываются в ту же графу c . При этом числа, записанные ранее в графе c , автоматически стираются. Стрелка указывает направление движения программы.

$$\text{Запись } i.k + \sum \left| \text{гр } a \times \text{гр } b \right| \rightarrow i.k$$

обозначает, что к числу в ячейке (клетке) $i.k$ прибавляется сумма произведений чисел в графах a и b и результат записывается в ту же ячейку $i.k$.

Глава II

ТИПОВАЯ ПРОГРАММА РАСЧЕТА СТЕРЖНЕВЫХ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ СИЛ

СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА

Количество неизвестных статически неопределимой системы превышает число уравнений равновесия. Отсюда и название — статически неопределимая система.

Для раскрытия статической неопределимости требуется составить помимо уравнений равновесия дополнительные уравнения, учитывающие упругие свойства системы.

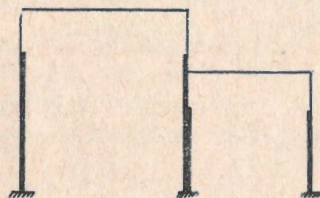


Рис. 1.

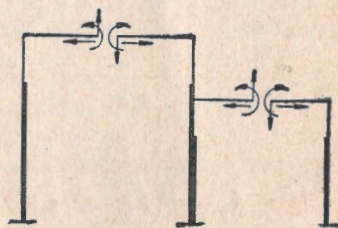


Рис. 2.

Идея метода сил состоит, как известно, в том, что, отбрасывая лишние связи, превращают систему в так называемую основную статически определимую. Например, для рамы, изображенной на рис. 1, разрезая ригели посередине, получаем основную систему, изображенную на рис. 2, состоящую из ряда изолированных консолей.

Для статически неопределимого вантового моста, изображенного на рис. 3, разрезая ванты и балку среднего пролета, получаем основную систему, изображенную на рис. 4 в виде двух балок с консолями. Затем в местах разрезов основной системы прикладываются неизвестные усилия — изгибающие моменты, продольные и поперечные силы — и составляются уравнения совместности, выражающие условия непрерывности упругой линии.

Решая полученную систему уравнений, находят величины неизвестных усилий и тем самым раскрывают статическую неопределимость сооружения. Теперь мы имеем статически определимые консоли (рис. 2) или балки с консолями (рис. 4), загруженные внешней нагрузкой и найденными величинами неизвестных $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Здесь рассмотрена лишь идея расчета статически неопределимых систем методом сил, полагая, что читатель прослушал в свое время курс строительной механики в вузе (в случае необходимости можно

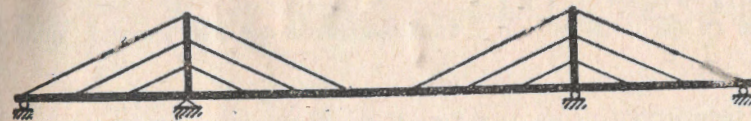


Рис. 3.

освежить свои знания, пользуясь известными курсами [7], [12], [20]).

Расчет статически неопределимой системы состоит из следующих операций.

1. Определение (по готовым формулам или из уравнений равновесия) моментов и нормальных сил в основной статически определимой системе от внешней нагрузки и единичных неизвестных.

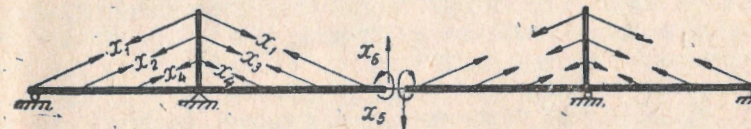


Рис. 4.

2. Определение перемещений δ_{ik} и δ_{ip} — коэффициентов при неизвестных и свободных членах системы линейных уравнений.
3. Решение системы уравнений с помощью сокращенного алгоритма Гаусса и определение величин неизвестных усилий, действующих в местах разрезов основной системы.
4. Определение нормальных сил в стержнях и моментов в сечениях от суммарного воздействия внешней нагрузки и найденных величин неизвестных.

Покажем, как составляется программа вычислений для каждой из этих операций. *

1. Определение усилий (моментов и нормальных сил) в статически определимой основной системе от $x_1 = 1, x_2 = 1, \dots, x_n = 1$ и нагрузок $P_{1a}, P_{2a}, P_{3a}, \dots, P_{na}$.

Эта часть расчета выполняется инженером.

* В полном виде типовая комбинированная программа дана в следующем параграфе.

Слева в табл. 1 указаны номера стержней, для которых определены нормальные силы, в табл. 2 — номера сечений, для которых найдены моменты (табличные бланки 1, 2, 3... помещены на стр. 27).

Нормальные силы и изгибающие моменты в основной системе от $x_1 = 1, x_2 = 1, \dots, x_n = 1$ записываются в графах 1 — n табл. 1 и 2.

Нормальные силы N^0 и изгибающие моменты M^0 от загружений $P_{1a}, P_{2a}, P_{3a}, \dots, P_{na}$ в основной системе записываются в графах 1 — n табл. 1 и 2.

В графе α табл. 1 и 2 записываются соответственно величины $\frac{l}{EF}$ и $\frac{l}{6EI}$.

Интересующие нас относительные величины $\frac{l}{EF}$ и $\frac{l}{6EI}$ можно умножить или разделить на любое модульное число.

2. Определение перемещений δ_{ik} — коэффициентов при неизвестных системы линейных уравнений и δ_{ip} — свободных членов.

Как известно, перемещения δ_{ik} определяются интегрированием соответствующих эпюр нормальных сил и моментов по формуле Мора

$$\delta_{ik} = \sum \int \frac{M_i M_k dS}{EI} + \sum \int \frac{N_i N_k dS}{EF}. \quad (2.1)$$

В формуле (2.1) не записан третий член, зависящий от поперечных сил, поскольку обычно им пренебрегают. Для расчета ферм выпадает также первый член, зависящий от моментов, а для расчета рам — второй член, зависящий от нормальных сил. Рассматривается общий случай комбинированных систем (висячий или вантовый мост, рама с решетчатым ригелем и т. п.), когда в формуле (2.1) имеются оба члена.

В пределах данного стержня (или участка) нормальные силы и площади сечения сохраняются постоянными. Поэтому

$$\sum \int \frac{N_i N_k dS}{EF} = \sum \left(\frac{N_i l}{EF} \right) N_k. \quad (2.2)$$

Величины $\frac{N_i l}{EF}$ вычисляются и записываются в графах 1 — n табл. 3 по программе

$$\text{гр } i \times \text{гр } \alpha \mid T_1 = \text{гр } i T_3, \quad (2.3)$$

где i последовательно принимается равным 1, 2, 3, ..., n и S .

Суммирующие графы S даны для контроля: если в табл. 1 графа S равна сумме граф 1 — n , то подобное равенство должно соблюдаться и для табл. 3.

На этой же основе построены проверки и для других этапов расчета.

Если обозначить графы 1 — n табл. 3 (величины $\frac{N_i l}{EF}$) через i ,

а графы 1 — n табл. 1 (величины N_k) через k , то формулу (2.2) можно записать в виде программы (см. обозначения в гл. 1)

$$\sum \left(\frac{N_i l}{EF} \right) N_k = \sum | \text{гр } k T_1 \times \text{гр } i T_3 |. \quad (2.4)$$

Численное интегрирование эпюр моментов производим, пользуясь известными формулами перемножения эпюр моментов. Для двух прямолинейных эпюр эта формула имеет вид (рис. 5)

$$\int \frac{M_i M_k dS}{EI} = \frac{l}{6EI} [2(a_1 b_1 + a_2 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)]. \quad (2.5)$$

В правой части формулы (2.5) первый член представляет собой удвоенную сумму попарных произведений ординат эпюры моментов, второй — сумму произведений тех же ординат по диагоналям.

Величины $\frac{M_i l}{6EI}$ вычисляются и записываются в графах 1 — n табл. 4 по программе

$$\sum | \text{гр } i \times \text{гр } \alpha \mid T_2 = \text{гр } i T_4, \quad (2.6)$$

где i — последовательно принимается равным 1, 2, 3, ..., n и S .

Если обозначить графы 1 — n табл. 4 (величины $\frac{a_i l}{6EI}$) через i , а графы 1 — n

табл. 2 (величины b_k) через k , то с помощью этих обозначений формулу (2.5) можно записать в виде программы

$$\sum \int \frac{M_i M_k dS}{EI} = 2 \sum | \text{гр } k T_2 \times \text{гр } i T_4 | + \sum | \text{гр } k T_2 \times \text{гр } i T_4 |_{\text{диаг}}. \quad (2.7)$$

Таким образом, запись формулы для перемещения δ_{ik} будет иметь вид

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} = 2 \sum | \text{гр } k T_2 \times \text{гр } i T_4 | + \sum | \text{гр } k T_2 \times \text{гр } i T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } k T_1 \times \text{гр } i T_3 | = i.k T_A = k.i T_A. \quad (2.8)$$

На основе этого выражения можно записать развернутую программу для определения перемещений δ_{ik} , принимая последовательно i и k равными 1, 2, 3, ..., n . Например, принимая $k = 1$ и $i = 1$, получим

$$\delta_{11} = 2 \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 1 T_4 | + \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 1 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } 1 T_3 | = 1.1 T_A.$$

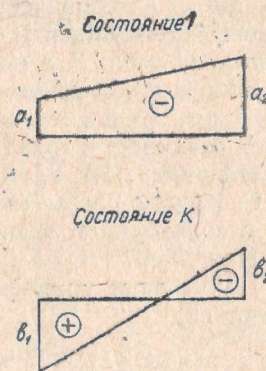


Рис. 5.

Здесь N_i^0 и M_i^0 — нормальная сила и изгибающий момент от нагрузки в i — том стержне или сечении основной статически определимой системы. $N_{x_i=1}$, $M_{x_i=1}$ — нормальная сила и изгибающий момент от $x_i = 1$.

Вторые члены в формулах (2.10) и (2.11) учитывают влияние неизвестных на величины N_i и M_i .

Если, например, величины $x_1 \dots x_n$ от загрузки P_{1a} записаны в строке 1а табл. В, а нормальные силы в стержне 2 от $x_1 = 1$, $x_2 = 1, \dots, x_n = 1$ и от P_{1a} — в строке 2 табл. 1, то в принятой системе обозначений можно записать

$$N_2 = \sum | \text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 2 T_1 | + 2.1_a T_1 = 2.1_a T_B.$$

Аналогично определяются изгибающие моменты. Например, для сечения 2 моменты от $x_1 = 1$, $x_2 = 1, \dots, x_n = 1$ и от P_{1a} записаны в строке 2 табл. 2. Поэтому можно записать

$$M_2 = \sum | \text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 2 T_2 | + 2.1_a T_2 = 2.1_a T_B.$$

Программы заполнения табл. 5 и 6 для N и M даны в комбинированной программе (см. стр. 33) после программы для решения уравнений.

Следовательно, весь расчет статически неопределимой системы состоит в последовательном заполнении по типовой программе табл. 1, 2, 3, 4, А, Б, В, 5 и 6.

Табл. 1 и 2 являются исходными, заполнение их производится инженером. В этом, собственно, и состоит привязка типовой программы к данному сооружению.

Табл. 3, 4, А, Б, В, 5 и 6 заполняются вычислителем по неизменным, типовым программам.

После раскрытия статической неопределимости нередко требуется произвести ряд дополнительных вычислений, связанных с определением величин максимальных положительных и отрицательных усилий, с проверкой устойчивости, расчетом на динамические воздействия и т. п.

Для таких нестандартных расчетов составляется дополнительная программа по правилам, изложенным выше.

В некоторых случаях сложную статически неопределимую систему целесообразно разбить на крупные блоки, рассчитываемые по типовой программе. Для связи между отдельными блоками также составляется дополнительная программа.

Составление программ расчета, представляющих собой дополнение (надстройку) к основной типовой программе, будет рассмотрено на конкретных примерах расчета (гл. 7).

ТИПОВАЯ ПРОГРАММА 1

Подпрограмма 1

$$\begin{aligned} & \left| \text{гр } 1 + \text{гр } 2 + \text{гр } 3 + \dots + \text{гр } n \right|_1^n T_1 = \text{гр } S T_1; \\ & \left| \text{гр } 1_a + \text{гр } 2_a + \text{гр } 3_a + \dots + \text{гр } n_a \right|_1^n T_1 = \text{гр } S_a T_1; \\ & \left| \text{стр } 1 + \text{стр } 2 + \text{стр } 3 + \dots + \text{стр } n \right|_1^n T_1 = \text{стр } S T_1. \end{aligned}$$

Подпрограмма 2

$$\begin{aligned} & \left| \text{гр } 1 + \text{гр } 2 + \text{гр } 3 + \dots + \text{гр } n \right|_1^n T_2 = \text{гр } S T_2; \\ & \left| \text{гр } 1_a + \text{гр } 2_a + \text{гр } 3_a + \dots + \text{гр } n_a \right|_1^n T_2 = \text{гр } S_a T_2; \\ & \left| \text{стр } 1 + \text{стр } 2 + \text{стр } 3 + \dots + \text{стр } n \right|_1^n T_2 = \text{стр } S T_2. \end{aligned}$$

Подпрограмма 3 (величины $\frac{NI}{EF}$)

$$\begin{aligned} & \left| \text{гр } 1 \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_1 = \text{гр } 1 T_3; \\ & \left| \text{гр } 2 \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_1 = \text{гр } 2 T_3; \\ & \left| \text{гр } 3 \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_1 = \text{гр } 3 T_3 \end{aligned}$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$\left| \text{гр } S \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_1 = \text{гр } S T_3.$$

Проверка

$$\left| \text{гр } 1 + \text{гр } 2 + \text{гр } 3 + \dots + \text{гр } n \right| T_3 = \text{гр } S T_3.$$

Подпрограмма 4 (величины $\frac{MI}{6EI}$)

$$\begin{aligned} & \left| \text{гр } 1 \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_2 = \text{гр } 1 T_4; \\ & \left| \text{гр } 2 \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_2 = \text{гр } 2 T_4; \\ & \left| \text{гр } 3 \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_2 = \text{гр } 3 T_4 \end{aligned}$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$\left| \text{гр } S \times \text{гр } \alpha \right|_1^n T_2 = \text{гр } S T_4.$$

Проверка

$$| \text{гр } 1 + \text{гр } 2 + \text{гр } 3 + \dots + \text{гр } n | T_4 = \text{гр } S T_4.$$

Подпрограмма 5 (величины δ_{ik})

$$2 \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 1 T_4 | + \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 1 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } 1 T_3 | = 1.1 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 2 T_4 | + \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 2 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } 2 T_3 | = 1.2 T_A = 2.1 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 1.3 T_A = 3.1 T_A$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } 1 T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1 T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S.1 T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } 1 T_A |_1^n = S.1 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } 2 T_4 | + \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } 2 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 2 T_1 \times \text{гр } 2 T_3 | = 2.2 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 2 T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 2.3 T_A = 3.2 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } 4 T_4 | + \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } 4 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 2 T_1 \times \text{гр } 4 T_3 | = 2.4 T_A = 4.2 T_A$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } 2 T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 2 T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S.2 T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } 2 T_A |_1^n = S.2 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 3 T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 3.3 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 4 T_4 | + \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 4 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 3 T_1 \times \text{гр } 4 T_3 | = 3.4 T_A = 4.3 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 5 T_4 | + \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } 5 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 3 T_1 \times \text{гр } 5 T_3 | = 3.5 T_A = 5.3 T_A$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } 3 T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 3 T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S.3 T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } 3 T_A |_1^n = S.3 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } 4 T_4 | + \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } 4 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 4 T_1 \times \text{гр } 4 T_3 | = 4.4 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } 5 T_4 | + \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } 5 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 4 T_1 \times \text{гр } 5 T_3 | = 4.5 T_A = 5.4 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } 6 T_4 | + \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } 6 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 4 T_1 \times \text{гр } 6 T_3 | = 4.6 T_A = 6.4 T_A$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } 4 T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 4 T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S.4 T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } 4 T_A |_1^n = S.4 T_A.$$

Далее вычисления продолжают аналогично, начиная с графы 5, 6, ..., n табл. 1 и 2.

$$2 \sum | \text{гр } n T_2 \times \text{гр } n T_4 | + \sum | \text{гр } n T_2 \times \text{гр } n T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } n T_1 \times \text{гр } n T_3 | = n.n T_A.$$

Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } n T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } n T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } n T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S.n T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } n T_A |_1^n = S. n T_A.$$

Подпрограмма 6 (величины δ_{ip})

$$2 \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 | + \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1_a T_1 \times \text{гр } 1 T_3 | = 1.1_a T_A = 1_a.1 T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 | + \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1_a T_1 \times \text{гр } 2 T_3 | = 1_a.2 T_A = 2.1_a T_A;$$

$$2 \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \sum | \text{гр } 1_a T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 1_a.3 T_A = 3.1_a T_A$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum |гр 1_a T_2 \times гр S T_4| + \sum |гр 1_a T_2 \times гр S T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 1_a T_1 \times гр S T_3| = S.1_a T_A.$$

Проверка

$$\sum |гр 1_a T_A|_1^n = S.1_a T_A;$$

$$2 \sum |гр 2_a T_2 \times гр 1 T_4| + \sum |гр 2_a T_2 \times гр 1 T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 2_a T_1 \times гр 1 T_3| = 1.2_a T_A = 2_a.1 T_A;$$

$$2 \sum |гр 2_a T_2 \times гр 2 T_4| + \sum |гр 2_a T_2 \times гр 2 T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 2_a T_1 \times гр 2 T_3| = 2.2_a T_A = 2_a.2 T_A;$$

$$2 \sum |гр 2_a T_2 \times гр 3 T_4| + \sum |гр 2_a T_2 \times гр 3 T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 2_a T_1 \times гр 3 T_3| = 3.2_a T_A = 2_a.3 T_A;$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum |гр 2_a T_2 \times гр S T_4| + \sum |гр 2_a T_2 \times гр S T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 2_a T_1 \times гр S T_3| = S.2_a T_A.$$

Проверка

$$\sum |гр 2_a T_A|_1^n = S.2_a T_A;$$

$$2 \sum |гр 3_a T_2 \times гр 1 T_4| + \sum |гр 3_a T_2 \times гр 1 T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 3_a T_1 \times гр 1 T_3| = 1.3_a T_A = 3_a.1 T_A;$$

$$2 \sum |гр 3_a T_2 \times гр 2 T_4| + \sum |гр 3_a T_2 \times гр 2 T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 3_a T_1 \times гр 2 T_3| = 2.3_a T_A = 3_a.2 T_A;$$

$$2 \sum |гр 3_a T_2 \times гр 3 T_4| + \sum |гр 3_a T_2 \times гр 3 T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 3_a T_1 \times гр 3 T_3| = 3.3_a T_A = 3_a.3 T_A$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum |гр 3_a T_2 \times гр S T_4| + \sum |гр 3_a T_2 \times гр S T_4|_{\text{диаг}} + \sum |гр 3_a T_1 \times гр S T_3| = S.3_a T_A.$$

Проверка

$$\sum |гр 3_a T_A|_1^n = S.3_a T_A.$$

Далее таким же образом производятся вычисления для граф $4_a, 5_a, \dots, n_a$.

ТАБЛИЧНЫЕ БЛАНКИ К ТИПОВОЙ ПРОГРАММЕ 1

Таблицы 1, 2

	1	2	3	...	n	S	α	1 _a	2 _a	3 _a	...	n _a	S _a
1													
2													
3													
4													
...													
n-1													
n													
S													

Таблицы 3, 4

	1	2	3	...	n	S
1						
2						
3						
4						
...						
n-1						
n						

Таблицы 5, 6

	1 _a	2 _a	3 _a	...	n _a
1					
2					
3					
4					
...					
n-1					
n					
S					

Таблица А

	1	2	3	4	...	n	1_a	2_a	3_a	...	n_a	S_1
1												
1'												
2												
2'												
3												
3'												
4												
4'												
...												
n												
n'												
1_a												
2_a												
3_a												
...												
n_a												
S_1												
S												

Таблица Б

	1	2	3	4	...	n	1_a	2_a	3_a	...	n_a	S_1
1	1,0											
1'												
2		1,0										
2'												
3			1,0									
3'												
4				1,0								
4'												
...												
n						1,0						
n'												
1_a							1,0					
2_a								1,0				
3_a									1,0			
...										...		
n_a											1,0	
S_1												1,0

Таблица В

	1	2	3	4	...	n
1 _a						
2 _a						
3 _a						
4 _a						
...						
n _a						

Примечания: 1. Исходные данные — моменты и нормальные силы в статически определимой системе — записываются в табл. 1, 2.

2. Результаты — моменты и нормальные силы в статически неопределимой системе — получаются в табл. 5 и 6.

Подпрограмма А/Б (прямой ход при решении уравнений)

$$\sum | \text{стр. 1 } T_A |_1^{n_a} = 1 \cdot S_1 T_A = S_1 \cdot 1 T_A;$$

$$\sum | \text{стр 2 } T_A |_1^{n_a} = 2 \cdot S_1 T_A = S_1 \cdot 2 T_A;$$

$$\sum | \text{стр 3 } T_A |_1^{n_a} = 3 \cdot S_1 T_A = S_1 \cdot 3 T_A$$

и так далее до строки n.

$$\sum | \text{стр } n T_A |_1^{n_a} = n \cdot S_1 T_A = S_1 \cdot n T_A;$$

$$\sum | \text{гр 1 } T_A \times \text{гр 1 } T_B | = 1' \cdot 1 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 1 } T_A \times \text{гр 2 } T_B | = 1' \cdot 2 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 1 } T_A \times \text{гр 3 } T_B | = 1' \cdot 3 T_B$$

и так далее для граф 4, 5, ..., n, 1_a, 2_a, 3_a, ..., n_a табл. Б.

Контрольное вычисление

$$\sum | \text{гр 1 } T_A \times \text{гр } S_1 T_B | = 1' \cdot S_1 T_B.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 1' } T_B |_1^{n_a} = 1' \cdot S_1 T_B;$$

$$- \frac{\text{стр 1' } T_B}{1' \cdot 1 T_B} = \text{стр 1' } T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 1' } T_A |_1^{n_a} = 1' \cdot S_1 T_A;$$

$$\sum | \text{гр 2 } T_A \times \text{гр 2 } T_B | = 2' \cdot 2 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 2 } T_A \times \text{гр 3 } T_B | = 2' \cdot 3 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 2 } T_A \times \text{гр 4 } T_B | = 2' \cdot 4 T_B$$

и так далее для граф 5, 6, 7, ..., n, 1_a, 2_a, 3_a, ..., n_a табл. Б.

Контрольное вычисление

$$\sum | \text{гр 2 } T_A \times \text{гр } S_1 T_B | = 2' \cdot S_1 T_B.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 2' } T_B |_2^{n_a} = 2' \cdot S_1 T_B;$$

$$- \frac{\text{стр 2' } T_B}{2' \cdot 2 T_B} = \text{стр 2' } T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 2' } T_A |_2^{n_a} = 2' \cdot S_1 T_A;$$

$$\sum | \text{гр 3 } T_A \times \text{гр 3 } T_B | = 3' \cdot 3 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 3 } T_A \times \text{гр 4 } T_B | = 3' \cdot 4 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 3 } T_A \times \text{гр 5 } T_B | = 3' \cdot 5 T_B$$

и так далее для граф 6, 7, 8, ..., n, 1_a, 2_a, 3_a, ..., n_a табл. Б.

Контрольное вычисление

$$\sum | \text{гр 3 } T_A \times \text{гр } S_1 T_B | = 3' \cdot S_1 T_B.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 3' } T_B |_3^{n_a} = 3' \cdot S_1 T_B;$$

$$- \frac{\text{стр 3' } T_B}{3' \cdot 3 T_B} = \text{стр 3' } T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 3' } T_A |_3^{n_a} = 3' \cdot S_1 T_A;$$

$$\sum | \text{гр 4 } T_A \times \text{гр 4 } T_B | = 4' \cdot 4 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 4 } T_A \times \text{гр 5 } T_B | = 4' \cdot 5 T_B;$$

$$\sum | \text{гр 4 } T_A \times \text{гр 6 } T_B | = 4' \cdot 6 T_B$$

и так далее для граф 7, 8, 9, ..., n, 1_a, 2_a, 3_a, ..., n_a табл. Б.

Контрольное вычисление

$$\sum | \text{гр 4 } T_A \times \text{гр } S_1 T_B | = 4' \cdot S_1 T_B.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 4' } T_B |_4^{n_a} = 4' \cdot S_1 T_B;$$

$$- \frac{\text{стр 4' } T_B}{4' \cdot 4 T_B} = \text{стр 4' } T_A.$$

Проверка

$$\sum | \text{стр 4' } T_A |_4^{n_a} = 4' \cdot S_1 T_A.$$

Таким же образом вычисления продолжаются для граф 5, 6, 7, ..., n табл. А.

$$\begin{aligned} \sum |\text{rp } n \text{ T}_A \times \text{rp } n \text{ T}_B| &= n' \cdot n \text{ T}_B; \\ \sum |\text{rp } n \text{ T}_A \times \text{rp } 1_a \text{ T}_B| &= n' \cdot 1_a \text{ T}_B; \\ \sum |\text{rp } n \text{ T}_A \times \text{rp } 2_a \text{ T}_B| &= n' \cdot 2_a \text{ T}_B \end{aligned}$$

и так далее для граф $3_a, 4_a, \dots, n_a$ табл. Б.

Контрольное вычисление

Проверка $\sum |\text{гр } n \text{ } T_A \times \text{гр } S_1 \text{ } T_B| = n' \cdot S_1 \text{ } T_B.$

$$\sum \left| \text{стр } n' \text{ Т}_B \right|_n^{n_a} = n' \cdot S_1 \text{ Т}_B;$$

$$- \frac{\text{стр } n' \text{ Т}_B}{n' \cdot n \text{ Т}_B} = \text{стр } n' \text{ Т}_A.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } n' \text{ } T_A \right|_n^{n_a} = n' \cdot S_1 \text{ } T_A.$$

Подпрограмма В (обратный ход при решении уравнений, определение величин неизвестных)

$$\begin{aligned} \sum |\text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } n' T_A| + n' \cdot 1_a T_A &= 1_a \cdot n T_B; \\ \sum |\text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 5' T_A| + 5' \cdot 1_a T_A &= 1_a \cdot 5 T_B; \\ \sum |\text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 4' T_A| + 4' \cdot 1_a T_A &= 1_a \cdot 4 T_B; \\ \sum |\text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 3' T_A| + 3' \cdot 1_a T_A &= 1_a \cdot 3 T_B; \\ \sum |\text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 2' T_A| + 2' \cdot 1_a T_A &= 1_a \cdot 2 T_B; \\ \sum |\text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 1' T_A| + 1' \cdot 1_a T_A &= 1_a \cdot 1 T_B. \end{aligned}$$

Проверка

$$\begin{aligned} & \sum \left| \text{стр } 1_a \text{ } T_B \times \text{стр } S \text{ } T_A \right|_1^n + S \cdot 1_a \text{ } T_A = 0; \\ & \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ } T_B \times \text{стр } n' \text{ } T_A \right| + n' \cdot 2_a \text{ } T_A = 2_a \cdot n \text{ } T_B; \\ & \dots \dots \dots \\ & \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ } T_B \times \text{стр } 5' \text{ } T_A \right| + 5' \cdot 2_a \text{ } T_A = 2_a \cdot 5 \text{ } T_B; \\ & \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ } T_B \times \text{стр } 4' \text{ } T_A \right| + 4' \cdot 2_a \text{ } T_A = 2_a \cdot 4 \text{ } T_B; \\ & \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ } T_B \times \text{стр } 3' \text{ } T_A \right| + 3' \cdot 2_a \text{ } T_A = 2_a \cdot 3 \text{ } T_B; \\ & \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ } T_B \times \text{стр } 2' \text{ } T_A \right| + 2' \cdot 2_a \text{ } T_A = 2_a \cdot 2 \text{ } T_B; \\ & \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ } T_B \times \text{стр } 1' \text{ } T_A \right| + 1' \cdot 2_a \text{ } T_A = 2_a \cdot 1 \text{ } T_B. \end{aligned}$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } S \text{ Т}_A \right|_1^n + S \cdot 2_a \text{ Т}_A = 0.$$

Таким же образом продолжаются вычисления для строк 3_a , 4_a , 5_a , ..., n_a табл. В*.

Подпрограмма 7 (вычисление искомых величин нормальных сил)

$$\begin{aligned} \sum \left| \text{стр } 1_a \text{ } T_B \times \text{стр } 1 \text{ } T_1 \right|_1^n + 1.1_a \text{ } T_1 &= 1.1_a \text{ } T_5; \\ \sum \left| \text{стр } 1_a \text{ } T_B \times \text{стр } 2 \text{ } T_1 \right|_1^n + 2.1_a \text{ } T_1 &= 2.1_a \text{ } T_5; \\ \sum \left| \text{стр } 1_a \text{ } T_B \times \text{стр } 3 \text{ } T_1 \right|_1^n + 3.1_a \text{ } T_1 &= 3.1_a \text{ } T_5 \end{aligned}$$

и так далее до строки n .

Контрольное вычисление

$$\sum |\text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } S T_1| + S \cdot 1_a T_1 = S \cdot 1_a T_5.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{rp } 1_a \text{ T}_5 \right|_1^n = S. 1_a \text{ T}_5;$$

$$\begin{aligned} \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } 1 \text{ Т}_1 \right|_1^{n_1} + 1.2_a \text{ Т}_1 &= 1.2_a \text{ Т}_5; \\ \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } 2 \text{ Т}_1 \right|_1^{n_2} + 2.2_a \text{ Т}_1 &= 2.2_a \text{ Т}_6; \\ \sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } 3 \text{ Т}_1 \right|_1^{n_3} + 3.2_a \text{ Т}_1 &= 3.2_a \text{ Т}_5 \end{aligned}$$

и так далее до строки n .

Контрольное вычисление

$$\sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } S \text{ Т}_1 \right|_1^n + S \cdot 2_a \text{ Т}_1 = S \cdot 2_a \text{ Т}_5.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{rp } 2_a T_5 \right|_1^n = S \cdot 2_a T_5.$$

Таким же образом продолжаются вычисления для строк $3_a, 4_a, 5_a, \dots, n_a$.

Подпрограмма 8 (вычисление искомых величин изгибающих мо-
ментов)

$$\sum \left| \text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 1 T_2 \right|_1^n + 1 \cdot 1_a T_2 = 1 \cdot 1_a T_6;$$

* В начале вычислений в каждой строке первый член программы равен нулю, так как строки $1_a, 2_a \dots$ еще не заполнены.

$$\sum \left| \text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } 3 T_2 \right|_1^n + 3 \cdot 1_a T_2 = 3 \cdot 1_a T_6$$

и так далее до строки n .

Контрольное вычисление

$$\sum \left| \text{стр } 1_a T_B \times \text{стр } S T_2 \right|_1^n + S \cdot 1_a T_2 = S \cdot 1_a T_6.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{rp } 1_a T_6 \right|_1^n = S \cdot 1_a T_6;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } 1 \text{ Т}_2 \right|_1^n + 1.2_a \text{ Т}_2 = 1.2_a \text{ Т}_6;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } 2 \text{ Т}_2 \right|_1^n + 2 \cdot 2_a \text{ Т}_2 = 2 \cdot 2_a \text{ Т}_6;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2_a T_B \times \text{стр } 3 T_2 \right|_1^n + 3.2_a T_2 = 3.2_a T_6$$

и так далее до строки n .

Контрольное вычисление

$$\sum \left| \text{стр } 2_a \text{ Т}_B \times \text{стр } S \text{ Т}_2 \right|_1^n + S \cdot 2_a \text{ Т}_2 = S \cdot 2_a \text{ Т}_6.$$

Проверка

$$\sum \left| \operatorname{gr} 2_a \cdot T_6 \right|_1^R = S \cdot 2_a \cdot T_6.$$

Таким же образом продолжаются вычисления для строк $3_a, 4_a, 5_a, \dots, n_a$.

Глава III

**ТИПОВАЯ ПРОГРАММА П РАСЧЕТА СТЕРЖНЕВЫХ
СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ
МЕТОДОМ СИЛ (ВАРИАНТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ЧИСЕЛ ВЛИЯНИЯ)**

СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА

Для расчета на большое число нагрузок и для построения линий влияния целесообразно использовать так называемые числа влияния.

Числом влияния β_{ik} называется значение неизвестного x_i при условии, что $\delta_{kp} = 1$, а остальные свободные члены равны нулю. Так, например, от свободного члена $\delta_{3p} = 1$ получим числа влияния $x_1 = \beta_{13}$, $x_2 = \beta_{23}$, $x_3 = \beta_{33}$, $x_4 = \beta_{43}$, $x_5 = \beta_{53}$...

Умножая действительные значения свободных членов на соответствующие числа влияния, нетрудно получить величины неизвестных

$$\begin{aligned} x_1 &= \beta_{11}\delta_{1p} + \beta_{12}\delta_{2p} + \beta_{13}\delta_{3p} + \dots + \beta_{1n}\delta_{np}; \\ x_2 &= \beta_{21}\delta_{1p} + \beta_{22}\delta_{2p} + \beta_{23}\delta_{3p} + \dots + \beta_{2n}\delta_{np}; \\ x_3 &= \beta_{31}\delta_{1p} + \beta_{32}\delta_{2p} + \beta_{33}\delta_{3p} + \dots + \beta_{3n}\delta_{np}; \\ &\vdots \\ x_n &= \beta_{n1}\delta_{1p} + \beta_{n2}\delta_{2p} + \beta_{n3}\delta_{3p} + \dots + \beta_{nn}\delta_{np}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Для определения чисел влияния следует решить систему уравнений по Гауссу, принимая поочередно свободные члены $\delta_{1p} = 1,0$, $\delta_{2p} = 1,0$, $\delta_{3p} = 1,0$, ..., $\delta_{rp} = 1,0$.

Программа решения уравнений остается той же, что и в предыдущей главе, но свободные члены в табл. А отсутствуют.

В результате решения системы уравнений в таблицах А, Б и В (см. стр. 28) получаем в табл. В величины неизвестных, равные числам влияния. Таблицу В называют еще обратной матрицей системы уравнений табл. А, поскольку сумма попарных произведений чисел в одноименных строках таблиц А и В равна — 1.

Табл. В (см. стр. 30) является симметричной, то есть побочные числа влияния равны друг другу.

Это обстоятельство использовано при составлении программы для уменьшения количества вычислений.

Имея таблицу чисел влияния, нетрудно, пользуясь выражениями (3.1), определить величины неизвестных от любой комбинации свободных членов. Если, например, свободные члены для данной комбинации нагружения поместить в графу 1_a табл. В₁, то программа для определения величин неизвестных в табл. В₂ будет иметь вид (см. стр. 43).

$$\begin{aligned} x_1 &= \sum | \text{гр } 1_a \times \text{гр } 1 | T_{B_1} = 1_a \cdot 1 T_{B_2}; \\ x_2 &= \sum | \text{гр } 1_a \times \text{гр } 2 | T_{B_1} = 1_a \cdot 2 T_{B_2}; \\ x_3 &= \sum | \text{гр } 1_a \times \text{гр } 3 | T_{B_1} = 1_a \cdot 3 T_{B_2}, \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (3.2)$$

В строке 1_a табл. В₂ получаем величины неизвестных $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ от данной комбинации нагружения.

Аналогично составляются программы от нагружений 2_a, 3_a, ..., n_a .

Определение искомых величин нормальных сил и изгибающих моментов в статически неопределимой системе производится так же, как в предыдущей главе.

Использование чисел влияния особенно удобно для определения ординат линий влияния усилий, поскольку в этом случае система должна быть рассчитана на большее число нагружений.

Как известно, линией влияния называется график изменения усилия S^* при перемещении единичного груза $P = 1$ через определенные интервалы по длине конструкции. Текущая ордината y_k линии влияния усилия S_i представляет собой величину этого усилия при расположении груза $P_k = 1$ над данной ординатой.

Отсюда, записывая в графах 1_a, 2_a, 3_a, ..., n_a табл. 1 и 2 величины нормальных сил и изгибающих моментов от грузов $P_1 = 1, P_2 = 1, P_3 = 1, \dots, P_n = 1$, располагаемых через определенные интервалы в точках 1, 2, 3, ..., n конструкции, будем иметь в строках 1, 2, 3, ..., n в интервале от 1_a до n_a совокупность ординат линий влияния соответствующих усилий в статически определимой системе. В результате раскрытия статической неопределимости по типовой программе в табл. 5 и 6 получим ординаты линий влияния нормальных сил и моментов в статически неопределимой системе.

Несколько слов об определении прогибов. Прогиб системы можно определить по программе (2.8), вытекающей из формулы Мора (2.1). При этом под k понимается состояние, в котором по направлению искомого прогиба прикладывается сила $P = 1$.

При определении прогиба в статически неопределимой системе одно из состояний должно быть взято в этой же системе, второе может быть принято в любой статически определимой системе, образованной из данной.

* Под обобщенным усилием S понимается нормальная сила, изгибающий момент, поперечная сила в сечении.

Например, вырезывая из многопролетной рамы левую стойку до точки a (рис. 6), мы прикладываем в месте разреза внутренние усилия M и Q , представляющие влияние отброшенной части рамы. Поэтому деформированное состояние полученной консоли будет в точности соответствовать деформированному состоянию соответствующего участка рамы, и вместо того, чтобы определять горизонталь-

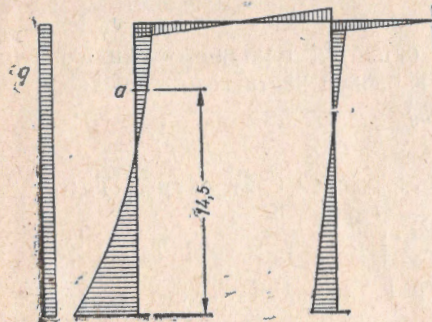


Рис. 6.

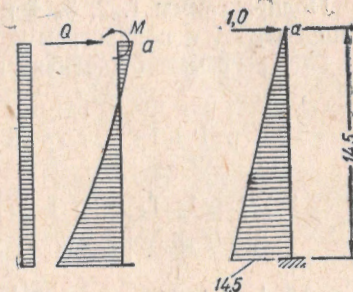


Рис. 7.

ный прогиб точки a во всей раме, можно определить прогиб в консоли, нагруженной внешней нагрузкой и внутренними усилиями.

Второе (виртуальное) состояние для консоли представлено на рис. 7. Интегрируя эпюры, изображенные на рис. 6 и 7, получаем искомый горизонтальный прогиб.

Из рассмотренного примера видно, что принятие одной из эпюр в статически определимой системе значительно сокращает длину участка интегрирования, благодаря чему определение прогиба упрощается. Если поместить в табл. 5 и 6 величины нормальных сил и изгибающих моментов от единичных грузов в статически неопределимой системе (состояние i), а в табл. 3 и 4 те же величины в статически определимой системе, умноженные на $\frac{l}{EF}$ и $\frac{l}{6EI}$ (состояние K), то программа для определения ординат линий влияния прогибов будет иметь вид

$$\begin{aligned} y_{ik} = y_{ki} &= 2 \sum \left| \text{гр } i T_6 \times \text{гр } k T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } i T_6 \times \right. \\ &\times \left. \text{гр } k T_4 \right|_1^n_{\text{диаг}} + \sum \left| \text{гр } i T_5 \times \text{гр } K T_3 \right|_1^n = \\ &= i \cdot k T_7 = k \cdot i T_7, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где i и k последовательно принимаются равными 1_a, 2_a, 3_a, ..., n_a .

Здесь также имеет место взаимность, поскольку прогиб по направлению i от $P_k = 1$ равен прогибу по направлению K от $P_i = 1$. В развернутом виде программа (3. 3) приведена далее.

ТИПОВАЯ ПРОГРАММА II

Подпрограммы 1, 2, 3, 4 и 5 остаются теми же, что и в предыдущей главе, в подпрограмме 6 в правой части меняются адреса.

Подпрограмма 6 (величины δ_{ip})

$$\sum | \text{гр } 1 + \text{гр } 2 + \text{гр } 3 + \dots + \text{гр } n |_1^n T_{B_1} = \text{гр } S T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 | + \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 1_a T_1 \times \text{гр } 1 T_3 | = 1. 1_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 | + \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 1_a T_1 \times \text{гр } 2 T_3 | = 2. 1_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 1_a T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 3. 1_a T_{B_1}$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } 1_a T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 1_a T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S. 1_a T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } 1_a T_{B_1} |_1^n = S. 1_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 | + \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 2_a T_1 \times \text{гр } 1 T_3 | = 1. 2_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 | + \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 |_{\text{диаг}} +$$

$$+ \sum | \text{гр } 2_a T_1 \times \text{гр } 2 T_3 | = 2. 2_a T_{B_1}; \\ 2 \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 2_a T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 3. 2_a T_{B_1}$$

и так далее до графы n .
Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } 2_a T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 2_a T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S. 2_a T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } 2_a T_{B_1} |_1^n = S. 2_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 | + \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 1 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 3_a T_1 \times \text{гр } 1 T_3 | = 1. 3_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 | + \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 2 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 3_a T_1 \times \text{гр } 2 T_3 | = 2. 3_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 3_a T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 3. 3_a T_{B_1};$$

$$2 \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 | + \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } 3 T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 3_a T_1 \times \text{гр } 3 T_3 | = 3. 3_a T_{B_1};$$

и так далее до графы n .
Контрольное вычисление

$$2 \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } S T_4 | + \sum | \text{гр } 3_a T_2 \times \text{гр } S T_4 |_{\text{диаг}} + \\ + \sum | \text{гр } 3_a T_1 \times \text{гр } S T_3 | = S. 3_a T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum | \text{гр } 3_a T_{B_1} |_1^n = S. 3_a T_{B_1}.$$

Далее таким же образом производятся вычисления для граф 4, 5, ..., n_a .
Подпрограмма А/Б (прямой ход при решении уравнений) оста-

ется такой же, как в предыдущей главе. Графы для свободных членов отсутствуют.

Подпрограмма В₁ (обратный ход и определение чисел влияния).

При составлении таблицы чисел влияния (обратной матрицы системы линейных уравнений) сначала заполняется строка n табл. В₁ (соответствующая свободному члену $\delta_{np} = 1$) и по взаимности графа n , затем строка $n-1$ (соответствующая $\delta_{n-1, p} = 1$) и по взаимности графа $n-1$ и так далее в последовательности $n-2, n-3, \dots, 3, 2, 1$. Чтобы не получать при обратном ходе слишком малых чисел, в программе предусмотрен масштабный коэффициент m , который может быть принят любой желаемой величины (1, 10, 100, 1000 и т. д.).

$$-\frac{m}{n' \cdot n' T_B} = n \cdot n T_{B_1}.$$

$$\sum |\text{стр } n T_{B_1} \times \text{стр } (n-1)' T_A| = n-1 \cdot n T_{B_1} = n \cdot n-1 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } n T_{B_1} \times \text{стр } (n-2)' T_A| = n-2 \cdot n T_{B_1} = n \cdot n-2 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } n T_{B_1} \times \text{стр } (n-3)' T_A| = n-3 \cdot n T_{B_1} = n \cdot n-3 T_{B_1};$$

$$\dots \dots \dots \sum |\text{стр } n T_{B_1} \times \text{стр } 3' T_A| = 3 \cdot n T_{B_1} = n \cdot 3 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } n T_{B_1} \times \text{стр } 2' T_A| = 2 \cdot n T_{B_1} = n \cdot 2 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } n T_{B_1} \times \text{стр } 1' T_A| = 1 \cdot n T_{B_1} = n \cdot 1 T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum |\text{стр } n T_{B_1} \times \text{стр } S T_A| + m = 0;$$

$$-\frac{m}{(n-1)' \cdot (n-1)' T_B} +$$

$$+ \sum |\text{стр } (n-1) T_{B_1} \times \text{стр } (n-1)' T_A| = n-1 \cdot n-1 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } (n-1) T_{B_1} \times \text{стр } (n-2)' T_A| =$$

$$= n-1 \cdot n-2 T_{B_1} = n-2 \cdot n-1 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } (n-1) T_{B_1} \times \text{стр } (n-3)' T_A| =$$

$$= n-1 \cdot n-3 T_{B_1} = n-3 \cdot n-1 T_{B_1};$$

$$\dots \dots \dots \sum |\text{стр } (n-1) T_{B_1} \times \text{стр } 3' T_A| =$$

$$= n-1 \cdot 3 T_{B_1} = 3 \cdot n-1 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } (n-1) T_{B_1} \times \text{стр } 2' T_A| =$$

$$= n-1 \cdot 2 T_{B_1} = 2 \cdot n-1 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } (n-1) T_{B_1} \times \text{стр } 1' T_A| =$$

$$= n-1 \cdot 1 T_{B_1} = 1 \cdot n-1 T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum |\text{стр } (n-1) T_{B_1} \times \text{стр } S T_A| + m = 0;$$

$$\dots \dots \dots -\frac{m}{4' \cdot 4' T_B} + \sum |\text{стр } 4 T_{B_1} \times \text{стр } 4' T_A| = 4 \cdot 4 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } 4 T_{B_1} \times \text{стр } 3' T_A| = 3 \cdot 4 T_{B_1} = 4 \cdot 3 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } 4 T_{B_1} \times \text{стр } 2' T_A| = 2 \cdot 4 T_{B_1} = 4 \cdot 2 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } 4 T_{B_1} \times \text{стр } 1' T_A| = 1 \cdot 4 T_{B_1} = 4 \cdot 1 T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum |\text{стр } 4 \times \text{стр } S T_A| + m = 0;$$

$$-\frac{m}{3' \cdot 3' T_B} + \sum |\text{стр } 3 T_{B_1} \times \text{стр } 3' T_A| = 3 \cdot 3 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } 3 T_{B_1} \times \text{стр } 2' T_A| = 2 \cdot 3 T_{B_1} = 3 \cdot 2 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } 3 T_{B_1} \times \text{стр } 1' T_A| = 1 \cdot 3 T_{B_1} = 3 \cdot 1 T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum |\text{стр } 3 T_{B_1} \times \text{стр } S T_A| + m = 0;$$

$$-\frac{m}{2' \cdot 2' T_B} + \sum |\text{стр } 2 T_{B_1} \times \text{стр } 2' T_A| = 2 \cdot 2 T_{B_1};$$

$$\sum |\text{стр } 2 T_{B_1} \times \text{стр } 1' T_A| = 1 \cdot 2 T_{B_1} = 2 \cdot 1 T_{B_1};$$

Проверка

$$\sum |\text{стр } 2 T_{B_1} \times \text{стр } S T_A| + m = 0;$$

$$-\frac{m}{1' \cdot 1' T_B} + \sum |\text{стр } 1 T_{B_1} \times \text{стр } 1' T_A| = 1 \cdot 1 T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum |\text{стр } 1 T_{B_1} \times \text{стр } S T_A| + m = 0.$$

Подпрограмма В₂ (умножение свободных членов на числа влияния и определения величин неизвестных).

$$\frac{1}{m} \sum |\text{гр } 1_a \times \text{гр } 1| T_{B_1} = 1_a \cdot 1 T_{B_1};$$

$$\frac{1}{m} \sum |\text{гр } 1_a \times \text{гр } 2| T_{B_1} = 1_a \cdot 2 T_{B_1};$$

$$\frac{1}{m} \sum |\text{гр } 1_a \times \text{гр } 3| T_{B_1} = 1_a \cdot 3 T_{B_1}$$

и так далее до графа n .

Контрольное вычисление

$$\frac{1}{m} \sum |\text{гр } 1_a \times \text{гр } S| T_{B_1} = 1_a \cdot S T_{B_1}.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 1_a T_{B_1} \right|_1^n = 1_a \cdot S T_{B_1};$$

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 2_a \times \text{гр } 1 | T_{B_1} = 2_a \cdot 1 T_{B_1};$$

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 2_a \times \text{гр } 2 | T_{B_1} = 2_a \cdot 2 T_{B_1};$$

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 2_a \times \text{гр } 3 | T_{B_1} = 2_a \cdot 3 T_{B_1};$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 2_a \times \text{гр } S | T_{B_1} = 2_a \cdot S T_{B_1};$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 2_a T_{B_2} \right|_1^n = 2_a \cdot S T_{B_2};$$

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 3_a \times \text{гр } 1 | T_{B_2} = 3_a \cdot 1 T_{B_2};$$

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 3_a \times \text{гр } 2 | T_{B_2} = 3_a \cdot 2 T_{B_2};$$

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 3_a \times \text{гр } 3 | T_{B_2} = 3_a \cdot 3 T_{B_2};$$

и так далее до графы n .

Контрольное вычисление

$$\frac{1}{m} \sum | \text{гр } 3_a \times \text{гр } S | T_{B_2} = 3_a \cdot S T_{B_2};$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 3_a T_{B_3} \right|_1^n = 3_a \cdot S T_{B_3};$$

Таким же образом вычисления продолжаются для граф 4_a , 5_a , ..., n_a табл. B_1 .

Подпрограммы 7 и 8 для вычисления искомых величин нормальных сил и изгибающих моментов остаются те же, что и в предыдущей главе II.

Если в графах 1_a , 2_a , 3_a , ... табл. 1 и 2 записаны ординаты линий влияния усилий в статически определимой системе, то в табл. 5 и 6 будут получены ординаты линий влияния усилий в статически неопределимой системе.

Подпрограмма 9 (вычисление ординат линий влияния прогибов).

В графах 1_a , 2_a , 3_a , ..., n_a табл. 5 и 6 даны величины нормальных сил и изгибающих моментов от единичных сил для статически неопределимой системы, в графах 1_a , 2_a , 3_a , ..., n_a табл. 3 и 4 даны те же величины для статически определимой системы, умноженные на

ТАБЛИЧНЫЕ БЛАНКИ К ТИПОВОЙ ПРОГРАММЕ II

Таблица B_1

Числа влияния

	1	2	3	4	...	n	S	1_a	2_a	3_a	...	n_a
1												
2												
3												
4												
...												
n												
							S					

Таблица B_2

	1	2	3	4	...	n	S
1_a							
2_a							
3_a							
4_a							
...							
n_a							

Таблица 7

	1_a	2_a	3_a	4_a	...	n_a	S
1_a							
2_a							
3_a							
4_a							
...							
n_a							
S							

Примечания: 1. Бланки табл. 1, 2, 3, 4, А, Б, 5 и 6 такие же, как в типовой программе I.

2. Таблицы 3 и 4 дополняются графами 1_a , 2_a , ..., n_a , S_a .

α*). Ординаты линий влияния прогибов вычисляются и записываются в табл. 7 по программе

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 1_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 1_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 1_a T_5 \times \text{гр } 1_a T_3 \right|_1^n = 1_a \cdot 1_a T_7; \\ & 2 \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 2_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 2_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 1_a T_5 \times \text{гр } 2_a T_3 \right|_1^n = 1_a \cdot 2_a T_7 = 2_a \cdot 1_a T_7; \\ & 2 \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 3_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 3_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 1_a T_5 \times \text{гр } 3_a T_3 \right|_1^n = 1_a \cdot 3_a T_7 = 3_a \cdot 1_a T_7; \\ & 2 \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 4_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } 4_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 1_a T_5 \times \text{гр } 4_a T_3 \right|_1^n = 1_a \cdot 4_a T_7 = 4_a \cdot 1_a T_7. \end{aligned}$$

и так далее до графы n_a табл. 3 и 4.

Контрольное вычисление

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } S_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 1_a T_6 \times \text{гр } S_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 1_a T_5 \times \text{гр } S_a T_3 \right|_1^n = S \cdot 1_a T_7. \end{aligned}$$

Проверка

$$\sum \left| \text{гр } 1_a T_7 \right|_1^n = S \cdot 1_a T_7;$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } 2_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } 2_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 2_a T_5 \times \text{гр } 2_a T_3 \right|_1^n = 2_a \cdot 2_a T_7; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } 3_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } 3_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 2_a T_5 \times \text{гр } 3_a T_3 \right|_1^n = 2_a \cdot 3_a T_7 = 3_a \cdot 2_a T_7; \end{aligned}$$

$$2 \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } 4_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } 4_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n +$$

* Для дополнения табл. 3, 4 графами $1_a, 2_a, \dots, n_a$ пользуемся подпрограммами 3 и 4 (стр. 23) с заменой в последних гр. 1, 2, 3, ..., n , S на гр. $1_a, 2_a, 3_a, \dots, n_a, S_a$.

$$+ \sum \left| \text{гр } 2_a T_5 \times \text{гр } 4_a T_3 \right|_1^n = 2_a \cdot 4_a T_7 = 4_a \cdot 2_a T_7$$

и так далее до графы n_a табл. 4 и 3.

Контрольное вычисление

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } S_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 2_a T_6 \times \text{гр } S_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 2_a T_5 \times \text{гр } S_a T_3 \right|_1^n = S \cdot 2_a T_7. \end{aligned}$$

Проверка

$$\sum \left| \text{гр } 2_a T_7 \right|_1^n = S \cdot 2_a T_7;$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } 3_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } 3_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 3_a T_5 \times \text{гр } 3_a T_3 \right|_1^n = 3_a \cdot 3_a T_7; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } 4_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } 4_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 3_a T_5 \times \text{гр } 4_a T_3 \right|_1^n = 3_a \cdot 4_a T_7 = 4_a \cdot 3_a T_7; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } 5_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } 5_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 3_a T_5 \times \text{гр } 5_a T_3 \right|_1^n = 3_a \cdot 5_a T_7 = 5_a \cdot 3_a T_7 \end{aligned}$$

и так далее до графы n_a табл. 3 и 4.

Контрольное вычисление

$$\begin{aligned} & 2 \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } S_a T_4 \right|_1^n + \sum \left| \text{гр } 3_a T_6 \times \text{гр } S_a T_4 \right|_{1 \text{ диаг}}^n + \\ & + \sum \left| \text{гр } 3_a T_5 \times \text{гр } S_a T_3 \right|_1^n = S \cdot 3_a T_7. \end{aligned}$$

Проверка

$$\sum \left| \text{гр } 3_a T_7 \right|_1^n = S \cdot 3_a T_7.$$

Далее вычисления продолжают аналогично, начиная с граф $4_a, 5_a, 6_a, \dots, n_a$.

В строке 1_a табл. 7 получены величины прогибов сечения 1_a системы от грузов $P_{1a} = 1, P_{2a} = 1, P_{3a} = 1, P_{4a} = 1, \dots$, то есть ординаты линии влияния прогиба сечения 1_a .

Точно так же в строке 2_a получены ординаты линии влияния прогиба сечения 2_a , в строке 3_a — ординаты линии влияния прогиба сечения 3_a и т. д.

Следует иметь в виду, что при определении прогибов принимаются абсолютные величины жесткостей EF и EI . Поэтому если в начале расчета эти величины были умножены на некоторый постоянный коэффициент (например, на 10^{-6}), то полученные в табл. 7 ординаты линий влияния прогибов также нужно умножить на тот же коэффициент.

Глава IV

ТИПОВАЯ ПРОГРАММА III РАСЧЕТА МНОГОЭТАЖНЫХ, МНОГОПРОЛЕТНЫХ РАМ МЕТОДОМ ДЕФОРМАЦИЙ

СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА

Классическим методом расчета многоэтажных многопролетных рам является метод деформаций в сочетании с решением уравнений способом последовательных приближений.

На основе этого общего метода предложены разнообразные приемы, упрощающие расчет.

Не все из этих приемов являются удачными. Так, например, популярный метод Кросса, кажущийся простым, по существу делает расчет более громоздким, поскольку он сводит на нет основное преимущество метода деформаций, которое заключается в уменьшении числа неизвестных.

Другие методы являются удобными при условии выполнения расчетов инженерами, но не приспособлены для выполнения их операторами на счетных машинах.

Для механизированного расчета рам следует выбрать метод, дающий возможность наиболее просто составить программу вычислений с построчными проверками. В данном случае требование снижения трудоемкости уже не является единственным.

С нашей точки зрения наиболее удобно составить уравнения метода деформаций, преобразовать их к виду, пригодному для итерации, и затем решить способом последовательных приближений.

Рассмотрим общий случай расчета рамы с учетом линейных смещений (см. рис. 8). Узлы рамы обозначаем двумя цифрами — первая указывает порядковый номер ригеля по высоте, вторая — номер узла.

Так же, как и в методе сил, сначала следует выбрать основную систему. Но если в методе сил основная система образуется отбрасыванием лишних связей, то в методе деформаций, наоборот, основная система получается наложением дополнительных связей.

Для многоэтажной многопролетной рамы этими связями являются жесткие защемления и фиктивные стержни, препятствующие поворотам узлов и линейным смещениям ярусов (см. основную систему на рис. 9).

Благодаря введению дополнительных закреплений система разбивается на ряд изолированных стержней, заземленных двумя концами (или одним концом заземленным, другим — шарнирным), для которых имеются готовые решения (составлены таблицы).

Уровень e	51	52	53	54	55	56	Ярус V
d	41	42	43	44	45	46	» IV
c	31	32	33	34	35	36	» III
b	21	22	23	24	25	26	» II
a	11	12	13	14	15	16	» I
	01	02	03	04	05	06	

Рис. 8.

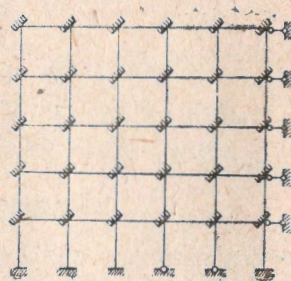


Рис. 9.

Следовательно, накладывая на систему дополнительные закрепления, мы достигаем той же цели, что и устраняя лишние связи, то есть приводим систему к изученному виду.

Для того чтобы устранить различия между основной и расчетной системами, следует повернуть заземления узлов на такие углы

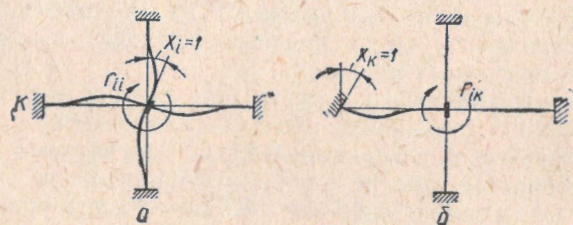


Рис. 10.

и так сместить фиктивные стержни, чтобы реактивные моменты заземлений и реакции фиктивных стержней от суммарного воздействия внешней нагрузки и этих деформаций были равны нулю. После этого закрепления можно убрать, не нарушая равновесия системы.

Для рамы, изображенной на рис. 8, указанные условия выражаются уравнениями двух типов.

Первый тип уравнений выражает условие равенства нулю реактивного момента в i -ом узле

$$x_i r_{ii} + \sum x_k r_{ik} + x_u r_{iu} + x_o r_{io} + r_{ip} = 0. \quad (4.1)$$

Здесь

x_i, x_k — углы поворота узлов i и k ,

r_{ii} — реактивный момент в заземлении i -того узла от угла поворота $x_i = 1$ (рис. 10а),

r_{ik} — реактивный момент в заземлении i -того узла от угла поворота $x_k = 1$ (рис. 10б),

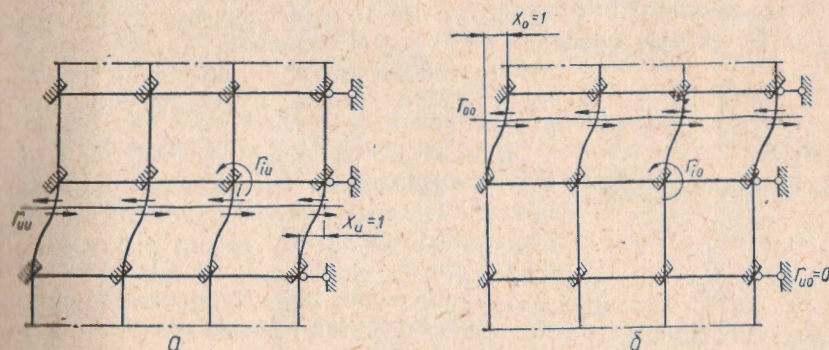


Рис. 11.

x_u — линейное смещение яруса u , расположенного ниже узла i (рис. 11а),

x_o — линейное смещение яруса o , расположенного выше узла i (рис. 11б).

r_{iu}, r_{io} — реактивные моменты в заземлении i соответственно от $x_u = 1$ и $x_o = 1$,

r_{ip} — реактивный момент в заземлении i от внешней нагрузки P (рис. 12).

Суммирование во втором члене формулы (4.1) относится ко всем узлам k , непосредственно соединенным с узлом i .

Так, для узла $i = 23$ (см. рис. 8) k принимается равным 13, 22, 24, 33 и уравнение (4.1) принимает вид

$$x_{23} r_{23, 23} + x_{13} r_{23, 13} + x_{22} r_{23, 22} + x_{24} r_{23, 24} + x_{33} r_{23, 33} + x_{11} r_{23, 11} + x_{111} r_{23, 111} + r_{23p} = 0.$$

Для других k имеем $r_{ik} = 0$, поэтому соответствующие члены в уравнении пропадают.

Второй тип уравнений выражает условие равенства нулю групповой реакции в ярусе u , равной сумме реакций всех выше расположенных фиктивных стержней *.

$$x_u r_{uu} + \sum x_k r_{uk} + r_{up} = 0. \quad (4.2)$$

* Вместо того чтобы оперировать реакциями отдельных фиктивных стержней, можно пользоваться любой их линейной комбинацией.

Здесь

r_{ui} — групповая реакция яруса u от смещения $x_u = 1$,

r_{uk} — групповая реакция яруса u от угла поворота $x_k = 1$,

r_{up} — групповая реакция яруса u от внешней нагрузки p .

Групповые реакции r_{ui} , r_{uk} и r_{up} равны сумме поперечных сил в ярусе u от соответствующих воздействий.

В уравнении (4.2) фигурирует только одно смещение x_u данного яруса. Остальные смещения не входят в уравнение, так как групповая реакция яруса u от смещения остальных ярусов равна нулю $r_{uo} = 0$ (см. рис. 11а).

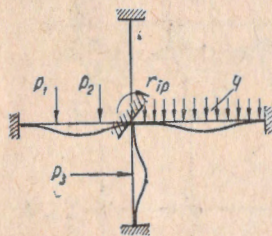


Рис. 12.

В этом состоит преимущество пользования групповыми реакциями, так как при применении реакций отдельных стержней мы не имели бы такого разделения неизвестных.

Суммирование во втором члене формулы (4.2) относится ко всем узлам k , принадлежащим к ярусу u .

Так, для яруса $u = II$ k принимается равным 11, 12, 13, 14, 15, 16 и 21, 22, 23, 24, 25, 26 (см. рис. 8), и уравнение (4.2) принимает вид

$$x_{11}r_{II11} + x_{12}r_{II12} + x_{13}r_{II13} + x_{14}r_{II14} + x_{15}r_{II15} + x_{16}r_{II16} + x_{21}r_{II21} + x_{22}r_{II22} + x_{23}r_{II23} + x_{24}r_{II24} + x_{25}r_{II25} + x_{26}r_{II26} + r_{IIp} = 0.$$

Уравнение (4.2) содержит большее количество неизвестных, чем уравнение (4.1).

В частном случае, когда линейные смещения равны нулю (при вертикальной нагрузке линейными смещениями, как правило, пренебрегают), задача значительно упрощается.

Уравнения типа (4.2) отпадают.

В уравнениях типа (4.1) отпадают члены, содержащие величины x_u и x_o и оно получает вид

$$x_i r_{ii} + \sum x_k r_{ik} + r_{ip} = 0. \quad (4.3)$$

Для решения этих уравнений широко используется метод последовательных приближений, который состоит в следующем.

Предварительно решаем уравнение (4.3) относительно неизвестного x_i

$$x_i = -\frac{r_{ip}}{r_{ii}} - \sum x_k \frac{r_{ik}}{r_{ii}}. \quad (4.4)$$

Обозначим

$$\alpha_{ik} = -\frac{r_{ik}}{r_{ii}}; \quad (4.5)$$

$$\alpha_{ip} = -\frac{r_{ip}}{r_{ii}}. \quad (4.6)$$

Тогда уравнение (4.4) примет вид

$$x_i = \alpha_{ip} + \sum x_k \alpha_{ik}. \quad (4.7)$$

Процесс последовательных приближений начнем с узла 11 (рис. 13а). Полагая, что $x_k = 0$, получим для $i = 11$

$$x_{11}^{(1)} = \alpha_{11p}.$$

Это первое приближение для угла поворота одиннадцатого узла.

Переходя затем к следующему узлу 12, полагаем, что $x_{11} = x_{11}^{(1)}$, а все остальные x_k равны нулю (рис. 13,б). Тогда по формуле (4.7) получим

$$x_{12}^{(1)} = \alpha_{12p} + x_{11}^{(1)} \alpha_{12,11}.$$

Это первое приближение для угла поворота двенадцатого узла.

Продолжаем обход узлов в последовательности 13, 14, 15, ..., 53, 54, 55, 56, каждый раз подставляя вместо x_k найденные первые приближения для предыдущих неизвестных. Для последнего узла 56 получим

$$x_{56}^{(1)} = \alpha_{56p} + x_{45} \alpha_{56,46} + x_{55} \alpha_{56,55}.$$

На этом заканчивается первый цикл расчета.

Во втором цикле расчета вновь обходим узлы, определяя поправочные значения для углов поворота. Для узла 11, подставляя в формулу вместо x_k величины $x_{12}^{(1)}$ и $x_{21}^{(1)}$ (не учтенные в первом цикле), получим

$$x_{11}^{(2)} = x_{12}^{(1)} \alpha_{11,12} + x_{21}^{(1)} \alpha_{11,21}.$$

Это первая поправка для угла поворота одиннадцатого узла.

Так же вычисляются поправки для углов поворота узлов 12—56

В третьем цикле определяют вторые поправки для углов поворота, в четвертом цикле — третьи поправки и т. д. до тех пор, пока поправки не станут меньше требуемой точности расчета.

Методом последовательных приближений решаются не все задачи, а только те, в которых ряд поправок сходится, то есть последующие поправки меньше предыдущих. Для этого должны соблюдаться определенные условия.

Для сходимости процесса последовательных приближений достаточно, чтобы главный коэффициент в каждом уравнении был больше суммы абсолютных значений побочных коэффициентов

$$r_{ii} > \sum |r_{ik}|. \quad (4.8)$$

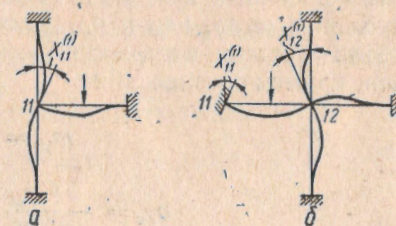


Рис. 13.

В уравнениях типа (4.3) это условие удовлетворяется — r_{ii} значительно больше Σr_{ik} . Поэтому при расчете рам без учета линейных смещений процесс сходится весьма быстро.

При учете смещений картина другая. В уравнениях типа (4.2) главный коэффициент, наоборот, обычно меньше суммы побочных коэффициентов.

Поэтому для уравнений (4.1) и (4.2) в том виде, в каком они записаны выше, нельзя применить метод последовательных приближений.

Однако путем несложных подстановок из уравнений (4.1) и (4.2) можно получить систему, для которой условие (4.8) удовлетворяется.

Воспользовавшись тем, что в уравнении (4.2) имеется только одно линейное смещение x_u , выразим его через x_k — углы поворота узлов

$$x_u = -\frac{1}{r_{uu}} \left(\sum x_k r_{uk} + r_{up} \right). \quad (4.9)$$

Аналогично для x_0

$$x_0 = -\frac{1}{r_{oo}} \left(\sum x_k r_{ok} + r_{op} \right). \quad (4.10)$$

Теперь подставим выражения для x_u и x_0 в уравнение (4.1) и получим уравнение, содержащее одни углы поворота

$$x_i r_{ii} + \sum x_k r_{ik} - \frac{r_{iu}}{r_{uu}} \left(\sum x_k r_{uk} + r_{up} \right) - \frac{r_{io}}{r_{oo}} \left(\sum x_k r_{ok} + r_{op} \right) + r_{ip} = 0. \quad (4.11)$$

Соотношение между коэффициентами системы уравнений типа (4.11) получается таким, что главные коэффициенты много больше суммы побочных коэффициентов, в связи с чем процесс сходится столь же быстро, как и при расчете рам без учета смещений.

Для стержня постоянного сечения, защемленного двумя концами, примем обозначения

$$m_{ik} = \frac{4EI_{ik}}{l_{ik}}; \quad (4.12)$$

$$v_{ik} = -\frac{6EI_{ik}}{l_{ik}^2} = -1,5 \frac{m_{ik}}{l_{ik}}; \quad (4.13)$$

$$w_{ik} = \frac{12EI_{ik}}{l_{ik}^3} = -\frac{2v_{ik}}{l_{ik}}. \quad (4.14)$$

Здесь m_{ik} — первая жесткость стержня — представляет собою момент, возникающий в защемлении i стержня ik от угла поворота $x_i = 1$ (рис. 14а),

v_{ik} — вторая жесткость стержня — представляет собою момент, возникающий в защемлении стержня ik от смещения $x_{я} = 1$ (рис. 14б) или, по свойству

взаимности, реакцию опоры i стержня ik от угла поворота $x_i = 1$.

w_{ik} — третья жесткость стержня — представляет собой реакцию опоры i стержня ik от смещения $x_{я} = 1$ (рис. 14б).

Для расчета нужно иметь не абсолютные, а относительные величины m , v и w . Поэтому их можно разделить на любое число. В частности, все m можно разделить на $4E$ и принять, что $m = \frac{I}{l}$.

Обозначим также M_{ik}^p — момент в защемлении стержня ik от внешней нагрузки, Q_{ik}^p — реакцию в верхнем сечении стержня ik от внешней нагрузки.

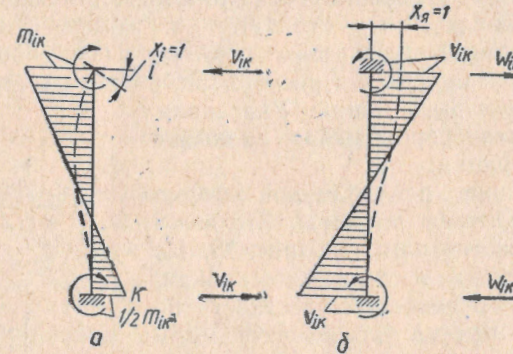


Рис. 14.

Коэффициенты r_{ii} , r_{ik} , r_{ia} , r_{ip} определяются суммированием моментов защемлений стержней, сходящихся в узле i от соответствующих воздействий.

Коэффициенты $r_{яя}$ и $r_{яp}$ определяются суммированием поперечных сил в ярусе «я» соответственно от смещения $x_{я} = 1$ и внешней нагрузки.

Пользуясь принятыми обозначениями, получим

$$r_{ii} = \sum m_{ik}. \quad (4.15)$$

$$r_{ik} = \frac{1}{2} m_{ik}; \quad (4.16)$$

$$r_{ia} = -v_{ik}; \quad (4.17)$$

$$r_{ip} = \sum M_{ik}^p; \quad (4.18)$$

$$r_{яя} = \sum_{я} w_{ik}; \quad (4.19)$$

$$r_{яp} = -H_{я} + \sum_{я} Q_{ik}^p \quad (4.20)$$

Здесь $H_{\text{я}}$ — суммарная горизонтальная нагрузка, действующая выше рассматриваемого яруса.

Суммирование в формулах (4.15) и (4.18) относится ко всем стержням, сходящимся в узле i . Например, для узла $i = 12$ получим

$$r_{12, 12} = m_{12, 02} + m_{12, 11} + m_{12, 13} + m_{12, 22};$$

$$r_{12p} = M_{12, 02}^p + M_{12, 11}^p + M_{12, 13}^p + M_{12, 22}^p$$

Суммирование в формулах (4.19) и (4.20) относится ко всем стойкам яруса «я». Например, для яруса II получим (рис. 8)

$$r_{II, II} = w_{21, 11} + w_{22, 12} + w_{23, 13} + w_{24, 14} + w_{25, 15} + w_{26, 16};$$

$$r_{IIp} = -H_{II} + Q_{21, 11}^p + Q_{22, 12}^p + Q_{23, 13}^p + Q_{24, 14}^p + Q_{25, 15}^p + Q_{26, 16}^p$$

Если ярус имеет меньше стоек, то соответствующие члены в выражениях для $r_{II, II}$ и r_{IIp} отпадут.

Таковы основные предпосылки, положенные в основу типовой комбинированной программы расчета многоэтажных многопролетных рам методом деформаций. Указанная комбинированная программа включает следующие операции:

1. Определение в табличной форме жесткостей стержней m , v и w . Эти величины выписываются на схеме (рис. 15, 16) в круглых, прямых и двойных скобках. Для стержней переменной жесткости по таблицам или в результате расчета методом сил вычисляются приведенные величины m , v и w , представляющие собой моменты и опорные реакции от единичных углов поворота и единичных смещений.

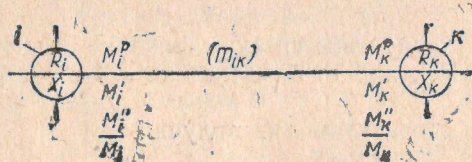


Рис. 15.

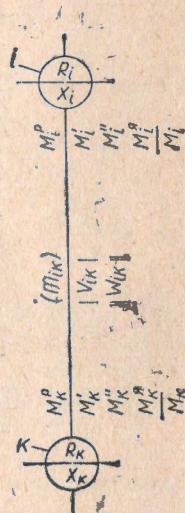


Рис. 16.

2. Вычисление с помощью известных таблиц моментов защемления от нагрузки в стержнях, рассматриваемых как защемленные двумя концами балки.

3. Определение при помощи выражений (4.15)—(4.20), коэффициентов и свободных членов системы уравнений. Программа этих вычислений, приведенная далее, не требует дополнительных пояснений.

Система уравнений представлена в стандартном бланке табл. Г (см. стр. 62). В этом бланке буквой a обозначены узлы 11—16 ур-

овня a (см. рис. 8), буквой b — узлы 21—26 уровня b и т. д. Черточками обозначены коэффициенты системы уравнений.

Главные групповые клетки $a.a$, $b.b$, $c.c$, $d.d$, $e.e$ имеют трехчленную структуру, побочные групповые клетки $a.b$, $b.c$, $c.d$, $d.e$ — одночленную структуру, как это показано в дополнительных табличках. В групповой клетке $a.I$ записываются коэффициенты $11.I$, $12.I$, ..., $16.I$; в групповой клетке $a.1_a$ — коэффициенты 11.1_a , 12.1_a , ..., 16.1_a и т. д.

Сокращенная запись системы уравнений дает возможность нагляднее представить ее построение, однако для численного расчета пользуются все же полной таблицей — вместо графы и строки a фигурируют строки и графы 11, 12, 13, 14, 15, 16, вместо графы и строки b — строки и графы 21, 22, 23, 24, 25, 26 и т. д. Размеры таблицы увеличиваются или уменьшаются в зависимости от количества уровней и количества узлов в каждом уровне.

4. Исключение неизвестных x_i , x_{II} , x_{III} , x_{IV} , x_V из системы уравнений 11—56.

Для составления программы исключения неизвестных используется выражение (4.11).

Так, для группы уравнений 11—16 узлов уровня a величины x_i , r_{ii} , $\Sigma x_k r_{ik}$ и r_{ip} записаны в строках 11—16 табл. Г, величины $\Sigma x_k r_{uk}$ и r_{up} — в строке I, величины $\Sigma x_k r_{ok}$ и r_{op} — в строке II, коэффициенты r_{iu} , r_{uu} , r_{io} , r_{oo} соответственно — в клетках 11.I, I.I, 11.II, II.II. Поэтому в принятых обозначениях определение коэффициентов уравнений (4.11) для $i = 11, 12, \dots, 16$ можно выразить программой

$$\begin{cases} \text{стр } 11 - \frac{11.I}{I.I} \times \text{стр } I - \frac{11.II}{II.II} \times \text{стр } II \Big|_{II}^{S_I} T_{\Gamma} = \text{стр } 11 \text{ Тд;} \\ \text{стр } 12 - \frac{12.I}{I.I} \times \text{стр } I - \frac{12.II}{II.II} \times \text{стр } II \Big|_{II}^{S_I} T_{\Gamma} = \text{стр } 12 \text{ Тд;} \\ \dots \dots \dots \\ \text{стр } 16 - \frac{16.I}{I.I} \times \text{стр } I - \frac{16.II}{II.II} \times \text{стр } II \Big|_{II}^{S_I} T_{\Gamma} = \text{стр } 16 \text{ Тд.} \end{cases} \quad (4.21)$$

Результаты суммирования чисел табл. Г записываются в соответствующие клетки табл. Д.

Предварительно вычисляем

$$\begin{aligned} - \Big| \frac{\text{стр } I}{I.I} \Big|_{II}^{S_I} T_{\Gamma} &= \text{стр } I' \text{ Тг;} \\ - \Big| \frac{\text{стр } II}{II.II} \Big|_{II}^{S_I} T_{\Gamma} &= \text{стр } II' \text{ Тг.} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Подставив (4.22) в (4.21), получим

$$\Big| \text{стр } 11 + \text{стр } I' \times 11.I + \text{стр } II' \times 11.II \Big|_{II}^{S_I} T_{\Gamma} = \text{стр } 11 \text{ Тд;} \quad (4.23)$$

$$\left| \text{стр } 12 + \text{стр } I' \times 12. I \mp \text{стр } II' \times 12. II \right|_{11}^{S_1} T_{\Gamma} = \text{стр } 12 T_{\Delta}; \quad (4.23)$$

$$\left| \text{стр } 16 + \text{стр } I' \times 16. I + \text{стр } II' \times 16. II \right|_{11}^{S_1} T_{\Gamma} = \text{стр } 16 T_{\Delta}.$$

Проверка вычислений осуществляется с помощью контрольных сумм

$$\begin{aligned} \sum \left| \text{стр } 11 \right|_{11}^{n_a} T_{\Delta} &= 11 \cdot S_1 T_{\Delta}; \\ \sum \left| \text{стр } 12 \right|_{11}^{n_a} T_{\Delta} &= 12 \cdot S_1 T_{\Delta} \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (4.24)$$

В группе уравнений 11—16 табл. Д неизвестные x_I и x_{II} исключены.

Аналогично составляются программы для исключения неизвестных x_{II} и x_{III} из уравнений 21—26, неизвестных x_{III} и x_{IV} из уравнений 31—36, неизвестных x_{IV} и x_V из уравнений 41—46 и неизвестного x_V из уравнений 51—56. Соответствующая развернутая программа приведена далее.

Полученная система уравнений имеет вид, представленный в табл. Д. Коэффициенты системы обозначены черточками.

В частном случае рамы с линейно неподвижными узлами операции исключения неизвестных x_I , x_{II} , x_{III} , ... отпадают, так как они равны нулю. Ввиду этого таблицы Г и Д совпадают.

5. Преобразование системы уравнений к виду, удобному для последовательных приближений (итерации).

Для этого каждое из уравнений делим на главный коэффициент с обратным знаком, что выражается программой

$$\begin{aligned} - \left| \frac{\text{стр } 11}{11 \cdot 11} \right| T_{\Delta} &= \text{стр } 11 T_E; \\ - \left| \frac{\text{стр } 12}{12 \cdot 12} \right| T_{\Delta} &= \text{стр } 12 T_E \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Проверки

$$\begin{aligned} \sum \left| \text{стр } 11 \right|_{11}^{n_a} T_E &= 11 \cdot S_1 T_E; \\ \sum \left| \text{стр } 12 \right|_{11}^{n_a} T_E &= 12 \cdot S_1 T_E \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

В результате в табл. Е получаем систему уравнений, подготовленную для итерации.

6. Решение системы уравнений табл. Е методом последовательных приближений.

В строке 1* табл. Е записываем начальные значения неизвестных, равные величинам α_{ip} (см. формулу (4.6), которые были найдены в графе 1_a табл. Е (или в графе 2_a — для второй комбинации загрузки, в графе 3_a — для третьей комбинации и т. д.).

Эта операция выражается программой

$$\begin{aligned} 1^{\circ} \cdot 11 T_E &= 11 \cdot 1_a T_E; \\ 1^{\circ} \cdot 12 T_E &= 12 \cdot 1_a T_E; \\ 1^{\circ} \cdot 13 T_E &= 13 \cdot 1_a T_E \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Решение уравнений выполняется в табл. Е в строках 1°, 1, 2°, 2, 3°, 3... и т. д. по формуле (4.7) и состоит в последовательном определении величин $\sum x_k \times \alpha_{ik}$ — сумм произведений найденных неизвестных на коэффициенты, расположенные слева или справа от главной диагонали табл. Е.

По формуле (4.7) последовательно найдем

$$\begin{aligned} x_{11} &= 1^{\circ} \cdot 11 T_E = 1 \cdot 11 T_E; \\ x_{12} &= \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 12_n \right| T_E + 1^{\circ} \cdot 12 T_E = 1 \cdot 12 T_E; \\ x_{13} &= \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 13_n \right| T_E + 1^{\circ} \cdot 13 T_E = 1 \cdot 13 T_E \end{aligned} \quad (4.27)$$

и так далее, пока строка 1 не будет полностью заполнена.

В строке 1 получены первые приближения для неизвестных x_{11} , x_{12} , x_{13} , ..., x_{56} .

Определяем начальные значения неизвестных для второго цикла по формуле $x_i^0 = \sum x_k \alpha_{ik}$, где x_k — неизвестные, расположенные справа от главной диагонали, влияние которых в первом цикле не было учтено.

Получим

$$\begin{aligned} x_{11}^0 &= \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 11_n \right| T_E = 2^{\circ} \cdot 11 T_E; \\ x_{12}^0 &= \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 12_n \right| T_E = 2^{\circ} \cdot 12 T_E; \\ x_{13}^0 &= \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 13_n \right| T_E = 2^{\circ} \cdot 13 T_E \end{aligned} \quad (4.28)$$

и так далее до x_{56}^0 .

Для получения контрольной проверки просуммируем левые и правые части выражений (4.27) и (4.28)

$$\begin{aligned} &|1^{\circ} \cdot 11 + 1^{\circ} \cdot 12 + 1^{\circ} \cdot 13 + \dots + 1^{\circ} \cdot 56| T_E + \sum \left| \text{стр } 1 \times (\text{стр } 12_n + \right. \\ &\quad \left. + \text{стр } 13_n + \text{стр } 14_n + \dots + \text{стр } 56_n + \text{стр } 11_n + \text{стр } 12_n + \right. \\ &\quad \left. + \text{стр } 13_n + \text{стр } 14_n + \dots + \text{стр } 56_n) \right| T_E = \\ &= |1 \cdot 11 + 1 \cdot 12 + 1 \cdot 13 + \dots + 1^{\circ} \cdot 56| T_E + \\ &\quad + |2^{\circ} \cdot 11 + 2^{\circ} \cdot 12 + 2^{\circ} \cdot 13 + \dots + 2^{\circ} \cdot 56| T_E. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Имея в виду, что в клетках 1°.S₁, 1.S₁ и 2°.S₁ записаны суммы чисел в строках 1°, 1 и 2°, а в строке S — суммы по вертикалям всех коэффициентов системы, за исключением коэффициентов по главной диагонали, получим проверку в форме равенства

$$1^{\circ} \cdot S_1 T_E + \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } S \right| T_E = |1 \cdot S_1 + 2^{\circ} \cdot S_1| T_E \quad (4.30)$$

$$\sum | \text{стр } 1 \times \text{стр } S | T_E = | 1 \cdot S_1 - 1^\circ \cdot S_1 + 2^\circ \cdot S_1 | T_E. \quad (4.31)$$

Аналогично составляются программы для второго цикла (исходные данные в строке 2°), третьего цикла (исходные данные в строке 3°) и т. д.

При выполнении вычислений строки 1, 2, 3... загибаются и прикладываются последовательно к строкам 11—56 таблицы Е.

Развернутая программа решения уравнений методом последовательных приближений приведена далее.

Суммируя строки 1, 2, 3, 4, ..., в строке S_1 табл. Е получаем искоемые значения углов поворота узлов от нагрузки 1_a .

Остается определить по формулам (4.9) и (4.10) (выражения записаны в строках I', II', III', IV', V' табл. Г) величины смещений ярусов $x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV}$ и x_V . Для этого нужно найденные значения углов поворота, записанные в строке S_1 , умножить на коэффициенты строк I', II', III', IV', V' табл. Г

$$x_I = \sum | \text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } I' T_G | + I' \cdot 1_a T_G;$$

$$x_{II} = \sum | \text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } II' T_G | + II' \cdot 1_a T_G \text{ и т. д.}$$

7. Определение величин изгибающих моментов на концах стержней.

Определение моментов, соответствующих найденным деформациям, производим на схеме рамы, пользуясь приемом, изложенным в работе [16]. Соответствующая программа приведена далее.

Окончательная проверка:

- а) сумма итоговых моментов для каждого узла равна нулю;
- б) сумма перерезывающих сил в стойках каждого яруса равна суммарной горизонтальной нагрузке, действующей выше разреза.

$$\sum_{\text{я}} Q = H_{\text{я}} \quad (4.32)$$

ТИПОВАЯ ПРОГРАММА III.

Исходными данными для расчета являются величины:

I — относительные значения моментов инерции сечений элементов (записываются в табл. 1, 2);

M^p — моменты защемления в ригелях и стойках, рассматриваемых как защемленные двумя концами балки (записываются на схеме рамы, рис. 15, 16);

$r_{\text{я}p}$ — групповые реакции в ярусах, определяемые по формуле (4.20).

Исходные данные определяются под наблюдением инженера, ведущего проект, и тщательно проверяются.

Подпрограмма 1 Определение геометрических характеристик стержней постоянного сечения.

Вычисления в табл. 1 и 2

$$- \frac{gr \ 1}{gr \ 2} = gr \ 3$$

Проверка

$$\sum | gr \ 2 \times gr \ 3 |^* = \sum gr \ 1$$

Вычисления в табл. 2

$$- \frac{1,5 \ gr \ 3}{gr \ 2} = gr \ 4$$

Проверка

$$\sum | gr \ 2 \times gr \ 4 | = -1,5 \sum gr \ 3$$

$$- \frac{2,0 \ gr \ 4}{gr \ 2} = gr \ 5$$

Проверка

$$\sum | gr \ 2 \times gr \ 5 | = -2,0 \sum gr \ 4$$

Величины m записываются в круглых скобках, на всех стержнях рамы (рис. 15, 16). Величины v и w записываются на стойках в прямых и двойных скобках (рис. 16). Для стержней переменного сечения величины m определяются по таблицам либо из расчета по методу сил **. Для каждого узла вычисляется величина R , равная сумме m стержней, сходящихся в узле, и записывается в нижней половине узлового кружка (рис. 15, 16).

Например:

$$R_{23} = m_{23, 13} + m_{23, 33} + m_{23, 22} + m_{23, 24}$$

Подпрограмма 2. Определение коэффициентов системы линейных уравнений в строках и графах 11—56 табл. Г.

Главные коэффициенты

$$11.11 \ T_G = R_{11}; \quad 12.12 \ T_G = R_{12};$$

$$13.13 \ T_G = R_{13} \text{ и т. д.}$$

Побочные коэффициенты

$$12.11 \ T_G = 11.12 \ T_G = \frac{m_{11, 12}}{2};$$

$$21.11 \ T_G = 11.21 \ T_G = \frac{m_{11, 21}}{2};$$

$$12.13 \ T_G = 13.12 \ T_G = \frac{m_{12, 13}}{2} \text{ и т. д.}$$

* Здесь и в дальнейшем суммирование произведений выполняется на машине без записи промежуточных результатов (суммы автоматически накапливаются).

** Подробнее по этому вопросу см. гл. VII, пример 3.

Подпрограмма 3. Определение коэффициентов системы линейных уравнений в строках и графах I, II, III, IV, V T_{Γ} .

Уровень a (см. рис. 8)

$$11. I T_{\Gamma} = I. 11 T_{\Gamma} = v_{11, 01};$$

$$11. II T_{\Gamma} = II. 11 T_{\Gamma} = v_{11, 21};$$

$$12. I T_{\Gamma} = I. 12 T_{\Gamma} = v_{12, 02};$$

$$12. II T_{\Gamma} = II. 12 T_{\Gamma} = v_{12, 22} \text{ и т. д.}$$

Уровень b

$$21. II T_{\Gamma} = II. 21 T_{\Gamma} = v_{21, 11};$$

$$21. III T_{\Gamma} = III. 21 T_{\Gamma} = v_{21, 31};$$

$$22. II T_{\Gamma} = II. 22 T_{\Gamma} = v_{22, 12};$$

$$22. III T_{\Gamma} = III. 22 T_{\Gamma} = v_{22, 32} \text{ и т. д.}$$

Уровень c

$$31. III T_{\Gamma} = III. 31 T_{\Gamma} = v_{31, 21};$$

$$31. IV T_{\Gamma} = IV. 31 T_{\Gamma} = v_{31, 41};$$

$$32. III T_{\Gamma} = III. 32 T_{\Gamma} = v_{32, 22};$$

$$32. IV T_{\Gamma} = IV. 32 T_{\Gamma} = v_{32, 42} \text{ и т. д.}$$

Уровень d

$$41. IV T_{\Gamma} = IV. 41 T_{\Gamma} = v_{41, 31};$$

$$41. V T_{\Gamma} = V. 41 T_{\Gamma} = v_{41, 51};$$

$$42. IV T_{\Gamma} = IV. 42 T_{\Gamma} = v_{42, 32};$$

$$42. V T_{\Gamma} = V. 42 T_{\Gamma} = v_{42, 52} \text{ и т. д.}$$

Уровень e

$$51. V T_{\Gamma} = V. 51 T_{\Gamma} = v_{51, 41};$$

$$52. V T_{\Gamma} = V. 52 T_{\Gamma} = v_{52, 42} \text{ и т. д.}$$

$$I. I T_{\Gamma} = \sum w_{ст};$$

$$II. II T_{\Gamma} = \sum w_{ст};$$

$$III. III T_{\Gamma} = \sum w_{ст};$$

$$IV. IV T_{\Gamma} = \sum w_{ст};$$

$$V. V T_{\Gamma} = \sum w_{ст};$$

Суммирование относится ко всем стойкам данного яруса.

Подпрограмма 4. Определение свободных членов системы уравнений.

$\sum M^p$ — сумма записанных на схеме рамы исходных величин M^p для узла 11; $\sum_{12} M^p$ — то же для узла 12 и т. д.

ТАБЛИЧНЫЕ БЛАНКИ К ТИПОВОЙ ПРОГРАММЕ III

Таблица 1

(Для ригелей)

Номер ригеля	№ п/п	l		
		1	2	3
11—12	1			
12—13	2			
13—14	3			
.....	...			
	S			

Таблица 2

(Для стоек)

Номер стойки	№ п/п	l				
		1	2	3	4	5
01—11	1					
02—12	2					
03—13	3					
...	...					
	S					

$$11. 1_a T_{\Gamma} = \sum_{II} M^p;$$

$$12. 1_a T_{\Gamma} = \sum_{12} M^p;$$

$$13. 1_a T_{\Gamma} = \sum_{13} M^p \text{ и т. д.}$$

Аналогично заполняются графы $2_a, 3_a, \dots$ для других комбинаций загрузки.

Для проверки в подпрограммах 2, 3, 4 используется контрольное суммирование. Так, если сложить все числа, записанные в табл. Г по подпрограмме 2, и обозначить эту сумму буквой S_1 , то должно соблюдаться равенство $S_1 = 3A_1 + A_2$, где A_1 — сумма m всех стержней рамы, за исключением стоек первого яруса, A_2 — сумма m стоек первого яруса.

Таблица Г

	a 11, 12 13, ...	b 21, 22, 23, ...	c 31, 32, 33, ...	d 41, 42, 43, ...	e 51, 52, 53, ...	1_a	2_a	...	n_a	S_1	I	II	III	IV	V
a 11 12 13 ...	—	—									—	—			
b 21 22 23 ...	—	—	—									—	—		
c 31 32 33 ...		—	—	—									—	—	
d 41 42 43 ...			—	—	—									—	—
e 51 52 53 ...				—	—										—
I	—										—				
II	—	—										—			
III		—	—										—		
IV			—	—										—	
V				—	—										—
I'															
II'															
III'															
IV'															
V'															
S															

СТРУКТУРА КЛЕТОК $a.a, b.b, c.c, d.d, e.e$

Таблица Г

e	51	52	53	54	55	56
d	41	42	43	44	45	46
c	31	32	33	34	35	36
b	21	22	23	24	25	26

e	d	c	b	a a	11	12	13	14	15	16
51	41	31	21	11	—	—				
52	42	32	22	12	—	—	—			
53	43	33	23	13		—	—	—		
54	44	34	24	14			—	—	—	
55	45	35	25	15				—	—	—
56	46	36	26	16					—	—

СТРУКТУРА КЛЕТОК

$a.b=b.a,$ $b.c=c.b,$
 $c.d=d.c,$ $d.e=e.d$

	21	22	23	24	25	26
a 11	—					
12		—				
13			—			
14				—		
15					—	
16						—

Таблица Д

	a 11, 12, 13, ...	b 21, 22, 23, ...	c 31, 32, 33, ...	d 41, 42, 43, ...	e 51, 52, 53, ...	1_a	2_a	...	n_a	S_1
a	11 12 13 ...	— — — ...								
b	21 22 23 ...	— — — ...	— — — ...							
c	31 32 33 ...		— — — ...	— — — ...						
d	41 42 43 ...			— — — ...	— — — ...					
e	51 52 53 ...				— — — ...					

Таблица Е

	a 11, 12, 13, ...	b 21, 22, 23, ...	c 31, 32, 33, ...	d 41, 42, 43, ...	e 51, 52, 53, ...	1_a	2_a	...	n_a	S_1
a	11 12 13 ...									
b	21 22 23 ...			П						
c	31 32 33 ...									
d	41 42 43 ...		Л							
e	51 52 53 ...									
S										
1^0										
1										
2^0										
2										
3^0										
3										
4^0										
4										
5^0										
S_1										
1^0										
1										
2^0										
2_a										
...										

Сумма чисел, записанная в табл. Г по подпрограмме 3, должна быть равна сумме величин u и w , записанных на схеме рамы.

Сумма S_2 чисел, записанных по подпрограмме 4, должна быть равна

$$S_2 = B_1 + B_2,$$

где B_1 — сумма величин M^p всех стержней рамы, за исключением стоек первого яруса.

B_2 — сумма величин M^p для верхних сечений стоек первого яруса.

Величины $r_{I\rho}, r_{II\rho}, r_{III\rho}, r_{IV\rho}, r_{V\rho}$ относятся к исходным данным и выдаются вычислителю в готовом виде

$$I. I \ T_\Gamma = r_{I\rho}; \quad II. II \ T_\Gamma = r_{II\rho}; \quad III. III \ T_\Gamma = r_{III\rho};$$

$$IV. IV \ T_\Gamma = r_{IV\rho}; \quad V. V \ T_\Gamma = r_{V\rho}.$$

Подпрограмма 5. (Вычисления в табл. Г*)

$$- \left| \frac{\text{стр } I}{I. I} \right|_{11}^{S_1} = \text{стр } I'.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } I' \right|_{11}^{n_a} = I' \cdot S_1.$$

$$- \left| \frac{\text{стр } II}{II. II} \right|_{11}^{S_1} = \text{стр } II'.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } II' \right|_{11}^{n_a} = II' \cdot S_1.$$

$$- \left| \frac{\text{стр } III}{III. III} \right|_{11}^{S_1} = \text{стр } III'.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } III' \right|_{11}^{n_a} = III' \cdot S_1.$$

$$- \left| \frac{\text{стр } IV}{IV. IV} \right|_{11}^{S_1} = \text{стр } IV'.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } IV' \right|_{11}^{n_a} = IV' \cdot S_1.$$

$$- \left| \frac{\text{стр } V}{V. V} \right|_{11}^{S_1} = \text{стр } V'.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } V' \right|_{11}^{n_a} = V' \cdot S_1.$$

$$\text{стр } I' + \text{стр } II' + \text{стр } III' + \text{стр } IV' + \text{стр } V' = \text{стр } S.$$

* Здесь и в дальнейшем при выполнении вычислений в одной таблице обозначение таблицы (T_Γ) опускается.

Подпрограмма 6. Исключение неизвестных $X_I, X_{II}, X_{III}, X_{IV}, X_V$ из системы уравнений.

$$a) \left| \text{стр } 11 + \text{стр } I' \times 11. I + \text{стр } II' \times 11. II \right|_{11}^{S_1} T_\Gamma = \text{стр } 11 \ T_\Gamma;$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 11 \right|_{11}^{n_a} T_\Gamma = 11 \cdot S_1 \ T_\Gamma;$$

$$\left| \text{стр } 12 + \text{стр } I' \times 12. I + \text{стр } II' \times 12. II \right|_{11}^{S_1} T_\Gamma = \text{стр } 12 \ T_\Gamma.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 12 \right|_{11}^{n_a} T_\Gamma = 12 \cdot S_1 \ T_\Gamma$$

и так далее для строк 13, 14, 15, 16.

$$b) \left| \text{стр } 21 + \text{стр } II' \times 21. II + \text{стр } III' \times 21. III \right|_{11}^{S_1} T_\Gamma = \text{стр } 21 \ T_\Gamma.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 21 \right|_{11}^{n_a} T_\Gamma = 21 \cdot S_1 \ T_\Gamma;$$

$$\left| \text{стр } 22 + \text{стр } II' \times 22. II + \text{стр } III' \times 22. III \right|_{11}^{S_1} T_\Gamma = \text{стр } 22 \ T_\Gamma.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 22 \right|_{11}^{n_a} T_\Gamma = 22 \cdot S_1 \ T_\Gamma$$

и так далее для строк 23, 24, 25, 26.

$$c) \left| \text{стр } 31 + \text{стр } III' \times 31. III + \text{стр } IV' \times 31. IV \right|_{11}^{S_1} T_\Gamma = \text{стр } 31 \ T_\Gamma.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 31 \right|_{11}^{n_a} T_\Gamma = 31 \cdot S_1 \ T_\Gamma;$$

$$\left| \text{стр } 32 + \text{стр } III' \times 32. III + \text{стр } IV' \times 32. IV \right|_{11}^{S_1} T_\Gamma = \text{стр } 32 \ T_\Gamma.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 32 \right|_{11}^{n_a} T_\Gamma = 32 \cdot S_1 \ T_\Gamma$$

и так далее для строк 33, 34, 35, 36.

$$d) \left| \text{стр } 41 + \text{стр } IV' \times 41. IV + \text{стр } V' \times 41. V \right|_{11}^{S_1} T_\Gamma = \text{стр } 41 \ T_\Gamma.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 41 \right|_{11}^{n_1} T_D = 41 \cdot S_1 T_D;$$

$$\left| \text{стр } 42 + \text{стр } IV' \times 42 \cdot IV + \text{стр } V' \times 42 \cdot V \right|_{11}^{S_1} T_D = \text{стр } 42 T_D.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 42 \right|_{11}^{n_a} T_D = 42 \cdot S_1 T_D$$

и так далее для строк 43, 44, 45, 46.

$$\text{е) } \left| \text{стр } 51 + \text{стр } V' \times 51 \cdot V \right|_{11}^{S_1} T_D = \text{стр } 51 T_D.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 51 \right|_{11}^{n_a} T_D = 51 \cdot S_1 T_D;$$

$$\left| \text{стр } 52 + \text{стр } V' \times 52 \cdot V \right|_{11}^{S_1} T_D = \text{стр } 52 T_D.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 52 \right|_{11}^{n_a} T_D = 52 \cdot S_1 T_D$$

и так далее для строк 53, 54, 55, 56.

При наличии VI яруса в левой части программы (пункт е) появились бы члены: стр VI' $\times$ 51.VI, стр VI' $\times$ 52.VI, стр VI' $\times$ 53.VI и т. д.

Подпрограмма Д/Е. Преобразование системы уравнений к виду, удобному для итерации.

$$-\frac{\text{стр } 11 T_D}{11 \cdot 11 T_D} = \text{стр } 11 T_E.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 11 \right|_{11}^{n_a} T_E = 11 \cdot S_1 T_E;$$

$$-\frac{\text{стр } 12 T_D}{12 \cdot 12 T_D} = \text{стр } 12 T_E.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 12 \right|_{11}^{n_a} T_E = 12 \cdot S_1 T_E;$$

$$-\frac{\text{стр } 13 T_D}{13 \cdot 13 T_D} = \text{стр } 13 T_E.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 13 \right|_{11}^{n_a} T_E = 13 \cdot S_1 T_E \text{ и т. д.}$$

Подпрограмма Е. Решение уравнений в табл. Е.

В нижеследующей программе все вычисления производятся в одной таблице Е, поэтому обозначение T_E опускается. В строке S записываем суммы побочных коэффициентов таблицы Е по вертикалям (без главных коэффициентов 11.11, 12.12, 13.13 ...).

Записываем начальные значения неизвестных в строку 1°.

$$1^\circ \cdot 11 = 11 \cdot 1_a, \quad 1^\circ \cdot 12 = 12 \cdot 1_a, \quad 1^\circ \cdot 13 = 13 \cdot 1_a \text{ и т. д.}$$

$$\sum \left| \text{стр } 1^\circ \right|_a^e = 1^\circ \cdot S_1$$

Первый цикл вычислений

$$1^\circ \cdot 11 = 1 \cdot 11;$$

$$1^\circ \cdot 12 + \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 12_n \right| = 1 \cdot 12;$$

$$1^\circ \cdot 13 + \sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 13_n \right| = 1 \cdot 13 \text{ и т. д.}$$

$$\sum \left| \text{стр } 1 \right|_a^e = 1 \cdot S_1.$$

$$\sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 11_n \right| = 2^\circ \cdot 11;$$

$$\sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 12_n \right| = 2^\circ \cdot 12;$$

$$\sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } 13_n \right| = 2^\circ \cdot 13 \text{ и т. д.}$$

$$\sum \left| \text{стр } 2^\circ \right|_a^e = 2^\circ \cdot S_1.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 1 \times \text{стр } S \right| = 1 \cdot S_1 - 1^\circ \cdot S_1 + 2^\circ \cdot S_1.$$

Второй цикл вычислений

$$2^\circ \cdot 11 = 2 \cdot 11,$$

$$2^\circ \cdot 12 + \sum \left| \text{стр } 2 \times \text{стр } 12_n \right| = 2 \cdot 12;$$

$$2^\circ \cdot 13 + \sum \left| \text{стр } 2 \times \text{стр } 13_n \right| = 2 \cdot 13 \text{ и т. д.}$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 \right|_a^e = 2 \cdot S_1;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 \times \text{стр } 11_n \right| = 3^\circ \cdot 11;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 \times \text{стр } 12_n \right| = 3^\circ \cdot 12;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 \times \text{стр } 13_n \right| = 3^\circ \cdot 13 \text{ и т. д.}$$

$$\sum \left| \text{стр } 3^\circ \right|_a^e = 3^\circ \cdot S_1.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 2 \times \text{стр } S \right| = 2 \cdot S_1 - 2^\circ \cdot S_1 + 3^\circ \cdot S_1.$$

Третий цикл вычислений

$$3^\circ \cdot 11 = 3 \cdot 11;$$

$$3^\circ \cdot 12 + \sum \left| \text{стр } 3 \times \text{стр } 12_n \right| = 3 \cdot 12;$$

$$3^\circ.13 + \sum |\text{стр } 3 \times \text{стр } 13_n| = 3.13 \text{ и т. д.}$$

$$\sum |\text{стр } 3|_a^e = 3.S_1;$$

$$\sum |\text{стр } 3 \times \text{стр } 11_n| = 4^\circ.11;$$

$$\sum |\text{стр } 3 \times \text{стр } 12_n| = 4^\circ.12;$$

$$\sum |\text{стр } 3 \times \text{стр } 13_n| = 4^\circ.13 \text{ и т. д.}$$

$$\sum |\text{стр } 4|_a^e = 4^\circ.S_1.$$

Проверка

$$\sum |\text{стр } 3 \times \text{стр } S| = 3.S_1 - 3^\circ.S_1 + 4^\circ.S_1$$

и так далее, пока числа не станут пренебрежимо малыми. Обычно можно ограничиться тремя-четырьмя циклами.

В строке S_1 находим искомые значения углов поворота для загрузки 1_a .

При трех циклах

$$\text{стр } S_1 = \text{стр } 1 + \text{стр } 2 + \text{стр } 3 + \text{стр } 4^\circ.$$

При четырех циклах

$$\text{стр } S_1 = \text{стр } 1 + \text{стр } 2 + \text{стр } 3 + \text{стр } 4 + \text{стр } 5^\circ.$$

Подпрограмма 7. Определение линейных смещений ярусов $x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV}, x_V$.

$$x_I = \sum |\text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } I' T_\Gamma|_a^e + I'.1_a T_\Gamma;$$

$$x_{II} = \sum |\text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } II' T_\Gamma|_a^e + II'.1_a T_\Gamma;$$

$$x_{III} = \sum |\text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } III' T_\Gamma|_a^e + III'.1_a T_\Gamma;$$

$$x_{IV} = \sum |\text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } IV' T_\Gamma|_a^e + IV'.1_a T_\Gamma;$$

$$x_V = \sum |\text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } V' T_\Gamma|_a^e + V'.1_a T_\Gamma;$$

$$S_x = \sum |\text{стр } S_1 T_E \times \text{стр } S T_\Gamma|_a^e + S.1_a T_\Gamma.$$

Проверка

$$x_I + x_{II} + x_{III} + x_{IV} + x_V = S_x.$$

Подпрограмма 8. Определение концевых моментов на схеме рамы.

В верхней части каждого узлового кружка записываем найденные в табл. Е углы поворота x_i, x_k (рис. 15, 16).

Например,

$$x_{11} = S_1.11 T_E; \quad x_{12} = S_1.12 T_E \text{ и т. д.}$$

Для стоек данного яруса записываем, кроме того, величину $x_{я}$. Например, для первого яруса $x_{я} = x_1$, для второго $x_{я} = x_{II}$ и т. д. Определяем моменты на схеме рамы по программе: для ригелей (рис. 15)

$$M'_i = x_i \times m_{ik}; \quad M''_k = 0,5M'_i;$$

$$M'_k = x_k \times m_{ik}; \quad M''_i = 0,5M'_k;$$

$$M_i = M_i^p + M'_i + M''_i;$$

$$M_k = M_k^p + M'_k + M''_k;$$

для стоек (рис. 16)

$$M'_i = x_i \times m_{ik}; \quad M''_k = 0,5M'_i;$$

$$M'_k = x_k \times m_{ik}; \quad M''_i = 0,5M'_k;$$

$$M_i^a = M_k^a = x_{я} \times v_{ik};$$

$$M_i = M_i^p + M'_i + M''_i + M_i^a;$$

$$M_k = M_k^p + M'_k + M''_k + M_k^a.$$

Проверка. Сумма итоговых чисел $M_i(M_k)$ для каждого узла должна быть равна нулю.

Для общего контроля инженером выполняется проверка равновесия ярусов по формуле (4.32).

Далее, продолжая таблицу Е вниз, по приведенной выше программе выполняются вычисления для последующих загружений: 2_a (исходные данные: $1^\circ.11 = 11.2_a$; $1^\circ.12 = 12.2_a...$), 3_a (исходные данные: $1^\circ.11 = 11.3_a$; $1^\circ.12 = 12.3_a...$) и т. д. Определение моментов для каждого загружения производится на отдельной схеме.

При расчете многоэтажных, многопролетных рам на вертикальную нагрузку влиянием линейных смещений ярусов можно, как правило, пренебречь, то есть можно принять, что $x_I = x_{II} = x_{III} = x_{IV} = x_V = 0$.

Это вносит следующие упрощения в подпрограммы.

Подпрограммы 1 и 2 остаются без изменений; величины v и w (графы 4 и 5 табл. 2) в данном случае не нужны.

Подпрограмма 3 отпадает.

Подпрограмма 4 остается без изменений. Величины $r_{I_p}, r_{II_p}, r_{III_p}, r_{IV_p}, r_{V_p}$ равны нулю.

Подпрограммы 5 и 6 отпадают.

Подпрограммы Д/Е и Е остаются без изменений. Таблица Д совпадает с табл. Г.

Подпрограмма 7 отпадает.

Подпрограмма 8 остается без изменений. Величины $x_{я}$ равны нулю.

Глава V

ПРОГРАММА IV РАСЧЕТА ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

СОСТАВЛЕНИЕ ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА

Для составления программы расчета пологих оболочек * используются алгебраические уравнения метода конечных разностей (метода сеток), полученные В. Н. Шайшмелашвили [21], [22] на основе моментной технической теории пологих оболочек В. З. Владова.

Метод сеток дает возможность рассматривать различные типы оболочек с разнообразными граничными условиями, но его применение ограничивается трудностью решения ручным способом систем уравнений с большим количеством неизвестных. Эти трудности можно преодолеть с помощью быстродействующих электронных вычислительных машин. Программа расчета оболочек, помещенная далее, переведена в вычислительном центре АН УССР применительно к электронной машине «Киев». В дальнейшем предполагается использовать эту программу для составления таблиц расчетных усилий некоторых типов оболочек двойной кривизны и вспарушенных плит.

В данной работе рассматриваются прямоугольные в плане оболочки с постоянной кривизной в каждом из направлений и с постоянной усредненной толщиной.

На оболочку накладываем сетку с восьмью просветами (рис. 17). Узлы сетки, расположенные в разных четвертях, обозначаем номерами 1, 2, 3, ..., 16 с указанием в скобках, к какой четверти относится данный узел. Например 6 (I), 6 (II), 6 (III), 6 (IV) — это узлы 6, расположенные соответственно в четвертях I, II, III и IV.

Для каждого внутреннего узла сетки составляются два линейных алгебраических уравнения (n -ый узел сетки схематически изображен на рис. 18)

$$(6\lambda^4 + 8\lambda^2 + 6) \varphi_n^\circ - 4(\lambda^2 + 1)(\varphi_{m_1}^\circ + \varphi_{m_2}^\circ) - \\ - 4\lambda^2(\lambda^2 + 1)(\varphi_{m_3}^\circ + \varphi_{m_4}^\circ) + 2\lambda^2(\varphi_{m_5}^\circ + \varphi_{m_6}^\circ + \varphi_{m_7}^\circ + \varphi_{m_8}^\circ) +$$

* К пологим можно отнести оболочки, у которых отношение стрелы подъема к наименьшей стороне плана не превышает одной пятой (см. [3], стр. 303).

	1	2	3	4	3	2	1
	Четверть I			Четверть II			
	5	6	7	8	7	6	5
	9	10	11	12	11	10	9
	13	14	15	16	15	14	13
	9	10	11	12	11	10	9
	Четверть III			Четверть IV			
	5	6	7	8	7	6	5
	1	2	3	4	3	2	1

Рис. 17.

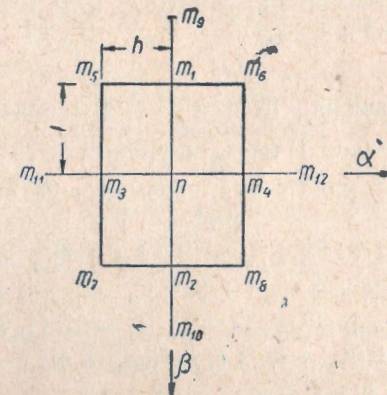


Рис. 18.

$$+ (\varphi_{m_0}^0 + \varphi_{m_{10}}^0) + \lambda^4 (\varphi_{m_{11}}^0 + \varphi_{m_{12}}^0) + E\delta \left[2\lambda^2 h^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\lambda^2}{R_2} \right) w_n^0 - \lambda^2 h^2 \frac{1}{R_1} (w_{m_1}^0 + w_{m_2}^0) - \lambda^4 h^2 \frac{1}{R_2} (w_{m_3}^0 + w_{m_4}^0) \right] = 0; \quad (5.1)$$

$$D [(6\lambda^4 + 8\lambda^2 + 6) w_n^0 - 4(\lambda^2 + 1) (w_{m_1}^0 + w_{m_2}^0) - 4\lambda^2 (\lambda^2 + 1) (w_{m_3}^0 + w_{m_4}^0) + 2\lambda^2 (w_{m_5}^0 + w_{m_6}^0 + w_{m_7}^0 + w_{m_8}^0) + (\varphi_{m_0}^0 + \varphi_{m_{10}}^0) + \lambda^4 (\varphi_{m_{11}}^0 + \varphi_{m_{12}}^0)] - 2\lambda^2 h^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\lambda^2}{R_2} \right) \varphi_n^0 + \lambda^2 h^2 \frac{1}{R_1} (\varphi_{m_1}^0 + \varphi_{m_2}^0) + \lambda^4 h^2 \frac{1}{R_2} (\varphi_{m_3}^0 + \varphi_{m_4}^0) - \lambda^4 h^4 p_n = 0. \quad (5.2)$$

Здесь

φ^0 — функция напряжений,
 w^0 — прогиб по нормали к поверхности,
 E — модуль упругости материала,
 δ — толщина оболочки,

$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}$ — цилиндрическая жесткость,
 ν — коэффициент Пуассона,
 p — интенсивность внешней нормальной нагрузки,
 $\lambda = \frac{l}{h}$ — отношение шага сетки по направлению оси β к шагу сетки по направлению оси α (рис. 18),
 R_1 — радиус кривизны по направлению оси α ,
 R_2 — радиус кривизны по направлению оси β .

Чтобы воспользоваться этими уравнениями для составления таблиц, необходимо преобразовать их таким образом, чтобы в левые части уравнений входили только безразмерные величины.

Примем, что

$$w_n^0 = \frac{w_n R_1}{E\delta}; \quad w_m^0 = \frac{w_m R_1}{E\delta}; \quad (5.3)$$

$$\varphi_n^0 = \varphi_n h^2; \quad \varphi_m^0 = \varphi_m h^2. \quad (5.4)$$

Подставив выражения (5.3) и (5.4) в уравнения (5.1) и (5.2) и умножив уравнение (5.1) на $\frac{1}{h^2}$ и уравнение (5.2) на $\frac{R_1}{h^4}$, получим два уравнения для узла сетки, связывающие новые неизвестные $\varphi_n, \varphi_m, w_n, w_m$

$$- [(6\lambda^4 + 8\lambda^2 + 6) \varphi_n - 4(\lambda^2 + 1) (\varphi_{m_1} + \varphi_{m_2}) - 4\lambda^2 (\lambda^2 + 1) (\varphi_{m_3} + \varphi_{m_4}) + 2\lambda^2 (\varphi_{m_5} + \varphi_{m_6} + \varphi_{m_7} + \varphi_{m_8}) + (\varphi_{m_0} + \varphi_{m_{10}}) + \lambda^4 (\varphi_{m_{11}} + \varphi_{m_{12}})] - 2\lambda^2 (1 + \varepsilon\lambda^2) w_n + \lambda^2 (w_{m_1} + w_{m_2}) + \varepsilon\lambda^4 (w_{m_3} + w_{m_4}) = 0; \quad (5.5)$$

$$\eta [(6\lambda^4 + 8\lambda^2 + 6) w_n - 4(\lambda^2 + 1) (w_{m_1} + w_{m_2}) - 4\lambda^2 (\lambda^2 + 1) (w_{m_3} + w_{m_4}) + 2\lambda^2 (w_{m_5} + w_{m_6} + w_{m_7} + w_{m_8}) +$$

$$+ (w_{m_0} + w_{m_{10}}) + \lambda^4 (w_{m_{11}} + w_{m_{12}})] - 2\lambda^2 (1 + \varepsilon\lambda^2) \varphi_n + \lambda^2 (\varphi_{m_1} + \varphi_{m_2}) + \varepsilon\lambda^4 (\varphi_{m_3} + \varphi_{m_4}) - \lambda^4 R_1 p_n = 0, \quad (5.6)$$

где

$$\varepsilon = \frac{R_1}{R_2}; \quad \eta = \left[\frac{R_1}{h} \times \frac{\delta}{h} \right]^2 \frac{1}{12(1-\nu^2)}.$$

Коэффициенты уравнений (5.5) и (5.6) обозначим так:

$$A_0 = 6\lambda^4 + 8\lambda^2 + 6; \\ A_1 = 4\lambda^2 (\lambda^2 + 1); \quad A_2 = \lambda^4; \quad G = 2\lambda^2; \\ B_1 = 4(\lambda^2 + 1); \quad B_2 = 1,0; \quad (5.7)$$

$$a_0 = 2\lambda^2 (1 + \varepsilon\lambda^2); \\ a_1 = \varepsilon\lambda^4; \quad b_1 = \lambda^2. \quad (5.8)$$

Для предконтурных и контурных узлов сетки уравнения записываются с учетом граничных условий. На рис. 19 изображены три типа опирания краевого узла сетки. В первом типе крайовой узел n оболочки закреплен в двух направлениях — радиальном и вдоль края, во втором типе — в одном радиальном направлении и в третьем типе — в трех направлениях, то есть закреплен неподвижно. Для всех типов опирания при нагрузке, нормальной к поверхности оболочки, имеем следующие граничные условия [22]:

для первого типа

$$\varphi_n = 0; \quad \varphi_{n+1} = -\varphi_{n-1}; \\ w_n = 0; \quad w_{n+1} = -w_{n-1}; \quad (5.9)$$

для второго типа

$$\varphi_n = 0; \quad \varphi_{n+1} = \varphi_{n-1}; \\ w_n = 0; \quad w_{n+1} = -w_{n-1}; \quad (5.10)$$

для третьего типа

$$\varphi_{n+1} = 2\varphi_n - \varphi_{n-1}; \quad \varphi_{n+2} = 4\varphi_n - 4\varphi_{n-1} + \varphi_{n-2}; \\ w_n = 0; \quad w_{n+1} = -w_{n-1}. \quad (5.11)$$

Другие типы опирания, учитывающие растяжимость бортового элемента, упругое или жесткое защемление края оболочки в

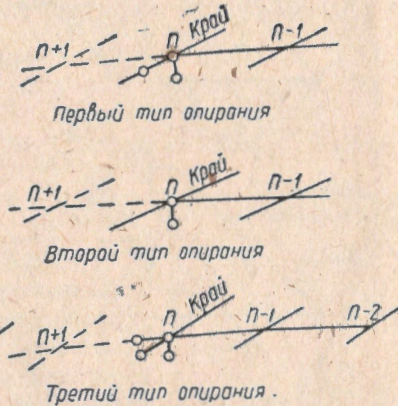


Рис. 19.

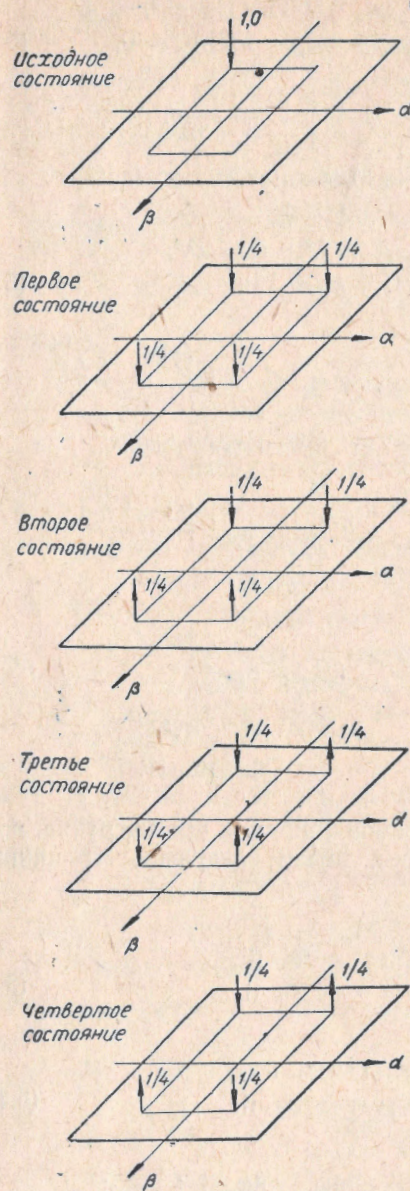


Рис. 20.

бортовой элемент и т. п., выражаются более сложными граничными условиями [5].

В данной работе мы ограничимся составлением программы расчета оболочки для первого типа опирания. Аналогично составляется программа для второго типа опирания. Рассчитанная при указанных условиях опирания оболочка может быть использована в дальнейшем как основная система для более сложных граничных условий. Например, принимая в условиях (5.11) $\varphi_n = 0$, получим условия (5.9). Функция φ_{n+2} в этом случае не нужна. Следовательно, при готовом решении для условий (5.9) потребуются составить дополнительные уравнения для контурных узлов. Аналогично для расчета оболочки с растяжимым бортовым элементом в качестве основной системы целесообразно использовать оболочку с граничными условиями (5.10).

Прежде чем перейти к составлению системы линейных уравнений, необходимо остановиться на использовании симметрии оболочек.

Рассмотрим симметричную в двух направлениях оболочку под действием несимметричной единичной нагрузки (исходное состояние на рис. 20). Исходная нагрузка разлагается на четыре грузовых состояния: первое — симметричное относительно осей α и β , второе — обратно симметричное относительно оси α и симметричное относительно оси β , третье — симметричное относительно оси α и обратно симметричное относительно

оси β , четвертое — обратно симметричное относительно осей α и β .

Назовем $x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV}$ — неизвестные (функции, напряжения φ и прогибы w) для четвертей оболочки I, II, III и IV (см. рис. 21).

Для каждого из четырех грузовых состояний между этими неизвестными соблюдаются определенные соотношения, вытекающие из симметрии оболочки и симметрии (или обратной симметрии) нагрузки.

Для первого состояния

$$x_I^{(1)} = x_{II}^{(1)} = x_{III}^{(1)} = x_{IV}^{(1)}.$$

Для второго состояния

$$x_I^{(2)} = x_{II}^{(2)} = -x_{III}^{(2)} = -x_{IV}^{(2)}.$$

Для третьего состояния

$$x_I^{(3)} = -x_{II}^{(3)} = x_{III}^{(3)} = -x_{IV}^{(3)}. \quad (5.12)$$

Для четвертого состояния

$$x_I^{(4)} = -x_{II}^{(4)} = -x_{III}^{(4)} = x_{IV}^{(4)}.$$

В таблицах $1_1, 1_2, 1_3$ и 1_4 (см. бланк на стр. 83) записываются системы уравнений для узлов четверти I в четырех грузовых состояниях оболочки. Системы уравнений состоят из четырех квадрантов. Коэффициенты

второго и третьего квадрантов одинаковы. Для условий (5.9) коэффициенты четвертого квадранта равны коэффициентам первого квадранта, умноженным на -1 . Буквенные значения коэффициентов приведены далее. Для того чтобы не нарушать взаимности коэффициентов системы, все члены уравнений для узлов сетки, расположенных по осям симметрии, уменьшаются вдвое*.

Соотношение размеров сетки будем принимать таким же, как соотношение размеров оболочки в плане. При шаге сетки $h = \frac{a}{8}$, обеспечивающем достаточную точность расчета для данных граничных условий, в общем случае потребовалось бы решить систему из 98 уравнений с 98 неизвестными.

Благодаря использованию симметрии получаются четыре системы соответственно по 32, 24, 24 и 18 уравнений.

При шаге сетки $h = \frac{a}{6}$ система из 50 уравнений распадается соответственно на четыре системы — по 18, 12, 12 и 8 уравнений, но точность расчета при этом будет меньше.

Для частного случая квадратной в плане оболочки решение в третьем состоянии можно получить из второго, повернув схему против часовой стрелки на 90° .

* Для центрального узла 16 все члены уравнения уменьшаются в четыре раза.

x_I	x_{II}
x_{III}	x_{IV}

Рис. 21.

В результате решения систем уравнений находим неизвестные первой четверти оболочки — $x_I^{(1)}$, $x_I^{(2)}$, $x_I^{(3)}$ и $x_I^{(4)}$ в четырех грузовых состояниях.

Окончательные значения неизвестных от исходной несимметричной нагрузки будут равны сумме величин неизвестных в четырех составляющих грузовых состояниях.

$$\begin{aligned} x_I &= x_I^{(1)} + x_I^{(2)} + x_I^{(3)} + x_I^{(4)}; \\ x_{II} &= x_{II}^{(1)} + x_{II}^{(2)} + x_{II}^{(3)} + x_{II}^{(4)}; \\ x_{III} &= x_{III}^{(1)} + x_{III}^{(2)} + x_{III}^{(3)} + x_{III}^{(4)}; \end{aligned} \quad (5.13)$$

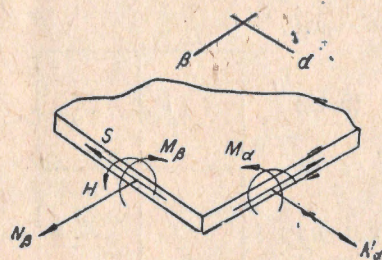


Рис. 22.

Пользуясь соотношением (5.12), выразим величины неизвестных x_I , x_{II} , x_{III} , x_{IV} для четвертей I, II, III, IV через $x_I^{(1)}$, $x_I^{(2)}$, $x_I^{(3)}$, $x_I^{(4)}$.

$$\begin{aligned} x_I &= x_I^{(1)} + x_I^{(2)} + x_I^{(3)} + x_I^{(4)}; \\ x_{II} &= x_I^{(1)} + x_I^{(2)} - x_I^{(3)} - x_I^{(4)}; \\ x_{III} &= x_I^{(1)} - x_I^{(2)} + x_I^{(3)} - x_I^{(4)}; \\ x_{IV} &= x_I^{(1)} - x_I^{(2)} - x_I^{(3)} + x_I^{(4)}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Имея величины неизвестных x_I , x_{II} , x_{III} , x_{IV} (или переходя к принятым обозначениям, φ_I , φ_{II} , φ_{III} , φ_{IV} , w_I , w_{II} , w_{III} , w_{IV}), для всех узлов сетки можно определить по известным формулам искомые компоненты напряженного состояния — мембранные усилия N_α , N_β , S и моменты M_α , M_β , H (рис. 22).

В функции от φ^0 и w^0 имеем следующие формулы [22]:

$$N_{\alpha n} = \frac{1}{\lambda^2 h^2} (\varphi_{m_1}^0 - 2\varphi_n^0 + \varphi_{m_2}^0); \quad (5.15)$$

$$N_{\beta n} = \frac{1}{h^2} (\varphi_{m_3}^0 - 2\varphi_n^0 + \varphi_{m_4}^0); \quad (5.16)$$

$$S_n = \frac{1}{4\lambda h^2} (\varphi_{m_1}^0 - \varphi_{m_2}^0 - \varphi_{m_3}^0 + \varphi_{m_4}^0); \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} M_{\alpha n} &= \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)h^2} \left[(w_{m_1}^0 + w_{m_2}^0) \frac{\nu}{\lambda^2} + \right. \\ &\quad \left. + (w_{m_3}^0 + w_{m_4}^0) - 2 \left(1 + \frac{\nu}{\lambda^2} \right) w_n^0 \right]; \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} M_{\beta n} &= \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)h^2} \left[(w_{m_1}^0 + w_{m_2}^0) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\nu}{\lambda^2} (w_{m_3}^0 + w_{m_4}^0) - 2 \left(1 + \frac{\nu}{\lambda^2} \right) w_n^0 \right]; \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$H_n = \frac{(1-\nu)E\delta^3}{48\lambda h^2(1-\nu^2)} (w_{m_1}^0 - w_{m_2}^0 - w_{m_3}^0 + w_{m_4}^0). \quad (5.20)$$

Примем во внимание, что

$$\varphi^0 = \varphi h^2 = \bar{\varphi} h^2 \lambda^4 R_1 \rho_n; \quad (5.21)$$

$$w^0 = \frac{w R_1}{E\delta} = \frac{\bar{w} R_1}{E\delta} \lambda^4 R_1 \rho_n. \quad (5.22)$$

Здесь $\bar{\varphi}$ и $\bar{w}$ — величины неизвестных от $P_n = \frac{1}{\lambda^4 R_1}$ (свободные члены при этом равны — 1,0).

Подставив (5.21) и (5.22) в выражения (5.15) — (5.20), получим следующие формулы для определения мембранных усилий и моментов:

$$N_{\alpha n} = \alpha_n \lambda^2 R_1 \rho_n; \quad (5.23)$$

$$N_{\beta n} = \beta_n \lambda^4 R_1 \rho_n; \quad (5.24)$$

$$S_n = \gamma_n \frac{\lambda^3 R_1}{4} \rho_n; \quad (5.25)$$

$$M_{\alpha n} = \frac{1}{12} \alpha'_n \frac{\lambda^4 R_1^2 \delta^2}{(1-\nu^2) h^2} \rho_n; \quad (5.26)$$

$$M_{\beta n} = \frac{1}{12} \beta'_n \frac{\lambda^4 R_1^2 \delta^2}{(1-\nu^2) h^2} \rho_n; \quad (5.27)$$

$$H_n = \frac{1}{48} \gamma'_n (1-\nu) \frac{\lambda^3 R_1^2 \delta^2}{h^2 (1-\nu^2)} \rho_n, \quad (5.28)$$

где безразмерные коэффициенты α_n , β_n , γ_n и α'_n , β'_n , γ'_n определяются по формулам

$$\alpha_n = \bar{\varphi}_{m_1} - 2\bar{\varphi}_n + \bar{\varphi}_{m_2}; \quad (5.29)$$

$$\beta_n = \bar{\varphi}_{m_3} - 2\bar{\varphi}_n + \bar{\varphi}_{m_4}; \quad (5.30)$$

$$\gamma_n = (\bar{\varphi}_{m_1} + \bar{\varphi}_{m_2}) - (\bar{\varphi}_{m_3} + \bar{\varphi}_{m_4}); \quad (5.31)$$

$$\alpha'_n = (\bar{w}_{m_1} + \bar{w}_{m_2}) \frac{\nu}{\lambda^2} + (\bar{w}_{m_3} + \bar{w}_{m_4}) - 2 \left(1 + \frac{\nu}{\lambda^2} \right) \bar{w}_n; \quad (5.32)$$

$$\beta'_n = (\bar{w}_{m_1} + \bar{w}_{m_2}) + \frac{\nu}{\lambda^2} (\bar{w}_{m_3} + \bar{w}_{m_4}) - 2 \left(1 + \frac{\nu}{\lambda^2} \right) \bar{w}_n; \quad (5.33)$$

$$\gamma'_n = (\bar{w}_{m_1} + \bar{w}_{m_2}) - (\bar{w}_{m_3} + \bar{w}_{m_4}). \quad (5.34)$$

Итак, в комбинированную программу расчета оболочки входят следующие операции.

1. Подстановка в выражения для коэффициентов уравнений параметров

$$\lambda = \frac{b}{a}; \quad \varepsilon = \frac{R_1}{R_2}; \quad \eta = \frac{1}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{R_1}{h} \frac{\delta}{h} \right)^2. \quad (5.35)$$

Коэффициент Пуассона ν имеет постоянное значение для данного материала. Для бетона он равен 0,17, для стали 0,3.

Переменными величинами, зависящими от геометрии оболочки, являются параметры λ , ε и η . При одинаковых стрелках в двух направлениях приближенно можно принять

$$\varepsilon = \frac{R_1}{R_2} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Практика вычислений показала, что погрешность от такого допущения ничтожна.

В частном случае квадратной в плане оболочки $\varepsilon = \lambda = 1$ и остается одна независимая переменная η .

2. Решение системы линейных уравнений для состояний 1, 2, 3 и 4.

Система уравнений состоит из четырех квадрантов — I, II, III, IV и свободных членов (см. бланк на стр. 83).

Для решения системы уравнений можно непосредственно применить типовую программу, изложенную в главах II и III (подпрограммы А, А/Б и В).

Можно применить также многоступенчатое решение системы уравнений по квадрантам в такой последовательности:

а) решаем уравнения квадранта I, рассматривая графы $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3} \dots$ как свободные члены. Выполнив вычисления в табл. А(I), Б(I), В₁(I) и В₂(I) по программам А/Б, В₁ и В₂ (см. гл. 3), получим в табл. В₁(I) числа влияния первого квадранта, а в табл. В₂(I) — величины φ , выраженные через w (промежуточные таблицы А(I) и Б(I) не приводим).

Вычисления в табл. А(I), Б(I) и В₁(I) зависят только от одного параметра λ , вычисления в таблице В₂(I) — от двух параметров λ и ε ;

б) подставляем величины φ , выраженные через w , в квадрант III, или, что то же, в квадрант II (ввиду равенства коэффициентов в этих квадрантах). Эти вычисления выражаются следующей программой:

$$\sum | \text{гр } i \text{ Т}_{\text{В}_2(\text{I})} \times \text{гр } k \text{ Т}_{\text{II}} | = i \cdot k \text{ Т}_{\text{A(III)}} = k \cdot i \text{ Т}_{\text{A(III)}}, \quad (5.36)$$

где величины i и k последовательно принимаются равными 1, 2, 3...

Здесь Т_{II} — квадрант II табл. 1₁ (или 1₂, 1₃, 1₄). В результате в таблице А(III) имеем преобразованный квадрант III, содержащий вместо неизвестных φ неизвестные w ;

в) складывая числа квадранта IV с соответствующими числами табл. А(III), получим систему уравнений в табл. А(IV), содержащую только неизвестные w . Имеем такую программу:

$$\text{Т}_{\text{IV}} + \text{Т}_{\text{A(III)}} = \text{Т}_{\text{A(IV)}}, \quad (5.37)$$

где впервые появляется параметр η .

Таблица В₁ (I)

	1	2	3	...	16
1					
2					
3					
...					
16					

Таблица В₂ (I)

	1	2	3	...	16
1					
2					
3					
...					
16					

Таблица А (III)

	1	2	3	...	16
1					
2					
3					
...					
16					

Таблица А (IV)

	1	2	3	...	16	1 _a	2 _a	3 _a	...	16 _a
1										
2										
3										
...										
16										

Таблица В₃ (I)

	φ					w				
	1	2	3	...	16	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	...	$\bar{16}$
1 _a										
2 _a										
3 _a										
...										
16 _a										

Таблица В₁(IV)

г) решая систему уравнений $A(IV)$ в числах влияния по подпрограммам A/B , B_1 , находим величины неизвестных ω^* . Вычисления производятся в таблицах $A(IV)$, $B(IV)$ и $B_1(IV)$;

д) подставляем найденные значения ω в табл. $B_2(I)$ и получаем в табл. $B_3(I)$ величины ϕ . Программа вычислений следующая:

$$\sum | \text{стр } i \text{ } T_{B_1(IV)} \times \text{стр } k \text{ } T_{B_2(I)} | = i \cdot k \text{ } T_{B_3(I)},$$

где $i = 1_a, 2_a, 3_a, \dots$; $k = 1, 2, 3 \dots$. Таблицы для ϕ и ω составляются для каждого из грузовых состояний 1, 2, 3 и 4.

Следовательно, вместо обычного решения уравнений, мы получили многоступенчатое решение с более сложной программой, что может рассматриваться как известный недостаток; однако при составлении таблиц это решение имеет преимущество перед обычным, поскольку отдельные ступени расчета зависят от меньшего количества параметров. Существенно также и то, что, разбивая решение на отдельные законченные этапы, мы уменьшаем размеры таблиц (при решении на электронной машине — объем подлежащей запоминанию информации).

3. Определение величин неизвестных для исходной системы из 98 уравнений.

Программа для вычислений величин ϕ и ω составляется по формуле (5.14).

4. Определение табличных коэффициентов $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n, \alpha'_n, \beta'_n, \gamma'_n$.

Программа для определения указанных табличных коэффициентов составляется на основе формул (5.29)—(5.34).

5. Определение величин мембранных усилий и моментов.

Мембранные усилия и моменты определяются по формулам (5.23)—(5.28).

Комбинированная программа расчета оболочки приведена ниже.

ТИПОВАЯ ПРОГРАММА IV

Подпрограмма 1. Определение коэффициентов систем уравнений $1_1, 1_2, 1_3, 1_4$ для четырех грузовых состояний.

Исходные данные $\nu, \lambda, \epsilon, \eta$ определяются по формулам (5.35), величины $A_0, A_1, A_2, B_1, B_2, G, a_0, a_1, b_1$ — по формулам (5.7), (5.8).

В приведенной ниже таблице записаны в буквенном виде побочные коэффициенты квадрантов I и II табл. 1_1 для первого грузового состояния.

Таблицы $1_2, 1_3, 1_4$ побочных коэффициентов для второго, третьего и четвертого состояний можно получить из табл. 1_1 , исключив из нее ряд строк и граф.

В табл. 1_2 не заполняются строки и графы 13, 14, 15, 16, 13.

* Вычисления можно производить как от единичных свободных членов, так и от любой их комбинации.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		A_1	$-A_2$		B_1	$-G$			$-B_2$			
2	A_1		A_1	$-A_2$	$-G$	B_1	$-G$			$-B_2$		
3	$-A_2$	A_1		A_1		$-G$	B_1	$-G$			$-B_2$	
4		$-A_2$	A_1				$-G$	$0,5B_1$				$-0,5B_1$
5	B_1	$-G$				A_1	$-A_2$		B_1	$-G$		
6	$-G$	B_1	$-G$		A_1		A_1	$-A_2$	$-G$	B_1	$-G$	
7		$-G$	B_1	$-G$	$-A_2$	A_1		A_1		$-G$	B_1	$-G$
8			$-G$	$0,5B_1$		$-A_2$	A_1				$-G$	$0,5B_1$
9	$-B_2$				B_1	$-G$				A_1	$-A_2$	
10		$-B_2$			$-G$	B_1	$-G$		A_1		A_1	$-A_2$
11			$-B_2$			$-G$	B_1	$-G$	$-A_2$	A_1		A_1
12				$-0,5B_2$			$-G$	$0,5B_1$		$-A_2$	A_1	
13					$-B_2$				B_1	$-G$		
14						$-B_2$			$-G$	B_1	$-G$	
15							$-B_2$			$-G$	B_1	$-G$
16								$-0,5B_2$			$-G$	$0,5B_1$

Таблица 1₁ (побочные коэффициенты квадрантов I и II)

9	10	11	12	13	14	15	16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
B_1								$-a_0$	a_1			b_1											
	$-B_2$							a_1	$-a_0$	a_1			b_1										
		$-B_2$							a_1	$-a_0$	a_1			b_1									
			$-0,5B_2$							a_1	$-0,5a_0$				$0,5b_1$								
B_1	$-G$			$-B_2$				b_1				$-a_0$	a_1			b_1							
	B_1	$-G$			$-B_2$				b_1			a_1	$-a_0$	a_1			b_1						
	$-G$	B_1	$-G$			$-B_2$				b_1			a_1	$-a_0$	a_1			b_1					
		$-G$	$0,5B_1$				$-0,5B_1$				$0,5b_1$			a_1	$-0,5a_0$				$0,5b_1$				
	A_1	$-A_2$		B_1	$-G$							b_1				$-a_0$	a_1			b_1			
		A_1	$-A_2$	$-G$	B_1	$-G$							b_1			a_1	$-a_0$	a_1			b_1		
	A_1		A_1		$-G$	B_1	$-G$							b_1			a_1	$-a_0$	a_1			b_1	
	$-A_2$	A_1				$-G$	$0,5B_1$								$0,5b_1$			a_1	$-0,5a_0$				$0,5b_1$
	$-G$				$0,5A_1$	$-0,5A_2$										b_1				$-0,5a_1$	$0,5a_0$		
	$-G$			$0,5A_1$		$0,5A_1$	$-0,5A_2$										b_1			$0,5a_1$	$-0,5a_0$	$0,5a_1$	
	B_1	$-G$		$-0,5A_2$	$0,5A_1$		$0,5A_1$											b_1			$0,5a_1$	$-0,5a_0$	$0,5a_1$
	$-G$	$0,5B_1$			$-0,5A_2$	$0,5A_1$													$0,5b_1$			$0,5a_1$	$-0,25a_0$

$\overline{14}$, $\overline{15}$, $\overline{16}$, так как во втором состоянии Φ_{13} , Φ_{14} , Φ_{15} , Φ_{16} , w_{13} , w_{14} , w_{15} , w_{16} равны нулю.

В табл. 1₃ не заполняются строки и графы 4, 8, 12, 16, $\overline{4}$, $\overline{8}$, $\overline{12}$, $\overline{16}$, так как в третьем состоянии Φ_4 , Φ_8 , Φ_{12} , Φ_{16} , w_4 , w_8 , w_{12} , w_{16} равны нулю.

В табл. 1₄ не заполняются строки и графы 4, 8, 12, 13, 14, 15, 16, $\overline{4}$, $\overline{8}$, $\overline{12}$, $\overline{13}$, $\overline{14}$, $\overline{15}$, $\overline{16}$, так как в четвертом состоянии Φ_4 , Φ_8 , Φ_{12} , Φ_{13} , Φ_{14} , Φ_{15} , Φ_{16} , w_4 , w_8 , w_{12} , w_{13} , w_{14} , w_{15} , w_{16} равны нулю.

Остальные побочные коэффициенты в таблицах 1₂, 1₃ и 1₄ такие же, как в табл. 1₁.

Главные коэффициенты в таблицах 1₁, 1₂, 1₃, 1₄ для граничных условий (5.9) имеют следующие значения:

$$1.1 \quad T_{11} = 1.1 \quad T_{12} = 1.1 \quad T_{13} = 1.1 \quad T_{14} = -A_0 + A_2 + B_2;$$

$$2.2 \quad T_{11} = 2.2 \quad T_{12} = 2.2 \quad T_{13} = 2.2 \quad T_{14} = -A_0 + B_2;$$

$$3.3 \quad T_{11} = 3.3 \quad T_{12} = -A_0 - A_2 + B_2; \quad 3.3 \quad T_{13} = \\ = 3.3 \quad T_{14} = -A_0 + A_2 + B_2;$$

$$4.4 \quad T_{11} = 4.4 \quad T_{12} = 0,5(-A_0 + B_2);$$

$$5.5 \quad T_{11} = 5.5 \quad T_{12} = 5.5 \quad T_{13} = 5.5 \quad T_{14} = -A_0 + A_2;$$

$$6.6 \quad T_{11} = 6.6 \quad T_{12} = 6.6 \quad T_{13} = 6.6 \quad T_{14} = -A_0;$$

$$7.7 \quad T_{11} = 7.7 \quad T_{12} = -A_0 - A_2; \quad 7.7 \quad T_{13} = 7.7 \quad T_{14} = \\ = -A_0 + A_2;$$

$$8.8 \quad T_{11} = 8.8 \quad T_{12} = -0,5 A_0;$$

$$9.9 \quad T_{11} = 9.9 \quad T_{13} = -A_0 + A_2 - B_2;$$

$$9.9 \quad T_{12} = 9.9 \quad T_{14} = -A_0 + A_2 + B_2;$$

$$10.10 \quad T_{11} = 10.10 \quad T_{13} = -A_0 - B_2;$$

$$10.10 \quad T_{12} = 10.10 \quad T_{14} = -A_0 + B_2;$$

$$11.11 \quad T_{11} = -A_0 - A_2 - B_2; \quad 11.11 \quad T_{12} = -A_0 - A_2 + B_2;$$

$$11.11 \quad T_{13} = -A_0 + A_2 - B_2; \quad 11.11 \quad T_{14} = -A_0 + A_2 + B_2;$$

$$12.12 \quad T_{11} = 0,5(-A_0 - B_2); \quad 12.12 \quad T_{12} = 0,5(-A_0 + B_2);$$

$$13.13 \quad T_{11} = 13.13 \quad T_{13} = 0,5(-A_0 + A_2);$$

$$14.14 \quad T_{11} = 14.14 \quad T_{13} = -0,5 A_0;$$

$$15.15 \quad T_{11} = 0,5(-A_0 - A_2); \quad 15.15 \quad T_{13} = 0,5(-A_0 + A_2);$$

$$16.16 \quad T_{11} = -0,25 A_0.$$

Как уже указывалось, коэффициенты квадранта III равны коэффициентам квадранта II; коэффициенты квадранта IV для граничных

условий (5.9) равны коэффициентам квадранта I, умноженным на $-\eta$.

Подпрограмма 2. Решение систем уравнений, записанных в табл. 1₁, 1₂, 1₃, 1₄.

Решение систем уравнений получаем соответственно в табл. 2₁, 2₂, 2₃, 2₄, используя стандартную программу из гл. 3 (см. подпрограммы А/Б, В₁ и В₂ (гл. 2, 3)).

Таблицы 2₁, 2₂, 2₃, 2₄

	1	2	3	...	16	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	...	$\overline{16}$
1 _a										
2 _a										
3 _a										
...										
16 _a										
S										

Для многоступенчатого решения системы уравнений по квадрантам сокращенная запись программы дана в гл. 6.

Подпрограмма 3. Составление таблиц 3(I), 3(II), 3(III) и 3(IV) величин неизвестных соответственно для четвертой оболочки I, II, III и IV от нагрузки, расположенной в четверти I.

По формулам (5.14) получим

$$T_{21} + T_{22} + T_{23} + T_{24} = T_{3(I)};$$

$$T_{21} + T_{22} - T_{23} - T_{24} = T_{3(II)};$$

$$T_{21} - T_{22} + T_{23} - T_{24} = T_{3(III)};$$

$$T_{21} - T_{22} - T_{23} + T_{24} = T_{3(IV)}.$$

В строках S таблиц 2₁, 2₂, 2₃, 2₄, 3(I), 3(II), 3(III), 3(IV) записываем суммы всех предыдущих строк.

Таблицы 3 (I, II, III, IV)

	1	2	3	...	16	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	...	$\overline{16}$
1_a										
2_a										
3_a										
...										
16_a										
S										

Проверка

$$\sum \text{стр } S T_{s(I)} + \sum \text{стр } S T_{s(II)} + \sum \text{стр } S T_{s(III)} + \sum \text{стр } S T_{s(IV)} = 4 \sum \text{стр } S T_{2_1}.$$

Если расчет оболочки выполняется не в числах влияния, а только для одного нагружения, то объем вычислений значительно уменьшается: в табл. 1 будет только одна графа 1_a для свободных членов, таблицы 2 и 3 будут состоять из одной строки 1_a .

Например, при нагружении равномерно распределенной нагрузкой четверти I оболочки будем иметь в табл. 1 для первого грузового состояния следующие величины свободных членов:

$$\overline{1} \cdot 1_a = \overline{2} \cdot 1_a = \overline{3} \cdot 1_a = \overline{5} \cdot 1_a = \overline{6} \cdot 1_a = \overline{7} \cdot 1_a = \overline{9} \cdot 1_a = \overline{10} \cdot 1_a = \overline{11} \cdot 1_a = -\frac{1}{4};$$

$$\overline{4} \cdot 1_a = \overline{8} \cdot 1_a = \overline{12} \cdot 1_a = \overline{13} \cdot 1_a = \overline{14} \cdot 1_a = \overline{15} \cdot 1_a = -\frac{1}{8};$$

$$\overline{16} \cdot 1_a = -\frac{1}{16}^*.$$

* Напоминаем, что при вычислении $\overline{\varphi}$ и $\overline{w}$ свободные члены принимаются равными — 1,0 или для каждого из грузовых состояний $-\frac{1}{4}$. Ввиду того, что

В оставшихся уравнениях табл. 1₂, 1₃, 1₄ свободные члены будут такими же, как в табл. 1₁.

Пользуясь данными расчета при расположении равномерно распределенной нагрузки на четверти поверхности оболочки, не-

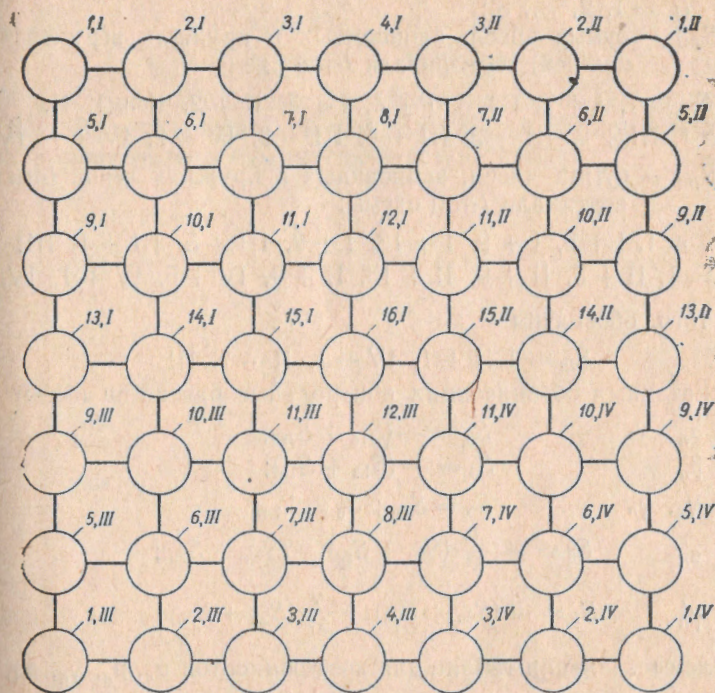


Схема 1 — 8

Рис. 23.

трудно получить результаты при расположении нагрузки на половине или всей поверхности оболочки.

Подпрограмма 4. Определение узловых коэффициентов α_n , β_n , γ_n , α'_n , β'_n , γ'_n .

Запись узловых коэффициентов удобно производить не в табличной форме, а на схемах сетки. В узловые кружки схем 1 и 2 записываем величины $\overline{\varphi}$ и $\overline{w}$, на схемах 3, 4, 5, 6, 7, 8 — соответственно величины α_n , β_n , γ_n , α'_n , β'_n , γ'_n (см. рис. 23), вычисляемые по формулам (5.29)–(5.34). Взаимное расположение узла n и узлов m_1 – m_n показано на рис. 18.

Для сохранения взаимности коэффициенты уравнений $\overline{4}$, $\overline{8}$, $\overline{12}$, $\overline{13}$, $\overline{15}$ были уменьшены вдвое, а уравнения $\overline{16}$ — вчетверо, соответственно уменьшаются и свободные члены ($-\frac{1}{8}$ и $-\frac{1}{16}$).

Контрольные проверки нетрудно получить, суммируя в общем виде выражения (5.29)—(5.34) для всех узлов сетки.

Введем следующие обозначения.

S_i — сумма чисел, записанных во всех кружках i -той схемы ($i = 1, 2, \dots, 8$);

$S_{iv}(S_{in})$ — сумма чисел, записанных в кружках верхней (или нижней) горизонтали i -той схемы:

$$S_{iл} = 1, I + 2, I + 3, I + 4, I + 3, II + 2, II + 1, II;$$

$$S_{iв} = 1, III + 2, III + 3, III + 4, III + 3, IV + 2, IV + 1, IV.$$

$S_{ia}(S_{in})$ — сумма чисел, записанных в кружках левой (правой) вертикали i -той схемы:

$$S_{Ia} = 1, I + 5, I + 9, I + 13, I + 9, III + 5, III + 1, III;$$

$$S_{In} = 1, II + 5, II + 9, II + 13, II + 9, IV + 5, IV + 1, IV.$$

Кроме того, обозначим

$$S_{id} = 1, I + 1, IV - 1, II - 1, III.$$

В указанных обозначениях контрольные равенства имеют вид

$$\text{для } \alpha_n \quad S_3 = -(S_{Iв} + S_{In});$$

$$\text{для } \beta_n \quad S_4 = -(S_{Iл} + S_{In});$$

$$\text{для } \gamma_n, \gamma'_n \quad S_5 = S_{Id}; \quad S_8 = S_{2д};$$

$$\text{для } \alpha'_n \quad S_6 = -\frac{\nu}{\lambda^3} (S_{2в} + S_{2н}) - (S_{2л} + S_{2п});$$

$$\text{для } \beta'_n \quad S_7 = -(S_{2в} + S_{2н}) - \frac{\nu}{\lambda^3} (S_{2л} + S_{2п}).$$

После составления таблиц для коэффициентов $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n, \alpha'_n, \beta'_n, \gamma'_n$ для различных λ, ϵ и η определение мембранных усилий и моментов для конкретной оболочки с данными геометрическими характеристиками производится по простейшим формулам (5.23)—(5.28).

Расчеты оболочек двойкой кривизны, выполненные по приведенной программе, показали, что для симметричной нагрузки (первое грузовое состояние) сетка с восьмью или даже с шестью просветами дает удовлетворительную точность. Что касается обратно симметричных нагрузок (второе, третье и четвертое грузовые состояния), то результаты могут оказаться искаженными. Поэтому для этих нагрузок целесообразно увеличить вдвое число просветов: для второго состояния в направлении оси β , для третьего — в направлении оси α , для четвертого — в направлении осей α и β .

В этом случае системы уравнений в буквенном виде и количество неизвестных для второго, третьего и четвертого состояний будут такими же, как и для первого состояния, числовые же выражения этих систем будут другими, так как изменяются исходные параметры λ и η .

Если обозначить эти параметры для первого, второго, третьего и четвертого грузовых состояний соответственно через λ_1 и η_1, λ_2 и η_2, λ_3 и η_3, λ_4 и η_4 то получим такие соотношения:

$$\lambda_2 = 0,5\lambda_1; \quad \eta_2 = \eta_1;$$

$$\lambda_3 = 2\lambda_1; \quad \eta_3 = 16\eta_1;$$

$$\lambda_4 = \lambda_1; \quad \eta_4 = 16\eta_1.$$

Определение мембранных усилий и моментов по формулам (5.23)—(5.28) следует производить для каждого из грузовых состояний отдельно, после чего суммировать результаты.

Глава VI

СТАНДАРТНЫЕ БЛОКИ И СОКРАЩЕННАЯ ЗАПИСЬ ТИПОВЫХ ПРОГРАММ

СТАНДАРТНЫЕ БЛОКИ

При чтении предыдущих глав можно было заметить, что типовые программы даже различных классов сооружений имеют между собой ряд общих элементов. Эти общие элементы можно выделить в стандартные блоки, более или менее крупные, которые можно затем использовать в готовом виде в различных типовых программах.

Сокращенная запись стандартных блоков удобна при составлении комбинированных программ для новых сложных задач.

По мере накопления программ стандартных блоков (или в терминах для электронных цифровых машин — библиотеки стандартных блоков) программирование все более будет сводиться к указаниям, в какой последовательности вводить блоки в машину.

Ниже помещен ряд стандартных блоков-программ в сокращенной и развернутой записи.

Блок 1. Сокращенная запись

$$T_a \times \text{гр } \alpha \ T_b = T_c.$$

Развернутая запись

$$\begin{aligned} \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } \alpha \ T_b &= \text{гр } 1 \ T_c; \\ \text{гр } 2 \ T_a \times \text{гр } \alpha \ T_b &= \text{гр } 2 \ T_c; \\ \text{гр } 3 \ T_a \times \text{гр } \alpha \ T_b &= \text{гр } 3 \ T_c; \\ &\dots \dots \dots \\ \text{гр } n \ T_a \times \text{гр } \alpha \ T_b &= \text{гр } n \ T_c. \end{aligned}$$

Контрольное вычисление

$$\text{гр } S \ T_a \times \text{гр } \alpha \ T_b = \text{гр } S T_c.$$

Здесь и в дальнейшем в графе (строке) S записываются суммы всех предыдущих граф (строк).

Проверка

$$|\text{гр } 1 + \text{гр } 2 + \text{гр } 3 + \dots + \text{гр } n| T_c = \text{гр } S \ T_c.$$

Блок 2. Сокращенная запись

$$\sum | T_a \times T_b |_{\text{гр}} = T_c.$$

Развернутая запись

$$\begin{aligned} \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } 1 \ T_b | &= 1.1 \ T_c; \\ \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } 2 \ T_b | &= 1.2 \ T_c; \\ \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } 3 \ T_b | &= 1.3 \ T_c; \\ &\dots \dots \dots \\ \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } n \ T_b | &= 1.n \ T_c. \end{aligned}$$

Контрольное вычисление

$$\sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } S \ T_b | = 1.S \ T_c.$$

Проверка

$$\begin{aligned} \sum \left| \text{стр } 1 \right|_1^n T_c &= 1.S \ T_c. \\ \sum | \text{гр } 2 \ T_a \times \text{гр } 1 \ T_b | &= 2.1 \ T_c; \\ \sum | \text{гр } 2 \ T_a \times \text{гр } 2 \ T_b | &= 2.2 \ T_c; \\ \sum | \text{гр } 2 \ T_a \times \text{гр } 3 \ T_b | &= 2.3 \ T_c; \\ &\dots \dots \dots \\ \sum | \text{гр } 2 \ T_a \times \text{гр } n \ T_b | &= 2.n \ T_c. \end{aligned}$$

Контрольное вычисление

$$\sum | \text{гр } 2 \ T_a \times \text{гр } S \ T_b | = 2.S \ T_c.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 2 \right|_1^n T_c = 2.S \ T_c$$

и так далее, начиная с графы 3, 4, 5, ..., n .

Блок 3. Сокращенная запись

$$\sum | T_a \times T_b |_{\text{гр}} = T_{c(\text{сим})}.$$

Обозначение «сим» указывает, что табл. S является симметричной относительно главной диагонали, что используется в программе.

Развернутая запись

$$\begin{aligned} \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } 1 \ T_b | &= 1.1 T_c; \\ \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } 2 \ T_b | &= 1.2 T_c = 2.1 T_c; \\ \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } 3 \ T_b | &= 1.3 T_c = 3.1 T_c; \\ &\dots \dots \dots \\ \sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } n \ T_b | &= 1.n T_c = n.1 T_c. \end{aligned}$$

Контрольное вычисление

$$\sum | \text{гр } 1 \ T_a \times \text{гр } S \ T_b | = 1.S \ T_c = S.1 \ T_c.$$

Проверка

$$\sum \text{стр } 1 \left| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = \sum \left| \text{гр } 1 \right| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = 1.S T_c = S.1 T_c;$$

$$\sum \left| \text{гр } 2 T_a \times \text{гр } 2 T_b \right| = 2.2 T_c;$$

$$\sum \left| \text{гр } 2 T_a \times \text{гр } 3 T_b \right| = 2.3 T_c = 3.2 T_c;$$

$$\sum \left| \text{гр } 2 T_a \times \text{гр } 4 T_b \right| = 2.4 T_c = 4.2 T_c;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\sum \left| \text{гр } 2 T_a \times \text{гр } n T_b \right| = 2.n T_c = n.2 T_c.$$

Контрольное вычисление

$$\sum \left| \text{гр } 2 T_a \times \text{гр } S T_b \right| = 2.S T_c = S.2 T_c.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 2 \right| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = \sum \left| \text{гр } 2 \right| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = 2.S T_c = S.2 T_c;$$

$$\sum \left| \text{гр } 3 T_a \times \text{гр } 3 T_b \right| = 3.3 T_c;$$

$$\sum \left| \text{гр } 3 T_a \times \text{гр } 4 T_b \right| = 3.4 T_c = 4.3 T_c;$$

$$\sum \left| \text{гр } 3 T_a \times \text{гр } 5 T_b \right| = 3.5 T_c = 5.3 T_c;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\sum \left| \text{гр } 3 T_a \times \text{гр } n T_b \right| = 3.n T_c = n.3 T_c.$$

Контрольное вычисление

$$\sum \left| \text{гр } 3 T_a \times \text{гр } S T_b \right| = 3.S T_c = S.3 T_c.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{стр } 3 \right| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = \sum \left| \text{гр } 3 \right| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = 3.S T_c = S.3 T_c$$

и так далее, начиная с графы 4, 5, 6, ..., n.

Блок 4. Сокращенная запись

$$\sum \left| T_a \times T_b \right|_{\text{стр}} = T_c.$$

Развернутая запись

$$\sum \left| \text{стр } 1 T_a \times \text{стр } 1 T_b \right| = 1.1 T_c;$$

$$\sum \left| \text{стр } 1 T_a \times \text{стр } 2 T_b \right| = 2.1 T_c;$$

$$\sum \left| \text{стр } 1 T_a \times \text{стр } 3 T_b \right| = 3.1 T_c;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\sum \left| \text{стр } 1 T_a \times \text{стр } n T_b \right| = n.1 T_c.$$

Контрольное вычисление

$$\sum \left| \text{стр } 1 T_a \times \text{стр } S T_b \right| = S.1 T_c.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{гр } 1 \right| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = S.1 T_c;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 T_a \times \text{стр } 1 T_b \right| = 1.2 T_c;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 T_a \times \text{стр } 2 T_b \right| = 2.2 T_c;$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 T_a \times \text{стр } 3 T_b \right| = 3.2 T_c;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\sum \left| \text{стр } 2 T_a \times \text{стр } n T_b \right| = n.2 T_c.$$

Контрольное вычисление

$$\sum \left| \text{стр } 2 T_a \times \text{стр } S T_b \right| = S.2 T_c.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{гр } 2 \right| \begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix} T_c = S.2 T_c$$

и так далее, начиная со строки 3, 4, 5, ..., n.

Блок 5. Сокращенная запись

$$P.Y.T_A = T_B.$$

Решение системы уравнений табл. А получить в табл. В.
Развернутая запись блока 5 дана в подпрограмме А/Б и В в

гл. 2.

Блок 6. Сокращенная запись

$$P.Y.T_A = T_{B_1}.$$

Решение системы уравнений табл. А в числах влияния получить в табл. В₁.

Развернутая запись блока 6 дана в подпрограммах А/Б и В

в гл. 3.

Блок 7. Сокращенная запись

$$P.Y.T_D = T_E.$$

Решение системы уравнений табл. Д получить методом последовательных приближений в табл. Е.

Развернутая запись блока 7 дана в подпрограммах Д/Е и Е в гл. 4.

СОКРАЩЕННАЯ ЗАПИСЬ ТИПОВЫХ ПРОГРАММ

Пользуясь стандартными блоками, можно весьма компактно записывать сложные, комбинированные программы.

В виде примера рассмотрим сокращенную запись типовой программы I расчета статически неопределимых систем методом сил.

$$1) T_1 \times \text{гр } \alpha T_1 = T_3;$$

$$2) T_2 \times \text{гр } \alpha T_2 = T_4;$$

$$3) 2 \sum |T_2 \times T_4|_{гр} + \sum |T_2 \times T_1|_{гр, диаг} + \sum |T_1 \times T_3|_{гр} = T_{A(сим)}; \\ P \cdot Y \cdot T_A = T_B;$$

$$5) \sum |T_B \times T_1|_{стр} + T_{1a} = T_6;$$

$$6) \sum |T_B \times T_2|_{стр} + T_{2a} = T_6.$$

Программа многоступенчатого решения системы уравнений по квадрантам, применяемая для расчета оболочек, имеет вид

$$1) P \cdot Y \cdot T_A(I) = T_{B_1(I)};$$

$$2) \sum |T_{B_1(I)} \times T_{II}| = T_{B_2(I) сим};$$

$$3) \sum |T_{B_2(I)} \times T_{II}| = T_{A(III) сим};$$

$$4) T_{IV} + T_{A(III)} = T_{A(IV) сим};$$

$$5) P \cdot Y \cdot T_{A(IV)} = T_{B_1(IV)};$$

$$6) \sum |T_{B_1(IV)} \times T_{B_2(I)}| = T_{B_3(I) сим}.$$

Сокращенная запись комбинированных программ, как уже отмечалось, особенно удобна при продумывании и формулировке новых сложных задач.

Глава VII

ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ И ТАБЛИЧНЫХ БЛАНКОВ ДЛЯ РАСЧЕТА СООРУЖЕНИЙ ПО ТИПОВЫМ ПРОГРАММАМ

ПРИМЕР 1. РАСЧЕТ ОДНОЭТАЖНОЙ РАМЫ ПРОМЫШЛЕННОГО ЗДАНИЯ

На рис. 24 представлен поперечник цеха машиностроительного завода со ступенчатыми стойками. В осях рассчитываемая рама изображена на рис. 25, в местах уступов оси имеют перемены.

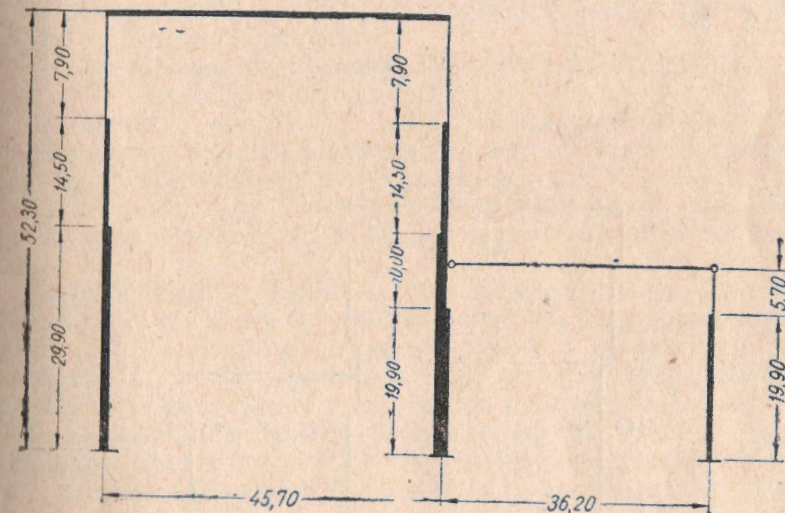


Рис. 24:

Основную систему выбираем по методу сил, разрезая ригели по середине и прикладывая по направлению отброшенных связей неизвестные усилия x_1, x_2, x_3, x_4 (рис. 26).

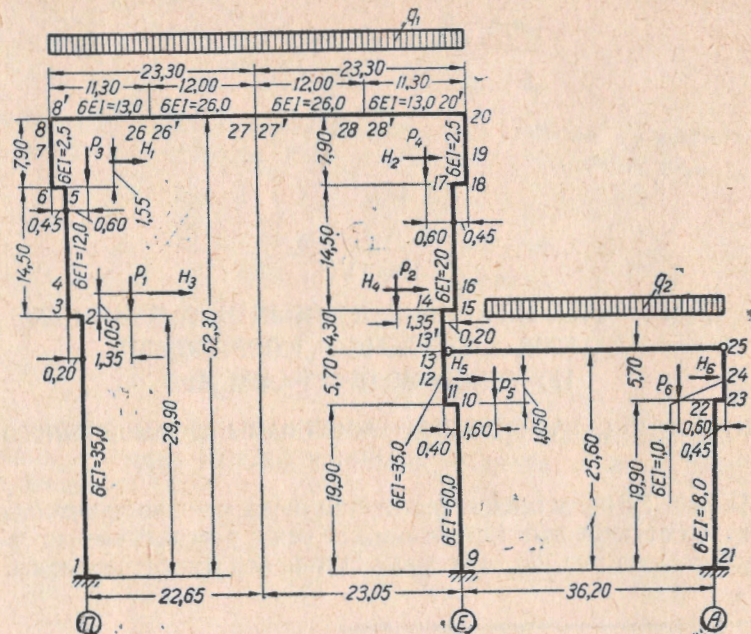


Рис. 25.

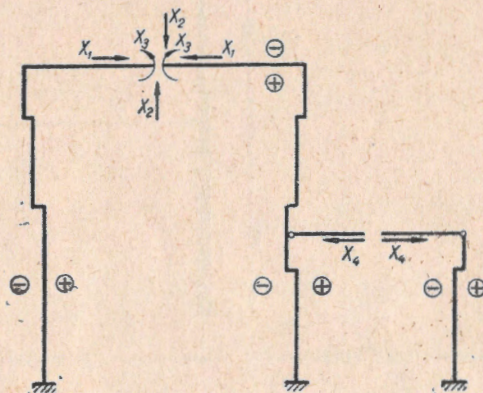


Рис. 26.

Расчет рамы требуется произвести на действие:

- а) вертикальных нагрузок от кранов, приложенных с эксцентри- ситетами,
- б) тормозных сил,
- в) постоянной и снеговой нагрузки на ригелях.

Вначале целесообразно выполнить расчет порознь на единичные воздействия $P_1 = 1 \text{ т}$, $P_2 = 1 \text{ т}$, ..., $P_6 = 1 \text{ т}$, $H_1 = 1 \text{ т}$, $H_2 = 1 \text{ т}$, ..., $H_6 = 1 \text{ т}$, $q_1 = 1 \text{ т/м}$ и $q_2 = 1 \text{ т/м}$, после чего умножить полученные усилия на действительные величины нагрузок в определенных сочетаниях. Так удобно поступать также и потому, что в процессе проектирования нагрузки нередко подвергаются измене- ниям и уточнениям.

Итак, для рассматриваемого примера надлежит выполнить расчет рамы на четырнадцать единичных загрузжений, которые обо- значим следующим образом.

Загружения $1_a, 2_a, 3_a, 4_a, 5_a, 6_a$ — соответственно вертикальные единичные силы $P_1 = 1 \text{ т}$, $P_2 = 1 \text{ т}$, $P_3 = 1 \text{ т}$, $P_4 = 1 \text{ т}$, $P_5 = 1 \text{ т}$, $P_6 = 1 \text{ т}$.

Загружения $7_a, 8_a, 9_a, 10_a, 11_a, 12_a$ — соответственно горизон- тальные единичные силы $H_1 = 1 \text{ т}$, $H_2 = 1 \text{ т}$, $H_3 = 1 \text{ т}$, $H_4 = 1 \text{ т}$, $H_5 = 1 \text{ т}$, $H_6 = 1 \text{ т}$.

Загружение 13_a — равномерно распределенная нагрузка $q_1 = 1 \text{ т/м}$ пог. на ригеле основного пролета.

Загружение 14_a — равномерно распределенная нагрузка $q_2 = 1 \text{ т/м}$ на ригеле пристройки.

При столь большом количестве нагрузок наиболее удобна ти- повая программа II метода сил (см. гл. 3).

Как известно, при расчете рам из сплошных элементов * влия- нием продольных сил на величины неизвестных можно пренебречь. Поэтому расчет ведется в табличных бланках 2, 4, А, Б, В₁, В₂ и 6. Части программы, относящиеся к отсутствующим бланкам 1, 3 и 5, связанные с нормальными силами, автоматически отпа- дают.

Подготовка данных для машинного расчета состоит в построении эпюр моментов в консолях основной системы. Эпюры изгибающих моментов от $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $x_4 = 1$ и от единичных на- грузок $P_1 = 1$, $P_2 = 1$, $H_1 = 1$, $H_3 = 1$, $q_1 = 1$ и $q_2 = 1$ представлены на рис. 27, 28. Остальные эпюры моментов здесь не приведены. Пра- вило знаков для эпюр моментов показано на рис. 26. При постро- ении эпюр моментов учтено, что стойки имеют переломы в осях. Поэ- тому, например, от нагрузки $q_1 = 1 \text{ т/м}$ в стойках возникают допол- нительные моменты от опорных давлений $23,3 \text{ т}$, от нагрузки $q_2 = 1 \text{ т/м}$ от давлений $18,52 \text{ т}$.

* Предварительно сквозной ригель приводится к эквивалентному стержню с приведенным моментом инерции.

Таблица 2

	1	2	3	4	S	α	1_a	2_a	...	13_a	14_a
1											
2											
3											
5											
...											
S											

Таблица 4

	1	2	3	4	S
1					
2					
3					
5					
...					

Таблица 6

	1_a	2_a	...	13_a	14_a
1					
2					
3					
5					
...					
S					

Рама разбивается на участки интегрирования в соответствии с количеством прилагаемых сил. В рассматриваемом примере на стойках имеем участки 1—2, 3—4, 4'—5, 6—7, 7'—8, 9—10, 11—12, 12'—13 и т. д. Ригель разбиваем на четыре участка: 8'—26, 26'—27, 27'—28, 28'—20.

Количество участков интегрирования можно уменьшить для отдельных воздействий, внося изменения в типовую программу, и тем сократить объем вычислений при определении перемещений. Однако при машинном счете можно идти на некоторое увеличение вычислительной работы, с тем чтобы не нарушать типовости и не сбивать ритма вычислительного процесса.

В рассматриваемом примере для уменьшения количества участков не учитываются ввиду их малости площади эпюр моментов от тормозных сил, расположенные выше подкрановых ступеней (на рис. 27 эти площади зачернены). Связанная с этим погрешность ничтожна. Таким образом для стоек получаем следующие участки

Таблица А

	1	2	3	4	S_1
1					
1'					
2					
2'					
3					
3'					
4					
4'					
S_1					
S					

Таблица Б

	1	2	3	4	S_1
1	1,0				
1'					
2		1,0			
2'					
3			1,0		
3'					
4				1,0	
4'					
S_1					1,0

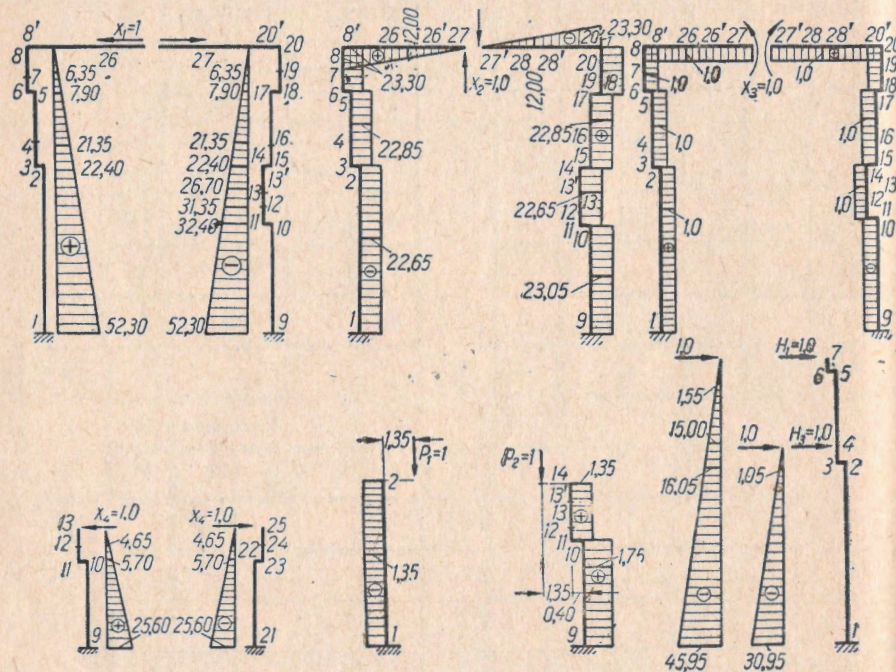
Таблица В₁

	1	2	3	4	S	1_a	2_a	...	13_a	14_a
1										
2										
3										
4										
					S					

Таблица В₂

	1	2	3	4	S
1_a					
2_a					
3_a					
...					
14_a					

В исходной табл. 2, незаполненный бланк которой помещен выше, номера строк совпадают с номерами сечений: 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10... В графах 1—4 табл. 2 записываем величины моментов от $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$ и $x_4 = 1$; в графах 1_a — 14_a — величины



моментов от единичных нагрузок. Для данного примера $n = 4$ и $n_a = 14_a$ (см. обобщенную табл. 2 на стр. 27).

Далее, для принятых участков рамы вычисляем относительные величины $6EI$ (записаны на рис. 25), а в графу α табл. 2 записываем значения $\frac{l}{6EI}$. Так, например, для участка 1—2 $\frac{l}{6EI} = \frac{29,9}{35,0} = 0,86$.

На этом заканчивается подготовка исходных данных для машинного расчета рамы по типовой программе II.

Вместе с программой II оператору выдаются помещенные выше незаполненные табличные бланки 4, А, Б, В₁, В₂ и 6, куда он должен записывать результаты вычислений. Эти бланки легко получить из обобщенных бланков (см. гл. 1 и 2), принимая, в соответствии с условиями задачи $n = 4$ и $n_a = 14_a$.

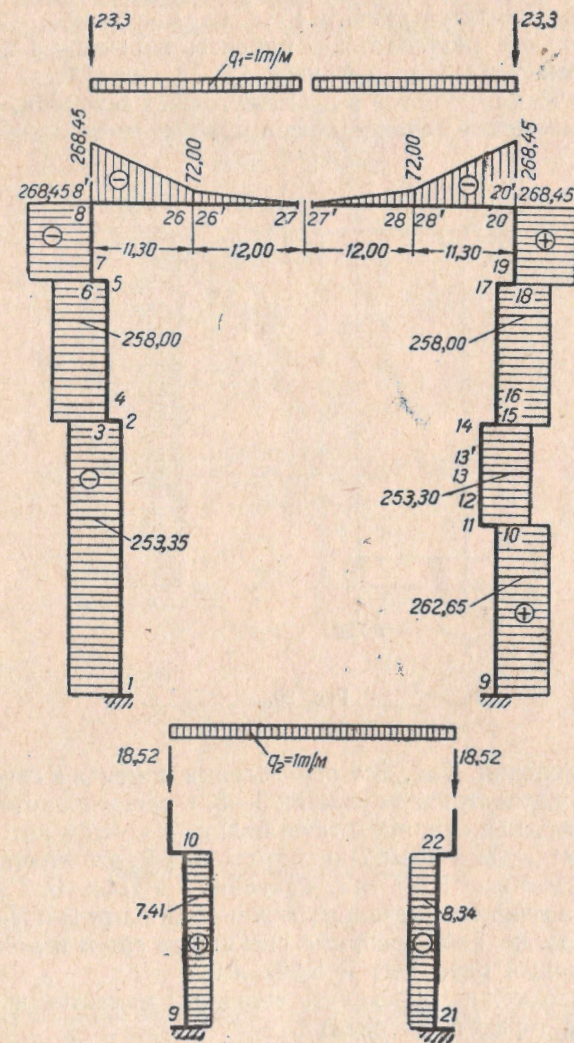


Рис. 28.

Решение данного примера в числовом виде, выполненное на машинно-счетной станции, помещено в приложении 1. Чтобы не оперировать слишком малыми числами в табл. В₁, масштабный коэффициент m принимается равным 10^4 .

Окончательные результаты — моменты в сечениях статически неопределимой системы от нагрузок 1_а—14_а—получены в табл. 6.

Для получения моментов в промежуточных сечениях, например в местах приложения тормозных сил, следует выполнить дополни-

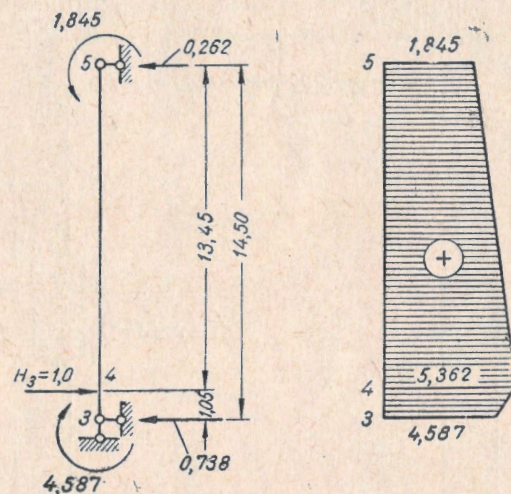


Рис. 29.

тельные вычисления. Так, для определения момента в сечении 4 от силы $H_3 = 1$ рассматриваем участок 3—5, в пределах которого расположена сила, как однопролетную балку, к концам которой приложены известные моменты. Для загрузки 9_а это моменты $M_3 = 4,587 \text{ тм}$ и $M_5 = 1,845 \text{ тм}$, найденные в табл. 6. Из расчета балки 3—5 на действие указанных моментов и нагрузки $H_3 = 1,0 \text{ т}$ (рис. 29) нетрудно найти опорные реакции, а затем и момент в сечении 4, который равен $M_4 = 5,362 \text{ тм}$.

Аналогично можно определить величины моментов и в других сечениях под тормозными силами.

ПРИМЕР 2. РАСЧЕТ КОМБИНИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ

На рис. 30, а представлена подстропильная ферма, опирающаяся на стойки и усиленная двумя подкосами и затяжкой. Эта задача возникла в связи с утяжелением кровли и необходимостью усиления конструкций существующего цеха. Рассматриваемая рама

является комбинированной системой: сквозные ригели работают на нормальные силы, стойки — на изгибающие моменты.

Раму следует рассчитать порознь на два нагружения: $P_1 = 2 \text{ т}$ в первом пролете (загружение 1_а) и $P_2 = 2 \text{ т}$ во втором пролете (загружение 2_а).

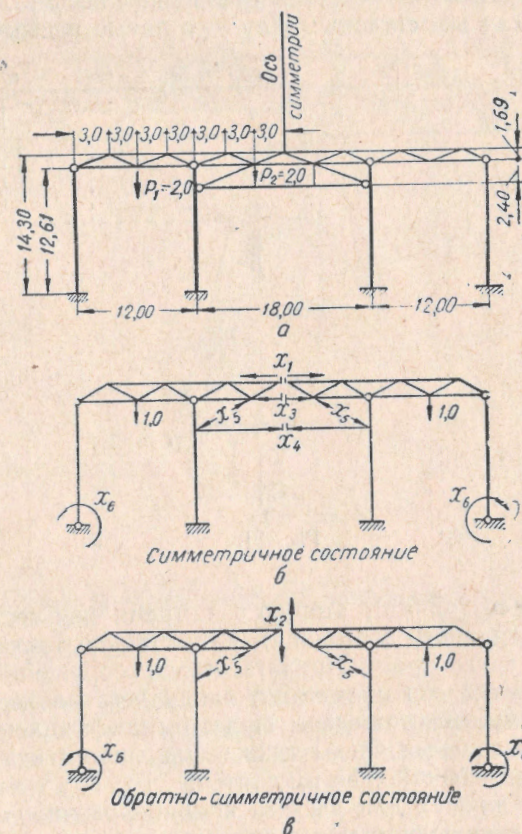


Рис. 30.

Имея нормальные силы и моменты от каждой из указанных нагрузок, нетрудно получить усилия от любой комбинации нагрузок P_1 и P_2 .

В данном случае при малом числе нагружений для расчета удобно применить типовую программу I метода сил. Симметрию рамы можно использовать, разложив нагрузку на симметричную и обратную симметричную.

Основную систему получим, разрезая стержни среднего пролета и включая шарниры в защемлениях крайних стоек. Групповые не-

известные основной системы изображены: для симметричного состояния на рис. 30,б, для обратно симметричного состояния на рис. 30,в. Как известно, в обратно симметричном состоянии равны нулю симметричные неизвестные x_1, x_3, x_4 , в симметричном состоянии — обратно симметричное неизвестное x_2 . Благодаря использованию симметрии вместо системы уравнений с восемью неизвестными мы получили две системы: одну — с пятью неизвестными (для

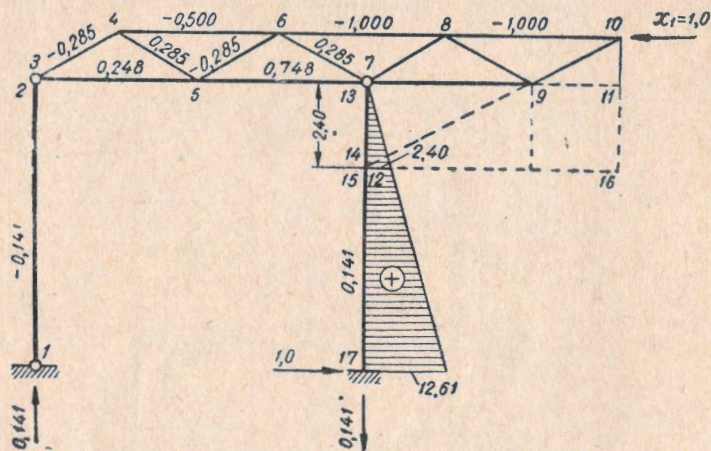


Рис. 31.

симметричного состояния), вторую — с тремя неизвестными (для обратно симметричного состояния). Существенно также и то, что в этом случае можно рассматривать не все сооружение, а только его половину — до оси симметрии, ввиду чего размеры табл. 1, 2, 3, 4, 5 и 6 уменьшаются вдвое. При этом коэффициенты системы уравнений и свободные члены также уменьшаются вдвое, от чего результаты, как известно, не изменятся.

Подготовка данных для расчета комбинированной системы состоит в определении нормальных сил в элементах левой половины фермы (графически, посредством диаграммы Кремоны, или аналитически) и изгибающих моментов в стойках. На рис. 31 показана эпюра моментов на средней стойке от $x_1 = 1,0 \text{ m}$, а на стержнях фермы записаны соответствующие величины нормальных сил. От $x_2 = 1,0 \text{ m}$ в стержнях возникают только нормальные силы, записанные на рис. 32, моменты же будут равны нулю.

Аналогично подготавливаются данные для половины фермы и при других единичных воздействиях: $x_3 = 1,0 \text{ m}$; $x_4 = 1,0 \text{ m}$; $x_5 = 1,0 \text{ m}$; $x_6 = 1,0 \text{ m}$; $P_1 = 1,0 \text{ m}$ и $P_2 = 1,0 \text{ m}$, которые здесь не приводим. От нагрузок $P_1 = 1,0 \text{ m}$ и $P_2 = 1,0 \text{ m}$ возникают только нормальные силы в стержнях, моменты в стойках равны нулю.

Далее подготавливаем табличные бланки для расчета (приведены ниже) и записываем в них исходные данные. Бланки для табл. 1, 2, 3 и 4 получим из обобщенных бланков типовой программы 1, принимая $n = 6$ и $n_a = 2_a$.

В табл. 1 записываем нормальные силы, а в табл. 2 — изгибающие моменты от единичных неизвестных и нагрузок 1_a ($P_1 = 1 \text{ m}$)

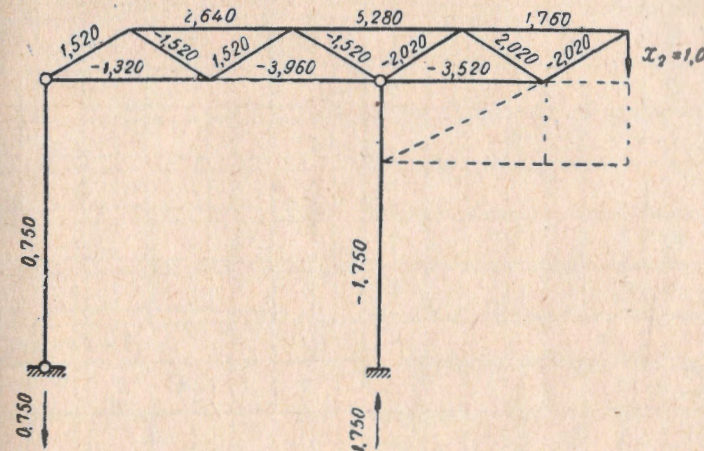


Рис. 32.

и 2_a ($P_2 = 1 \text{ m}$). В графу α табл. 1 записываем величины $\frac{l}{EF}$, в графу α табл. 2 — $\frac{l}{6EI}$.

Для решения уравнений подготавливаются две серии бланков. В бланках A' , B' и B'' , предназначенных для симметричного нагружения, отсутствуют строки и графы 2 для обратно симметричного неизвестного $x_2 = 1 \text{ m}$. В бланках A'' , B'' и B''' , предназначенных для обратно симметричного нагружения, отсутствуют строки и графы 1, 3, 4 для симметричных неизвестных $x_1 = 1 \text{ m}$, $x_3 = 1 \text{ m}$ и $x_4 = 1 \text{ m}$. Величины коэффициентов систем уравнений, определяемые по подпрограммам 5 и 6 типовой программы 1 (гл. 2), записываются одновременно в табл. A' и A'' . Легко убедиться, что при групповых неизвестных одноименные коэффициенты и свободные члены обеих таблиц одинаковы. Для контроля вычислений в табл. 1, 2, 3 и 4 предусмотрены две графы сумм: графа S' , равная сумме граф 1, 3, 4, 5, 6, — для проверки табл. A' , графа S'' , равная сумме граф 2, 5, 6, — для проверки табл. A'' . Далее расчет разветвляется: для симметричного состояния он выполняется по типовой программе 1 в бланках A' , B' , B'' , $5'$ и $6'$, для обратно симметричного — по той же программе в бланках A'' , B'' , B''' , $5''$ и $6''$.

ТАБЛИЧНЫЕ БЛАНКИ ДЛЯ ПРИМЕРА 2

Таблица 1

№ стерж	№ п/п	n						n_a				
		1	2	3	4	5	6	S'	S''	α	1_a	2_a
1—2	1											
3—4	2											
4—6	3											
6—8	4											
...	...											
9—14	19											
	S											

Таблица 2

№ сеч.	№ п/п	1	2	3	4	5	6	S'	S''	α
1	1									
2	2									
13	3									
14	4									
15	5									
17	6									
	S									

Таблица 3

	1	2	3	4	5	6	S'	S''
1								
2								
3								
4								
...								
19								

Таблица 4

	1	2	3	4	5	6	S'	S''
1								
2								
3								
4								
5								
6								

Таблица А'

	1	3	4	5	6	1_a	2_a	S_1
1								
1'								
3								
3'								
4								
4'								
5								
5'								
6								
6'								
1_a								
2_a								
S_1								
S								

Таблица Б'

	1	3	4	5	6	1_a	2_a	S_1
1	1							
1'								
3		1						
3'								
4			1					
4'								
5				1				
5'								
6					1			
6'								
1_a						1		
2_a							1	
S_1								1

Таблица В'

	1	3	4	5	6
1_a					
2_a					

Бланки 5', 6', 5'' и 6'' получаем из обобщенных бланков 5 и 6 (см. гл. II) при условии, что $n_a = 2_a$. При выполнении вычислений по подпрограммам 7 и 8 оперируют строками таблиц 1 и 2, содержащими полное число граф, и таблиц В' и В'', содержащими неполное число граф. Поэтому при перемножении следует сдвигать табл. В' (В'') так, чтобы рядом находились одноименные клетки табл. 1 и 2. Этого можно избежать, если переписать табл. В' и В''

Таблица А"

	2	5	6	1 _а	2 _а	S ₁
2						
2'						
5						
5'						
6						
6'						
1 _а						
2 _а						
S ₁						
S						

Таблица Б"

	2	5	6	1 _а	2 _а	S ₁
2						
2'						
5						
5'						
6						
6'						
1 _а						
2 _а						
S ₁						

Таблица В'

	2	5	6
1 _а			
2 _а			

Таблица 5', 5"

	1 _а	2 _а
1		
2		
3		
4		
...		
19		
S		

Таблица 6', 6"

	1 _а	2 _а
1		
2		
13		
14		
15		
17		
S		

в бланки, содержащие полное число (шесть) граф, оставив незаполненными: в табл. В' — графу 2, в табл. В" — графы 1, 3, 4.

Остается объединить оба расчета. Для получения нормальных сил и изгибающих моментов от несимметричных нагрузок $P_1 = 2,0 \text{ т}$ и $P_2 = 2,0 \text{ т}$, расположенных слева от оси симметрии (см. рис. 30, а), следует сложить соответствующие усилия от симметричной и обратно симметричной нагрузок. Нормальные силы

и моменты для элементов, расположенных слева от оси симметрии, определяются по программе

$$\begin{aligned} T_{5 \text{ лев}} &= T_{5'} + T_{5''}, \\ T_{6 \text{ лев}} &= T_{6'} + T_{6''}. \end{aligned} \quad (7.1)$$

То же для элементов, расположенных справа от оси симметрии

$$\begin{aligned} T_{5 \text{ прав}} &= T_{5'} - T_{5''}, \\ T_{6 \text{ прав}} &= T_{6'} - T_{6''}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Для выполнения этих программ подготавливаются бланки таблиц 5_{лев}, 5_{прав}, 6_{лев}, 6_{прав}. В них записываются окончательные результаты — моменты и нормальные силы от исходной несимметричной нагрузки, расположенной в левой половине фермы.

При расположении нагрузки справа от оси симметрии усилия, полученные по программе (7.1), относятся к элементам правой половины фермы; усилия же, полученные по программе (7.2), относятся к элементам левой половины фермы.

ПРИМЕР 3. РАСЧЕТ ЭТАЖЕРКИ В ПОПЕРЕЧНИКЕ ТЭЦ

На рис. 33 представлен поперечник осуществленной ТЭЦ, состоящий из бункерной и деаэрационной этажерки, котельной и машзала. Для расчета этого поперечника наиболее удобен метод расчленения. Разрезая ригели $a-b$ и $c-d$, получим три изолированные системы: две этажерки и одну Г-образную раму (рис. 34).

Для расчета этажерки можно воспользоваться как типовой программой I (или II) метода сил, так и типовой программой III метода деформаций. Для несимметричной трехъярусной этажерки количество неизвестных равно девяти для обоих методов: для метода сил — это девять неизвестных усилий в местах разрезов, для метода деформаций — шесть углов поворота узлов и три линейных смещения ярусов. Однако метод деформаций удобнее тем, что, во-первых, упрощается операция определения коэффициентов уравнений и, во-вторых, решение уравнений можно выполнять

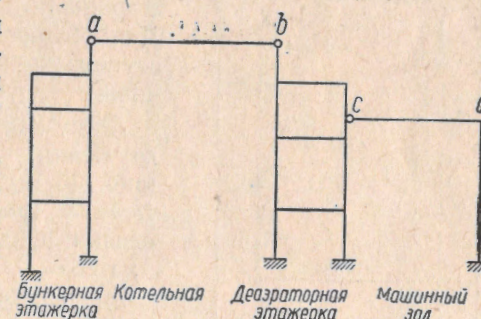


Рис. 33.

с меньшей точностью методом последовательных приближений. Поэтому для расчета этажерки был выбран метод деформаций.

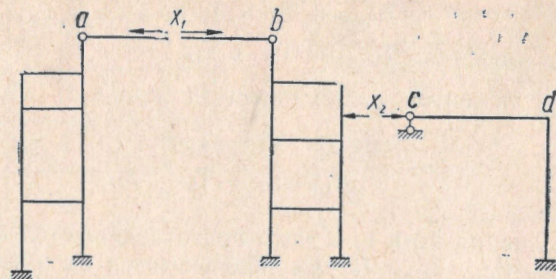


Рис. 34.

После расчета этажерок и г-образной рамы восстановление связей между ними выполнялось по методу сил: составлялись и решались уравнения для определения неизвестных x_1 и x_2 . Для выполнения этой части расчета составлялась дополнительная программа.

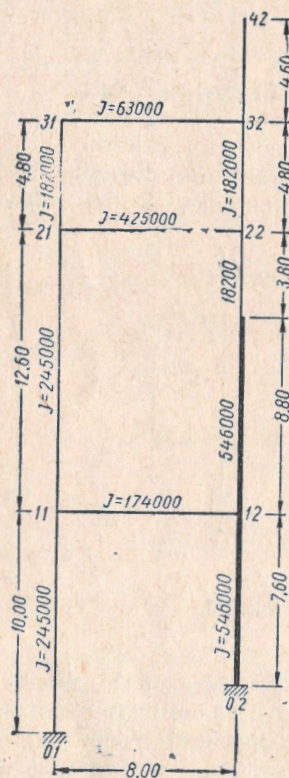


Рис. 35.

Рассмотрим подготовку исходных данных и табличных бланков для расчета этажерки, схема которой представлена на рис. 35. Моменты инерции сечений стержней в см^4 указаны на той же схеме. Для общности стойка 12—22 принята ступенчато-переменного сечения, стойки нижнего яруса — разной высоты.

Раму надлежит рассчитать на три загрузки: 1_a — постоянная нагрузка (рис. 36, а), 2_a — горизонтальная сила $H=1\text{ т}$ (рис. 36, б), загрузка 3_a — осадка фундамента под правой стойкой на $\Delta=0,01\text{ м}$ (рис. 36, в).

Расчет рассматриваемой рамы, произведенный по типовой программе III, помещен в приложении 2.

Дадим некоторые пояснения к расчету. В графу 1 табл. 1 и 2 записываем моменты инерции стержней постоянного сечения, поделенные на 10000. Далее в таблицах 1 и 2 по подпрограмме 1 определяются величины m , v и w (поделенные на 4E).

Для стойки 12—22, имеющей ступенчато-переменное сечение, величины m , v и w определяются с помощью особого расчета. Для получения этих величин можно воспользоваться известными таблицами и формулами [2], [19]. Нетрудно также произвести расчет стойки переменного сечения по методу сил. Мы подчеркиваем это обстоятельство, так как нередко инженер в поисках таблиц и формул тратит больше времени (особенно при необычной нагрузке или форме стержня), чем занимает расчет стойки по методу сил. Для рассматриваемой стойки 12—22 эпюры моментов от $M_{12}=1$ и $M_{22}=1$ в основной системе с шарнирами на концах даны на рис. 37. В соответствии с правилом знаков метода деформаций M_{12} и M_{22} считаются положительными, когда они действуют на стержень по часовой стрелке. Интегрируя (перемножая) эти эпюры, получим:

$$\delta_{12,12} = 0,0813; \quad \delta_{22,22} = 0,1783; \quad \delta_{12,22} = \delta_{22,12} = -0,0552.$$

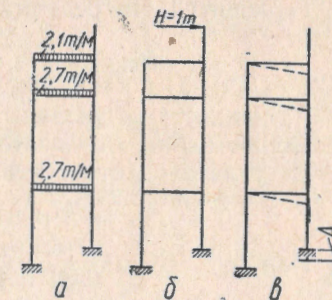


Рис. 36.

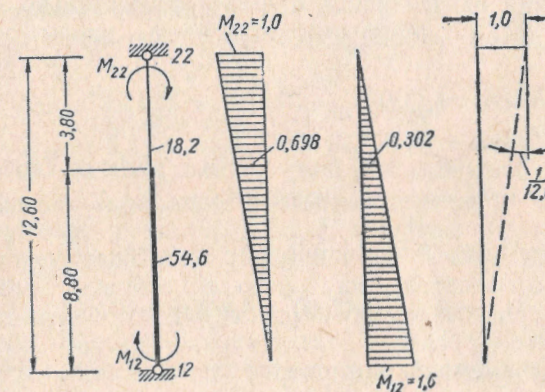


Рис. 37.

Система уравнений для определения моментов от угла поворота $x_{12}=1$ при условии, что $x_{22}=0$, имеет следующий вид:

$$M_{12}\delta_{12,12} + M_{22}\delta_{12,22} = 1;$$

$$M_{12}\delta_{22,12} + M_{22}\delta_{22,22} = 0.$$

Или в числах:

$$0,0813M_{12} - 0,0552M_{22} - 1,0 = 0;$$

$$-0,0552M_{12} + 0,1783M_{22} = 0;$$

Отсюда $M_{12} = 15,6; M_{22} = 4,84.$

Горизонтальные реакции опор

$$R_{12} = R_{22} = -\frac{15,6 + 4,84}{12,60} = -1,625$$

Размерности не указаны, поскольку величины EI принимались не абсолютными, а относительными.

От угла поворота $x_{22} = 1$ при условии, что $x_{12} = 0$, получим

$$M_{12}\delta_{12,12} + M_{22}\delta_{12,22} = 0;$$

Или $M_{12}\delta_{22,12} + M_{22}\delta_{22,22} = 1.$

$$0,0813M_{12} - 0,0552M_{22} = 0;$$

$$-0,0552M_{12} + 0,1783M_{22} - 1,0 = 0.$$

Отсюда

$$M_{12} = 4,84; M_{22} = 7,10.$$

Горизонтальные реакции опор

$$R_{12} = R_{22} = -\frac{4,84 + 7,10}{12,60} = -0,947.$$

От смещения одного конца стержня относительно другого на единицу (см. рис. 37) имеем свободные члены, равные углам перегиба

$$\delta_{12p} = \delta_{22p} = \frac{1}{l_{12,22}} = \frac{1}{12,6}.$$

Пользуясь результатами, полученными выше от свободных членов $\delta_{12p} = -1$ и $\delta_{22p} = -1$, найдем

$$M_{12} = -\frac{1}{12,6}(15,6 + 4,84) = -1,625;$$

$$M_{22} = -\frac{1}{12,6}(7,10 + 4,84) = -0,947.$$

Горизонтальные реакции опор

$$R_{12} = R_{22} = \frac{1,625 + 0,947}{12,60} = 0,204.$$

Между реакциями от единичных углов поворота и моментами от единичного смещения соблюдается взаимность.

Теперь мы имеем необходимые данные для определения приведенных жесткостей стержня 12—22.

Для стержня переменного сечения определяются вместо одной три жесткости m :

m_{12} — момент в защемлении 12 от угла поворота $x_{12} = 1$;

m_{22} — момент в защемлении 22 от угла поворота $x_{22} = 1$;

$m_{12,22}$ — момент в защемлении 12 от угла поворота $x_{22} = 1$, или момент в защемлении 22 от угла поворота $x_{12} = 1$ (по свойству взаимности эти моменты равны друг другу).

Далее определяются две жесткости v и одна жесткость w .

v_{12} и v_{22} — моменты в защемлении 12 и 22 от смещения второго яруса на $x_n = 1$;

$w_{12,22}$ — горизонтальные реакции опор 12 и 22 от смещения $x_n = 1$.

Так как в табл. 1 и 2 вычисляются относительные величины m , v и w (поделенные на $4E$), то соответствующие величины, полученные выше из расчета стержня 12—22, следует разделить на 4:

$$m_{12} = \frac{15,6}{4} = 3,900; m_{12,22} = \frac{4,84}{4} = 1,210;$$

$$m_{22} = \frac{7,10}{4} = 1,775; v_{12} = -\frac{1,625}{4} = -0,406;$$

$$v_{22} = -\frac{0,947}{4} = -0,2366; w_{12,22} = \frac{0,204}{4} = 0,051.$$

Величины m записываем на схеме рамы в круглых скобках (см. приложение 2), величины v — в прямых скобках и величины w — в двойных прямых скобках.

Величины жесткостей узлов определяются по подпрограмме 1. Например:

$$R_{12} = 2,1744 + 7,1842 - 3,9000 = 13,2586;$$

$$R_{22} = 5,3125 + 1,7750 + 3,7917 = 10,8792.$$

Для выполнения вычислений по типовой программе III необходимо подготовить бланки таблиц Г, Д, Е и бланки в виде схем рамы по числу загрузок (см. приложение 2). Бланк табл. Г для данного примера нетрудно получить из обобщенного бланка (см. стр. 65), предусмотрев для каждого из уровней $a, b, c, \dots$ столько граф и строк, сколько имеется узлов в этих уровнях, и столько граф и строк, обозначенных римскими цифрами, сколько имеется ярусов в раме. В рассматриваемом случае табл. Г имеет графы 11, 12, 21, 22, 31, 32, 1, II, III и строки 11, 12, 21, 22, 31, 32, I, II, III, I', II', III'. Кроме того, в табл. Г имеются графы для свободных членов по числу загрузок, в данном случае графы 1_a, 2_a, 3_a.

В табл. Д отсутствуют графы и строки, обозначенные римскими цифрами.

В табл. Е для каждого из загрузок 1_a, 2_a и 3_a предусмотрены строки 1°, 1, 2°, 2, 3°, 3, 4°, 4, 5° для выполнения последовательных приближений. Мы ограничиваемся 4 циклами последовательных приближений, и это вполне достаточно.

Запись коэффициентов, главных и побочных, в табл. Г производится по подпрограммам 2 и 3.

Для стержня 12—22 переменного сечения имеем

$$12.22 T_{\Gamma} = 22.12 T_{\Gamma} = m_{12,22} = 1,210;$$

$$12. II T_{\Gamma} = II.12 T_{\Gamma} = v_{12} = -0,4060;$$

$$22. II T_{\Gamma} = II.22 T_{\Gamma} = v_{22} = -0,2366.$$

Для яруса II.

$$II. II T_{\Gamma} = w_{11,21} + w_{12,22} = 0,03675 + 0,0510 = 0,08775.$$

Определяем моменты защемления от внешней нагрузки и записываем их на стержнях соответствующей схемы рамы.

Загружение 1_a.

$$M_{11,12}^p = M_{21,22}^p = \frac{-2,7 \times 8,0^2}{12} = -14,400 \text{ тм};$$

$$M_{12,11}^p = M_{22,21}^p = 14,400 \text{ тм};$$

$$M_{31,32}^p = -\frac{2,1 \times 8,0^2}{12} = -11,2 \text{ тм};$$

$$M_{32,31}^p = 11,2 \text{ тм}.$$

Загружение 2_a.

$$M_{32,42}^p = -1,00 \times 4,60 = -4,600 \text{ тм}.$$

Моменты считаются положительными, когда они действуют на стержень по часовой стрелке и на узел против часовой стрелки. Так как консольный момент $M_{32,42}^p$ действует на узел по часовой стрелке, то он отрицателен. Остальные моменты защемления от загрузки 2_a равны нулю.

Загружение 3_a (осадка опоры 02 на $\Delta = 0,01$ м).

Моменты защемления в ригелях от осадки опоры 02 определяем по формуле

$$M_{ik}^p = M_{ki}^p = -\frac{6EI_{ik}}{l_{ik}^2} \Delta. \quad (7.3)$$

В данном случае следует брать не относительные, а абсолютные величины EI .

Для рассматриваемого примера имеем следующие данные:

$$E = 2,1 \times 10^7 \text{ т/м}^2 \text{ (для стали);}$$

$$I_{11,12} = 0,00174 \text{ м}^4;$$

$$I_{21,22} = 0,00425 \text{ »};$$

$$I_{31,32} = 0,00063 \text{ »};$$

$$l = 8,0 \text{ м}; \quad \Delta = 0,01 \text{ м}.$$

Подставляя эти величины в формулу (7.3), получим

$$M_{11,12}^p = M_{12,11}^p = -34,256 \text{ тм};$$

$$M_{21,22}^p = M_{22,21}^p = -83,272 \text{ тм};$$

$$M_{31,32}^p = M_{32,31}^p = -12,403 \text{ тм}.$$

Определяем также реакции ярусов r_{Ip} , r_{IIp} , r_{IIIp} , равные суммам вышележащих горизонтальных сил.

Для загрузки 2_a

$$r_{Ip} = r_{IIp} = r_{IIIp} = -1,000.$$

Для загрузок 1_a и 3_a реакции ярусов равны нулю.

Запись свободных членов в табл. Г производится по подпрограмме 4. Для рассматриваемого примера имеем:

$$11.1_a = 21.1_a = -14,400; \quad 12.1_a = 22.1_a = 14,400;$$

$$31.1_a = -11,200; \quad 32.1_a = 11,200;$$

$$32.2_a = -4,6; \quad 1.2_a = II.2_a = III.2_a = -1,0;$$

$$11.3_a = 12.3_a = -34,256; \quad 21.3_a = 22.3_a = -83,272;$$

$$31.3_a = 32.3_a = -12,403.$$

Далее расчет выполняется по типовой программе III подпрограммы 4, 5, 6, Д/Е, Е и 7 (см. гл. 4).

Полученные значения углов поворота узлов записываются на схеме рамы в верхних частях узловых кружков (см. схемы для загрузок 1_a, 2_a, 3_a в приложении 2), а справа — величины линейных смещений x_I , x_{II} , x_{III} . Определение моментов на концах стержней постоянного сечения выполняется на схемах по подпрограмме 8.

Для стержня 12—22 переменного сечения вычисления производятся следующим образом.

$$M'_{12,22} = x_{12} \times m_{12}; \quad M'_{22,12} = x_{22} \times m_{22};$$

$$M''_{12,22} = x_{22} \times m_{12,22}; \quad M''_{22,12} = x_{12} \times m_{12,22};$$

$$M''_{12,22} = x_{II} \times v_{12}; \quad M''_{22,12} = x_{II} \times v_{22}.$$

Например, для загрузки 2_a

$$M'_{12,22} = 1,412 \times 3,90 = 5,506;$$

$$M'_{22,12} = 0,5009 \times 1,775 = 0,8891;$$

$$M''_{12,22} = 0,5009 \times 1,21 = 0,6061;$$

$$M''_{22,12} = 1,412 \times 1,21 = 1,7085;$$

$$M''_{12,22} = -23,9678 \times 0,4060 = -9,7309;$$

$$M''_{22,12} = -23,9678 \times 0,2366 = -5,6708.$$

Суммируя величины моментов, записанные в узлах, получаем суммарные величины моментов на концах стержней.

Проверка. Сумма моментов в узлах равна нулю (погрешность в третьем знаке).

Эпюры моментов от загрузок 1_a, 2_a, 3_a даны на рис. 38.

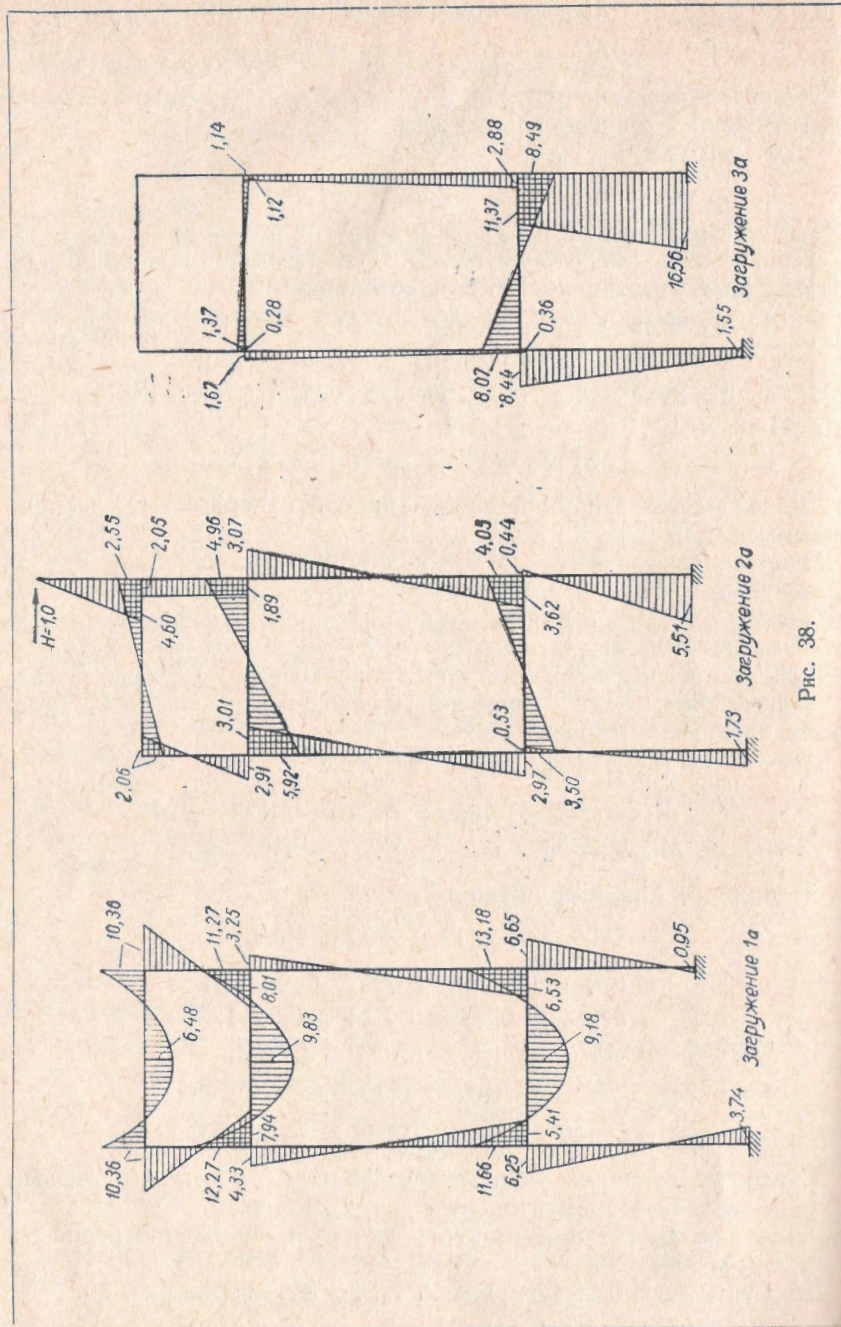


Рис. 38.

Проверяем равновесие ярусов. Сумма поперечных сил в стойках яруса должна быть равна сумме вышележащих горизонтальных сил.

Загрузка 1_а

$$\sum_I Q = -\frac{6,25 + 3,74}{10,0} + \frac{6,65 + 0,95}{7,60} = 0,00;$$

$$\sum_{II} Q = -\frac{5,41 + 4,33}{12,6} + \frac{6,53 + 3,25}{12,6} = 0,00;$$

$$\sum_{III} Q = -\frac{7,94 + 10,36}{4,80} + \frac{8,01 + 10,36}{4,80} = 0,01.$$

Загрузка 2_а

$$\sum_I Q = \frac{1,73 + 0,53}{10,0} + \frac{5,51 + 0,44}{7,60} = 1,01;$$

$$\sum_{II} Q = \frac{2,97 + 3,01}{12,6} + \frac{3,62 + 3,07}{12,6} = 1,00;$$

$$\sum_{III} Q = \frac{2,91 + 2,06}{4,80} + \frac{1,89 - 2,05}{4,80} = 1,00.$$

Загрузка 3_а

$$\sum_I Q = -\frac{8,44 - 1,55}{10,0} + \frac{16,56 - 11,37}{7,6} = 0,00;$$

$$\sum_{II} Q = -\frac{1,67 - 0,36}{12,6} + \frac{2,88 - 1,12}{12,6} = 0,04.$$

Невязки весьма малы.

Ввиду малой жесткости ригеля первого яруса сравнительно с жесткостями стоек нулевые точки эпюры моментов в первом ярусе для загрузки 2_а находятся очень близко к ригелю, большие моменты возникают в более жесткой правой стойке.

Эпюра моментов от осадки опоры (загрузка 3_а) имеет несколько необычный вид: моменты главным образом возникают в стойках и ригеле первого яруса, во втором ярусе они малы по величине, а в третьем — практически равны нулю. Представляет интерес определение абсолютных величин линейных смещений. Для этого относительные величины смещений ярусов x_I , x_{II} , x_{III} , полученные из расчета, следует разделить на величину $4EI_0$, которая принималась в табл. 1 и 2 равной единице. Принимая размерности в метрах и тоннах, получим

$$I_0 = 10^{-4} \text{ м}^4; \quad E = 2,1 \times 10^7 \text{ т/м}^2;$$

$$4EI_0 = 4 \times 2,1 \times 10^7 \times 10^{-4} = 8100 \text{ тм}^2.$$

Отсюда

$$x_I = \frac{31.3943}{8100} = 0,00388 \text{ м};$$

$$x_{II} = \frac{112.60}{8100} = 0,0134 \text{ м};$$

$$x_{III} = \frac{49.71}{8100} = 0,0059 \text{ м}.$$

Если в некотором масштабе отложить на чертеже осадку опоры и линейные смещения ярусов, то получим деформированную схему рамы, изображенную на рис. 39 — стойки и ригели второго и третьего ярусов, поворачиваясь, почти не изгибаются.

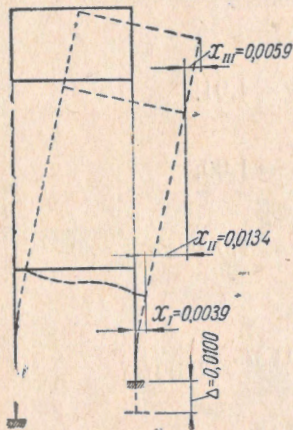


Рис. 39.

Из рассмотренного примера видно, что преобразованная система уравнений, записанная в табл. Д (см. приложение 2), весьма благоприятна для решения ее методом последовательных приближений, так как главные коэффициенты значительно больше суммы побочных коэффициентов*.

В исходной табл. Г соотношения между коэффициентами уравнений I, II, III совсем другие — главный коэффициент намного меньше суммы побочных коэффициентов. Например, в уравнении II главный коэффициент равен 0,08775, а сумма побочных коэффициентов равна — 0,2325—0,4060—0,2325—0,2366 = — 1,1078, то есть в 13 раз больше.

Известны способы, которые дают возможность обойти это затруднение для частных случаев, когда жесткости ригелей больше жесткостей стоек [14], [15], или, наоборот, когда жесткости стоек больше жесткостей ригелей [23]. Но нам кажется, что более действенно преобразование по программе 6, которое дает возможность получить систему уравнений табл. Д, для которой процесс весьма быстро сходится независимо от соотношения жесткостей элементов.

ПРИМЕР 4. РАСЧЕТ ВАНТОВОГО МОСТА ЧЕРЕЗ ГАВАНЬ В КИЕВЕ

При проектировании моста через гавань в г. Киеве, в Мостовом отделе ГПИ Укрпроектстальконструкция инженерами В. И. Кире-

* Дополнительной проверкой правильности составления системы Д является взаимность побочных коэффициентов.

енко, А. С. Гольдштейном, М. Л. Ингельским и др. были разработаны несколько вариантов предварительно напряженного железобетонного пролетного строения со стальными вантами из высокопрочных тросов.

На рис. 40 представлены три схемы моста. В радиальной схеме (рис. 40, а), стальные ванты, подкрепляющие балку жесткости,

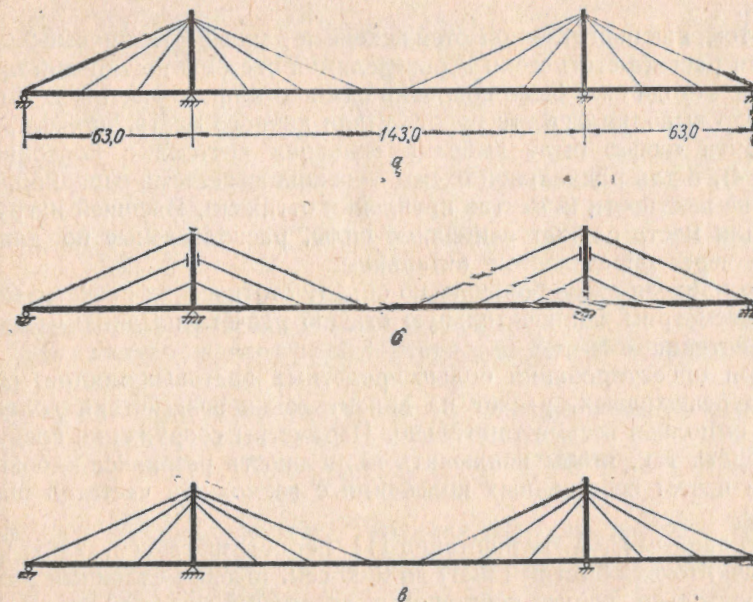


Рис. 40.

сходятся на пилоне в одной точке. Эта схема ближе всего по работе к ферме и поэтому моменты в балке жесткости и пилоне получаются минимальными. Однако возникают определенные конструктивные трудности по осуществлению крепления вантов к пилону в верхнем узле. В схеме, названной «арфа» (рис. 40, б), ванты расположены параллельно: первый и третий ярусы оттяжек свободно перекатываются по пилону и передают на него только вертикальное давление, средние оттяжки неподвижно прикреплены к пилону. Схема «арфа» требует несколько большей затраты материала на балку жесткости, в которой возникают большие моменты, но более проста по конструкции.

По указанным двум схемам в последние годы осуществлены большие мосты в Кельне (радиальная схема) и Дюссельдорфе (арфа), подробно освещенные в зарубежной периодике [24].

Смешанная схема моста, изображенная на рис. 40 в, близка к

радиальной, но для упрощения конструкции верхнего узла оттяжки несколько раздвинуты.

Все три схемы моста рассчитывались на машиносчетной станции по типовой программе II метода сил, причем варьировались также опорные закрепления, длины панелей и т. п. Необходимо указать, что выполнение точных расчетов в таком большом объеме с проработкой вариантов, было бы немислимо без применения механизации.

О том, как подготавливаются исходные данные и табличные бланки для расчета статически неопределимой системы по типовой программе метода сил, было подробно сказано в примерах 1 и 2. Аналогично выполнялась эта работа и для данного моста, причем для варианта «арфа» была выбрана основная система с консолями (рис. 4), а для радиальной схемы — основная система с шарнирами в балке жесткости (в местах крепления оттяжек). Внешней нагрузкой для моста служат единичные силы, располагаемые по длине моста через определенные интервалы.

Не приводя здесь больших по объему статических расчетов моста, рассмотрим заключительную стадию расчета на динамические воздействия.

При проектировании большепролетных вантовых мостов, особенно пешеходных, расчет на динамические воздействия должен быть выполнен весьма тщательно. Параметры сооружения следует подобрать так, чтобы исключить возможность резонанса — совпадения частот собственных колебаний с возможной частотой шага толпы.

По данным С. А. Бернштейна [1] период шага составляет от 0,42 сек. (очень быстрый шаг) до 0,60 сек. (очень медленный шаг). Следовательно, период собственных колебаний моста должен быть значительно больше 0,6 сек.

Кроме того, горизонтальная жесткость балки должна быть подобрана так, чтобы частоты свободных колебаний в горизонтальной и вертикальной плоскостях не совпадали и явление параметрического резонанса исключалось.

Поскольку определение частоты собственных колебаний моста не входит в типовую программу метода сил, рассмотренную на стр. 23 потребовалось составить особую дополнительную программу. Для составления этой программы был использован обобщенный метод последовательных приближений проф. К. С. Завриева, изложенный в известной его книге «Динамика сооружений» [8], стр. 98. Согласно этому методу частота собственных колебаний моста определяется по формуле

$$n = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \sqrt{\frac{f_i^{(n)}}{f_i^{(n+1)}}}, \quad (7.4)$$

где $g = 9,81$ м/сек² — ускорение силы тяжести;

$f_i^{(n)}$ — прогибы точек приложения грузов Q_i от сил инерции $P_i^{(n)}$ (n -го приближения);

$f_i^{(n+1)}$ — прогибы точек приложения грузов Q_i от сил инерции $P_i^{(n+1)}$ ($n + 1$ -го приближения).

Силы инерции (вернее силы, им пропорциональные) в свою очередь определяются по формулам

$$\begin{aligned} P_i^{(n)} &= Q_i \times f_i^{(n-1)}; \\ P_i^{(n+1)} &= Q_i \times f_i^{(n)}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Так как $\frac{\sqrt{g}}{2\pi} \approx 0,5$, формулу (7.4) можно представить в таком виде

$$n = 0,5 \sqrt{\frac{f_i^{(n)}}{f_i^{(n+1)}}}. \quad (7.6)$$

При решении задачи методом последовательных приближений принимается следующий порядок расчета.

1. В качестве первого приближения для прогибов принимается $f_i^{(1)} = 1$.
2. Первые приближения для сил P_i^1 определяются по формуле (7.5)

$$P_i^{(1)} = Q_i \times 1,0 = Q_i.$$

3. Вторые приближения $f_i^{(2)}$ вычисляются для прогибов от сил $P_i^{(1)}$ посредством умножения этих сил на найденные ранее ординаты линий влияния прогибов.

4. Вторые приближения для сил определяются по формуле (7.5)

$$P_i^{(2)} = Q_i \times f_i^{(2)}.$$

5. Третьи приближения для прогибов от сил $P_i^{(2)}$ вычисляются путем умножения этих сил на ординаты линий влияния прогибов.

6. Третьи приближения для сил определяются по формуле (7.5)

$$P_i^{(3)} = Q_i \times f_i^{(3)} \text{ и т. д.}$$

По мере вычисления статических прогибов второго, третьего, четвертого и последующих приближений определяются их отношения

$$\frac{f_i^{(1)}}{f_i^{(2)}}; \frac{f_i^{(2)}}{f_i^{(3)}}; \frac{f_i^{(3)}}{f_i^{(4)}}; \frac{f_i^{(4)}}{f_i^{(5)}}$$

и т. д. до тех пор, пока предыдущее и последующее отношения $\frac{f_i^{(n-1)}}{f_i^{(n)}}$ и

БЛАНК ТАБЛИЦЫ 8
(к примеру 4)

Q_i	$f_i^{(1)}$	$P_i^{(1)}$	$f_i^{(2)}$	$\frac{f_i^{(1)}}{f_i^{(2)}}$	$P_i^{(2)}$	$f_i^{(3)}$	$\frac{f_i^{(2)}}{f_i^{(3)}}$	$P_i^{(3)}$	$f_i^{(4)}$	$\frac{f_i^{(3)}}{f_i^{(4)}}$	$P_i^{(4)}$	$f_i^{(5)}$	$\frac{f_i^{(4)}}{f_i^{(5)}}$	$P_i^{(5)}$	$f_i^{(6)}$	$\frac{f_i^{(5)}}{f_i^{(6)}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1_a																
2_a																
3_a																
...																
n_a																
S																

Примечание. Бланк табл. 7 ординат линий влияния прогибов см. гл. 3.

$\frac{f_i^{(n)}}{f_i^{(n+1)}}$ не станут достаточно близки по величине. Кроме того, отношения $\frac{f_i^{(n)}}{f_i^{(n+1)}}$ для всех точек i системы должны быть одинаковыми, т. е. кривые колебаний в n -ом и $n+1$ -ом приближениях должны быть подобны.

Вычисления выполняются в табличном бланке 8 (см. выше) по программе, которую включаем в набор стандартных подпрограмм типовой программы II.

Подпрограмма 10 для вычисления основной частоты
собственных колебаний системы со многими
степенями свободы

$$\left| \text{гр } 1 \times \text{гр } 2 \right|_{1_a}^{n_a} T_8 = \text{гр } 3 T_8;$$

$$\sum \left| \text{гр } 3 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = S \cdot 3 T_8.$$

Проверка $\sum \left| \text{гр } 1 \times \text{гр } 2 \right|_{1_a}^{n_a} T_8 = S \cdot 3 T_8;$

$$\sum \left| \text{гр } 1_a T_7 \times \text{гр } 3 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = 1_a \cdot 4 T_8;$$

$$\sum \left| \text{гр } 2_a T_7 \times \text{гр } 3 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = 2_a \cdot 4 T_8;$$

$$\sum \left| \text{гр } 3_a T_7 \times \text{гр } 3 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = 3_a \cdot 4 T_8.$$

.....

$$\sum \left| \text{гр } n_a T_7 \times \text{гр } 3 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = n_a \cdot 4 T_8;$$

$$\sum \left| \text{гр } S T_7 \times \text{гр } 3 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = S \cdot 4 T_8.$$

Проверка

$$\sum \left| \text{гр } 4 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = S \cdot 4 T_8;$$

$$\left| \text{гр } 2 : \text{гр } 4 \right|_{1_a}^{n_a} T_8 = \text{гр } 5 T_8;$$

$$\sum \left| \text{гр } 5 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = S \cdot 5 T_8;$$

$$\left| \text{гр } 1 \times \text{гр } 4 \right|_{1_a}^{n_a} T_8 = \text{гр } 6 T_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 6 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 6 \text{ Т}_8.$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 5 \text{ Т}_8 \times \text{гр } 6 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 3 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 1_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 6 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 1_a \cdot 7 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 2_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 6 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 2_a \cdot 7 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 3_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 6 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 3_a \cdot 7 \text{ Т}_8;$$

.....

$$\Sigma \left| \text{гр } n_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 6 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = n_a \cdot 7 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } S \text{ Т}_7 \times \text{гр } 6 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 7 \text{ Т}_8.$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 7 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 7 \text{ Т}_8;$$

$$\left| \text{гр } 4 : \text{гр } 7 \right|_{1a}^{n_a} \text{ Т}_8 = \text{гр } 8 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 8 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 8 \text{ Т}_8;$$

$$\left| \text{гр } 1 \times \text{гр } 7 \right|_{1a}^{n_a} \text{ Т}_8 = \text{гр } 9 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 9 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 9 \text{ Т}_8.$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 8 \text{ Т}_8 \times \text{гр } 9 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 6 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 1_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 9 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 1_a \cdot 10 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 2_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 9 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 2_a \cdot 10 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 3_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 9 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 3_a \cdot 10 \text{ Т}_8;$$

.....

$$\Sigma \left| \text{гр } n_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 9 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = n_a \cdot 10 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } S \text{ Т}_7 \times \text{гр } 9 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 10 \text{ Т}_8;$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 10 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 10 \text{ Т}_8;$$

$$\left| \text{гр } 7 : \text{гр } 10 \right|_{1a}^{n_a} \text{ Т}_8 = \text{гр } 11 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 11 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 11 \text{ Т}_8;$$

$$\left| \text{гр } 1 \times \text{гр } 10 \right|_{1a}^{n_a} \text{ Т}_8 = \text{гр } 12 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 12 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 12 \text{ Т}_8.$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 11 \text{ Т}_8 \times \text{гр } 12 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 9 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 1_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 12 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 1_a \cdot 13 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 2_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 12 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 2_a \cdot 13 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 3_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 12 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 3_a \cdot 13 \text{ Т}_8;$$

.....

$$\Sigma \left| \text{гр } n_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 12 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = n_a \cdot 13 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } S \text{ Т}_7 \times \text{гр } 12 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 13 \text{ Т}_8.$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 13 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 13 \text{ Т}_8;$$

$$\left| \text{гр } 10 : \text{гр } 13 \right|_{1a}^{n_a} = \text{гр } 14 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 14 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 14 \text{ Т}_8;$$

$$\left| \text{гр } 1 \times \text{гр } 13 \right|_{1a}^{n_a} \text{ Т}_8 = \text{гр } 15 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 15 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 15 \text{ Т}_8.$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 14 \text{ Т}_8 \times \text{гр } 15 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = S \cdot 12 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 1_a \text{ Т}_7 \times \text{гр } 15 \text{ Т}_8 \right|_{1a}^{n_a} = 1_a \cdot 16 \text{ Т}_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 2_a T_7 \times \text{гр } 15 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = 2_a \cdot 16 T_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } 3_a T_7 \times \text{гр } 15 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = 3_a \cdot 16 T_8;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Sigma \left| \text{гр } n_a T_7 \times \text{гр } 15 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = n_a \cdot 16 T_8;$$

$$\Sigma \left| \text{гр } S T_7 \times \text{гр } 15 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = S \cdot 16 T_8.$$

Проверка

$$\Sigma \left| \text{гр } 16 T_8 \right|_{1_a}^{n_a} = S \cdot 16 T_8;$$

$$\left| \text{гр } 13 : \text{гр } 16 \right|_{1_a}^{n_a} T_8 = \text{гр } 17 T_8.$$

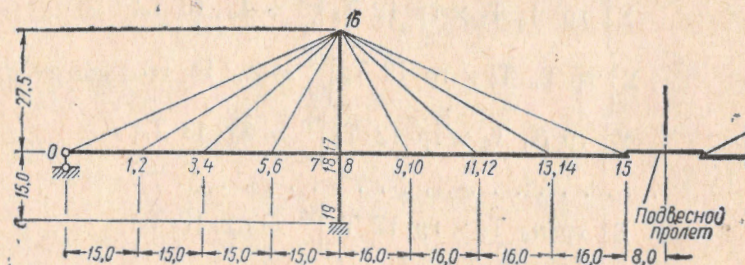


Рис. 41.

Процесс продолжается до тех пор, пока отношения $f_i^{(n)} : f_i^{(n+1)}$ для всех точек системы не станут приблизительно одинаковы.

Рассмотрим определение по приведенной программе частоты и периода собственных колебаний для варианта моста, представленного на рис. 41. В этом варианте (проектное предложение инж. М. Л. Ингельского) принято большее число оттяжек, чем в других вариантах, узел пересечения пилона и балки жесткости сделан рамным и предусмотрена подвесная панель по середине моста, погашающая температурные деформации (одна из опор подвесной панели является подвижной). Основная система принята по рис. 42 с шарнирами в узлах. В данной задаче имеется девять неизвестных — моментов в шарнирах.

В результате расчета указанного варианта моста по типовой программе II на действие единичных сил, располагаемых в узлах ($P_{1a} = 1, P_{2a} = 1, \dots, P_{7a} = 1$), получаем ординаты линий влияния нормальных сил (табл. 5), изгибающих моментов (табл. 6) и прогибов (табл. 7).

В приложении 3 помещены в числовом виде табл. 7 и 8, с помощью которых определяется частота собственных колебаний моста

Мост разбивается на участки, веса которых прикладываются в виде сосредоточенных сил (рис. 43, а).

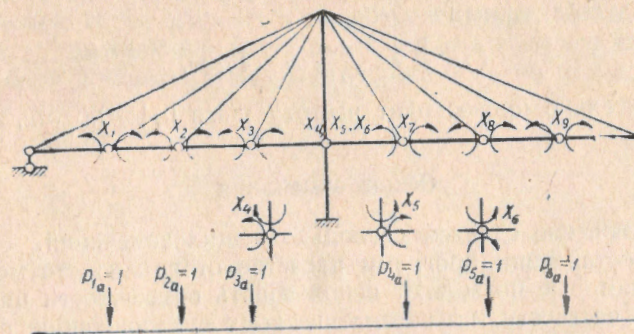


Рис. 42.

Веса участков записываем в гр. 1 табл. 8. Основная форма колебаний моста имеет вид, изображенный на рис 43, б. В соответствии с направлением прогибов принимаем в качестве первого, грубого приближения для прогибов $f_{1a} = f_{2a} = f_{3a} = -1$ (прогибы направлены вверх) и $f_{4a} = f_{5a} = f_{6a} = f_{7a} = +1$ (прогибы направлены вниз).

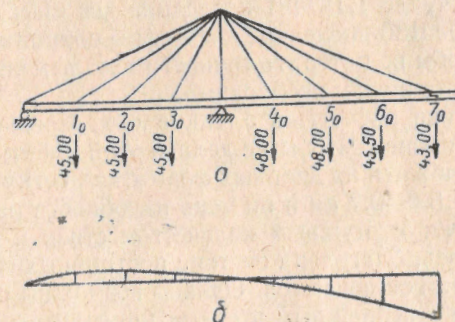


Рис. 43.

Эти величины записываем в графу 2 табл. 8.

Далее вычисления выполнялись по подпрограмме 10 до пятого приближения.

Надо сказать, что для данной задачи достаточную точность дает третье приближение.

Определяем по формуле (7.6) частоту собственных колебаний вантового моста

$$n = 0,5 \sqrt{\frac{f_t^{(5)}}{f_t^{(6)}}} = 0,5 \sqrt{2,05} = 0,716 \text{ гц.}$$

Период собственных колебаний

$$t = \frac{1}{n} = \frac{1}{0,716} = 1,4 \text{ сек.}$$

что значительно превосходит частоту шага 0,4—0,6 сек.

Общие замечания

В заключение сделаем несколько общих замечаний.

При составлении программ расчетов отбирались те методы и приемы, которые позволяют использовать возможности цифровых машин, в частности, по автоматическому суммированию произведений. При выполнении вычислений на логарифмической линейке более удобны другие приемы, рассмотренные нами в работах [16], [17]. Каждое из средств вычислительной техники требует своих форм организации вычислительного процесса.

При передаче оператору расчетных бланков для заполнения их по типовой программе необходимо указать, с какой точностью следует производить вычисления в той или иной таблице. В некоторых случаях обуславливается также количество значащих цифр в числах. Так, например, указание — производить вычисления с точностью до 0,0001 при количестве значащих цифр не менее трех — означает, что в числе 1,127421 последние две цифры отбрасываются, а в числе 0,000136 последние две цифры сохраняются. Делается это для того, чтобы не потерять точности в малых числах в тех случаях, когда эта точность необходима.

При подготовке расчетных бланков определенное время занимает их вычерчивание. Чтобы не делать этой работы, рекомендуется заранее размножить на двойных форматках сетку таблицы с размером ячейки $1,8 \times 0,7 \text{ см}$ и по мере надобности размечать на них табличные бланки с нужным количеством строк и граф.

Как отмечалось, благодаря системе построчных проверок ошибки в вычислениях исключаются. Однако возможны ошибки другого рода, связанные с небрежным чтением программы. Так, если перед программой стоит знак минус, а оператор во всех вычислениях не принимает знак во внимание и записывает в таблицу положительные числа вместо отрицательных, то все проверки будут сходиться, хотя результаты будут неправильными. Чтобы избежать подобных, хотя и редких, ошибок, следует требовать от операторов внимательного чтения программы.

* Размеры ячеек во всех таблицах должны быть строго одинаковы.

Исходными данными для расчета сооружения по типовым программам I и II метода сил являются усилия в основной статически определимой системе, которые вычисляются непосредственно инженером или под его наблюдением. Обычно расчет статически определимой системы (консоль, балка на двух опорах, ферма) элементарно прост. В тех относительно редких случаях, когда этот расчет требует трудоемкой вычислительной работы, для его выполнения может быть составлена отдельная программа по правилам, изложенным в книге.

Глава VIII

ЭСКИЗНЫЕ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦИФРОВЫХ МАШИН

Как известно, программирование для электронных цифровых машин в широком смысле этого слова представляет собой сложный процесс, для выполнения которого необходимо иметь специальные знания и опыт работы; программированием занимаются обычно математики-программисты.

Однако для составления качественной программы недостаточно быть специалистом в области программирования, необходимо также хорошо знать специфические особенности той или иной задачи, то есть быть специалистом тех областей знания, для которых составляются программы.

Чтобы преодолеть эту трудность, программы для электронных машин следует составлять в две стадии.

Первая стадия — эскизная программа — представляет собой принципиальную схему, костяк программы, учитывающий только главные особенности электронных цифровых машин, а именно:

а) ограниченный размер оперативной памяти машины. Алгоритм решения задачи должен быть переработан таким образом, чтобы все вычисляемые величины записывались в минимальное количество ячеек;

б) для машины с фиксированной запятой все вычисляемые числа должны быть меньше единицы, иначе будет выход из разряда и машина остановится. Поэтому алгоритмы выбираются так, чтобы с помощью определенного масштаба для исходных чисел можно было обеспечить невыход из разряда.

Для того чтобы учесть указанные особенности электронных цифровых машин, нужно хорошо знать задачу, понимать, какие числа являются необходимыми и какие можно стереть; вместе с тем для составления эскизной программы не требуется специальных знаний в области программирования, эскизная программа может быть составлена специалистом той области техники, для которой она предназначена.

Говоря инженерным языком, эскизная программа представляет собой как бы стадию проектного задания.

Эскизная программа, имеющая весьма компактную и обозримую форму, является заданием для математика-программиста, который

переводит ее на адресный язык применительно к данной машине. Этот перевод, представляющий вторую, рабочую, стадию программирования, облегчается тем, что эскизная программа также построена по адресному принципу.

Ограничимся рассмотрением двух эскизных программ: а) стандартной программы решения систем линейных уравнений, которая входит составной частью в более обширные программы расчета сооружений, и б) типовой программы расчета статически неопределимых стержневых систем любого вида.

Программа решения симметричных систем линейных уравнений

В основу программы положена переработанная компактная схема метода Гаусса (см. гл. II).

Исходной является треугольная матрица системы линейных уравнений (см. табл. 1). Числа, расположенные на главной диагонали, обозначим гр Д. Симметричные коэффициенты, расположенные ниже главной диагонали, не записываются. В графе $n + 1$ помещены свободные члены.

Прямой ход.

$$i, k - \sum \left| \frac{\text{гр } i \times \text{гр } k}{\text{гр } Д} \right|_1^{i-1} \rightarrow i, k.$$

Последовательно принимается:

первый этап

$$i = 2; k = 2, 3, 4, \dots, n;$$

$$i = 3; k = 3, 4, \dots, n;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$i = n; k = n;$$

второй этап

$$i = 2, 3, \dots, n; k = n + 1.$$

Первый этап прямого хода не зависит от свободных членов.

Обратный ход

$$-\sum \frac{|\text{стр } a \times \text{стр}(n-i)| + (n-i)(n+1)}{(n-i)(n-i)} \rightarrow a \cdot (n-i).$$

Последовательно принимается: $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$.

В начале в строке a записаны нули. В результате обратного хода в строке a получаем искомые величины неизвестных.

Если система должна быть решена на несколько комбинаций свободных членов, то последние засылаются во внешнюю память.

Программа построена таким образом, что сначала вызывается в графу $n + 1$ оперативной памяти первая группа свободных членов; затем, после выхода на печать результата и очистки графы $n + 1$, вызывается вторая группа свободных членов и т. д.

Таблица 1

	1	2	3	...	n	n + 1
1						
2						
3						
...						
n						
a						

При решении системы уравнений для второй и последующих групп свободных членов наиболее трудоемкий первый этап прямого хода не повторяется. В частном случае получения обратной матрицы в соответствующие ячейки графы $n+1$ поочередно помещаются единицы.

Комбинированная программа расчета статически неопределимых стержневых систем

Данная эскизная программа, в основу которой положен метод сил, состоит из трех стандартных подпрограмм: вычисления коэффициентов системы линейных уравнений, решения уравнений и определения усилий в статически неопределимой системе (моментов и нормальных сил). Соответствующая программа, составленная для электрических вычислительных машин (см. гл. II), была переработана таким образом, чтобы уменьшить количество ячеек, необходимых для записи вычисляемых величин. Исходные величины — усилия в статически определимой системе от $x_1 = 1, x_2 = 1, \dots, x_n = 1$ и внешней нагрузки записываются в графы 1, 2, 3, ..., n и $n+1$ табл. А (нормальные силы) и Б (изгибающие моменты). В графах α таблиц А и Б записаны соответственно величины $\frac{l}{EF}$ и $\frac{l}{6EJ}$.

Таблица А, Б

	1	2	3	...	n	$n+1$	α
1							
2							
3							
...							
$m-1$							
m							

Таблица В

	1	2	3	...	n	$n+1$
1						
2						
3						
...						
n						
a						

Подпрограмма 1. Вычисление перемещений — коэффициентов системы линейных уравнений и свободных членов (см. табл. В).

$$\sum |gr\ i \times (gr\ \kappa \times gr\ \alpha)| T_A + 2 \sum |gr\ i \times (gr\ \kappa \times gr\ \alpha)| T_B + \sum |gr\ i \times (gr\ \kappa \times gr\ \alpha)|_{diag} T_B \rightarrow i.\kappa T_B.$$

Последовательно принимается:

первый этап (не зависящий от нагрузки)

$$i = 1. \kappa = 1, 2, 3, \dots, n;$$

$$i = 2. \kappa = 2, 3, 4, \dots, n;$$

$$i = 3. \kappa = 3, 4, 5, \dots, n;$$

$$\dots$$

$$i = n, \kappa = n;$$

второй этап

$$i = 1, 2, 3, \dots, n; \kappa = n+1.$$

Подпрограмма 2. Решение системы линейных уравнений и получение неизвестных в строке a по стандартной программе, рассмотренной выше.

Подпрограмма 3. Определение расчетных величин нормальных сил и моментов в графах $n+1$ таблиц А и Б.

$$\sum |стр\ a \times стр\ i\ T_A| + i.(n+1) T_A \rightarrow i.(n+1) T_A;$$

$$\sum |стр\ a \times стр\ i\ T_B| + i.(n+1) T_B \rightarrow i.(n+1) T_B.$$

Последовательно принимается: $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Вывод на печать искоемых результатов — графы $n+1$ таблиц А и Б.

Если система должна быть рассчитана на несколько комбинаций загружений, либо должны быть построены линии влияния усилий, то величины моментов и нормальных сил от 1, 2, 3, ..., n комбинаций загрузки (либо от сил $P = 1$, помещаемых через определенные интервалы по длине сооружения), засылаются во внешнюю память.

Программа построена таким образом, что сначала вызывается в графы $n+1$, табл. А и Б первая группа чисел, соответствующая первой комбинации загрузки; затем, после вывода на печать результатов в графы $n+1$ табл. А, Б и В вызывается вторая группа чисел, соответствующая второй комбинации загрузки и т. д. При выполнении расчета для второй и последующих комбинаций загрузки первые, наиболее трудоемкие, этапы подпрограмм 1 и 2 не повторяются.

Анализ эскизных программ

Нетрудно убедиться, что рассмотренные эскизные программы хорошо приспособлены к машинам различных типов как с плавающей, так и с фиксированной запятой. Например, в программе решения систем уравнений вычисляемые числа записываются в те же ячейки i, κ треугольной матрицы, в которые ранее были записаны исходные данные — коэффициенты системы. Последние при этом автоматически стираются, поскольку для дальнейших вычислений они уже не нужны.

В обычно применяемых алгоритмах для решения систем уравнений на главной диагонали стоят единицы, а в других ячейках могут оказаться числа больше единицы. Так как эти числа получаются в результате деления уравнений на главные коэффициенты, то никакой общий масштаб не дает возможности сделать их меньше единицы.

Поэтому алгоритм для эскизной программы был переработан нами таким образом, чтобы исключить при прямом ходе деление на главные коэффициенты. Эта операция перенесена на заключительную стадию — обратный ход. Благодаря этому при решении уравнений на машинах с фиксированной запятой легко выбрать такой масштаб для коэффициентов системы, чтобы обеспечить невыход из разряда;

при этом масштаб для свободных членов лучше выбрать в сто раз меньшим, чем для коэффициентов. Обычно достаточно, чтобы числа в системе после умножения на масштабный коэффициент не превышали 0,01..., а свободные члены — 0,0001...

Указанные изменения алгоритма не усложняют, а наоборот, упрощают решение даже в том случае, когда можно не заботиться о масштабе, то есть при использовании машин с плавающей запятой.

По данной программе общее число m ячеек оперативной памяти, требуемых для записи полной матрицы симметричной системы уравнений, составляет

$$m = 0,5 n^2 + 2,5 n, \quad (8.1)$$

где n — порядок матрицы.

Сама программа решения уравнений занимает небольшое количество ячеек. Так, для электронной машины «Киев» эта программа заняла всего 121 ячейку.

В задачах строительной механики и прикладной теории упругости часто встречаются системы уравнений, расположенные диагональной полосой, для которых остаются незаполненными углы как в исходной, так и преобразованной матрице (полученной после прямого хода). В этих случаях для систем высоких порядков требуется значительно меньше ячеек, чем по формуле (8.1), что может быть учтено при составлении программ для электронных вычислительных машин.

Особенности перевода эскизных программ на язык электронных цифровых машин

Основная особенность перевода состоит в том, что память машины является линейной, а не матричной, как в эскизном программировании. Поэтому элементы графы (строки) помещаются в оперативную память в порядке номеров ячеек.

Матрица

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Номера ячеек в запоминающем устройстве

1	6	11	16	21
2	7	12	17	22
3	8	13	18	23
4	9	14	19	24
5	10	15	20	25

В соответствии с этим номером ячейки переводится с языка матриц на язык электронной машины по формуле:

$$i.k \rightarrow i + n \times (k - 1),$$

где n — порядок, матрицы;

i — номер строки,

k — номер графы.

В левой части равенства записан номер ячейки матрицы, в правой — номер соответствующей ячейки запоминающего устройства.

Например, для $i = 3$, $k = 4$ и $n = 5$ получим номер ячейки запоминающего устройства: $3.4 \rightarrow 3 + 5(4 - 1) = 18$.

Для записи малозаполненных матриц применяются специфические приемы, позволяющие значительно уменьшить количество необходимых ячеек оперативной памяти.

Номера ячеек в запоминающем устройстве

1	2	4	7	11
	3	5	8	12
		6	9	13
			10	14
				15

Для треугольных матриц (см. табл. В) формула перевода с языка матриц на язык запоминающего устройства другая, а именно:

$$i.k \rightarrow i + \sum_{m=0}^{k-1} m.$$

Например, для $i = 3$, $k = 4$ получим номер ячейки запоминающего устройства:

$$3.4 \rightarrow 3 + (0 + 1 + 2 + 3) = 9.$$

Строка	Г р а									
	1	2	3	4	5	α	1 _a	2 _a	3 _a	4 _a
1	52,30	22,65	1,00	—	75,95	0,86	—1,35	—	—0,40	—
2	22,40	22,65	1,00	—	46,05	0,86	—1,35	—	—0,40	—
3	22,40	22,85	1,00	—	46,25	1,21	—	—	—0,60	—
5	7,90	22,85	1,00	—	31,75	1,21	—	—	—0,60	—
6	7,90	23,30	1,00	—	32,20	3,16	—	—	—	—
8	—	23,30	1,00	—	24,30	3,16	—	—	—	—
9	—52,30	23,05	—1,00	25,60	—4,65	0,33	—	1,75	—	0,80
10	—32,40	23,05	—1,00	5,70	—4,65	0,33	—	1,75	—	0,80
11	—32,40	22,65	—1,00	5,70	—5,05	0,16	—	1,35	—	0,40
13	—26,70	22,65	—1,00	—	—5,05	0,16	—	1,35	—	0,40
13'	—26,70	22,65	—1,00	—	—5,05	0,12	—	1,35	—	0,40
14	—22,40	22,65	—1,00	—	—0,75	0,12	—	1,35	—	0,40
15	—22,40	22,85	—1,00	—	—0,55	1,21	—	—	—	0,60
17	—7,90	22,85	—1,00	—	13,95	1,21	—	—	—	0,60
18	—7,90	23,30	—1,00	—	14,40	3,16	—	—	—	—
20	—	23,30	—1,00	—	22,30	3,16	—	—	—	—
21	—	—	—	—25,60	—25,60	2,49	—	—	—	—
22	—	—	—	—5,70	—5,70	2,49	—	—	—	—
23	—	—	—	—5,70	—5,70	5,70	—	—	—	—
25	—	—	—	—	—	5,70	—	—	—	—
8'	—	23,30	1,00	—	24,30	0,87	—	—	—	—
26	—	12,00	1,00	—	13,00	0,87	—	—	—	—
26'	—	12,00	1,00	—	13,00	0,46	—	—	—	—
27	—	—	1,00	—	1,00	0,46	—	—	—	—
27'	—	—	1,00	—	1,00	0,46	—	—	—	—
28	—	—12,00	1,00	—	—11,00	0,46	—	—	—	—
28'	—	—12,00	1,00	—	—11,00	0,87	—	—	—	—
20'	—	—23,30	1,00	—	—22,30	0,87	—	—	—	—
S	—118,20	366,60	4,00	0,00	—	—	—2,70	8,90	—2,00	4,40

Таблица 2

ϕ_a	5_a	6_a	7_a	8_a	9_a	10_a	11_a	12_a	13_a	14_a
—	—	—45,95	—	—30,95	—	—	—	—	—253,35	—
—	—	—16,05	—	—1,05	—	—	—	—	—253,35	—
—	—	—16,05	—	—	—	—	—	—	—258,00	—
—	—	—1,55	—	—	—	—	—	—	—258,00	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—268,45	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—268,45	—
—1,60	—	—	—45,95	—	—30,95	—20,95	—	—	262,65	7,41
—1,60	—	—	—26,05	—	—11,05	—1,05	—	—	262,65	7,41
—	—	—	—26,05	—	—11,05	—	—	—	253,30	—
—	—	—	—20,35	—	—5,35	—	—	—	253,30	—
—	—	—	—20,35	—	—5,35	—	—	—	253,30	—
—	—	—	—16,05	—	—1,05	—	—	—	253,30	—
—	—	—	—16,05	—	—	—	—	—	258,00	—
—	—	—	—1,55	—	—	—	—	—	258,00	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	268,45	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	268,45	—
—	0,60	—	—	—	—	—	—	—20,95	—	—8,34
—	0,60	—	—	—	—	—	—	—1,05	—	—8,34
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—268,45	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—72,00	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—72,00	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—72,00	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—72,00	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—268,45	—
—3,20	1,20	—79,60	—171,40	—32,00	—64,80	—22,00	—22,00	206,9	—	—1,86

Таблица 4

Строка	Г р а ф а				
	1	2	3	4	S
1	44,98	19,48	0,86	—	65,32
2	19,26	19,48	0,86	—	39,60
3	27,10	27,65	1,21	—	55,96
5	9,56	27,65	1,21	—	38,42
6	24,96	73,63	3,16	—	101,75
8	—	73,63	3,16	—	76,79
9	—17,26	7,61	—0,33	8,45	— 1,53
10	—10,69	7,61	—0,33	1,88	— 1,53
11	— 5,18	3,62	—0,16	0,91	— 0,81
13	— 4,27	3,62	—0,16	—	— 0,81
13'	— 3,20	2,72	—0,12	—	— 0,60
14	— 2,69	2,72	—0,12	—	— 0,09
15	—27,10	27,64	—1,21	—	— 0,67
17	— 9,56	27,65	—1,21	—	16,88
18	—24,96	73,62	—3,16	—	45,50
20	—	73,63	—3,16	—	70,47
21	—	—	—	—63,74	—63,74
22	—	—	—	—14,19	—14,19
23	—	—	—	—32,49	—32,49
25	—	—	—	—	—
8'	—	20,27	0,87	—	21,14
26	—	10,44	0,87	—	11,31
26'	—	5,52	0,46	—	5,98
27	—	—	0,46	—	0,46
27'	—	—	0,46	—	0,46
28	—	— 5,52	0,46	—	— 5,06
28'	—	—10,44	0,87	—	— 9,57
20'	—	—20,27	0,87	—	—19,40

Таблица А

Строка	Г р а ф а				
	1	2	3	4	S ₁
1	16849,72	1390,01	692,31	—1461,02	17471,02
1'	—1,000	—0,082495	—0,041087	0,086709	—1,036873
2	1390,01	36356,82	33,18	776,48	38555,49
2'	—	—1,000	0,000660	—0,024750	—1,024090
3	692,31	33,18	77,22	—33,72	768,99
3'	—	—	—1,000	—0,551682	—1,551682
4	—1461,02	776,48	—33,72	5082,96	4364,70
4'	—	—	—	—1,000	—1,000
S ₁	17471,02	38555,49	768,99	4364,70	

Таблица Б

Строка	Г р а ф а				
	1	2	3	4	S ₁
1	1,0				
1'	16849,72	1390,01	692,31	—1461,02	17471,02
2		1,0			
2'		36242,15	—23,93	897,01	37115,23
3			1,0		
3'			48,76	26,90	75,66
4				1,0	
4'				4919,24	4919,24
S ₁					1,0

Таблица В₁

Строка	Г р а ф а										
	1	2	3	4	S	1 _a	2 _a	3 _a	4 _a	5 _a	6 _a
1	-0,9677	0,0340	8,5625	-0,2266	7,4022	-260,172	-208,865	-143,076	-151,476	134,160	—
2	0,0340	-0,2773	-0,1635	0,0510	-0,3558	-157,788	131,259	-146,292	151,266	-73,056	—
3	8,5625	-0,1635	-205,7049	1,1215	-196,1844	-6,966	-5,733	-6,420	-6,612	3,168	—
4	-0,2266	0,0510	1,1215	-2,0328	-1,0869	—	57,918	—	25,884	-49,584	-140,274
					S	-424,926	-25,421	-295,788	19,062	14,688	-140,274

Таблица В₁ (продолжение)

Строка	Г р а ф а									
	7 _a	8 _a	9 _a	10 _a	11 _a	12 _a	13 _a	14 _a		
1	-7531,199	5239,341	-3534,982	2185,874	1003,083	—	-179458,433	-621,329		
2	-5425,580	-4246,620	-1957,178	-1276,265	-513,663	—	-7999,211	338,341		
3	-238,542	185,238	-86,372	55,568	22,284	—	-18154,530	-14,672		
4	—	-1246,941	—	-741,141	-408,173	3132,942	8831,033	2179,445		
S	-13195,321	-68,982	-5578,532	224,035	403,532	3132,942	-196781,141	1881,785		

Таблица В₂

Строка	Г р а ф а				
	1	2	3	4	S
1 _a	0,018676	0,003605	0,076898	0,004310	-0,050307
2 _a	0,014437	-0,003960	-0,056561	-0,007014	-0,053098
3 _a	0,007851	0,03675	0,011946	0,001776	0,025248
4 _a	0,008924	-0,004469	0,006740	-0,001799	0,009396
5 _a	-0,009395	0,002177	0,045341	0,007022	0,045145
6 _a	0,003179	-0,000717	-0,015732	0,028515	0,015245
7 _a	0,506096	0,128745	-1,452955	0,116234	-0,701880
8 _a	-0,334584	0,126172	0,605337	0,133871	0,530796
9 _a	0,261470	0,043666	-1,218114	0,060434	-0,852544
10 _a	-0,151492	0,038127	0,666342	0,100851	0,653828
11 _a	-0,070485	0,015204	0,363119	0,060123	0,367961
12 _a	-0,070992	0,016009	0,351359	-0,636864	-0,340488
13 _a	1,594068	-0,046387	220,907482	0,194529	222,649692
14 _a	-0,000673	-0,600118	0,008690	-0,428878	-0,420979

Таблица 6

Строка	Графа					
	1а	2а	3а	4а	5а	6а
1	-0,368	0,609	0,106	0,373	-0,397	0,134
2	-0,927	0,177	-0,129	0,105	-0,116	0,039
3	0,424	0,176	-0,328	0,105	-0,115	0,039
5	0,153	-0,033	-0,442	-0,025	0,021	-0,007
6	0,155	-0,035	0,160	-0,027	0,022	-0,007
8	0,007	-0,149	0,088	-0,097	0,096	-0,032
9	-0,817	0,781	-0,292	0,177	-0,924	0,563
10	-0,445	1,208	-0,174	0,391	-1,251	0,059
11	-0,447	0,809	-0,173	-0,007	0,348	0,059
13	-0,340	0,931	-0,138	0,054	0,256	-0,085
13'	-0,340	0,931	-0,138	0,054	0,256	-0,085
14	-0,260	0,993	-0,105	0,092	0,214	-0,072
15	-0,259	-0,357	-0,104	0,291	0,216	-0,072
17	0,012	-0,148	0,010	0,421	0,079	-0,006
18	0,013	-0,150	0,012	-0,181	0,080	-0,026
20	0,161	-0,036	0,074	-0,111	0,005	-0,001
21	—	0,180	-0,045	0,006	-0,180	-0,130
22	—	0,040	-0,010	0,010	-0,040	0,438
23	—	0,040	-0,010	0,010	-0,040	-0,163
25	—	—	—	—	—	—
8'	0,007	-0,149	0,098	-0,097	0,096	-0,032
26	-0,034	-0,104	0,056	-0,047	0,071	-0,024
26'	-0,034	-0,104	0,056	-0,047	0,071	-0,024
27	-0,077	-0,057	0,012	0,007	0,045	-0,016
27'	-0,077	-0,057	0,012	0,007	0,045	-0,016
28	-0,120	-0,009	-0,032	0,000	0,019	-0,007
28'	-0,120	-0,009	-0,032	0,000	0,019	-0,007
29	-0,161	0,036	-0,074	0,111	-0,005	0,001
S	-3,894	5,514	-1,532	1,735	-1,110	0,548

7а	8а	9а	10а	11а	12а	13а	14а
-18,018	-14,036	-17,504	-6,393	-2,979	-2,999	49,876	-0,029
-3,250	-4,032	4,578	-1,864	-0,871	-0,877	2,213	-0,009
-3,225	-4,006	4,587	-1,856	-0,868	-0,873	-2,446	-0,009
3,937	0,845	1,845	0,341	0,154	0,156	-25,560	0,001
3,996	0,902	1,865	0,358	0,161	0,163	-36,031	0,001
1,547	3,545	-0,201	1,555	0,717	0,724	-48,624	0,006
-19,073	-22,721	-9,903	-20,233	-15,739	-12,573	-37,716	-3,546
-11,314	-12,143	-5,903	-5,354	1,564	-1,312	-9,865	4,975
-11,366	-12,194	-5,920	-5,370	1,558	-1,318	-19,197	-2,434
-9,144	-9,164	-4,774	-1,108	1,863	1,907	-11,219	0,006
-9,144	-9,164	-4,774	-1,108	1,863	1,907	-11,219	0,006
-6,968	-6,303	-3,650	2,542	1,560	1,602	-4,365	0,003
-6,942	-6,278	-3,641	2,548	1,563	1,606	0,326	0,003
0,397	3,371	0,150	1,402	0,541	0,576	23,440	-0,006
0,455	3,428	0,170	1,419	0,548	0,583	33,869	-0,006
4,453	2,334	2,236	0,222	-0,009	0,022	46,462	-0,012
-2,976	-3,427	-1,547	-2,582	-1,539	-4,646	-4,980	2,639
-0,663	-0,763	-0,344	-0,575	-0,343	2,580	-1,109	-5,895
-0,663	-0,763	-0,344	-0,575	-0,343	2,580	-1,109	2,445
—	—	—	—	—	—	—	—
1,547	3,545	0,201	1,555	0,717	0,724	-48,624	0,006
0,092	2,119	-0,694	1,124	0,546	0,543	148,350	0,008
0,092	2,119	-0,694	1,124	0,546	0,543	148,350	0,008
-1,453	0,606	-1,218	0,665	0,363	0,351	220,909	0,009
-1,453	0,606	-1,218	0,666	0,363	0,351	220,909	0,009
-2,998	-0,909	-1,742	0,209	0,181	0,159	149,464	0,010
-2,998	-0,909	-1,742	0,209	0,181	0,159	149,464	0,010
-4,453	-2,334	-2,236	-0,222	0,009	-0,022	-46,462	0,012
-99,585	-57,654	-52,819	-26,300	-11,419	-7,384	885,107	-1,789

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица 1

№ стержня	Строка	I	l	m
		Г р а ф а		
		1	2	3
11—12	1	17,4	8,0	2,1744
21—22	2	42,5	8,0	5,3125
31—32	3	6,3	8,0	0,7875
	S	66,2	24,0	8,2744

Таблица 2

№ стержня	Строка	I	l	m	v	w
		Г р а ф а				
		1	2	3	4	5
01—11	1	24,5	10,0	2,450	—0,3675	0,0735
02—12	2	54,6	7,6	7,1842	—1,4171	0,3729
11—21	3	24,5	12,6	1,9444	—0,2315	0,03675
21—31	4	18,2	4,8	3,7917	—1,1848	0,4935
22—32	5	18,2	4,8	3,7917	—1,1848	0,4935
	S	140,0	39,8	19,1620	—4,3857	1,4701

Таблица Г

Строка	Г р а ф а													
	a		b		c		1a	2a	3a	S _a	I	II	III	
	11	12	21	22	31	32								
a	11	6,5688	1,0872	0,9722			-14,400	-	-34,256	-40,0278	-0,3675	-0,2325		
	12	1,0872	13,2586		1,2100		14,400		-34,256	-4,8002	-1,4171	-0,4060		
b	21	0,9722		11,0486	2,6552	1,8958	-14,400		-83,272	-81,0992		-0,2325	-1,1848	
	22		1,2100	2,6552	10,8792		14,400		-83,272	-52,2308		-0,2363	-1,1848	
c	31			1,8958		4,5792	-11,200		-12,403	-16,7348			-1,1848	
	32				1,8958	4,5792	11,200	-4,6	-12,403	1,0657			-1,1848	
I		-0,3675	-1,4171					-1,0		-2,7846	0,4464			
II		-0,2325	-0,4060	-0,2325	-0,2366			-1,0		-2,1076		0,08775		
III				-1,1848	-1,1848	-1,1848		-1,0		-5,7392			0,9870	
I'		0,8233	3,1745					2,2401		6,2379	-1,000			
II'		0,6496	4,6268	2,6496	2,6962			11,3940		24,0182		-1,000		
III'				1,2004	1,2004	1,2004		1,0132		5,8148			-1,000	
S		1,4729	7,8013	3,8500	3,8956	1,2004		14,6473						

Таблица Д

Строка	Графа									
	a		b			c				S ₁
	11	12	21	22	31	32	2a	1a	3a	
a	11	5,6502	-1,1552	0,3562	-0,6229			-14,4000	-34,2560	-47,9045
	12	-1,1552	6,8815	-1,0757	0,1153			14,4000	-34,2560	-22,8913
b	21	0,3562	-1,0757	9,0103	0,6071	0,4736	-1,4222	-14,4000	-83,2720	-93,5728
	22	-0,6269	0,1153	0,6071	8,8190	0,4736		14,4000	-83,2720	-64,8029
c	31			0,4736	-1,4222	3,1570	-1,0285	-11,2000	-12,4030	-23,6237
	32			-1,4222	0,4736	-1,0285	3,1570	11,2000	-12,4030	-5,8237

Таблица Е

Строка	Графа									
	a		b			c				S ₁
	11	12	21	22	31	32	2 _a	1 _a	3 _a	
a	11	-1,0000	0,2045	-0,0630	0,1110			2,5486	6,0628	8,4784
	12	0,1679	-1,0000	0,1563	-0,0168			-2,0926	4,9780	3,3265
b	21	-0,0395	0,1194	-1,0000	-0,0674	0,1578	0,4273	1,5982	9,2419	10,3851
	22	0,0711	-0,0131	-0,0688	-1,0000	-0,1613	0,4419	-1,6328	9,4423	7,3481
c	31	Л		-0,1500	0,4505	-1,0000	0,3802	3,5477	3,9287	7,4830
	32			0,4505	-0,1500	0,3258	1,8373	-3,5477	3,9287	1,8447
S	0,1995	0,3108	0,3250	0,3273	0,4245	0,4299	4,8349	-0,4214	37,5824	38,8658
1°	2,5486	-2,0926	1,5982	-1,6328	3,5477	-3,5477				0,4214
1	2,5486	-1,6647	1,2988	-1,5191	2,6685	-1,8653				1,4668
2°	-0,5909	0,2285	-0,3323	0,5306	-0,6077					-0,7718
2	-0,5909	0,1293	-0,2935	0,5071	-0,3352	-0,3175				-0,9008
3°	0,1012	-0,0544	-0,0666	-0,0370	-0,1034					-0,1602
3	0,1012	-0,0374	-0,0751	-0,0241	-0,1030	-0,0638				-0,2022
4°	-0,0056	-0,0113	-0,0030	-0,0132	-0,0208					-0,0539
4	-0,0056	-0,0122	-0,0042	-0,0131	-0,0261	-0,0084				-0,0696
5°	-0,0037	-0,0004	-0,0009	-0,0038	-0,0027					-0,0097
S ₁	2,0496	-1,5854	0,9269	-1,0530	2,2015	-2,2550				0,2845

Графа

Строка	Графа											
	a			b			c		1 _a	2 _a	3 _a	S ₁
	11	12		21	22		31	32				
1°	0,6146	1,1396		0,4273	0,4419		0,3802	1,8373				4,8349
1	0,6146	1,2368		0,5507	0,4315		0,4920	2,1810				5,5066
2°	0,2661	0,788		0,2892	—	0,0378	0,7106					1,3069
2	0,2661	0,1235		0,2934	—	0,0407	0,6483	0,3495				1,6401
3°	0,0023	0,0465		0,0238	0,0858		0,1139					0,2723
3	0,0023	0,0469		0,0293	0,0833		0,1470	0,0486				0,3574
4°	0,0170	0,0032	—	0,0057	0,0211		0,0158					0,0514
4	0,0170	0,0061	—	0,0056	0,0226		0,0268	0,0028				0,0697
5°	0,0041	—	0,013	—	0,0025		0,0009					0,0054
S ₂	0,9041	1,4120		0,8653	0,5009		1,3150	2,5819				7,5792
1°	6,0628	4,9780		9,2419	9,4423		3,9287	3,9287				37,5824
1	6,0628	5,9959		9,7183	9,1262		6,5823	9,0824				46,5679
2°	1,6269	1,3657		0,4719	0,5740		2,9590					6,9975
2	1,6269	1,6389		0,6033	0,6267		3,1509	1,2043				8,8510
3°	0,3667	0,0838	—	0,0179	0,4436		0,3924					1,2686
3	0,3667	0,1454	—	0,0150	0,4688		0,6058	0,1203				1,6920
4°	0,0827	—	0,0102	—	0,0445		0,0913	0,0392				1,1585
4	0,0827	0,0037	—	0,0473	0,1004		0,0915	—	0,0066			0,2244
5°	0,0149	—	0,0091	—	0,0126		0,0151	—	0,0022			0,0061
S ₃	8,1540	7,7748		10,2467	10,3372		10,4283	10,4004				57,3414

2_a

3_a

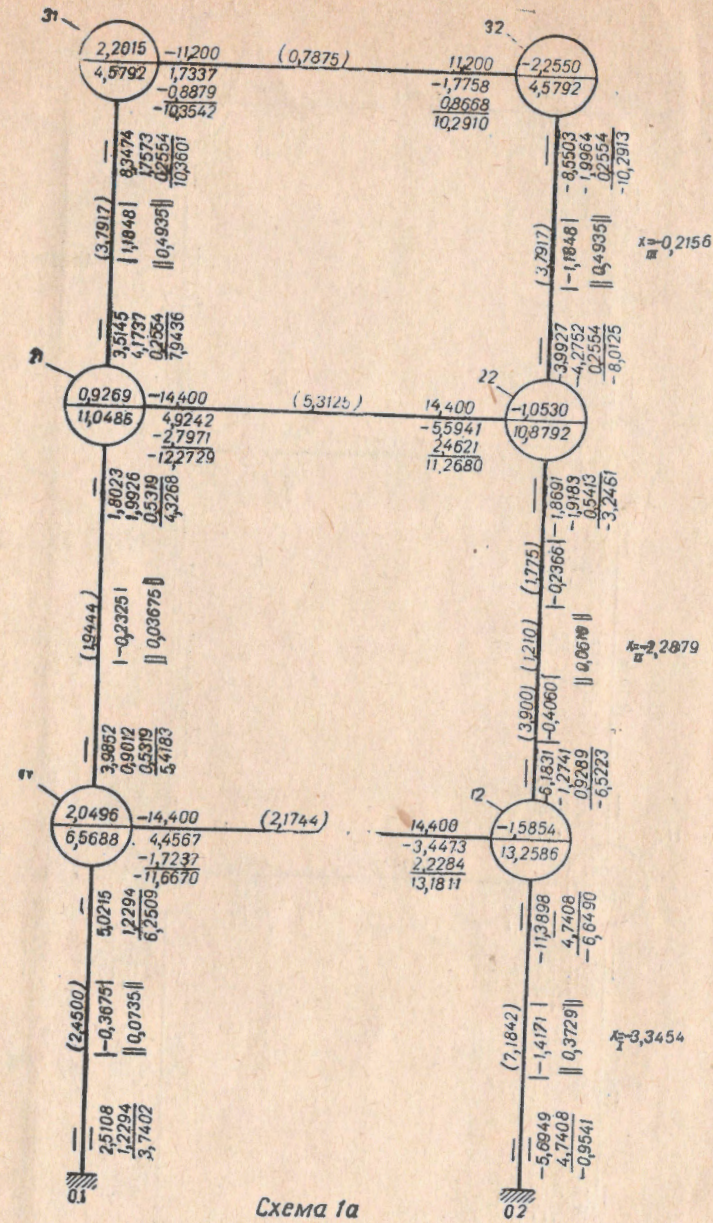


Схема 1а

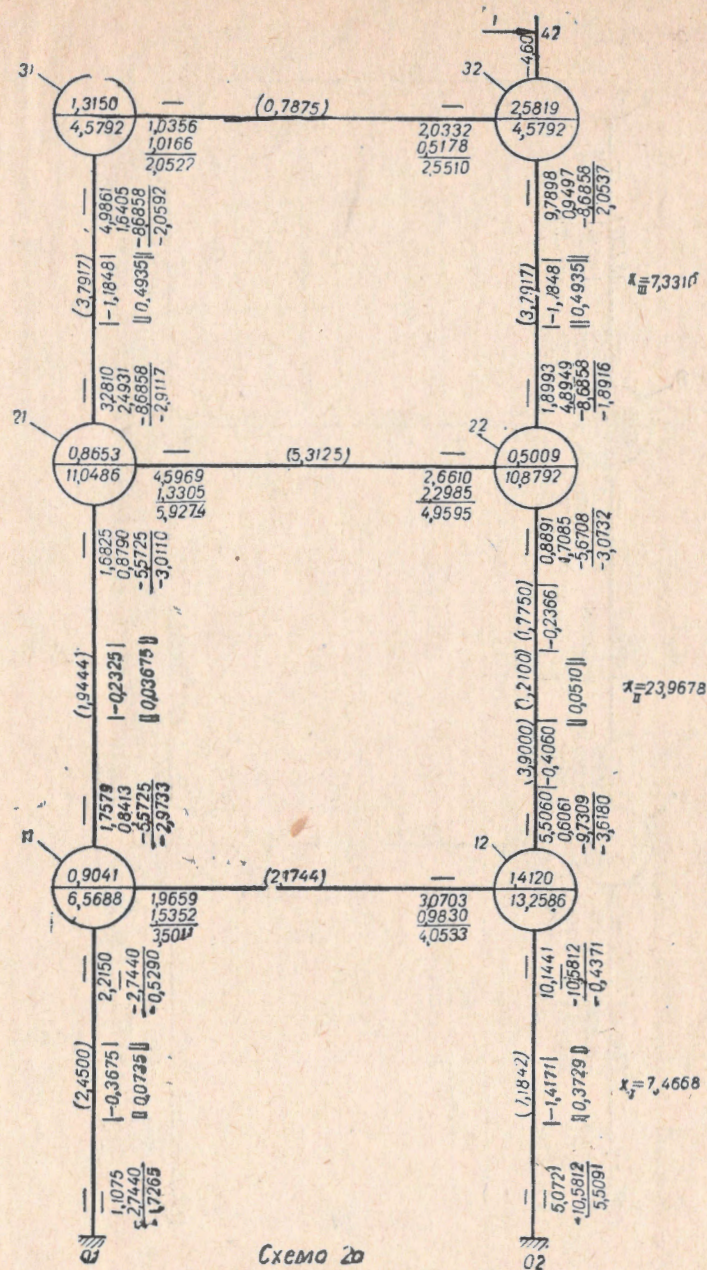


Схема 2а

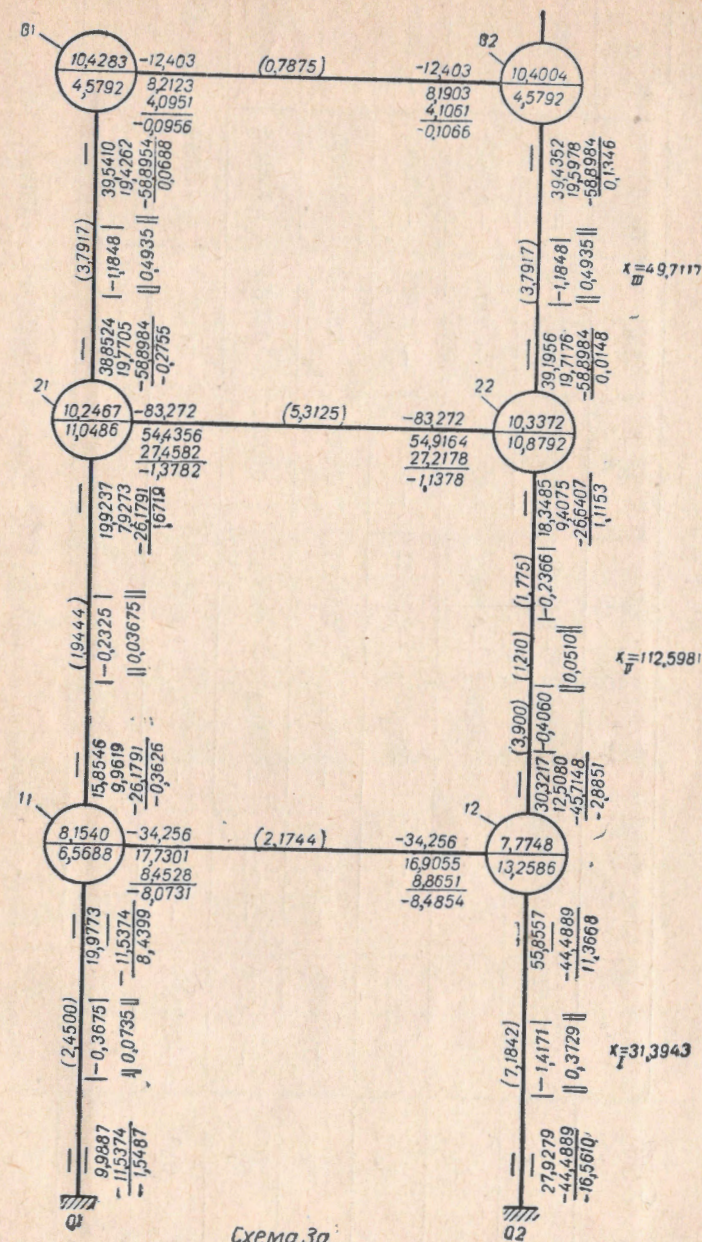


Схема 3а

Строка	Г р а ф а							
	1 _a	2 _a	3 _a	4 _a	5 _a	6 _a	7 _a	S
1 _a	0,00164	0,00106	0,00032	-0,00026	-0,00057	-0,00086	-0 00115	0,00018
2 _a	0,00106	0,00143	0,00059	-0,00031	-0,00060	-0,00091	-0,00122	0,00004
3 _a	0,00032	0,00059	0,00070	-0,00022	-0,00032	-0,00046	-0,00062	-0,00001
4 _a	-0,00026	-0,00031	-0,00022	0,00078	0,00066	0,00056	0,00073	0,00194
5 _a	-0,00057	-0,00060	-0,00032	0,00066	0,00172	0,00171	0,00146	0,00406
6 _a	-0,00086	-0,00091	-0,00046	0,00056	0,00171	0,00339	0,00356	0,00699
7 _a	-0,00115	-0,00122	-0,00062	0,00073	0,00146	0,00356	0,00775	0,01051
S	0,00018	0,00004	-0,00001	0,00194	0,00406	0,00699	0,01051	

17.
балок.

18.

механизации инженерных расчетов на машинах
Строительная механика и расчет сооружений, № 3, М., 1961

Таблица 8

Строка	Г р а ф а																
	Q_i	$f_i^{(1)}$	$P_i^{(1)}$	$f_i^{(2)}$	$f_i^{(1)} : f_i^{(2)}$	$P_i^{(2)}$	$f_i^{(3)}$	$f_i^{(2)} : f_i^{(3)}$	$P_i^{(3)}$	$f_i^{(4)}$	$f_i^{(3)} : f_i^{(4)}$	$P_i^{(4)}$	$f_i^{(5)}$	$f_i^{(4)} : f_i^{(5)}$	$P_i^{(5)}$	$f_i^{(6)}$	$f_i^{(5)} : f_i^{(6)}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1 _a	45,00	—1,00	—45,00	—0,26432	3,78329	—11,89440	—0,10216	2,58731	—4,59720	—0,04674	2,18571	—2,10330	—0,02248	2,07918	—1,01160	—0,01094	2,05484
2 _a	45,00	—1,00	—45,00	—0,27615	3,62122	—12,42675	—0,10587	2,60839	—4,76415	—0,04856	2,18019	—2,18520	—0,02338	2,07699	—1,05210	—0,01138	2,05448
3 _a	45,00	—1,00	—45,00	—0,14596	6,85119	—6,56820	—0,05279	2,76492	—2,37555	—0,02422	2,17960	—1,08990	—0,01167	2,07541	—0,52515	—0,00568	2,05458
4 _a	48,00	1,00	48,00	0,16154	6,19012	7,75392	0,06087	2,65385	2,92176	0,02827	2,15317	1,35696	0,01366	2,06955	0,65568	0,00666	2,05105
5 _a	48,00	1,00	48,00	0,32188	3,10675	15,45024	0,13436	2,39565	6,44928	0,06298	2,13338	3,02304	0,03047	2,06695	1,46256	0,01485	2,05185
6 _a	45,50	1,00	45,50	0,51664	1,93558	23,50712	0,24751	2,08735	11,26171	0,11988	2,06465	5,45454	0,05843	2,05169	2,65857	0,02853	2,04802
7 _a	43,00	1,00	43,00	0,73490	1,36073	31,60070	0,38972	1,88571	16,75796	0,19409	2,00793	8,34587	0,09526	2,03748	4,09618	0,04660	2,04421
S	319,50		49,00	1,04853	26,84918	47,42263	0,57164	16,98318	25,65381	0,28570	14,90463	12,80201	0,14029	14,45725	6,28414	0,06864	14,35909

17. П. М. Сосис, Б. П. Хакало, Расчет неразрезных и перекрестных балок. Госстройиздат УССР, К., 1958.

18. П. М. Сосис. Опыт механизации инженерных расчетов на машиносчетной станции. Строительная механика и расчет сооружений, № 3, М., 1960.

S	
0,00018	
0,00004	
-0,00001	
0,00194	
0,00406	
0,00699	
0,01051	

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Бернштейн, Исследование работы поперечных металлических мостов под динамической нагрузкой. Сборник Института транспортного строительства, вып. 143, М., 1931.
2. Д. В. Бычков, Формулы и графики для расчета рам. Издание 2-е, исправленное и дополненное, Госстройиздат, М., 1950.
3. В. З. Власов, Общая теория оболочек. Госиздат технико-теоретической литературы, М., 1949.
4. И. О. Губерман, Упрощенная схема решения систем линейных алгебраических уравнений по способу Гаусса. Институт строительной механики АН УССР. Информационные материалы, № 10, К., 1957.
5. М. І. Длугач, Основні положення розрахунку циліндричних оболонок, з прямокутними отворами методом скінченних різниць. Прикладна механіка вип. 3, К., 1960.
6. А. А. Дыховичный, С. А. Король, Статические расчеты с помощью вычислительных машин. Промышленное строительство и инженерные сооружения, № 1, К., 1959.
7. Б. Н. Жемочкин, Расчет рам. Госстройиздат, М., 1933.
8. К. С. Завриев, Динамика сооружений. Государственное транспортное железнодорожное издательство, М., 1946.
9. А. И. Китов, Н. А. Крицкий, Электронные цифровые машины и программирование, Физматгиздат, М., 1959.
10. Механизация инженерно-технических расчетов при проектировании сооружений. Сборник статей. Госстройиздат, М., 1959.
11. Г. Е. Пухов, Статьи в сборнике «Электрическое моделирование балок и рам». Издание Таганрогского радиотехнического института, 1956.
12. И. М. Рабинович, Курс строительной механики стержневых систем. ч. II, Госстройиздат, М., 1954.
13. Р. А. Резников, К решению задач строительной механики на электронных вычислительных машинах. Строительная механика и расчет сооружений, № 4, М., 1959.
14. С. А. Ривкин, Приближенный метод расчета свободных рам. Новое в строительной технике, Строительные конструкции, вып. VII. Госстройиздат, К., 1955.
15. С. А. Рогинский, Расчет рам. Машгиз, М., 1948.
16. П. М. Сосис, Расчет рам способом перераспределения начальных значений неизвестных. Издание 2-е дополненное. Гостехиздат УССР, К., 1959.
17. П. М. Сосис, Б. П. Хакало, Расчет неразрезных и перекрестных балок. Госстройиздат УССР, К., 1958.
18. П. М. Сосис, Опыт механизации инженерных расчетов на машиносчетной станции. Строительная механика и расчет сооружений, № 3, М., 1960.

19. Стальные конструкции одноэтажных промышленных зданий. Руководство по проектированию. Госстройиздат, М., 1952.

20. А. А. Уманский, Специальный курс строительной механики, ч. I. ОНТИ, 1935, ч. II, Стройиздат, М., 1940.

21. В. Н. Шапшмелашвили, О некоторых методах расчета пологих оболочек. Труды Института строительного дела АН Грузинской ССР, т. V, 1955.

22. В. Н. Шапшмелашвили. Расчет вспарушенной плиты методом конечных разностей. Труды научных корреспондентов Института строительного дела АН СССР, т. II, 1958.

23. М. Тодоров, Интерационный способ расчета многоярусных рам с ускоренной сходимостью. Bautechnik 1960, 37, № 1 (на немецком языке).

24. Nordbrücke Dusseldorf. Stahlbau 1958 № 1, 3, 4, 6. Le pont «Nordbrücke» à Dusseldorf, L'acier 1958, № 9, 11.

Die Neue Seilverspannte Balkenbrücken mit einem Driek — Pylon in Köln. Brücke und Straßen, 1959 № 12.

A-shaped Tower Supports Rhine Bridge. Engineering News Record, 1960, № 4.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава I	
Система обозначений. Простейшие программы	7
Обозначения элементов таблиц	7
Простейшие программы	8
Глава II	
Типовая программа I расчета стержневых статически неопределимых систем методом сил	16
Составление программы расчета	16
Типовая программа I	23
Глава III	
Типовая программа II расчета стержневых статически неопределимых систем методом сил (вариант с использованием чисел влияния)	35
Составление программы расчета	35
Типовая программа II	38
Глава IV	
Типовая программа III расчета многоэтажных, многопролетных рам методом деформаций	47
Составление программы расчета	47
Типовая программа III	58
Глава V	
Программа IV расчета пологих оболочек	72
Составление программы расчета	72
Типовая программа IV	82
Глава VI	
Стандартные блоки и сокращенная запись типовых программ	90
Стандартные блоки	90
Сокращенная запись типовых программ	93
Глава VII	
Подготовка исходных данных и табличных бланков для расчета сооружений по типовым программам	95
Пример 1. Расчет одноэтажной рамы промышленного здания	95
Пример 2. Расчет комбинированной системы	102
Пример 3. Расчет этажерки в поперечнике ТЭЦ	109
Пример 4. Расчет вантового моста через гавань в Киеве	118
Глава VIII	
Эскизные программы для электронных цифровых машин	130
Приложение 1	136
Приложение 2	144
Приложение 3	152
Литература	153

Петр Моисеевич Сосис

**МЕХАНИЗАЦИЯ РАСЧЕТОВ СООРУЖЕНИЙ
ПО ТИПОВЫМ ПРОГРАММАМ**

Редактор Б. И. Сланько
Технический редактор Е. Е. Зеленкова
Корректоры Э. А. Миролюбова, А. А. Луковская

БФ 23696. Подписано к печати 3.X 1961 г. Бумага $60 \times 92 \frac{1}{16} = 4,875$ бумажных,
9,75 физ. и усл. печатных + 2 вклейки, 7,2 уч.-изд. листов.

Тираж 6000. Цена 38 коп. Зак. 232/862.
Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре УССР
Киев, Владимирская, 24

Отпечатано в типографии Госстройиздата УССР, Киев, Выборгская, 84
с матриц книжно-журнальной фабрики Главполиграфиздата Министерства
культуры УССР. Киев, ул. Воровского, 24.