

624.04
С

П.М. Сосис
Б.П. Хакало

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ И ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК

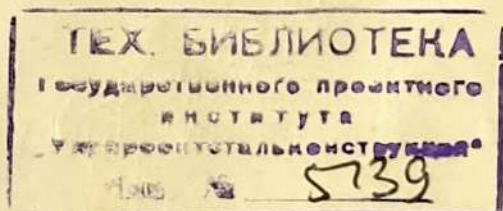
ГОССТРОЙИЗДАТ СССР

КИЕВ — 1958

624.01

1980
83
П. М. СОСИС, Б. П. ХАКАЛО

92
РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ
И ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛИТЕРАТУРЫ
ПО СТРОИТЕЛЬСТВУ И АРХИТЕКТУРЕ УССР
КИЕВ—1958

624.012

В книге рассмотрены разнообразные инженерные сооружения, статическая схема которых приводится к неразрезным балкам на жестких или упруго оседающих опорах, а также системам перекрестных балок.

Книга представляет собой практическое руководство по расчету различных инженерных конструкций и сооружений. Предлагаемая методика расчета, в основу которой положен способ последовательного перераспределения начальных значений неизвестных, проста и дает удовлетворительную точность результатов.

Книга иллюстрирована большим количеством примеров из практики проектирования и рассчитана на инженеров-строителей, проектировщиков, а также студентов строительных институтов.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В книге рассматриваются вопросы расчета разнообразных инженерных сооружений, статическая схема которых приводится к неразрезным балкам на жестких или упругих опорах и балочным ростверкам, а именно: неразрезные неравнопролетные балки перекрытий в промышленных и гражданских зданиях, неразрезные железобетонные и металлические мосты, перекрестные системы в перекрытиях (балочный ростверк), специальные сооружения, газгольдеры и резервуары каркасного типа и др.

Некоторые из этих задач, например расчет неразрезных железобетонных и металлических мостов, нашли отражение в прикладной отечественной и зарубежной литературе тридцатых годов и требуют коррективов.

Расчеты конструкций на упругих опорах и перекрестных системах рассмотрены лишь в теоретических работах. Прикладных работ в этой области, которые могли бы служить руководством при проектировании, в настоящее время почти не имеется.

Такое положение нередко приводит к тому, что инженер-проектировщик, не имея практических пособий для расчета перечисленных систем, прибегает к неоправданным упрощениям, и, не будучи уверен в правильности результатов, допускает излишние запасы прочности, приводящие к удорожанию строительства.

Настоящая работа предназначена в качестве практического руководства по расчету неразрезных и перекрестных балок на жестких и упругих опорах. Предлагаемый в работе метод перераспределения начальных моментов сводит расчет к ряду простых арифметических операций, выполняемых в определенной последовательности на схеме балки и в специальной таблице. Как указывает название метода, механизм расчета заключается в вычислении по готовым формулам начальных значений моментов, их перераспределении и получении, таким образом, расчетных величин опорных моментов*.

Решение задачи можно производить двумя способами:

а) способом последовательных приближений, когда результат

* Для расчета рам указанная идея имеет другую форму — форму перераспределения начальных деформаций [11], соответствующую основной системе с добавленными фиктивными закреплениями. Применение этой основной системы для расчета неразрезных балок на жестких и, особенно, на упругих опорах нецелесообразно.

может быть получен с любой заданной степенью точности, но теоретически является все же приближенным, поскольку не охватывает всей суммы ряда бесконечно убывающих поправок;

б) точным способом, при котором замкнутое, строгое решение получается в результате суммирования определенного, конечного ряда цифр.

Расчет неразрезных балок на жестких опорах можно производить как тем, так и другим способом, но более целесообразно, особенно при нескольких комбинациях загружений, применять точное решение.

Расчет неразрезных балок на упругих опорах проще производится способом последовательных приближений, однако его применение ограничено.

При значительной податливости опор неразрезной балки следует пользоваться точным решением, поскольку в этих случаях процесс последовательных приближений сходится слишком медленно.

Настоящая книга состоит из четырех глав.

В первой главе даны краткие сведения по теории расчета рассматриваемых систем и выводы расчетных формул.

Во второй главе приведены примеры расчета неравнопролетных неразрезных балок на жестких опорах постоянного сечения и с вутами, которые не могут быть рассчитаны по существующим таблицам. В частности, приведен пример статического расчета пролетного строения моста им. Е. О. Патона в Киеве.

В третьей главе рассмотрены примеры сооружений, расчетная схема которых соответствует неразрезной балке на упругих опорах (наплавной мост и каркас мокрого двустенчатого газгольдера).

Особенность предлагаемого метода (как приближенного, так и точного варианта) состоит в том, что трудоемкость расчета возрастает в линейной степени от количества неизвестных, что наиболее существенно для систем с большой степенью статической неопределимости.

Вместе с тем, накопление погрешностей происходит медленно, что дает возможность даже в сложных примерах использовать для вычислений логарифмическую линейку.

Четвертая глава книги посвящена расчету перекрестных балок, называемых иначе балочными ростверками.

В этой главе изложены два способа расчета балочных ростверков — точный и приближенный.

В приложении к работе помещены вспомогательные таблицы и некоторые другие материалы справочного характера, на которые в соответствующих местах даны ссылки.

Излагаемый в настоящей книге метод расчета неразрезных балок на жестких опорах разработан П. М. Сосисом, метод расчета неразрезных балок на упругих опорах, а также балочных ростверков — Б. П. Хакало.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО ТЕОРИИ РАСЧЕТА

§ 1. ОСНОВНАЯ СИСТЕМА. СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МОМЕНТОВ. ИДЕЯ МЕТОДА ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ МОМЕНТОВ

Приступая к расчету статически неопределимой системы, необходимо прежде всего выбрать основную (изученную) систему, для решения которой имеются готовые формулы.

Для неразрезной балки на жестких или упругих опорах (рис. 1, а) основную систему удобно принять статически определимой, с отброшенными связями, что характерно для метода сил.

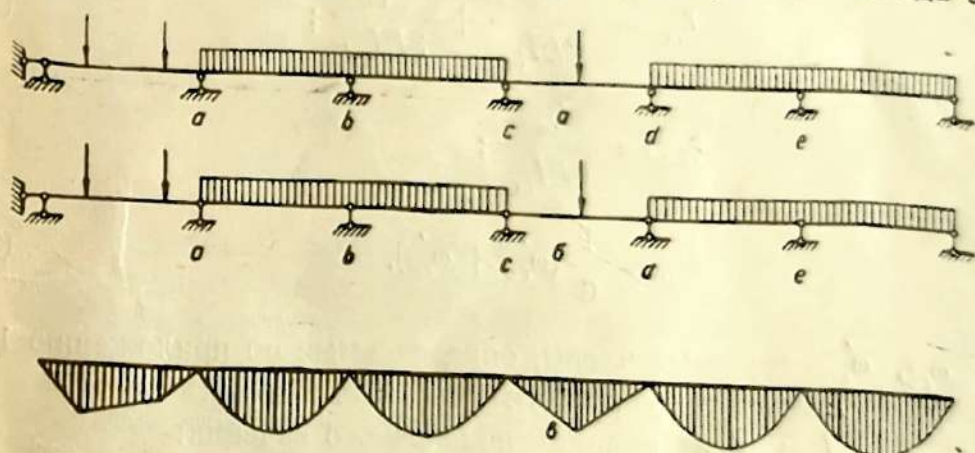


Рис. 1.

Рассмотрим неразрезную балку на жестких опорах. Разрезая сечения балки над опорами (включая шарниры), получаем основную систему, состоящую из простейших однопролетных балок (рис. 1, б). Для основной системы нетрудно построить эпюры моментов (рис. 1, в), а также найти перемещения по направлению отброшенных связей. Для неразрезной балки на жестких опорах перемещения по направлению моментов M_a, M_b, M_c, M_d, M_e углы перелома упругой линии определяются перемножением (интегрированием) соответствующих эпюр моментов. Например, для получения перемещения δ_{cc} следует перемножить эпюру M , изображенную на рис. 2, а, саму на себя; перемещение δ_{bc} определяется перемножением эпюр моментов, изображенных на рис. 2, а, и

2,б; перемещение δ_{cp} — перемножением эшоры M , изображенной на рис. 2,а, на эшору M от нагрузки (рис. 1,в).

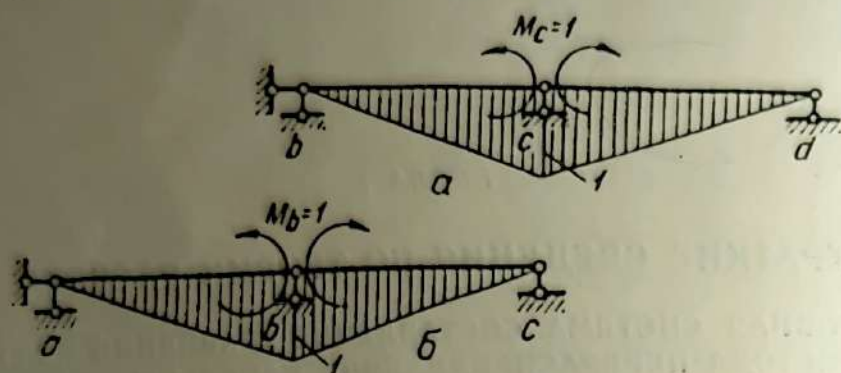


Рис. 2.

Для неразрезной балки (рис. 1), составленной из стержней постоянного сечения, формулы для определения перемещений имеют следующий вид:

$$\delta_{cc} = \frac{l_{bc}}{3EI_{bc}} + \frac{l_{cd}}{3EI_{cd}}; \quad (1)$$

$$\delta_{bc} = \frac{l_{bc}}{6EI_{bc}}; \quad (2)$$

$$\delta_{cp} = \frac{1}{6} (\omega'_{cb} + \omega'_{cd}), \quad (3)$$

где ω_{cb} , ω'_{cd} — грузовые члены, определяемые по приложению 1;

E — модуль упругости материала балки;

I — момент инерции поперечного сечения;

l_{bc} и l_{cd} — пролеты балок, примыкающие к опоре с.

Назовем приведенным пролетом l' частное от деления пролета балки l на жесткость поперечного сечения EI :

$$l'_{bc} = \frac{l_{bc}}{EI_{bc}}; \quad l'_{cd} = \frac{l_{cd}}{EI_{cd}}. \quad (4)$$

Принимая во внимание эти обозначения, получим:

$$\delta_{cc} = \frac{1}{3} (l'_{bc} + l'_{cd}); \quad (5)$$

$$\delta_{bc} = \frac{l'_{bc}}{6}. \quad (6)$$

На опорах основной системы от внешней нагрузки возникают перемещения—углы перелома упругой линии $\delta_{ap}, \delta_{bp}, \delta_{cp}, \dots$ (рис. 3). В действительности, ввиду неразрезности балки, упругая линия должна проходить через промежуточные опоры плавно, без переломов. Чтобы устранить различие между основной и расчетной

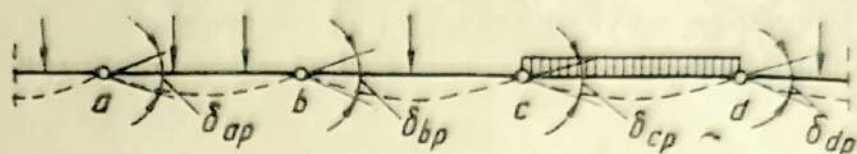


Рис. 3.

системами, необходимо к опорам приложить моменты $M_a, M_b, M_c, \dots$ и т. д. такой величины, чтобы суммарные углы перелома от этих моментов и внешней нагрузки были равны нулю.

Указанные условия непрерывности упругой линии на опорах записываются в виде системы уравнений трех моментов (рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} M_a \delta_{aa} + M_b \delta_{ab} + \delta_{ap} &= 0 \\ M_a \delta_{ba} + M_b \delta_{bb} + M_c \delta_{bc} + \delta_{bp} &= 0 \\ M_b \delta_{cb} + M_c \delta_{cc} + M_d \delta_{cd} + \delta_{cp} &= 0 \\ M_c \delta_{dc} + M_d \delta_{dd} + M_e \delta_{de} + \delta_{dp} &= 0 \\ M_d \delta_{ed} + M_e \delta_{ee} + \delta_{ep} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Уравнения непрерывности для неразрезной балки имеют трехчленную структуру, потому что на каждой опоре основной системы в общем случае возникают перемещения от моментов, приложенных к данной опоре и двум смежным опорам (справа и слева); от моментов же, приложенных к более удаленным опорам, перемещения равны нулю. Например, на опоре c возникают перемещения от моментов M_b, M_c и M_d , перемещения же от моментов M_a и M_e равны нулю, то есть $\delta_{ca} = \delta_{ce} = 0$. Рассмотрим теперь

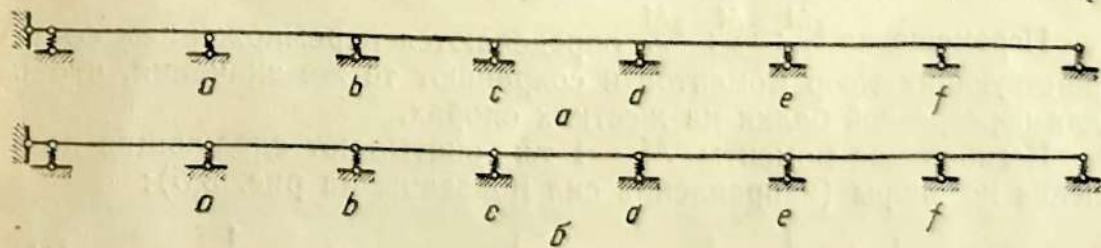


Рис. 4.

неразрезную балку на упругих опорах (рис. 4, а). Опоры неразрезной балки представлены в виде пружин, упругости которых характеризуются коэффициентами податливости S . Коэффициент

податливости S представляет собой осадку упругой опоры при действии на нее силы $N=1$ т и имеет размерность $м/т$.

Для неразрезной балки на упругих опорах основную систему также принимаем статически определимой — с шарнирами на опорах (рис. 4,б). Эпюры моментов для основной системы от различных воздействий такие же, как для неразрезной балки на жестких опорах, но углы перелома на опорах возникают не только от изгиба однопролетных балок, но и от осадки опор (рис. 5). На-

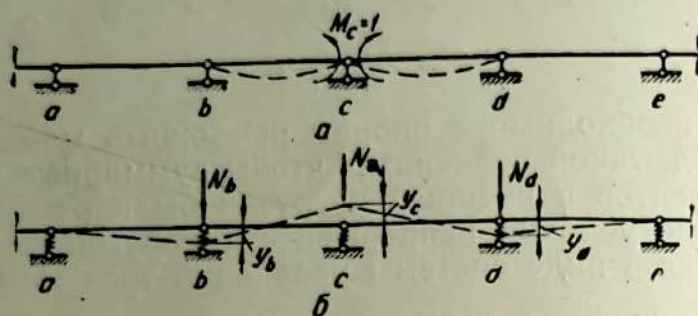


Рис. 5.

пример, от момента, приложенного на опоре c , возникнут следующие перемещения на опорах основной системы (рис. 5,а):

$$\delta_{cc} = \delta_{cc}^M + \delta_{cc}^N; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \delta_{bc} &= \delta_{bc}^M + \delta_{bc}^N; \\ \delta_{dc} &= \delta_{dc}^M + \delta_{dc}^N; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \delta_{ac} &= \delta_{ac}^N; \\ \delta_{ec} &= \delta_{ec}^N. \end{aligned} \quad (10)$$

Перемещения δ_{cc}^M , δ_{bc}^M , δ_{dc}^M определяются перемножением соответствующих эпюр моментов и сохраняют те же значения, что и для неразрезной балки на жестких опорах.

Изгибающие моменты $M_c=1$ тм оказывают следующие давления на опоры (направления сил показаны на рис. 5,б):

$$N_c = \frac{1}{l_{bc}} + \frac{1}{l_{cd}}; \quad N_b = \frac{1}{l_{bc}}; \quad N_d = \frac{1}{l_{cd}}. \quad (11)$$

От указанных давлений возникнут осадки:

$$y_c = N_c S_c; \quad y_b = N_b S_b; \quad y_d = N_d S_d. \quad (12)$$

где S_b , S_c и S_d — коэффициенты податливости опор b , c и d .

Зная осадки, нетрудно определить углы перелома на опорах, равные, ввиду их малости, сумме тангенсов углов наклона соответствующих пролетов (рис. 5, б):

$$\delta_{cc}^N = \frac{y_b + y_c}{l_{bc}} + \frac{y_c + y_d}{l_{cd}}; \quad (13)$$

$$\delta_{bc}^N = -\frac{y_b + y_c}{l_{bc}} - \frac{y_b}{l_{ab}}; \quad (14)$$

$$\delta_{dc}^N = -\frac{y_c + y_d}{l_{cd}} - \frac{y_d}{l_{de}}; \quad (15)$$

$$\delta_{ac}^N = \frac{y_b}{l_{ab}}; \quad \delta_{ec}^N = \frac{y_d}{l_{de}}. \quad (16)$$

Перемещение считается положительным, когда угол перелома направлен вверх, и отрицательным, когда угол перелома направлен вниз.

После ряда преобразований формулы для определения δ^N приводятся к следующему простому виду:

$$\delta_{cc}^N = V_{bc} + V_{cd} + 2V_c; \quad (17)$$

$$\delta_{bc}^N = -V_{bc} - V_b - V_c; \quad (18)$$

$$\delta_{dc}^N = -V_{cd} - V_c - V_d; \quad (19)$$

$$\delta_{ac}^N = V_b; \quad \delta_{ce}^N = V_d. \quad (20)$$

Здесь

$$V_{bc} = \frac{S_b + S_c}{l_{bc}^3}; \quad V_{cd} = \frac{S_c + S_d}{l_{cd}^3}; \quad (21)$$

$$V_b = \frac{S_b}{l_{ab} l_{bc}}; \quad V_c = \frac{S_c}{l_{bc} l_{cd}}; \quad V_d = \frac{S_d}{l_{cd} l_{de}}. \quad (22)$$

Перемещения от нагрузки также состоят из двух членов

$$\delta_{cp} = \delta_{cp}^M + \delta_{cp}^N. \quad (23)$$

Член δ_{cp}^M определяется перемножением эпюр моментов и имеет те же значения, что и для неразрезной балки на жестких опорах.

Член δ_{cp}^N равен сумме тангенсов углов наклона пролетов в cd , возникающих от осадки опор под воздействием внешней нагрузки.

Условия непрерывности упругой линии на опорах записываются в виде системы уравнений пяти моментов (рис. 4):

$$\left. \begin{aligned} M_a \delta_{aa} + M_b \delta_{ab} + M_c \delta_{ac} + \delta_{ap} &= 0 \\ M_a \delta_{ba} + M_b \delta_{bb} + M_c \delta_{bc} + M_d \delta_{bd} + \delta_{bp} &= 0 \\ M_a \delta_{ca} + M_b \delta_{cb} + M_c \delta_{cc} + M_d \delta_{cd} + M_e \delta_{ce} + \delta_{cp} &= 0 \\ M_b \delta_{db} + M_c \delta_{dc} + M_d \delta_{dd} + M_e \delta_{de} + M_f \delta_{df} + \delta_{dp} &= 0 \\ M_c \delta_{ec} + M_d \delta_{cd} + M_e \delta_{ee} + M_f \delta_{ef} + \delta_{ep} &= 0 \\ M_d \delta_{fd} + M_e \delta_{fe} + M_f \delta_{ff} + \delta_{fp} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Уравнения непрерывности для неразрезной балки на упругих опорах имеют пятичленную структуру, так как на каждой опоре основной системы в общем случае возникают перемещения от пяти моментов, приложенных к данной опоре и четырем смежным опорам (к двум опорам слева и двум — справа).

Таким образом, расчет неразрезной балки на жестких или упруго-податливых опорах состоит из следующих стадий:

а) определения перемещений от единичных моментов (главные и побочные коэффициенты уравнений)

$$\delta_{aa}, \delta_{bb}, \delta_{cc}, \delta_{dd} \dots \delta_{ab}, \delta_{bc}, \delta_{cd}, \delta_{ac}, \delta_{ad} \dots;$$

б) определения перемещений от внешней нагрузки (свободные члены)

$$\delta_{ap}, \delta_{bp}, \delta_{cp} \dots;$$

в) составления уравнений трех (пяти) моментов;

г) решения уравнений тем или иным способом (с помощью алгоритма Гаусса, последовательных приближений и т. п.).

В настоящей работе приводится практический способ расчета неразрезных балок на жестких и упругих опорах, названный способом перераспределения начальных моментов. Как указывает само название, механизм предлагаемого способа состоит в выделении по готовым формулам начальных значений опорных моментов, в перераспределении их и определении таким образом окончательных величин опорных моментов. Перераспределение производится в специальной таблице умножением на коэффициенты перед моментами. При этом решение задачи может производиться как методом последовательных приближений, так и в замкнутом виде.

Отличительной особенностью предлагаемого способа является выделение инвариантной, не зависящей от нагрузки, части расчета в особую стадию и получение в результате этого готовых

простых формул, заменяющих собой систему уравнений трех (пяти) моментов.

На аналогичной идее основан известный метод моментных фокусов. Однако этот метод имеет ряд недостатков, препятствующих его широкому применению в проектной практике, а именно:

а) необходимость производить расчет на загрузку каждого пролета в отдельности;

б) отсутствие организации вычислительного процесса в табличной форме, примером которой может служить алгоритм Гаусса и таблица перераспределения моментов в предлагаемом способе;

в) метод фокусов связан с представлением о наличии фокальных точек в статически неопределимой системе, что имеет место только в неразрезных балках на жестких опорах.

Неразрезные балки на упругих опорах фокальными свойствами не обладают. Правда, в последнее время Г. И. Розенблат, основываясь на работах П. Ф. Папковича, показала, что в особой форме метод фокусов можно распространить на неразрезные балки на упругих опорах [2]. Однако стремление автора сохранить схему расчета по методу фокусов с поочередным нагружением отдельных пролетов привело к чрезвычайной громоздкости формул для моментов по концам загруженного пролета, получаемых в результате совместного решения четырех уравнений с четырьмя неизвестными.

Метод перераспределения начальных моментов свободен от указанных недостатков метода фокусов, расчет производится при полном нагружении всей системы с помощью специального алгоритма, представляющего собой совокупность простых математических операций, выполняемых в определенной последовательности, частично на схеме неразрезной балки и частично в таблице. В последующих параграфах излагаются два варианта способа перераспределения начальных моментов. В первом варианте решение проводится последовательными приближениями. Практически это решение можно считать точным, поскольку результат может быть получен с любой желаемой степенью точности.

Однако теоретически этот способ является все же приближенным, так как решение получается в результате суммирования определенного числа бесконечно убывающего ряда цифр.

Второй вариант способа перераспределения является точным как практически, так и теоретически: решение получается в замкнутом виде и не требует последовательного уточнения, любая степень точности достигается с помощью суммирования конечного ряда цифр и зависит только от точности инструмента, которым производят вычисления (арифмометра, логарифмической линейки и т. д.).

Остановимся в заключение на расчете системы перекрестных балок (рис. 6). Расчет такой системы, называемой также балочным ростверком, представляет собой пространственную задачу.

При большом количестве равноотстоящих друг от друга балок наиболее целесообразное решение может быть получено с помощью метода конечных разностей [3] либо путем замены балочного ростверка пластинкой, опёртой на четыре канта.

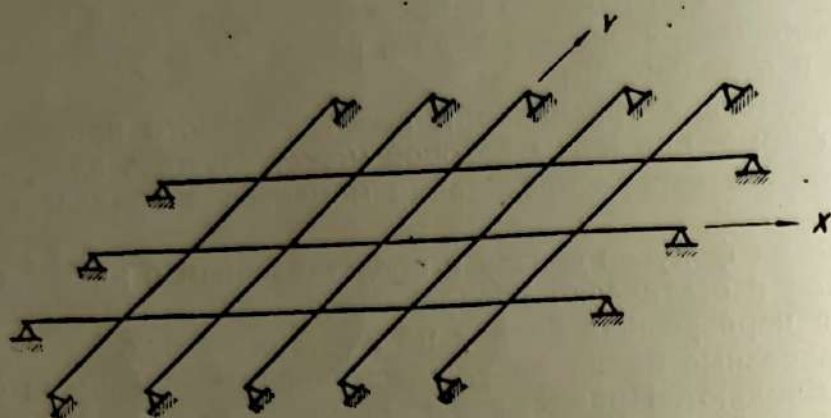


Рис. 6.

Мы рассмотрим расчет балочного ростверка при сравнительно небольшом числе балок с неодинаковыми (в общем случае) расстояниями между ними. В этом случае расчет удобнее вести посредством составления и решения системы линейных уравнений.

Балочный ростверк разбивается на две системы балок. Балки одного из направлений, более короткие и обладающие большей жесткостью (на рис. 6 по оси y), называются главными балками. Балки другого направления, менее жесткие (на рис. 6 по оси x), называются второстепенными балками.

Основная система (рис. 7) образована посредством включения

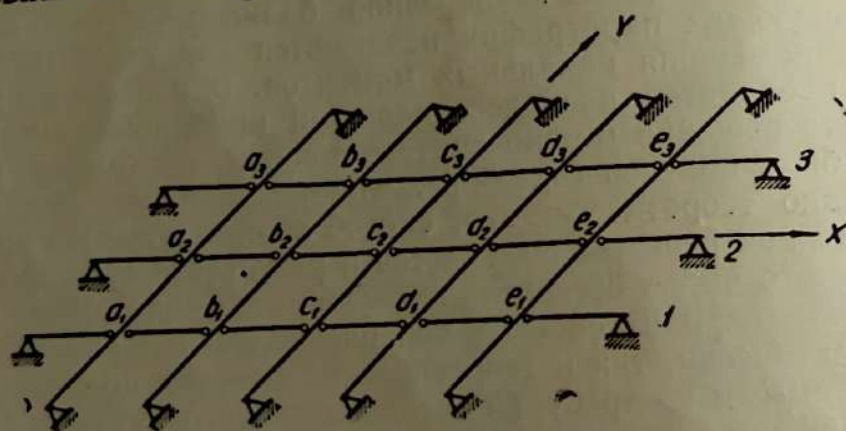


Рис. 7.

шарниров в месте пересечения второстепенных балок с главными. Она статически определима и состоит из ряда однопролетных балок, причем главные балки являются упругими опорами для второстепенных (рис. 7, 8).

Балочный ростверк, таким образом, можно рассматривать как совокупность ряда балок на упругих опорах.

Упругая линия второстепенных балок будет иметь переломы в местах их шарнирного сопряжения с главными балками. В расчетной схеме, в местах сопряжения второстепенных балок с главными шарниров нет (рис. 6), и поэтому упругая линия второстепен-

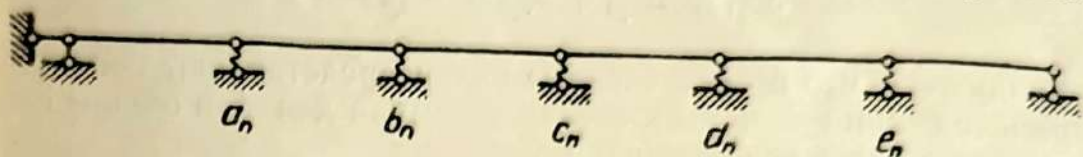


Рис. 8

ных балок должна проходить через промежуточные опоры (главные балки) плавно, без переломов. Чтобы устранить это различие между основной и расчетной системами, необходимо к шарнирам приложить моменты $M_{a1}, M_{b1}, M_{c1}, M_{d1}, M_{e1}, M_{a2}, M_{b2}, M_{c2}, M_{d2}$ (рис. 9) такой величины, чтобы суммарные углы перелома от

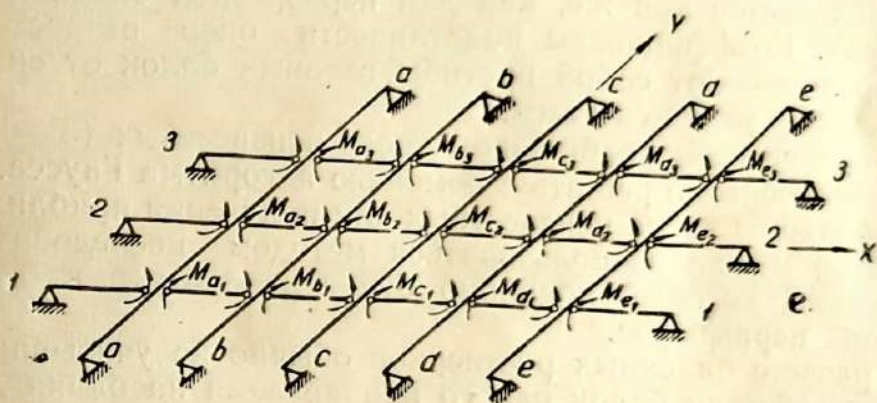


Рис. 9.

этих моментов и внешней нагрузки были равны нулю. Указанные условия непрерывности упругой линии записываются в виде системы линейных уравнений. Например, для системы, изображенной на рис. 9, потребуется составить 15 уравнений, содержащих 15 неизвестных моментов. В общем случае для узла i_m уравнение непрерывности имеет вид

$$\sum \Delta_{i_m n} + \Delta_{i_m p} = 0, \quad (25)$$

где $\Delta_{i_m p}$ — угол перелома в узле i_m от внешней нагрузки;

$\Delta_{i_m n}$ — угол перелома в узле i_m от группы моментов, обозначенной номером n .

Например, группа моментов, приложенная к шарнирам первой второстепенной балки, $M_{a1}, M_{b1}, M_{c1}, M_{d1}, M_{e1}$, обозначена номером 1;

группа моментов, действующая в шарнирах второй второстепенной балки, M_a, M_b, M_c, M_d, M_e , обозначена номером 2 и т. д.

Суммирование в формуле (25) производится для всех групп моментов, принимая последовательно n равным 1, 2, 3... Так, для узла c_2 уравнение будет иметь следующий вид:

$$\Delta_{c_2 1} + \Delta_{c_2 2} + \Delta_{c_2 3} + \Delta_{c_2 p} = 0. \quad (26)$$

Ввиду того, что второстепенные балки представляют собой неразрезные балки на упругих опорах, формула для Δ в общем случае содержит пять неизвестных моментов.

Например: для первой группы моментов

$$\Delta_{c_2 1} = M_{a_1} \delta_{c_2 a_1} + M_{b_1} \delta_{c_2 b_1} + M_{c_1} \delta_{c_2 c_1} + M_{d_1} \delta_{c_2 d_1} + M_{e_1} \delta_{c_2 e_1}; \quad (27)$$

для второй группы моментов

$$\Delta_{c_2 2} = M_{a_2} \delta_{c_2 a_2} + M_{b_2} \delta_{c_2 b_2} + M_{c_2} \delta_{c_2 c_2} + M_{d_2} \delta_{c_2 d_2} + M_{e_2} \delta_{c_2 e_2}, \quad (28)$$

где δ — перемещение в основной системе от единичных моментов; определяется так же, как для неразрезной балки на упругих опорах. Коэффициенты податливости опор второстепенной балки представляют собой прогибы главных балок от сил $P=1$, помещаемых в узлах системы.

При сравнительно небольшом числе неизвестных (5—6) уравнения целесообразно решать с помощью алгоритма Гаусса.

При большем числе неизвестных для получения приближенных результатов можно воспользоваться методом последовательных приближений, который подробно будет рассмотрен в одном из следующих параграфов.

При расчете балочных ростверков обычно не учитывают крутящего воздействия балок одного направления на балки другого направления ввиду того, что учет кручения (являющегося второстепенным фактором) привел бы к значительному увеличению количества неизвестных.

§ 2. РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК НА ЖЕСТКИХ И УПРУГИХ ОПОРАХ (РЕШЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМИ ПРИБЛИЖЕНИЯМИ)

Неразрезные балки на жестких опорах

Рассмотрим многопролетную неразрезную балку на жестких опорах.

Основную систему образуем по методу сил с включенными над опорами шарнирами (см. рис. 1, б). Основная система статически определима и состоит из отдельных, не связанных между собой однопролетных балок. Отличие основной системы от расчетной состоит в том, что:

а) в основной системе над средними опорами включены шарниры, и поэтому опорные моменты равны нулю;

б) в основной системе возникают от внешней нагрузки углы перелома упругой линии на средних опорах (см. рис. 3).

Задача расчета состоит в том, чтобы устранить различия и противоречия между основной и расчетной системами, восстановив для этого связи между отдельными балками основной системы и определив действующие в этих связях усилия.

При решении этой задачи последовательными приближениями будем восстанавливать связи постепенно, последовательно закрывая один за другим шарниры на средних опорах неразрезной балки. Определенные в связях усилия будем прилагать к системе в качестве внешнего воздействия.

Благодаря этому расчет многопролетной неразрезной балки сводится к расчету ряда отдельных двухпролетных неразрезных балок (см. формулы 29—43).

Приступая к расчету многопролетной неразрезной балки, рассмотрим два варианта метода последовательных приближений: циклический и непрерывный.

В циклическом варианте шарниры закрываются в последовательности:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

В первом цикле расчет производится на внешнюю нагрузку и на действие моментов, определяемых в процессе последовательных приближений (рис. 10, а).

Из расчета балки 0—1—2 на внешнюю нагрузку определяем (первое приближение для момента на опоре 1).

Из расчета балки 1—2—3 на внешнюю нагрузку и на действие определяем значение M_2^1 .

Из расчета балки 2—3—4 на внешнюю нагрузку и на действие M_2 определяем значение M_3 .

Наконец, из расчета балки 3—4—5 на внешнюю нагрузку и действие M_3^1 определяем значение M_4^1 .

Во втором цикле расчет производится на действие моментов, неучтенных в первом цикле.

Из расчета балки 0—1—2 на действие M определяем значение M' (первую поправку для опорного момента).

Из расчета балки 1—2—3 на действие моментов M_1' и M_3^1 определяем значение M_2' .

Из расчета балки 2—3—4 на действие моментов M_2' и M_4^1 определяем значение M_3' .

Из расчета балки 3—4—5 на действие момента M_3^I находим значение M_4^I .

В третьем цикле производим расчет аналогично, но на действие моментов, неучтенных во втором цикле.

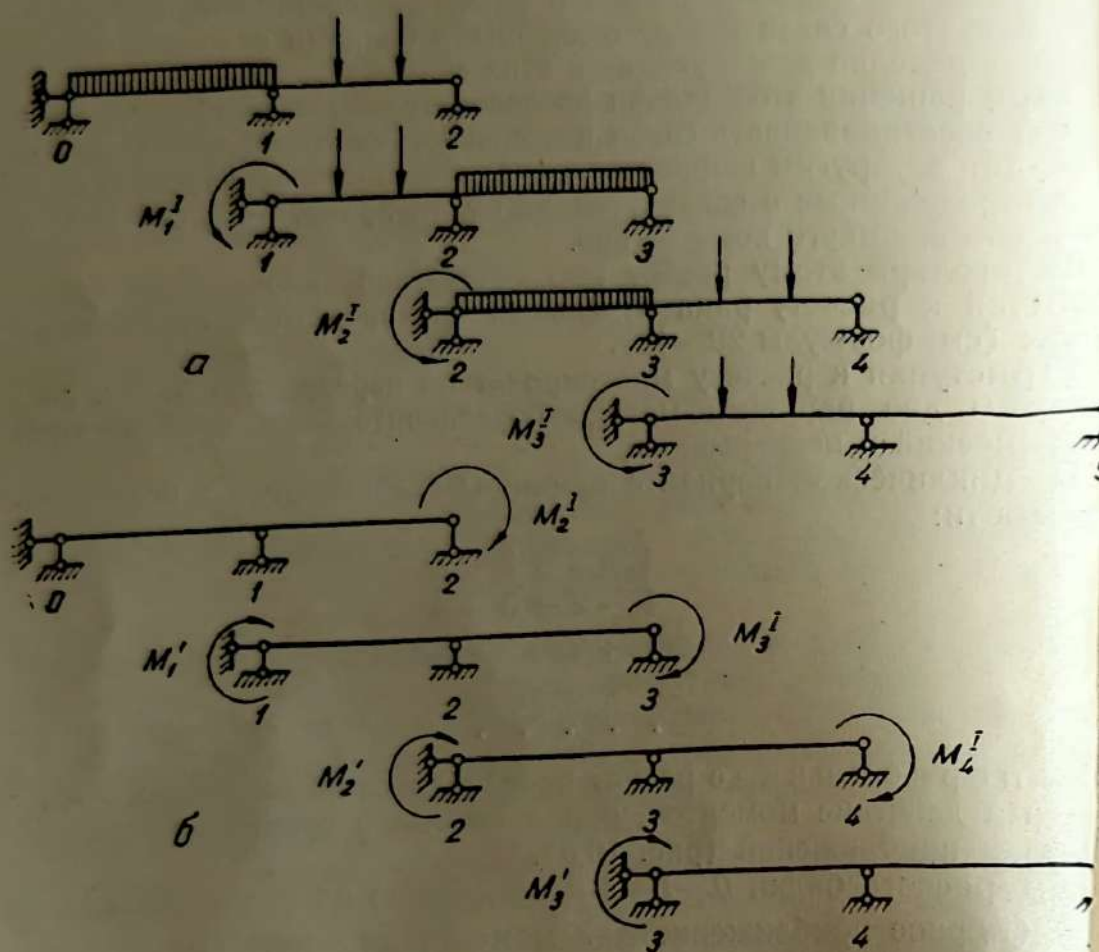


Рис. 10.

В четвертом цикле производим расчет на действие моментов, неучтенных в третьем цикле и т. д., до тех пор, пока поправки не станут меньше требуемой точности расчета.

Суммируя первые приближения для моментов с последующими поправками, получаем действительные значения опорных моментов.

Для изложенного варианта метода последовательных приближений, соответствующего варианту Зейделя при решении уравнений, характерно, что последующие неизвестные определяют с большей степенью точности, чем предыдущие. Это объясняется тем, что при определении каждого последующего неизвестного учитывается большее количество факторов, чем при определении предыдущего.

Так, в первом цикле при расчете балки 0—1—2 мы учитывали влияние одной только внешней нагрузки, при расчете балки 1—2—3, помимо внешней нагрузки, учитывалось дополнительное влияние момента M_1^I , при расчете балки 2—3—4 учитывалось влияние момента M_2^I , который косвенно содержит также влияние момента M_1^I и т. д.

Отсюда следует, что если закрывать шарниры в непрерывной последовательности:

прямой ход $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \dots n-1 \rightarrow n$
 обратный ход $1 \leftarrow 2 \leftarrow 3 \dots n-1 \leftarrow n$
 прямой ход $\rightarrow 2 \rightarrow 3 \dots$

то поправки для опорных моментов будут найдены только от последних и, следовательно, наиболее точных значений опорных моментов.

Поэтому процесс последовательного приближения в непрерывном варианте будет происходить быстрее, чем в циклическом.

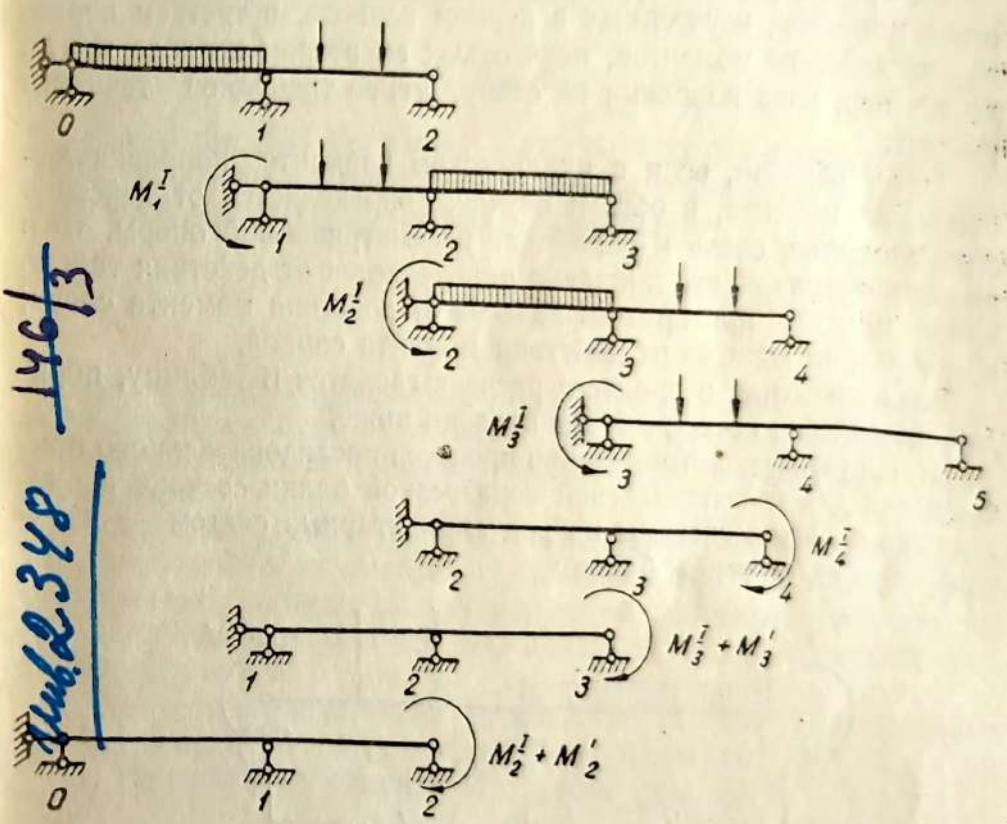


Рис. 11.

На рис. 11 приведена схема расчета в непрерывном варианте для пятипролетной неразрезной балки.

Прямой ход.

Из расчета балки 0—1—2 на внешнюю нагрузку спределяем M_1^I .

2—300

146/3
 832.348
 БИБЛИОТЕКА
 5739
 17
 2348

Из расчета балки 1—2—3 на внешнюю нагрузку и на действие M_1' определяем значение M_2' .

Из расчета балки 2—3—4 на внешнюю нагрузку и на действие M_2' определяем значение M_3' .

Из расчета балки 3—4—5 на внешнюю нагрузку и на действие M_3' определяем значение M_4' .

Обратный ход.

Из расчета балки 2—3—4 на действие момента M_4' определяем значение M_3' .

Из расчета балки 1—2—3 на действие момента $M_3' + M_3'$ определяем M_2' .

Из расчета балки 0—1—2 на действие момента $M_2' + M_2'$ определяем M_1' .

Прямой и обратный ходы составляют один период расчета.

Во втором периоде расчет производится аналогично на действие моментов, неучтенных в первом периоде, в третьем периоде — на действие моментов, неучтенных во втором периоде и т. д., до тех пор, пока поправки не станут менее требуемой точности расчета.

Таким образом, если в циклическом варианте поправка для опорного момента, в общем случае, определяется от действия двух моментов, слева и справа от рассматриваемой опоры, то в непрерывном варианте поправка определяется от действия только одного момента: при прямом ходе — от действия момента слева, при обратном ходе — от действия момента справа.

Все вычисления в процессе расчета сводятся в таблицу, порядок составления которой будет показан ниже.

Итак, статическое толкование процесса последовательного приближения для многопролетной неразрезной балки состоит в разложении сложной системы на ряд элементарных систем — двухпролетных неразрезных балок.

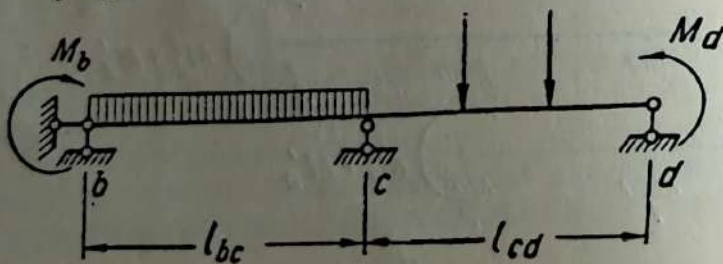


Рис. 12.

Чтобы иметь возможность рассчитать многопролетную неразрезную балку, необходимо предварительно изучить элементарную систему — двухпролетную неразрезную балку (рис. 12) и составить для нее расчетные формулы.

Уравнение одного момента для двухпролетной балки имеет вид

$$M_c \delta_{cc} + \delta_{cp} = 0, \quad (29)$$

где δ_{cc} — угол перелома упругой линии основной системы от $M_c = 1$ (рис. 13);

δ_{cp} — угол перелома упругой линии основной системы от внешнего воздействия (рис. 14—18).

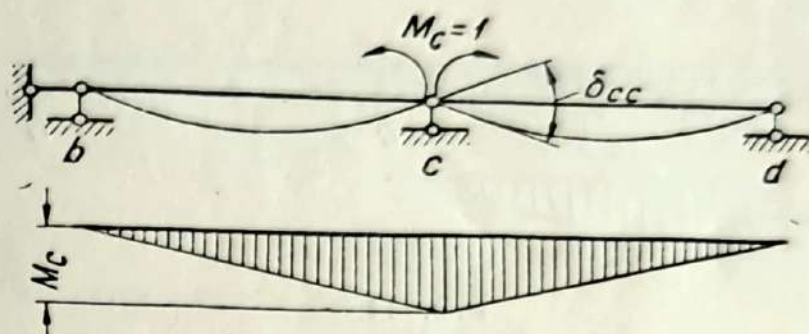


Рис. 13.

Уравнение (29) выражает условие, что суммарный угол перелома от внешних воздействий и искомого момента M_c должен равняться нулю. Из уравнения (29) найдем

$$M_c = - \frac{\delta_{cp}}{\delta_{cc}}. \quad (30)$$

Принимаем следующее правило знаков: момент считается положительным, когда он изгибает балку выпуклостью вниз, угол перелома считается положительным, когда его вершина направлена вверх.

Подставив вместо δ_{cp} и δ_{cc} в формулу (30) их значения, которые находят в результате перемножения соответствующих эпюр, составляем формулы для определения опорного момента M_c от различных воздействий: вертикальной нагрузки, осадки опор, температуры и т. д.

Для неразрезной балки постоянного сечения в пределах отдельного пролета получим следующие формулы:

1. От действия момента M_b слева (рис. 14)

$$M_c = M_b K_{cb}, \quad (31)$$

где K_{cb} — момент, возникающий на опоре c от момента $M_b = 1$ и представляющий собой также обратное фокусное отношение (левое) для двухпролетной балки:

$$K_{cb} = - \frac{l'_{bc}}{L_c}; \quad (32)$$

$$L_c^{\circ} = 2(l'_{bc} + l_{cd}); \quad (33)$$

$$l'_{bc} = \frac{l_{bc}}{EI_{bc}}; \quad l_{cd} = \frac{l_{cd}}{EI_{cd}}, \quad (34)$$

где l' — приведенный пролет балки.

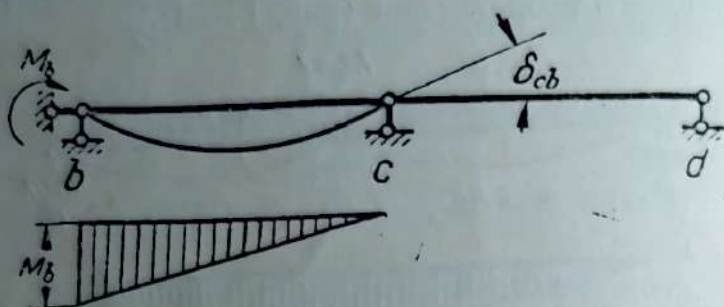


Рис. 14.

2. От действия M_d справа (рис. 15)

$$M_c = M_d K_{cd}, \quad (35)$$

где K_{cd} — момент, возникающий на опоре c от момента $M_d = 1$ и представляющий собой также обратное фокусное отношение (правое) для двухпролетной балки,

$$K_{cd} = -\frac{l'_{cd}}{L_c^{\circ}}. \quad (36)$$

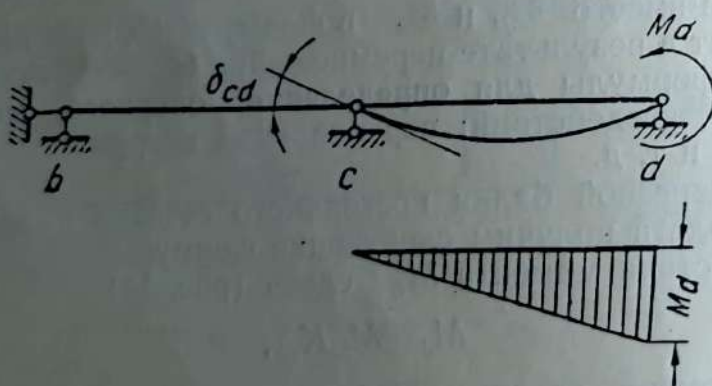


Рис. 15.

3. От внешних нагрузок, расположенных в пролетах (рис. 16),

$$M_c^{\circ} = K_{cb} \omega_{cb} + K_{cd} \omega_{cd}. \quad (37)$$

Значения грузовых членов Φ даны для различных нагрузок в приложении 1.

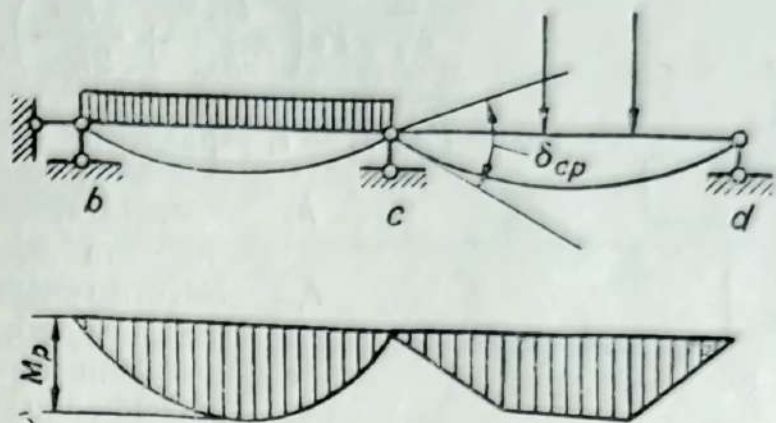


Рис. 16.

4. От осадки опор (рис. 17)

$$M_c^o = - \frac{6\delta_{cy}^o}{L_c}, \quad (38)$$

где

$$\delta_{cy} = \frac{y_b - y_c}{l_{bc}} + \frac{y_d - y_c}{l_{cd}}. \quad (39)$$

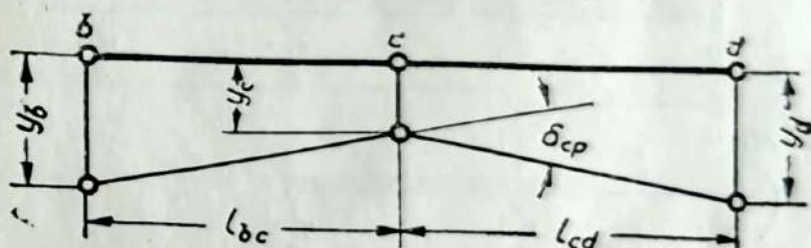


Рис. 17.

5. От неравномерного нагрева (рис. 18)

$$M_c^o = - \frac{6\delta_{ct}^o}{L_c}. \quad (40)$$

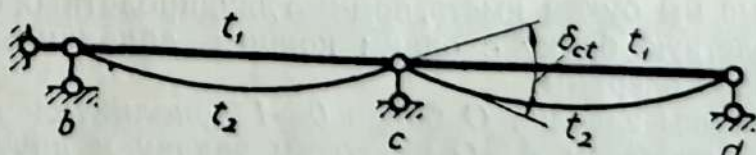


Рис. 18.

Для балки постоянного поперечного сечения, значение δ_{ct} определяется по формуле

$$\delta_{ct} = t' \alpha \left(\frac{l_{bc}}{2h_{bc}} + \frac{l_{cd}}{2h_{cd}} \right), \quad (41)$$

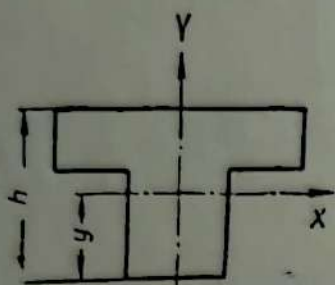


Рис. 19.

где $t' = t_2 - t_1$ — разность температур в крайних волокнах;
 h_{bc} — высота сечения пролета bc ;
 h_{cd} — высота сечения пролета cd ;
 α — коэффициент линейного расширения.

Температурное удлинение нейтральной оси стержня в общем случае несимметричного поперечного сечения определяется по формуле

$$\Delta l = \frac{t_1 y + t_2 (h - y)}{h} \alpha l. \quad (42)$$

где y — расстояние от нижнего волокна элемента до нейтральной оси.

Расчет неразрезной балки, имеющей на крайней опоре (или опорах) заделку (рис. 20), не представляет каких-либо дополни-

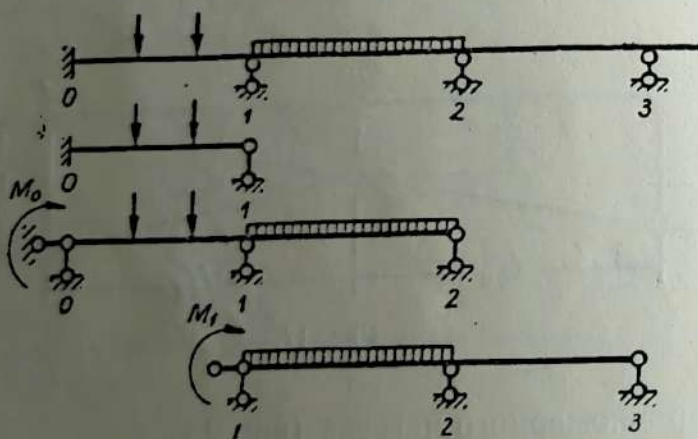


Рис. 20.

тельных трудностей. При разложении многопролетной балки на элементарные мы будем иметь, помимо двухпролетных балок, также однопролетную балку с одним концом — заделанным, а другим — шарнирно опертым.

Путем замены заделки O балки $O-1$ дополнительным бесконечно малым пролетом $A-O$ приводим задачу к двухпролетной балке (рис. 21).

Коэффициент $K_{0,1}$ для заделки O находим по формуле (36), после подстановки $l'_{A,0} = 0$

$$K_{0,1} = - \frac{l'_{0,1}}{2(l'_{A,0} + l'_{0,1})} = - \frac{1}{2}.$$

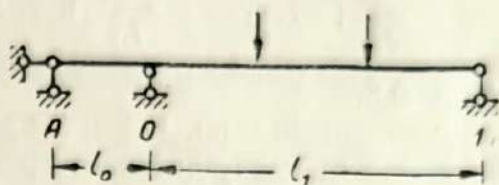


Рис. 21.

Начальный момент в заделке от внешней нагрузки найдем по формуле (37), после подстановки $K_{0,1} = 0,5$,

$$M_0^0 = -0,5 \omega_{0,1}, \quad (43)$$

где $\omega_{0,1}$ определяется по приложению 1. Таким образом, для определения начального момента в заделке можно использовать таблицу для ω , не составляя специальных формул.

Теперь мы имеем все необходимые данные для расчета многопролетной неразрезной балки способом перераспределения начальных моментов при решении задачи последовательными приближениями. Расчет производим в следующем порядке:

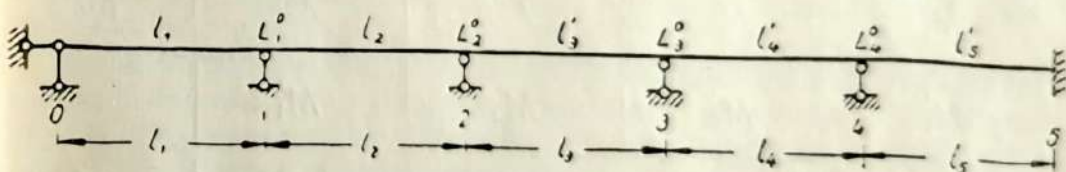


Рис. 22.

1. На схеме балки (рис. 22) записываем значения приведенных пролетов $l' = \frac{l}{EI}$. При расчете на силовое воздействие достаточно определить относительные значения l' . При расчете на осадку опор и температуру необходимо определить абсолютное значение l' .

2. Над каждой промежуточной опорой записываем удвоенную сумму приведенных пролетов, примыкающих к данной опоре:

для опоры 1

$$L_1^0 = 2(l'_{0,1} + l'_{1,2});$$

" " 2

$$L_2^0 = 2(l'_{1,2} + l'_{2,3}) \text{ и т. д.}$$

3. Определяем коэффициенты K и записываем их в заглавной строке табл. 1:

$$K_{1,2} = -\frac{l_{1,2}''}{L_1^0}; \quad K_{2,1} = -\frac{l_{1,2}'}{L_2^0}; \quad K_{2,3} = -\frac{l_{2,3}''}{L_2^0};$$

$$K_{3,2} = -\frac{l_{2,3}'}{L_3^0}; \quad K_{3,4} = -\frac{l_{3,4}'}{L_3^0} \text{ и т. д.}$$

Для заделки $K_{5,4}=0,5$.

Вычисления, произведенные в пп. 1, 2 и 3 представляют инвариантную (не зависящую от нагрузки) часть расчета.

4. Вычисляем по формуле (37) начальные моменты.

5. Производим перераспределение начальных моментов в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

1		2		3		4		5	
—	$K_{1,2}$	$K_{2,1}$	$K_{2,3}$	$K_{3,2}$	$K_{3,4}$	$K_{4,3}$	$K_{4,5}$	$K_{5,4}$	—
M_1^0		M_2^0		M_3^0		M_4^0		M_5^0	
→		$M_1^1 K_{2,1}$		$M_2^1 K_{3,2}$		$M_3^1 K_{4,3}$		$M_4^1 K_{5,4}$	
M_1^1		M_2^1		M_3^1		M_4^1		M_5^1	
M_1'		M_2'		M_3'		M_4'		←	
→		M_2''		M_3''		M_4''		M_5''	
M_1'''		M_2'''		M_3'''		M_4'''		←	
→									
ΣM_1		ΣM_2		ΣM_3		ΣM_4		ΣM_5	

Прямой ход.

Передаем моменты направо и определяем первые приближения:

$$M_1^1 = M_1^0; \quad M_2^1 = M_2^0 + M_1^1 K_{2,1}; \quad M_3^1 = M_3^0 + M_2^1 K_{3,2} \text{ и т. д.}$$

Обратный ход.

Передаем моменты налево и определяем первые поправки:

$$M'_4 = M_5^I K_{4,5}; \quad M'_3 = (M_4^I + M'_4) K_{3,4}; \quad M'_2 = (M_3^I + M'_3) K_{2,3} \text{ и т. д.}$$

Прямой ход.

Передаем моменты направо и определяем вторые поправки:

$$M''_2 = M'_1 K_{2,1}; \quad M''_3 = (M_2 + M''_2) K_{3,2} \text{ и т. д.}$$

Далее расчет производится аналогично до тех пор, пока поправки не станут достаточно малыми по абсолютной величине. Ход расчета показан в табл. 1 стрелками. Суммируя числа в столбцах, начиная с M^I , находим искомые значения опорных моментов.

Неразрезные балки на упругих опорах

Перейдем теперь к расчету неразрезной балки на упругих опорах, который производится в той же последовательности, что и неразрезной балки на жестких опорах.

Поочередно закрывая шарниры основной системы в циклической или непрерывной последовательности, находим первые приближения и последующие поправки для опорных моментов.

Ввиду пятичленной связи между моментами в циклическом варианте поправка для опорного момента (на опоре c) в общем случае определяется от действия четырех моментов — двух слева (рис. 23) и двух справа (рис. 24). В непрерывном варианте по-

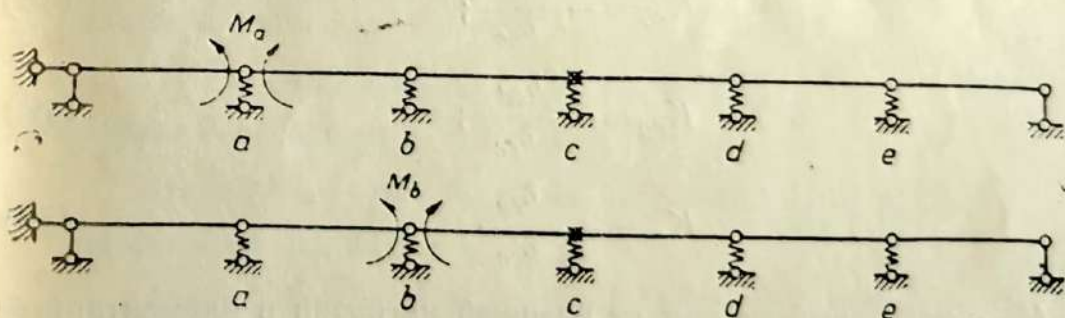


Рис. 23.

правка определяется от действия двух моментов: при прямом ходе — от действия двух моментов слева, при обратном ходе — от действия двух моментов справа.

Итак, статическое толкование процесса последовательных приближений для многопролетной неразрезной балки на упругих

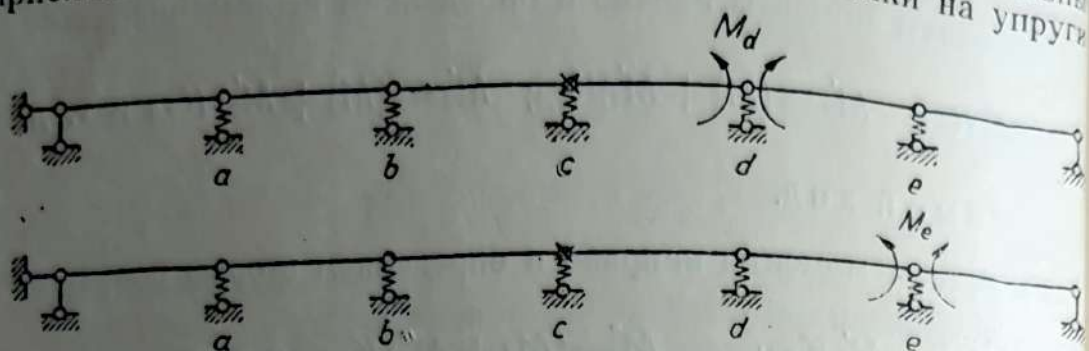


Рис. 24.

опорах состоит в разложении сложной системы на ряд элементарных систем — один раз статически неопределимых неразрезных балок [12].

Уравнение пяти моментов для опоры c имеет следующий вид

$$M_a \delta_{ca} + M_b \delta_{cb} + M_c \delta_{cc} + M_d \delta_{cd} + M_e \delta_{ce} + \delta_{cp} = 0. \quad (44)$$

Полагая моменты M_a , M_b , M_d и M_e известными, получим из уравнения (44) следующее выражение для момента M_c :

$$M_c = -M_c^0 + M_a K_{ca} + M_b K_{cb} + M_d K_{cd} + M_e K_{ce}, \quad (45)$$

где

$$M_c^0 = -\frac{\delta_{cp}}{\delta_{cc}}; \quad (46)$$

$$K_{ca} = -\frac{\delta_{ca}}{\delta_{cc}}; \quad (47)$$

$$K_{cb} = -\frac{\delta_{cb}}{\delta_{cc}}; \quad (48)$$

$$K_{cd} = -\frac{\delta_{cd}}{\delta_{cc}}; \quad (49)$$

$$K_{ce} = -\frac{\delta_{ce}}{\delta_{cc}}. \quad (50)$$

M_c^0 — начальный момент от внешней нагрузки в элементарной системе.

Коэффициенты передачи K_{ca} , K_{cb} , K_{cd} и K_{ce} представляют собой моменты, возникающие на опоре C от действия моментов, равных единице и приложенных соответственно к опорам a , b , d и e .

Формулы для коэффициентов δ см. на стр. 8, 9.

Расчет неразрезной балки на упругих опорах производится в следующем порядке:

1) определяем главные и побочные коэффициенты системы пятичленных уравнений и свободные члены;

2) определяем коэффициенты передачи опорных моментов K и записываем их в заглавную строку таблицы перераспределения (табл. 2);

3) вычисляем начальные моменты M^0 и записываем их в первую строку таблицы перераспределения;

4) производим перераспределение моментов.

Прямой ход

Определяем первые приближения для опорных моментов M^I .

Передаем моменты:

с опоры 1 на опоры 2 и 3

$$M_2 = M_1^0 K_{2,1}; \quad M_3 = M_1^0 K_{3,1};$$

с опоры 2 на опоры 3 и 4

$$M_3 = M_2^I K_{3,2}; \quad M_4 = M_2^I K_{4,2};$$

с опоры 3 на опоры 4 и 5

$$M_4 = M_3^I K_{4,3}; \quad M_5 = M_3^I K_{5,3};$$

с опоры 4 на опоры 5 и 6

$$M_5 = M_4^I K_{5,4}; \quad M_6 = M_4^I K_{6,4};$$

с опоры 5 на опору 6.

$$M_6 = M_5^I K_{6,5}.$$

В строке 4 записаны первые приближения для опорных моментов M^I , полученные суммированием строк 1, 2 и 3.

Обратный ход

Определяем первые поправки для опорных моментов.

Передаем моменты:

с опоры 6 на опоры 5 и 4

$$M_5 = M_6^I K_{5,6}; \quad M_4 = M_6^I K_{4,6};$$

с опоры 5 на опоры 4 и 3

$$M_4 = (M_5^I + M_5') K_{4,5}; \quad M_3 = (M_5^I + M_5') K_{3,5};$$

с опоры 4 на опоры 3 и 2

$$M_3 = (M_4^I + M_4') K_{3,4}; \quad M_2 = (M_4^I + M_4') K_{2,4};$$

с опоры 3 на опоры 2 и 1

$$M_2 = (M_3^I + M_3') K_{2,3}; \quad M_1 = (M_3^I + M_3') K_{1,3};$$

с опоры 2 на опору 1

$$M_1 = (M_2^I + M_2') K_{1,2}.$$

Таблица 2

№ строки	1		2		3		4		5		6	
	—	$K_{1,2}$	$K_{2,1}$	$K_{2,3}$	$K_{3,2}$	$K_{3,4}$	$K_{4,3}$	$K_{4,5}$	$K_{5,4}$	$K_{5,6}$	$K_{6,5}$	—
1	—	$K_{1,3}$	—	$K_{2,4}$	$K_{3,1}$	$K_{3,5}$	$K_{4,2}$	$K_{4,6}$	$K_{5,3}$	—	$K_{6,4}$	—
2	M_1^0		M_2^0		M_3^0		M_4^0		M_5^0		M_6^0	
3	→		$M_1^0 K_{1,1}$		$M_2^0 K_{3,2}$		$M_3^0 K_{4,3}$		$M_4^0 K_{5,4}$		$M_5^0 K_{6,5}$	
4	—		—		$M_1^0 K_{3,1}$		$M_2^0 K_{4,2}$		$M_3^0 K_{5,3}$		$M_4^0 K_{6,4}$	
5	M_1^1		M_2^1		M_3^1		M_4^1		M_5^1		M_6^1	
6	$(M_2^1 + M_3^1) K_{1,2}$		$(M_3^1 + M_4^1) K_{2,3}$		$(M_4^1 + M_5^1) K_{3,4}$		$(M_5^1 + M_6^1) K_{4,5}$		$M_6^1 K_{5,6}$		←	
7	$(M_3^1 + M_4^1) K_{1,3}$		$(M_4^1 + M_5^1) K_{2,4}$		$(M_5^1 + M_6^1) K_{3,5}$		$M_6^1 K_{4,6}$		—		—	
8	M_1^1		M_2^1		M_3^1		M_4^1		M_5^1		—	

8	$\rightarrow$	$M'_1 K_{2,1}$	$(M'_2 + M''_2) K_{3,2}$	$(M'_3 + M''_3) K_{4,3}$	$(M'_4 + M''_4) K_{5,4}$	$(M'_5 + M''_5) K_{6,5}$
9	—	—	$M'_1 K_{3,1}$	$(M'_2 + M''_2) K_{4,2}$	$(M'_3 + M''_3) K_{5,3}$	$(M'_4 + M''_4) K_{6,4}$
10	—	M''_2	M''_3	M''_1	M''_5	M''_6
11	$(M''_2 + M'''_2) K_{1,2}$	$(M''_3 + M'''_3) K_{2,3}$	$(M''_4 + M'''_4) K_{3,4}$	$(M''_5 + M'''_5) K_{4,5}$	$M''_6 K_{5,6}$	—
12	$(M''_3 + M'''_3) K_{1,3}$	$(M''_4 + M'''_4) K_{2,4}$	$(M''_5 + M'''_5) K_{3,5}$	$M''_6 K_{4,6}$	—	—
13	M'''_1	M'''_2	M'''_3	M'''_4	M'''_5	—
14	ΣM_1	ΣM_2	ΣM_3	ΣM_4	ΣM_5	ΣM_6

В строке 7 записаны первые поправки для опорных моментов M' , полученные суммированием строк 5 и 6.

Прямой и обратный ходы составляют один период расчета. Далее, аналогично производится последующий ход и определяются вторые поправки M'' , обратный ход, третьи поправки и т. д. (табл. 2). Суммируя строки 4, 7, 10, 13 (первые приближения и последующие поправки), находим искомые значения опорных моментов.

Применение метода последовательных приближений для неразрезных балок на упруго-податливых опорах имеет смысл в том случае, когда коэффициенты K малы по своему значению (до 0,1). В противном случае процесс сходится слишком медленно, и лучше воспользоваться точным решением, о котором будет сказано ниже.

Особенность изложенного выше способа расчета состоит в истолковании процесса последовательных приближений как разложения многопролетной неразрезной балки на ряд простейших, один раз статически неопределимых, систем. Для расчета элементарной системы пользуются готовыми формулами — начальными моментами и коэффициентами передачи K .

Таким образом, отпадает необходимость в составлении системы уравнений трех или пяти моментов.

Представляет собой интерес и сравнение изложенного способа с методом Красса (методом распределения моментов защемления).

Для расчета неразрезной балки на жестких опорах изложенный способ сокращает количество вычислений по сравнению с методом Красса в два раза. Объясняется это тем, что, распределяя моменты защемления, Красс в каждом цикле опирается вместо одного — два момента для каждой опоры, т. е. производит вдвое больше вычислений, чем это нужно. Применение метода Красса к расчету неразрезных балок на упругих опорах связано с еще большими трудностями, так как выбор основной системы метода деформаций в этом случае вообще является неудачным, в чем можно убедиться из примера, приведенного в книге Рогинского [5].

§ 3. РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК НА ЖЕСТКИХ И УПРУГИХ ОПОРАХ (ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ)

Неразрезные балки на жестких опорах

Рассмотрим вначале неразрезную балку на жестких опорах. При необходимости рассчитать неразрезную балку на нескольких опорах комбинация достоинств метода последовательных приближений, заключающаяся в простоте инвариантной части, превращается в его недостаток.

В самом деле, при большом количестве загрузок целесообразнее провести инвариантную (независящую от нагрузки) часть

расчета как можно полнее с тем, чтобы та часть расчета, которая зависит от нагрузки, была минимальной.

Это достигается предварительным изучением системы в целом и вычислением точных значений коэффициентов K (обратных фокусных отношений). Благодаря этому количество вычислений в таблице перераспределения начальных моментов сокращается, и при полном нагружении всей системы, для получения точных значений опорных моментов, потребуется заполнить в таблице всего лишь три строки.

Весь расчет состоит из трех стадий:

- первая стадия: определение коэффициентов K ;
- вторая стадия: определение начальных моментов M^0 ;
- третья стадия: определение точных значений моментов в таблице перераспределения начальных моментов.

Первая стадия: определение коэффициентов K . Коэффициенты передачи K_{cb} и K_{cd} характеризуют жесткость опоры c и представляют собой моменты, возникающие на опоре c соответственно от моментов $M_b = 1$ и $M_d = 1$.

В отличие от способа последовательных приближений (§ 2), мы, в качестве элементарной, принимаем более сложную систему. Так, прикладывая к опоре d момент $M_d = 1$, мы полагаем, что слева от этой опоры балка является неразрезной (рис. 25). Тогда

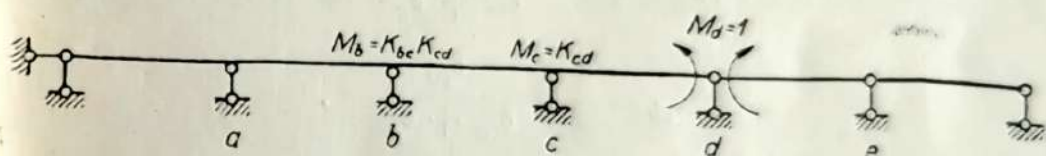


Рис. 25.

на опоре c возникнет момент $M_c = K_{cd}$ и на опоре b — момент $M_b = K_{bc} K_{cd}$.

Уравнение трех моментов для опоры c при указанных величинах опорных моментов примет вид

$$K_{bc} K_{cd} \delta_{cb} + K_{cd} \delta_{cc} + \delta_{cd} = 0. \quad (51)$$

Решая это уравнение относительно K_{cd} и имея в виду взаимность побочных коэффициентов, т. е. что $\delta_{bc} = \delta_{cb}$, получим цепную зависимость, связывающую правые коэффициенты K

$$K_{cd} = - \frac{\delta_{cd}}{\delta_{cc} + K_{bc} \delta_{bc}}. \quad (52)$$

Аналогичную цепную зависимость, связывающую левые коэффициенты K , получим, приложив к опоре b момент $M_b = 1$ и по-

лагая, что справа от этой опоры балка является неразрезной (рис. 26),

$$K_{cb} = - \frac{\delta_{cb}}{\delta_{cc} + K_{dc} \delta_{dc}} . \quad (53)$$

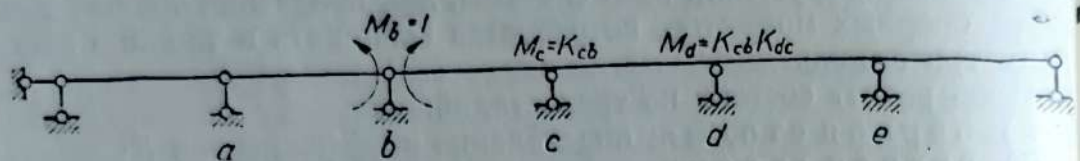


Рис. 26.

Примем такие обозначения:

$$\epsilon_c = K_{bc} \delta_{bc} ; \quad (54)$$

$$\epsilon'_c = K_{dc} \delta_{dc} . \quad (55)$$

Принимая во внимание эти обозначения, окончательно получим следующие формулы для определения коэффициентов переноса опорных моментов:

$$K_{cd} = - \frac{\delta_{cd}}{\delta_{cc} + \epsilon_c} ; \quad (56)$$

$$K_{cb} = - \frac{\delta_{cb}}{\delta_{cc} + \epsilon'_c} . \quad (57)$$

Указанные формулы справедливы для общего случая — неразрезной балки переменного сечения. Для неразрезной балки, имеющей в пределах пролета одинаковое сечение, после подстановки в формулы (56), (57) соответствующих значений δ_{cd} ; δ_{cb} ; δ_{cc} сокращений получим следующие выражения:

$$K_{cd} = - \frac{l'_{cd}}{L_c^\circ + \epsilon_c} \quad (58)$$

$$K_{cb} = - \frac{l'_{cb}}{L_c^\circ + \epsilon'_c} \quad (59)$$

$$L_c^\circ = 2 (l'_{cb} + l'_{cd}) ; \quad (60)$$

$$\epsilon_c = K_{bc} l'_{bc} ; \quad (61)$$

$$\epsilon'_c = K_{dc} l'_{dc} , \quad (62)$$

где $l_{bc} = \frac{l_{bc}}{EI_{bc}}$ и $l_{cd} = \frac{l_{cd}}{EI_{cd}}$ — приведенные пролеты неразрезной балки.

Определение коэффициентов K производится в процессе последовательного восстановления связей (закрывания шарниров) основной системы (рис. 27). Закрывая шарнир на опоре 1, получим

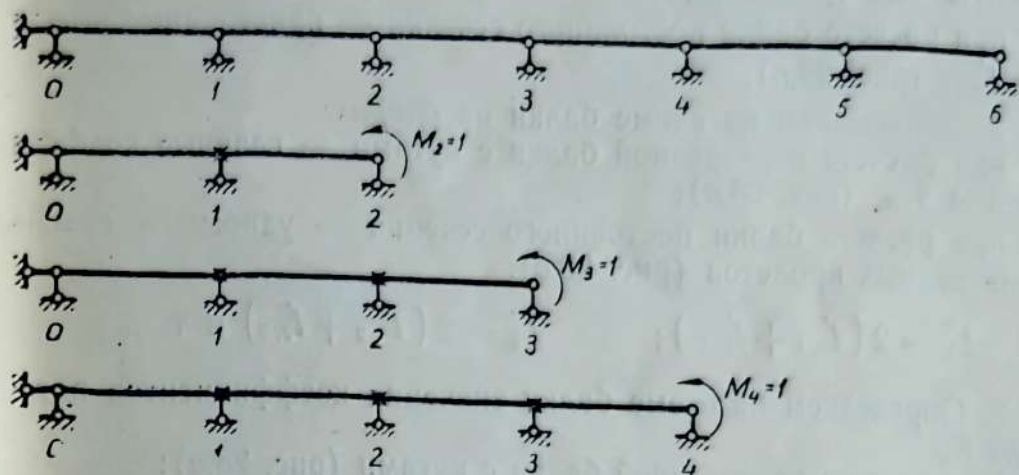


Рис. 27.

неразрезную балку 0—1—2. К опоре 2 приложим момент $M_2=1$. Тогда на опоре 1 возникнет момент $M_1=K_{1,2}=-\frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,1}}$. Закрывая шарнир на опоре 2, получим неразрезную балку 0—1—2—3. К опоре 3 приложим момент $M_3=1$. Тогда на опоре 2 возникнет момент

$$M_2 = K_{2,2} = \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,2} + \varepsilon_2},$$

где $\varepsilon_2 = K_{1,2} \delta_{1,2}$.

Определение этого момента не представляет затруднений, так как предыдущая опора 1 балки уже изучена и характеристика жесткости $K_{1,2}$ для нее известна. Закрывая шарнир на опоре 3, таким же образом определяем $K_{3,4}$ и т. д. Процесс определения коэффициентов K продолжается до тех пор, пока все шарниры основной системы не будут закрыты и различие между основной и расчетной системами не исчезнет.

Аналогично определяются левые коэффициенты K , причем шарниры закрываются в обратной последовательности. Таким образом, статическое толкование определения коэффициентов K состоит в последовательном восстановлении связей основной системы и изучении ряда постепенно усложняющихся статически неоп-

ределимых систем (двухпролетной, трехпролетной, четырехпролетной неразрезных балок).

Определение коэффициентов K упрощается, если производить их вычисление на схеме неразрезной балки, как показано на рис. 28. Укажем порядок вычисления коэффициентов K .

1. Записываем на схеме балки на *стержнях*:

при расчете неразрезной балки с вутами — побочные коэффициенты δ_{mn} (рис. 28,а);

при расчете балки постоянного сечения — приведенные пролеты l_{mn} (рис. 28,б).

2. Записываем на схеме балки на *опорах*:

при расчете неразрезной балки с вутами — главные коэффициенты δ_{nn} (рис. 28,а);

при расчете балки постоянного сечения — удвоенные суммы приведенных пролетов (рис. 28,б).

$$L_1^{\circ} = 2(l'_{0,1} + l'_{1,2}); \quad L_2^{\circ} = 2(l'_{1,2} + l'_{2,3}) \text{ и т. д.}$$

3. Определяем на схеме балки значения коэффициентов пердачи K .

При расчете неразрезной балки с вутами (рис. 28,а):

Прямой ход

$$K_{1,2} = -\frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,1}}; \quad \varepsilon_2 = K_{1,2} \delta_{1,2}; \quad K_{2,3} = -\frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,2} + \varepsilon_2};$$

$$\varepsilon_3 = K_{2,3} \delta_{2,3}; \quad K_{3,4} = -\frac{\delta_{3,4}}{\delta_{3,3} + \varepsilon_3} \text{ и т. д.}$$

Обратный ход

$$K_{5,4} = -\frac{\delta_{5,4}}{\delta_{5,5}}; \quad \varepsilon'_4 = K_{5,4} \delta_{5,4}; \quad K_{4,3} = -\frac{\delta_{4,3}}{\delta_{4,4} + \varepsilon_4};$$

$$\varepsilon'_3 = K_{4,3} \delta_{4,3}; \quad K_{3,2} = -\frac{\delta_{3,2}}{\delta_{3,3} + \varepsilon'_3} \text{ и т. д.}^*$$

При расчете балки постоянного сечения (рис. 28,б):

Прямой ход

$$K_{1,2} = -\frac{l'_{1,2}}{L_1^{\circ}}; \quad \varepsilon_2 = K_{1,2} l'_{1,2}; \quad K_{2,3} = -\frac{l'_{2,3}}{L_2^{\circ} + \varepsilon_2};$$

$$\varepsilon_3 = K_{2,3} l'_{2,3}; \quad K_{3,4} = -\frac{l'_{3,4}}{L_3^{\circ} + \varepsilon_3} \text{ и т. д.}$$

* По свойству взаимности $\delta_{4,5} = \delta_{5,4}$; $\delta_{4,3} = \delta_{3,4}$ и т. д.

$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{\quad} \delta_{1,1} \quad \delta_{1,2} \quad \delta_{2,1} \quad \delta_{2,2} \quad \delta_{2,3} \quad \delta_{3,2} \quad \delta_{3,3} \quad \delta_{3,4} \quad \delta_{4,3} \quad \delta_{4,4} \quad \delta_{4,5} \quad \delta_{5,4} \quad \delta_{5,5} \\
 \hline
 \begin{array}{c}
 \delta_{1,1} \\
 \delta_{1,1}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{\quad} L_1^0 \quad L_1' \quad L_2 \quad L_2' \quad L_2'' \quad L_3 \quad L_3' \quad L_3'' \quad L_4 \quad L_4' \quad L_4'' \quad L_5 \quad L_5' \quad L_5'' \\
 \hline
 \begin{array}{c}
 L_1^0 \\
 L_1' \\
 L_1''
 \end{array}
 \end{array}$$

Обратный ход

$$K_{5,4} = - \frac{l'_{4,4}}{L_5} ; \quad \varepsilon'_4 = K_{5,4} l'_{5,4} ; \quad K_{4,3} = - \frac{l'_{4,3}}{L_4 + \varepsilon'_4} ;$$

$$\varepsilon'_3 = K_{4,3} l'_{3,3} ; \quad K_{3,2} = - \frac{l'_{3,2}}{L_3 + \varepsilon'_3} \text{ и т. д.}$$

4. При расчете неразрезных балок переменного сечения с тами вычисляются уточненные значения главных коэффициентов

$$\delta'_{1,1} = \delta_{1,1} + \varepsilon'_1 ;$$

$$\delta'_{2,2} = \delta_{2,2} + \varepsilon_2 + \varepsilon'_2 ;$$

$$\delta'_{3,3} = \delta_{3,3} + \varepsilon_3 + \varepsilon'_3 \text{ и т. д.}$$

Коэффициент δ'_{cc} представляет собой угол перелома статически неопределимой системы от $M_c = 1$ на опоре c . В самом деле, от $M_c = 1$ на смежных опорах неразрезной балки возникнут моменты $M_b = K_{bc}$ и $M_d = K_{dc}$ и угол перелома на опоре c от этих моментов будет

$$\delta'_{cc} = \delta_{cc} + K_{bc} \delta_{bc} + K_{dc} \delta_{dc} = \delta_{cc} + \varepsilon_c + \varepsilon'_c, \quad (6)$$

т. е. та самая величина, которую мы нашли при определении коэффициентов K .

Для частного случая (балки постоянного сечения по длине пролета) в результате сложения чисел, записанных на опорах, определяем уточненные значения опорных характеристик L :

$$\begin{array}{ll} \text{для опоры } 1 & L_1 = L_1^0 + \varepsilon_1 ; \\ \text{» } 2 & L_2 = L_2^0 + \varepsilon_2 + \varepsilon'_2 ; \\ \text{» } 3 & L_3 = L_3^0 + \varepsilon_3 + \varepsilon'_3 . \end{array}$$

Опорные характеристики представляют собой углы перелома упругой линии под действием изгибающего момента $M=6$.

В результате подстановки в формулу (63) значений

$$\delta_{cc} = \frac{L_c^0}{6} ; \quad \delta_{bc} = \frac{l'_{bc}}{6} ; \quad \delta_{dc} = \frac{l'_{dc}}{6}$$

получим значение главного коэффициента δ'_{cc} для этого случая

$$\delta'_{cc} = \frac{1}{6} (L_c^0 + K_{bc} l'_{bc} + K_{dc} l'_{dc}) = \frac{L_c}{6} ; \quad (6)$$

Вторая стадия: определение начальных моментов M^0 .

Под действием внешней нагрузки на опорах основной системы возникнут некоторые углы перелома δ_{ap} ; δ_{bp} ; δ_{cp} ... (см. рис. 3). Рассмотрим воздействие на неразрезную балку каждого из углов перелома порознь. При этом в качестве основной примем статически

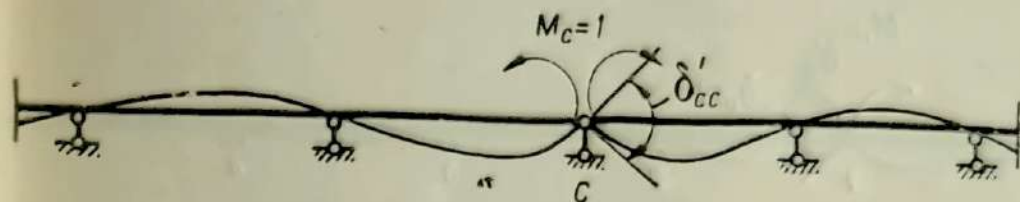


Рис. 29.

неопределимую систему (рис. 29). Чтобы уничтожить угол перелома δ_{cp} , необходимо к опоре с приложить моменты такой величины, чтобы удовлетворялось равенство

$$M_c \delta'_{cc} + \delta_{cp} = 0, \quad (65)$$

отсюда

$$M_c = - \frac{\delta_{cp}}{\delta'_{cc}}, \quad (66)$$

где δ'_{cc} — угол перелома упругой линии от $M_c = 1$ в основной статически неопределимой системе (рис. 29).

Для неразрезной балки постоянного сечения по длине пролета после подстановки значений δ_{cp} и δ'_{cc} получим формулу начального момента

$$M_c = - \frac{\omega'_{cb} + \omega'_{cd}}{L_c}, \quad (67)$$

где ω'_{cb} и ω'_{cd} — грузовые члены, которые для различных нагрузок приведены в приложении 1.

Приведенный выше способ определения коэффициентов K , помимо его наглядности, удобен тем, что одновременно автоматически вычисляются значения $\delta'_{cc}(L_c)$, необходимые для определения начальных моментов.

Контрольную проверку правильности вычисления коэффициентов K и $\delta'(L)$ можно осуществить следующим образом.

Приложим к опоре 1 момент $M_1 = \frac{1}{\delta'_{1,1}}$, вызывающий перемещение $\delta'_{1,1} = 1$ (рис. 30), а к опоре 4 момент $M_4 = \frac{1}{\delta'_{4,4}}$, вызывающий перемещение $\delta'_{4,4} = 1$.

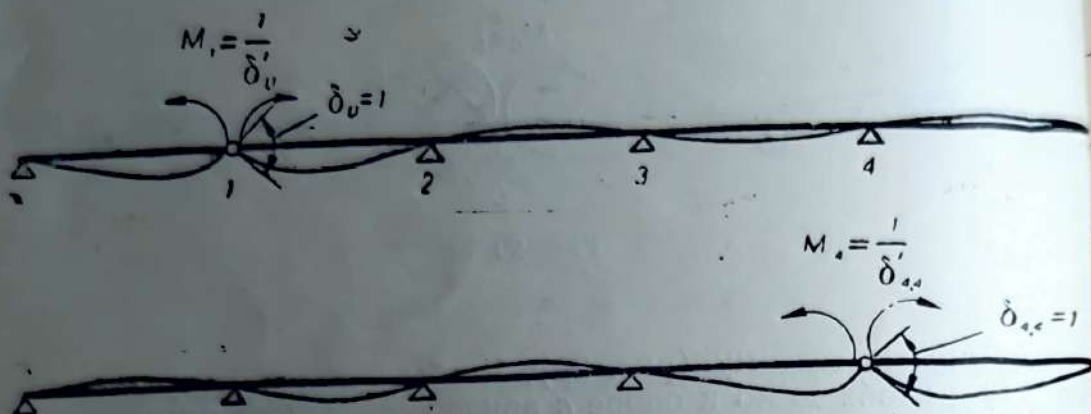


Рис. 30.

Из теоремы взаимности следует

$$m_{4,1} = m_{1,4},$$

где $m_{4,1}$ — момент на опоре 4 при $\delta'_{1,1} = 1$;
 $m_{1,4}$ — " " " " " $\delta'_{4,4} = 1$.

Зная коэффициенты передачи, нетрудно определить величины $m_{4,1}$ и $m_{1,4}$:

$$m_{4,1} = M_1 K_{2,1} K_{3,2} K_{4,3} = \frac{1}{\delta'_{1,1}} K_{2,1} K_{3,2} K_{4,3};$$

$$m_{1,4} = M_4 K_{3,4} K_{2,3} K_{1,2} = \frac{1}{\delta'_{4,4}} K_{3,4} K_{2,3} K_{1,2}.$$

Таким образом, получаем проверочную формулу в виде равенства

$$\frac{1}{\delta'_{1,1}} K_{2,1} K_{3,2} K_{4,3} = \frac{1}{\delta'_{4,4}} K_{3,4} K_{2,3} K_{1,2}.$$

или

$$\delta'_{1,1} K_{1,2} K_{2,3} K_{3,4} = \delta'_{4,4} K_{4,3} K_{3,2} K_{2,1}.$$

Третья стадия: определение действительных значений опорных моментов в результате перераспределения начальных моментов в табл. 3.

Таблица 3

№ строки	1		2		3		4		5	
	—	$K_{1,2}$	$K_{2,1}$	$K_{2,3}$	$K_{3,2}$	$K_{3,4}$	$K_{4,3}$	$K_{4,5}$	$K_{5,4}$	—
1	→		M_2'		M_3'		M_4'		M_5'	
2	M_1°		M_2°		M_3°		M_4°		M_5°	
3	M_1''		M_2''		M_3''		M_4''			←
4	ΣM_1		ΣM_2		ΣM_3		ΣM_4		ΣM_5	

Прямой ход.

Передаем моменты направо и определяем первые поправки к начальным моментам:

$$M_2' = M_1^{\circ} K_{2,1}; \quad M_3' = (M_2^{\circ} + M_2') K_{3,2};$$

$$M_4' = (M_3^{\circ} + M_3') K_{4,3}; \quad M_5' = (M_4^{\circ} + M_4') K_{5,4}.$$

Обратный ход.

Передаем моменты налево и находим вторые поправки:

$$M_4'' = M_5^{\circ} K_{4,5}; \quad M_3'' = (M_4^{\circ} + M_4'') K_{3,4};$$

$$M_2'' = (M_3^{\circ} + M_3'') K_{2,3}; \quad M_1'' = (M_2^{\circ} + M_2'') K_{1,2}.$$

Складывая числа в столбцах, находим точные значения опорных моментов.

Проверочная формула для опорных моментов получается из уравнения трех моментов

$$M_b \delta_{cb} + M_c \delta_{cc} + M_d \delta_{cd} + \delta_{cp} = 0,$$

отсюда

$$M_c = - \frac{\delta_{cp} + M_b \delta_{cb} + M_d \delta_{cd}}{\delta_{cc}} \quad (69)$$

Для неразрезной балки постоянного сечения по длине пролета проверочная формула имеет следующий вид:

$$M_c = - \frac{\omega'_{cb} + \omega'_{cd} + M_b l'_{bc} + M_d l'_{cd}}{L_c^{\circ}} \quad (70)$$

По форме полученное решение напоминает метод последовательных приближений, однако суть его другая: решение является замкнутым, количество вычислений остается одинаковым при любой требуемой точности расчета. Как видим, расчет на каж. загрузку при точном решении задачи требует в несколько меньше вычислений, чем при решении последовательными приближениями. Заслуживает также внимания и то, что инвариантная часть расчета и часть расчета, зависящая от нагрузки, производятся аналогично, что облегчает усвоение способа.

Изложенные выше приемы расчета позволяют упростить так построение линий влияния в неразрезной балке. Ординаты линий влияния момента на n -ой опоре можно определять по формуле

$$M_n = - \frac{\delta_{np}}{\delta'_{nn}},$$

где δ_{np} — угол перелома в шарнире n от груза $P=1$, перемещающегося по балке;

δ'_{nn} — угол перелома в шарнире n от $M_n=1$ в статически определимой системе (рис. 31).

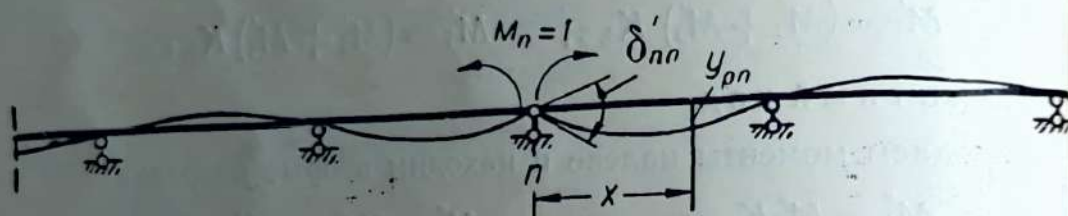


Рис. 31.

Величина δ'_{nn} определяется одновременно с коэффициентами передачи K на схеме неразрезной балки (см. рис. 28).

Из теоремы взаимности между перемещениями следует

$$\delta_{np} = y_{pn},$$

где y_{pn} — ордината эпюры прогибов в сечении x от действия опорного момента $M_n=1$ (рис. 31), следовательно

$$M_n = - \frac{y_{pn}}{\delta'_{nn}}.$$

Для составления выражений y_{pn} введем вспомогательные коэффициенты γ и γ' , определяемые последовательным умножением произвольного числа (например, 1000) на коэффициенты

Схема вычисления коэффициентов γ и γ' показана на рис. 32. По сути, указанные вычисления производились при проверке пра-

$\gamma_0' = 0$	$\gamma_1' = 1000$	$\gamma_2' = \gamma_1 K_{2,1}$	$\gamma_3' = \gamma_2 K_{3,2}$	$\gamma_4' = \gamma_3 K_{4,3}$	$\gamma_5' = 0$
0	1	2	3	4	5
	$\gamma_1' = \gamma_2' K_{1,2}$	$\gamma_2' = \gamma_3' K_{2,3}$	$\gamma_3' = \gamma_4' K_{3,4}$	$\gamma_4' = 1000$	

Рис. 32.

вильности коэффициентов K по формуле (68). Формула (68) теперь упростится и примет следующий вид:

$$\gamma_1' \delta_{1,1} = \gamma_4' \delta_{4,4}. \quad (74)$$

Легко убедиться, что от момента $M_n = 1$ на опорах a и b пролета $a-b$, расположенного слева от опоры n , возникнут моменты:

$$M_{an} = \frac{\gamma_a'}{\gamma_n}; \quad M_{bn} = \frac{\gamma_b'}{\gamma_n}. \quad (75)$$

Зная моменты M_a и M_b , нетрудно определить прогиб y_{pn} в пролете $a-b$. Из теоремы взаимности следует, что от момента $M_a = 1$, приложенного к опоре a , возникает прогиб y в сечении x , по величине равный углу поворота $\bar{\varphi}_a$ от силы $P_x = 1$ (рис. 33).

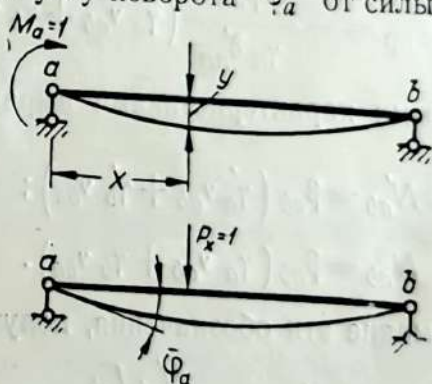


Рис. 33.

Ввиду этого уравнение упругой линии в пролете $a-b$ будет иметь вид

$$y_{pn}^{a-b} = M_{an} \bar{\varphi}_a + M_{bn} \bar{\varphi}_b, \quad (76)$$

или, подставив значения M_{an} и M_{bn} , получим

$$y_{pn} = \frac{\gamma_a'}{\gamma_n} \bar{\varphi}_a + \frac{\gamma_b'}{\gamma_n} \bar{\varphi}_b. \quad (77)$$

Для балки с вутами углы поворота $\bar{\varphi}_a$ и $\bar{\varphi}_b$ от силы $Px=1$ определяются по формулам:

$$\bar{\varphi}_a = \beta_{ab} \nu_{ab} l; \quad (76)$$

$$\bar{\varphi}_b = \beta_{ab} \nu_{ba} l. \quad (77)$$

β_{ab} — определяется по табл. 108—113, коэффициенты ν_{ab} и ν_{ba} по табл. 114—115. Справочника инженера пресектировщиков промышленных сооружений, т. II [1].

ν_{ab} — верхние числа и ν_{ba} — нижние числа в таблицах.

Подставив выражения (78) и (79) в формулу (77) найдем

$$y_{pn}^{ab} = \frac{\beta_{ab}}{\gamma'_n} (\gamma'_a \nu_{ab} + \gamma'_b \nu_{ba}) l. \quad (80)$$

Подставив (80) в (73), получим формулу для определения ординат линии влияния M_n в пролетах, расположенных слева от опоры n ,

$$M_{nл} = - \frac{\beta_{ab}}{\gamma'_n \delta'_{nn}} (\gamma'_a \nu_{ab} + \gamma'_b \nu_{ba}) l. \quad (81)$$

Ординаты линии влияния M_n в пролетах, расположенных справа от опоры n , выражаются аналогичной формулой

$$M_{nпр} = - \frac{\beta_{ab}}{\gamma_n \delta'_{nn}} (\gamma_a \nu_{ab} + \gamma_b \nu_{ba}) l. \quad (82)$$

Назовем пролетными характеристиками выражения следующего вида:

$$N'_{ab} = \beta_{ab} (\gamma'_a \nu_{ab} + \gamma'_b \nu_{ba}); \quad (83)$$

$$N_{ab} = \beta_{ab} (\gamma_a \nu_{ab} + \gamma_b \nu_{ba}). \quad (84)$$

Принимая во внимание эти обозначения, получим:

$$M_{nл}^{ab} = - \frac{N'_{ab} l_{ab}}{\gamma'_n \delta'_{nn}}; \quad (85)$$

$$M_{nпр}^{ab} = - \frac{N_{ab} l_{ab}}{\gamma_n \delta'_{nn}}; \quad (86)$$

для частного случая балки постоянного сечения

$$\delta'_{nn} = \frac{L_n}{6}, \quad (87)$$

где L_n — опорные характеристики, определяемые одновременно с коэффициентами K на схеме неразрезной балки.

Таким образом, построение линий влияния опорных моментов неразрезной балки состоит из следующих стадий:

1) определение на схеме неразрезной балки коэффициентов

$$K; \delta'; L; \gamma; \gamma';$$

2) определение пролетных характеристик N и N' по формулам (83) и (84) для сечений балки, расположенных через $\frac{1}{12}l$;

3) вычисление ординат линий влияния опорных моментов по формулам (85) и (86).

Неразрезные балки на упругих опорах

Схема расчета, изложенная выше, применима для расчета неразрезных балок на упругих опорах с изменениями, обусловленными особенностями работы этих систем.

Первая стадия расчета: определение коэффициента передачи K .

Приложим к опоре d статически неопределимой системы момент $M_d=1$ (рис. 34). Балка, расположенная слева от опоры d ,

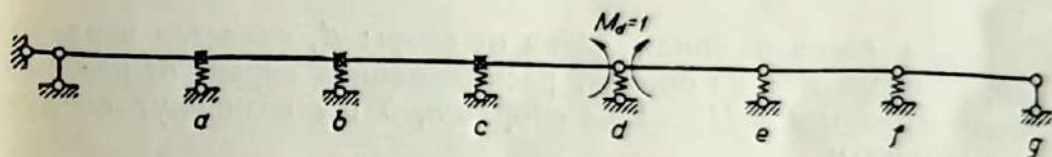


Рис. 34.

является неразрезной; справа от опоры d на опорах имеются шарниры. От $M_d=1$ на опорах a, b, c , возникнут следующие моменты:

$$M_c = M_d K_{cd} = K_{cd};$$

$$M_b = M_d K_{bd} + M_c K_{bc} = K_{bd} + K_{bc} K_{cd};$$

$$M_a = M_c K_{ac} + M_b K_{ab} = K_{cd} K_{ac} + (K_{bd} + K_{bc} K_{cd}) K_{ab},$$

где K — коэффициенты передачи опорных моментов.

Подставив указанные значения моментов M_a, M_b, M_c и M_d в уравнение пяти моментов для опоры c

$$M_a \delta_{ca} + M_b \delta_{cb} + M_c \delta_{cc} + M_d \delta_{cd} + M_e \delta_{ce} + \delta_{cp} = 0 \quad (88)$$

и имея в виду, что $M_e=0$ и $\delta_{cp}=0$, получим:

$$K_{cd} (\delta_{cc} + K_{ac} \delta_{ca} + K_{ab} K_{bc} \delta_{ca} + K_{bc} \delta_{cb}) + \\ + K_{ab} K_{bd} \delta_{ca} + K_{bd} \delta_{cb} + \delta_{cd} = 0, \quad (89)$$

отсюда

$$K_{cd} = - \frac{\delta'_{cd}}{\delta'_{cc}}; \quad (90)$$

$$\delta'_{cd} = \delta_{cd} + K_{ab} K_{bd} \delta_{ca} + K_{bd} \delta_{cb}; \quad (91)$$

$$\delta'_{cc} = \delta_{cc} + K_{ac} \delta_{ca} + K_{ab} K_{bc} \delta_{ca} + K_{bc} \delta_{cb}, \quad (92)$$

где δ'_{cc} и δ'_{cd} представляют собой углы перелома на опоре c в статически неопределимой системе (рис. 34) от $M_c = 1$ и $M_d = 1$.

Аналогично определяется коэффициент передачи K_{ce} . Приложим к опоре e момент $M_e = 1$ (рис. 35).

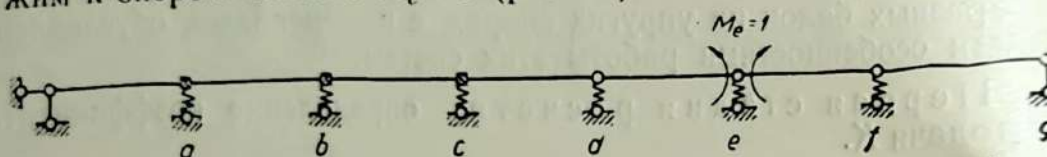


Рис. 35.

Балка, расположенная слева от опоры d , является неразрывной; на опоре d и на опорах, расположенных справа от нее, имеются шарниры. От $M_e = 1$ на опорах a , b и c возникнут следующие моменты:

$$M_c = M_e K_{ce} = K_{ce};$$

$$M_b = M_c K_{bc} = K_{ce} K_{bc};$$

$$M_a = M_c K_{ac} + M_b K_{ab} = K_{ce} K_{ac} + K_{ce} K_{bc} K_{ab} = K_{ce} (K_{ac} + K_{bc} K_{ab}).$$

Подставив указанные значения моментов в уравнение (88) имея в виду, что $M_d = 0$ и $\delta_{cp} = 0$, получим

$$K_{ce} (\delta_{cc} + K_{ac} \delta_{ca} + K_{ab} K_{bc} \delta_{ca} + K_{bc} \delta_{cb}) + \delta_{ce} = 0; \quad (93)$$

отсюда

$$K_{ce} = - \frac{\delta_{ce}}{\delta'_{cc}}, \quad (94)$$

где δ'_{cc} определяется выражением (92).

Формулы (91) и (92) можно упростить, пользуясь теоремой взаимности перемещений.

Рассмотрим единичные состояния, изображенные на рис. 36. Назовем Δ_{bc} углом перелома на опоре b от $M_c=1$, а Δ_{cb} — углом перелома на опоре c от $M_b=1$ в статически неопределимой системе (рис. 36).

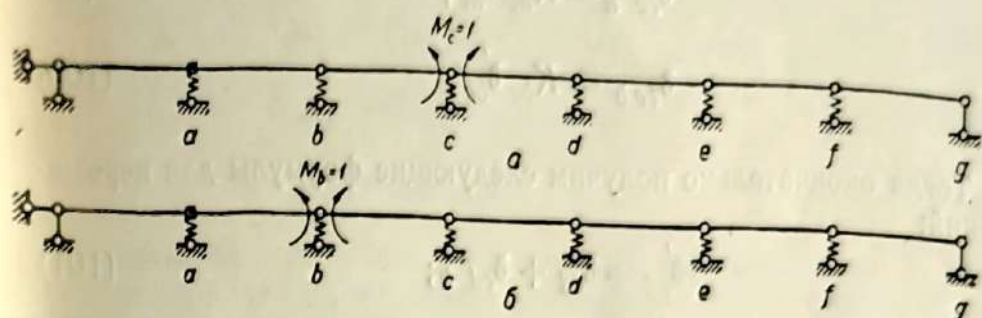


Рис. 36.

$$\Delta_{bc} = \delta_{bc} + K_{ac} \delta_{ba}; \quad (95)$$

$$\Delta_{cb} = \delta_{cb} + K_{ab} \delta_{ca}. \quad (96)$$

Из теоремы взаимности следует:

$$\Delta_{bc} = \Delta_{cb}; \quad \delta_{bc} = \delta_{cb};$$

следовательно:

$$K_{ab} \delta_{ca} = K_{ac} \delta_{ba}. \quad (97)$$

Принимая во внимание равенство (97), формулы (91) и (92) можно преобразовать следующим образом:

$$\delta'_{cd} = \delta_{cd} + K_{ac} K_{bd} \delta_{ba} + K_{bd} \delta_{cb};$$

$$\delta'_{cc} = \delta_{cc} + K_{ac} \delta_{ca} + K_{ac} K_{bc} \delta_{ba} + K_{bc} \delta_{cb};$$

или

$$\delta'_{cd} = \delta_{cd} + K_{bd} (K_{ac} \delta_{ba} + \delta_{cb});$$

$$\delta'_{cc} = \delta_{cc} + K_{ac} \delta_{ca} + K_{bc} (K_{ac} \delta_{ba} + \delta_{cb}).$$

Обозначив

$$\delta'_{bc} = \delta_{bc} + K_{ac} \delta_{ba},$$

получим:

$$\delta'_{cd} = \delta_{cd} + K_{bd} \delta'_{bc};$$

$$\delta'_{cc} = \delta_{cc} + K_{ac} \delta_{ca} + K_{bc} \delta'_{bc}.$$

Применим также следующие обозначения:

$$\delta_{cd, b} = K_{bd} \delta'_{bc}; \quad (98)$$

$$\delta_{cc, a} = K_{ac} \delta_{ac}; \quad (99)$$

$$\delta_{cc, b} = K_{bc} \delta'_{bc}. \quad (100)$$

Тогда окончательно получим следующие формулы для перемещений:

$$\delta'_{cd} = \delta_{cd} + \delta_{cd, b}; \quad (101)$$

$$\delta'_{cc} = \delta_{cc} + \delta_{cc, a} + \delta_{cc, b}. \quad (102)$$

По аналогии составляются цепные зависимости, связывающие левые коэффициенты K . Прикладывая момент $M_b=1$ и полагая

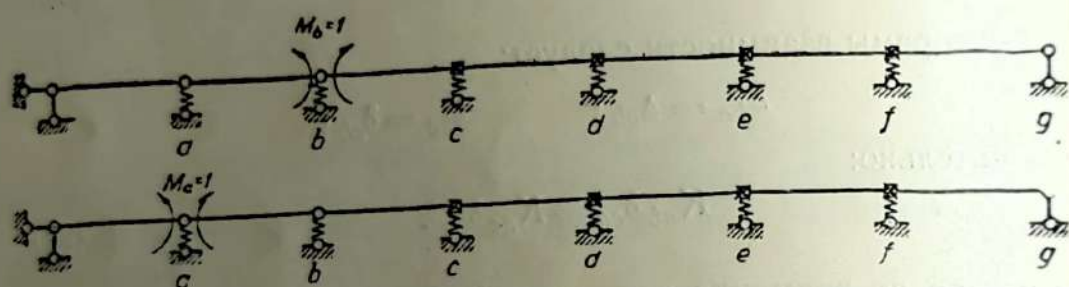


Рис. 37.

что балка, расположенная справа от опоры b , является неразрезной (рис. 37), путем таких же рассуждений, получим формулы для левых коэффициентов K :

$$K_{cb} = - \frac{\delta''_{cb}}{\delta''_{cc}}; \quad (103)$$

$$K_{ca} = - \frac{\delta_{ca}}{\delta''_{cc}}, \quad (104)$$

где

$$\delta'_{cb} = \delta_{cb} + K_{ed} K_{db} \delta_{ce} + K_{db} \delta_{cd}; \quad (105)$$

$$\delta''_{cc} = \delta_{cc} + K_{ec} \delta_{ce} + K_{ed} K_{dc} \delta_{ce} + K_{dc} \delta_{cd}, \quad (106)$$

или после ряда преобразований

$$\delta_{cb}^* = \delta_{cb} + \delta_{cb,d}; \quad (105)$$

$$\delta_{cc}^* = \delta_{cc} + \delta_{cc,e} + \delta_{cc,d}; \quad (106)$$

$$\delta_{cb,d}^* = K_{db} \delta_{dc}^*; \quad (107)$$

$$\delta_{cc,e}^* = K_{ec} \delta_{ec}^*; \quad (108)$$

$$\delta_{cc,d}^* = K_{dc} \delta_{dc}^*. \quad (109)$$

Статическое толкование определения коэффициентов K для неразрезной балки на жестких и упругих опорах одинаково и состоит в последовательном восстановлении связей основной системы и введении в расчет постепенно усложняющихся основных статически неопределимых систем (двухпролетной, трехпролетной, четырехпролетной и т. д. неразрезных балок).

Коэффициенты K весьма удобно определяют на схеме неразрезной балки, причем одновременно вычисляются уточненные значения перемещений δ' . Порядок вычисления коэффициентов K проиллюстрируем на примере неразрезной балки с шестью промежуточными опорами (семью пролетами).

1. Записываем на схеме балки главные и побочные перемещения $\delta_{1,2}$; $\delta_{2,3}$; $\delta_{3,4}$; $\delta_{4,5}$; $\delta_{5,6}$; $\delta_{1,3}$; $\delta_{2,4}$; $\delta_{3,5}$; $\delta_{4,6}$.

2. Производим прямой ход и определяем правые коэффициенты K и перемещения δ' (рис. 38).

Опора 1.

$$K_{1,2} = - \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,1}}; \quad K_{1,3} = - \frac{\delta_{1,3}}{\delta_{1,1}}.$$

Определяем поправки для перемещений:

$$\delta_{2,2(1)} = K_{1,2} \delta_{1,2}; \quad \delta_{2,3(1)} = K_{1,3} \delta_{1,2}; \quad \delta_{3,3(1)} = K_{1,3} \delta_{1,3}$$

Суммируя, находим

$$\delta_{2,2}' = \delta_{2,2} + \delta_{2,2(1)}; \quad \delta_{2,3}' = \delta_{2,3} + \delta_{2,3(1)}.$$

Опора 2.

$$K_{2,3} = - \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,2}}; \quad K_{2,4} = - \frac{\delta_{2,4}}{\delta_{2,2}}.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{3,3(2)} = K_{2,3} \delta_{2,3}; \quad \delta_{3,4(2)} = K_{2,4} \delta_{2,3}; \quad \delta_{4,4(2)} = K_{2,4} \delta_{2,4}.$$

Суммируя, находим

$$\delta_{3,3}' = \delta_{3,3} + \delta_{3,3(1)} + \delta_{3,3(2)}; \quad \delta_{3,4}' = \delta_{3,4} + \delta_{3,4(2)}.$$

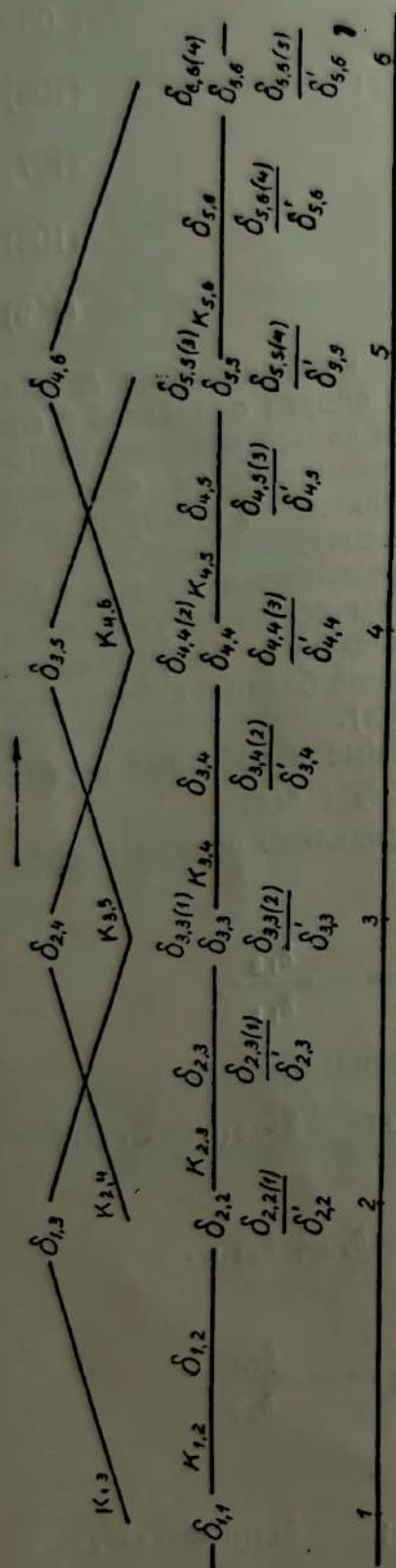
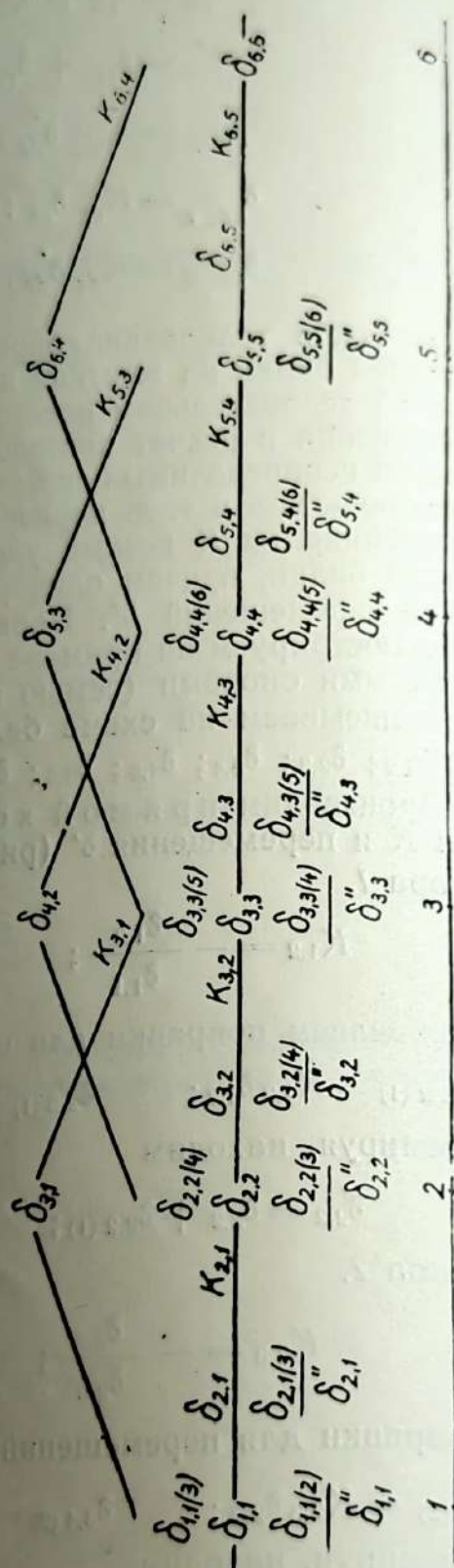


Рис. 38.



Опора 3.

$$K_{3,4} = - \frac{\delta'_{3,4}}{\delta'_{3,3}}; \quad K_{3,5} = - \frac{\delta'_{3,5}}{\delta'_{3,3}}.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{4,4(3)} = K_{3,4} \delta'_{3,4}, \quad \delta_{4,5(3)} = K_{3,5} \delta'_{3,4}; \quad \delta_{5,5(3)} = K_{3,5} \delta'_{3,5}.$$

Суммируя, находим

$$\delta'_{4,4} = \delta_{4,4} + \delta_{4,4(2)} + \delta_{4,4(3)}; \quad \delta'_{4,5} = \delta_{4,5} + \delta_{4,5(3)}.$$

Опора 4.

$$K_{4,5} = - \frac{\delta'_{4,5}}{\delta'_{4,4}}; \quad K_{4,6} = - \frac{\delta_{4,6}}{\delta'_{4,4}}.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{5,5(4)} = K_{4,5} \delta'_{4,5}; \quad \delta_{5,6(4)} = K_{4,6} \delta'_{4,5}; \quad \delta_{6,6(4)} = K_{4,6} \delta_{4,6}.$$

Суммируя, находим

$$\delta'_{5,5} = \delta_{5,5} + \delta_{5,5(3)} + \delta_{5,5(4)}; \quad \delta'_{5,6} = \delta_{5,6} + \delta_{5,6(4)}.$$

Опора 5.

$$K_{5,6} = - \frac{\delta'_{5,6}}{\delta'_{5,5}},$$

Поправка для перемещения

$$\delta_{6,6(5)} = K_{5,6} \delta'_{5,6}.$$

Суммируя, находим

$$\delta'_{6,6} = \delta_{6,6} + \delta_{6,6(4)} + \delta_{6,6(5)}.$$

3. Производим обратный ход и определяем левые коэффициенты K и перемещения δ'' (рис. 39).

Опора 6.

$$K_{6,5} = - \frac{\delta_{6,5}}{\delta_{6,6}}; \quad K_{6,4} = - \frac{\delta_{6,4}}{\delta_{6,6}}.$$

Определяем поправки для перемещений:

$$\delta_{5,5(6)} = K_{6,5} \delta_{6,5}; \quad \delta_{3,4(6)} = K_{6,4} \delta_{6,5}; \quad \delta_{4,4(6)} = K_{6,4} \delta_{6,4}.$$

Суммируя, находим:

$$\delta''_{5,5} = \delta_{5,5} + \delta_{5,5(6)}; \quad \delta''_{3,4} = \delta_{3,4} + \delta_{3,4(6)}.$$

Опора 5.

$$K_{5,4} = - \frac{\delta_{5,4}'}{\delta_{5,5}''}; \quad K_{5,3} = - \frac{\delta_{5,3}'}{\delta_{5,5}''}.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{4,4}(5) = K_{5,4} \delta_{5,4}''; \quad \delta_{4,3}(5) = K_{5,3} \delta_{5,4}''; \quad \delta_{3,3}(5) = K_{5,3} \delta_{5,3}''.$$

Суммируя, находим

$$\delta_{4,4}'' = \delta_{4,4} + \delta_{4,4}(6) + \delta_{4,4}(5); \quad \delta_{4,3}'' = \delta_{4,3} + \delta_{4,3}(5).$$

Опора 4.

$$K_{4,3} = - \frac{\delta_{4,3}'}{\delta_{4,4}''}; \quad K_{4,2} = - \frac{\delta_{4,2}'}{\delta_{4,4}''}.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{3,3}(4) = K_{4,3} \delta_{4,3}''; \quad \delta_{3,2}(4) = K_{4,2} \delta_{4,3}''; \quad \delta_{2,2}(4) = K_{4,2} \delta_{4,2}''.$$

Суммируя, находим

$$\delta_{3,3}' = \delta_{3,3} + \delta_{3,3}(5) + \delta_{3,3}(4); \quad \delta_{3,2}' = \delta_{3,2} + \delta_{3,2}(4).$$

Опора 3.

$$K_{3,2} = - \frac{\delta_{3,2}'}{\delta_{3,3}''}; \quad K_{3,1} = - \frac{\delta_{3,1}'}{\delta_{3,3}''}.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{2,2}(3) = K_{3,2} \delta_{3,2}''; \quad \delta_{2,1}(3) = K_{3,1} \delta_{3,2}''; \quad \delta_{1,1}(3) = K_{3,1} \delta_{3,1}''.$$

Суммируя, находим

$$\delta_{2,2}' = \delta_{2,2} + \delta_{2,2}(4) + \delta_{2,2}(3); \quad \delta_{2,1}' = \delta_{2,1} + \delta_{2,1}(3).$$

Опора 2.

$$K_{2,1} = - \frac{\delta_{2,1}'}{\delta_{2,2}''}.$$

Поправка для перемещения:

$$\delta_{1,1}(2) = K_{2,1} \delta_{2,1}''.$$

Суммируя, находим

$$\delta_{1,1}' = \delta_{1,1} + \delta_{1,1}(3) + \delta_{1,1}(2);$$

Вторая стадия расчета: определение начальных моментов.

Для разделения неразрезной балки на жестких опорах на две независимые части I и II достаточно было включить шарнир на одной опоре (рис. 40).

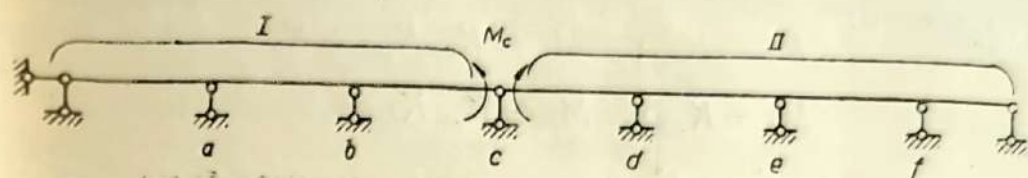


Рис. 40.

Особенность неразрезной балки на упругих опорах состоит в том, что для разделения ее на две независимые части необходимо включить шарниры на двух опорах. Так, например, включая шарниры на опорах c и d (рис. 41), мы изолируем ле-

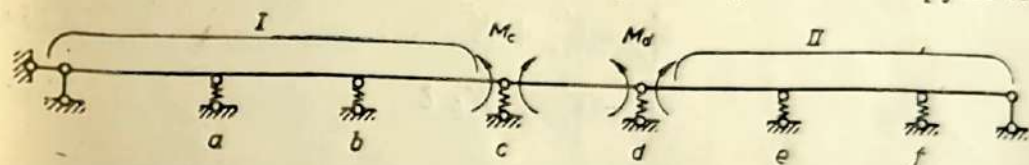


Рис. 41.

вую часть балки I от правой части II. Зная моменты M_c и M_d , легко, пользуясь коэффициентами передачи, найти моменты на остальных опорах. Ввиду этого, начальные моменты следует находить одновременно для двух опор неразрезной балки, для чего потребуются составить и решить два уравнения. Под действием внешней нагрузки на опорах основной системы возникнут перемещения — углы перелома упругой линии. Группируем перемещения попарно, например:

$$\delta_{1p} \text{ и } \delta_{2p}; \quad \delta_{3p} \text{ и } \delta_{4p}; \quad \delta_{5p} \text{ и } \delta_{6p} \text{ и т. д.}$$

Пользуясь принципом независимости, рассмотрим влияние каждой пары грузовых перемещений (свободных членов) в отдельности.

Уравнения непрерывности для опоры c и d (рис. 41) будут иметь следующий вид:

$$M_c^0 \delta_{cc}^0 + M_d^0 \delta_{cd}^0 + \delta_{cp} = 0; \quad (110)$$

$$M_c^0 \delta_{dc}^0 + M_d^0 \delta_{dd}^0 + \delta_{dp} = 0, \quad (111)$$

где δ_{cc}^0 ; δ_{dd}^0 — углы перелома на опорах c и d основной статически неопределимой системы соответственно от моментов $M_c = 1$ и $M_d = 1$;

δ_{cd}° — угол перелома на опоре c от $M_d = 1$;

δ_{dc}° — угол перелома на опоре d от $M_c = 1$.

Из теоремы взаимности перемещений следует $\delta_{cd}^{\circ} = \delta_{dc}^{\circ}$.
 Момент $M_c = 1$ на опорах a, b, e, f неразрезной балки возни-
 нут моменты:

$$M_b = K_{bc}; \quad M_a = K_{bc} K_{ab} + K_{ac};$$

$$M_e = K_{ec}; \quad M_f = K_{ec} K_{fe}.$$

Перемещения δ_{cc}° и δ_{dc}° от указанных моментов будут:

$$\delta_{cc}^{\circ} = \delta_{cc} + K_{bc} \delta_{cb} + (K_{bc} K_{ab} + K_{ac}) \delta_{ca} + K_{ec} \delta_{ce}; \quad (1)$$

$$\delta_{dc}^{\circ} = \delta_{dc} + K_{bc} \delta_{db} + K_{ec} \delta_{de} + K_{ec} K_{fe} \delta_{df} \quad (1)$$

или, имея в виду формулы (91) и (105'):

$$\delta_{cc}^{\circ} = \delta_{cc}' + K_{ec} \delta_{ec}; \quad (1)$$

$$\delta_{dc}^{\circ} = \delta_{dc}' + K_{bc} \delta_{bd}. \quad (1)$$

Путем аналогичных рассуждений составляются выражения для
 δ_{dd}° и δ_{cd}° :

$$\delta_{dd}^{\circ} = \delta_{dd}'' + K_{bd} \delta_{bd}; \quad (1)$$

$$\delta_{cd}^{\circ} = \delta_{cd}' + K_{ed} \delta_{ec}. \quad (1)$$

Равенство $\delta_{dc}^{\circ} = \delta_{cd}^{\circ}$ целесообразно использовать для проверки
 вычисления коэффициентов передачи.

Решая уравнения (110) и (111) в общем виде, получим формулы для начальных моментов:

$$M_c^{\circ} = \alpha_{cc} \delta_{cp} + \alpha_{cd} \delta_{dp}; \quad (1)$$

$$M_d^{\circ} = \alpha_{dd} \delta_{dp} + \alpha_{dc} \delta_{cp} \quad (1)$$

где

$$\alpha_{cc} = -\frac{\delta_{dd}^{\circ}}{D}; \quad \alpha_{dd} = -\frac{\delta_{cc}^{\circ}}{D}; \quad \alpha_{cd} = \frac{\delta_{cd}^{\circ}}{D}; \quad (1)$$

$$D = \delta_{cc}^{\circ} \delta_{dd}^{\circ} - (\delta_{cd}^{\circ})^2. \quad (1)$$

Если количество опор нечетное, то последняя группа состоит
 только из одной опоры. В этом случае

$$M_e = -\frac{\delta_{ep}}{\delta_{ee}'} \quad (1)$$

Третья стадия расчета: определение точных значений опорных моментов. Для определения конечных значений опорных моментов составляется таблица перераспределения, (табл. 4), аналогичная той, которая применялась при расчете неразрезных балок на жестких опорах.

Указанная таблица дает возможность одновременно, при полном загрузении системы, учесть взаимное влияние начальных моментов друг на друга, их перераспределение.

Покажем составление таблицы перераспределения для неразрезной балки с семью промежуточными опорами (восемью пролетами).

Разбиваем опоры на 4 группы. Первые три группы состоят из двух опор (1—2, 3—4, 5—6), последняя группа состоит из одной опоры 7.

В заглавной строке таблицы записываем коэффициенты передачи K , а в строке 3—начальные моменты M^0 . Далее производим перераспределение начальных моментов.

Прямой ход.

Передаем моменты группы 1—2 на группу 3—4:

$$M_{3,1} = M_1^0 K_{3,1}; \quad M_{3,2} = M_2^0 K_{3,2}, \quad M_{4,2} = M_2^0 K_{4,2};$$

передаем момент $M_{3,1} + M_{3,2}$ на опору 4

$$M_{4,3} = (M_{3,2} + M_{3,1}) K_{4,3};$$

передаем моменты группы 3—4 на группу 5—6:

$$M_{5,3} = (M_3^0 + M_{3,2} + M_{3,1}) K_{5,3},$$

$$M_{5,4} = (M_4^0 + M_{4,3} + M_{4,2}) K_{5,4},$$

$$M_{6,4} = (M_4^0 + M_{4,3} + M_{4,2}) K_{6,4};$$

передаем момент $M_{5,4} + M_{5,3}$ на опору 6

$$M_{6,5} = (M_{5,3} + M_{5,4}) K_{6,5};$$

передаем моменты группы 5—6 на опору 7:

$$M_{7,5} = (M_5^0 + M_{5,4} + M_{5,3}) K_{7,5},$$

$$M_{7,6} = (M_6^0 + M_{6,5} + M_{6,4}) K_{7,6}.$$

Обратный ход.

Передаем момент с опоры 7 на группу 5—6:

$$M_{6,7} = M_7^0 K_{6,7}, \quad M_{5,7} = M_7^0 K_{5,7};$$

передаем момент $M_{6,7}$ на опору 5

$$M_{5,6} = M_{6,7} K_{5,6};$$

Таблица 4

№ строки	1		2		3		4		5		6		7	
	—	$K_{1,2}$	$K_{2,1}$	$K_{2,3}$	$K_{3,2}$	$K_{3,4}$	$K_{4,3}$	$K_{4,5}$	$K_{5,4}$	$K_{5,6}$	$K_{6,5}$	$K_{6,7}$	$K_{7,6}$	—
1	—	$K_{1,3}$	—	$K_{2,4}$	$K_{3,1}$	$K_{3,5}$	$K_{4,2}$	$K_{4,6}$	$K_{5,3}$	$K_{5,7}$	$K_{6,4}$	—	$K_{7,5}$	—
2					$M_{3,1}$		$M_{4,2}$		$M_{5,3}$		$M_{6,4}$		$M_{7,5}$	
3					$M_{3,2}$		$M_{4,3}$		$M_{5,4}$		$M_{6,5}$		$M_{7,6}$	
4			$M_{1,1}^{\circ}$	$M_{2,2}^{\circ}$	$M_{3,3}^{\circ}$		$M_{4,4}^{\circ}$		$M_{5,5}^{\circ}$		$M_{6,6}^{\circ}$		$M_{7,7}^{\circ}$	
5		$M_{1,2}$	$M_{2,3}$	$M_{3,4}$	$M_{4,5}$		$M_{5,6}$		$M_{6,7}$					
6		$M_{1,3}$	$M_{2,4}$	$M_{3,5}$	$M_{4,6}$		$M_{5,7}$							
		$\Sigma M_{1,2}$	$\Sigma M_{2,3}$	$\Sigma M_{3,4}$	$\Sigma M_{4,5}$		$\Sigma M_{5,6}$		$\Sigma M_{6,7}$					

передаем моменты группы 5—6 на группу 3—4:

$$M_{4,6} = (M_6^0 + M_{6,7}) K_{4,6},$$

$$M_{4,5} = (M_5^0 + M_{5,6} + M_{5,7}) K_{4,5},$$

$$M_{3,5} = (M_5^0 + M_{5,6} + M_{5,7}) K_{3,5};$$

передаем момент $M_{4,5} + M_{4,6}$ на опору 3

$$M_{3,4} = (M_{4,5} + M_{4,6}) K_{3,4};$$

передаем моменты группы 3—4 на группу 1—2:

$$M_{2,4} = (M_4^0 + M_{4,5} + M_{4,6}) K_{2,4},$$

$$M_{2,3} = (M_3^0 + M_{3,4} + M_{3,5}) K_{2,3},$$

$$M_{1,3} = (M_3^0 + M_{3,4} + M_{3,5}) K_{1,3};$$

передаем момент $M_{2,3} + M_{2,4}$ на опору 1.

$$M_{1,2} = (M_{2,3} + M_{2,4}) K_{1,2}.$$

Следует помнить, что начальные моменты M^0 передаются только с группы на группу, внутри же данной группы передаются одни поправочные моменты.

Суммируя числа в столбцах, в строке 6 находим точные значения опорных моментов.

Точное решение можно применять при любом соотношении между коэффициентами уравнений. Точность результатов зависит только от точности инструмента, которым производятся вычисления, количество же вычислений остается неизменным.

§ 4.

§ 4. РАСЧЕТ БАЛОЧНОГО РОСТВЕРКА МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

При решении балочного ростверка методом последовательных приближений противоречия между основной и расчетной системами (рис. 42, а и б) будем устранять не все сразу, а поочередно.

Так, закрывая шарниры первой группы (рис. 42, в), получим неразрезную балку на упругих опорах $a_1 - b_1 - c_1 - d_1 - e_1$.

Из расчета этой системы находим первые приближения для моментов $M_{a_1}, M_{b_1}, M_{c_1}, M_{d_1}, M_{e_1}$ и прикладываем их в качестве внешнего воздействия к основной системе. Закрывая шарниры второй группы (рис. 42, г), получим неразрезную балку на упругих опорах $a_2 - b_2 - c_2 - d_2 - e_2$, рассчитав которую, находим первые приближения для моментов $M_{a_2}, M_{b_2}, M_{c_2}, M_{d_2}$ и M_{e_2} .

Наконец, закрывая шарниры третьей группы (рис. 42, д) и считывая балку a_3, b_3, c_3, d_3 и e_3 , находим первые приближения для моментов $M_{a_3}, M_{b_3}, M_{c_3}, M_{d_3}$ и M_{e_3} .

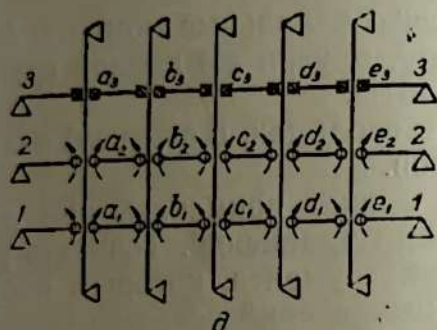
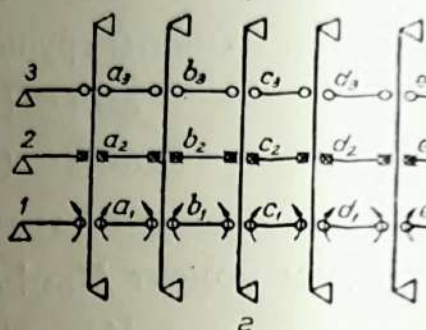
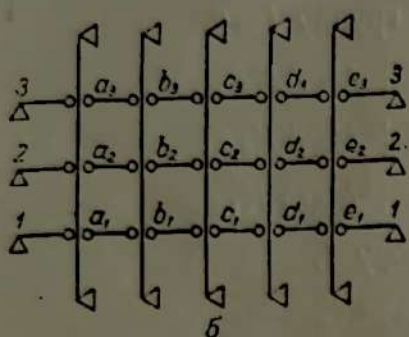
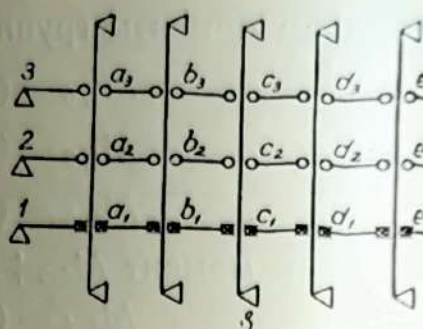
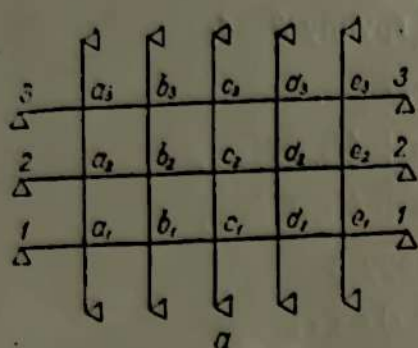


Рис. 42.

Во втором цикле расчет повторяют, учитывая факторы, найденные в первом цикле. Вторые приближения для моментов отличаются от точных значений на 5—10%. После второго цикла процесс рекомендуется оборвать, так как после второго цикла последовательного приближения замедляется, и дальнейшее уточнение результатов потребует неоправданно большой затраты труда.

Математическое толкование указанного метода последовательных приближений состоит в выделении пятичленных групп системы линейных уравнений (см. стр. 13).

Для ростверка, изображенного на рис. 42,а, получим три пятичленных группы.

1-я группа.

$$M_{a_1} \delta_{a_1 a_1} + M_{b_1} \delta_{a_1 b_1} + M_{c_1} \delta_{a_1 c_1} = -(\Delta_{a_1 p} + \Delta_{a_1 2} + \Delta_{a_1 3})$$

$$M_{a_1} \delta_{b_1 a_1} + M_{b_1} \delta_{b_1 b_1} + M_{c_1} \delta_{b_1 c_1} + M_{d_1} \delta_{b_1 d_1} = -(\Delta_{b_1 n} + \Delta_{b_1 2} + \Delta_{b_1 3});$$

$$M_{a_1} \delta_{c_1 a_1} + M_{b_1} \delta_{c_1 b_1} + M_{c_1} \delta_{c_1 c_1} + M_{d_1} \delta_{c_1 d_1} + M_{e_1} \delta_{c_1 e_1} = \\ = -(\Delta_{c_1 p} + \Delta_{c_1 2} + \Delta_{c_1 3});$$

$$M_{b_1} \delta_{d_1 b_1} + M_{c_1} \delta_{d_1 c_1} + M_{d_1} \delta_{d_1 d_1} + M_{e_1} \delta_{d_1 e_1} = \\ = -(\Delta_{d_1 p} + \Delta_{d_1 2} + \Delta_{d_1 3});$$

$$M_{c_1} \delta_{e_1 c_1} + M_{d_1} \delta_{e_1 d_1} + M_{e_1} \delta_{e_1 e_1} = \\ = -(\Delta_{e_1 p} + \Delta_{e_1 2} + \Delta_{e_1 3}).$$

Вторая группа.

$$M_{a_2} \delta_{a_2 a_2} + M_{b_2} \delta_{a_2 b_2} + M_{c_2} \delta_{a_2 c_2} = -(\Delta_{a_2 p} + \Delta_{a_2 1} + \Delta_{a_2 3});$$

$$M_{a_2} \delta_{b_2 a_2} + M_{b_2} \delta_{b_2 b_2} + M_{c_2} \delta_{b_2 c_2} + M_{d_2} \delta_{b_2 d_2} = \\ = (\Delta_{b_2 p} + \Delta_{b_2 1} + \Delta_{b_2 3});$$

$$M_{a_2} \delta_{c_2 a_2} + M_{b_2} \delta_{c_2 b_2} + M_{c_2} \delta_{c_2 c_2} + M_{d_2} \delta_{c_2 d_2} + M_{e_2} \delta_{c_2 e_2} = \\ = (\Delta_{c_2 p} + \Delta_{c_2 1} + \Delta_{c_2 3});$$

$$M_{b_2} \delta_{d_2 b_2} + M_{c_2} \delta_{d_2 c_2} + M_{d_2} \delta_{d_2 d_2} + M_{e_2} \delta_{d_2 e_2} = \\ = -(\Delta_{d_2 p} + \Delta_{d_2 1} + \Delta_{d_2 3});$$

$$M_{c_2} \delta_{e_2 c_2} + M_{d_2} \delta_{e_2 d_2} + M_{e_2} \delta_{e_2 e_2} = -(\Delta_{e_2 p} + \Delta_{e_2 1} + \Delta_{e_2 3}).$$

Третья группа.

$$M_{a_3} \delta_{a_3 a_3} + M_{b_3} \delta_{a_3 b_3} + M_{c_3} \delta_{a_3 c_3} = -(\Delta_{a_3 p} + \Delta_{a_3 1} + \Delta_{a_3 2});$$

$$M_{a_3} \delta_{b_3 a_3} + M_{b_3} \delta_{b_3 b_3} + M_{c_3} \delta_{b_3 c_3} + M_{d_3} \delta_{b_3 d_3} = \\ = -(\Delta_{b_3 p} + \Delta_{b_3 1} + \Delta_{b_3 2});$$

$$M_{a_3} \delta_{c_3 a_3} + M_{b_3} \delta_{c_3 b_3} + M_{c_3} \delta_{c_3 c_3} + M_{d_3} \delta_{c_3 d_3} + M_{e_3} \delta_{c_3 e_3} = \\ = -(\Delta_{c_3 p} + \Delta_{c_3 1} + \Delta_{c_3 2});$$

$$M_{b_3} \delta_{d_3 b_3} + M_{c_3} \delta_{d_3 c_3} + M_{d_3} \delta_{d_3 d_3} + M_{e_3} \delta_{d_3 e_3} = \\ = -(\Delta_{d_3 p} + \Delta_{d_3 1} + \Delta_{d_3 2});$$

$$M_{c_3} \delta_{e_3 c_3} + M_{d_3} \delta_{e_3 d_3} + M_{e_3} \delta_{e_3 e_3} = -(\Delta_{e_3 p} + \Delta_{e_3 1} + \Delta_{e_3 2}).$$

Расчет производится в следующей последовательности.

Первый цикл расчета:

а) определяем первые приближения для моментов $M_{a_1}, M_{b_1}, M_{c_1}, M_{d_1}$ и M_{e_1} , решая первую группу пятичленных уравнений (при

определении свободных членов полагаем моменты второй и третьей группы равными нулю);

б) определяем первые приближения для моментов M_{a_2} , M_{b_2} , M_{c_2} , M_{d_2} и M_{e_2} , решая вторую группу пятичленных уравнений (при определении свободных членов учитываются первые приближения для моментов первой группы);

в) определяем первые приближения для моментов M_{a_3} , M_{b_3} , M_{c_3} , M_{d_3} и M_{e_3} , решая третью группу пятичленных уравнений (при определении свободных членов учитываются первые приближения для моментов первой и второй групп).

Второй цикл расчета:

а) определяем первые поправки для моментов M_{a_1} , M_{b_1} , M_{c_1} , M_{d_1} и M_{e_1} , решая первую группу пятичленных уравнений (при определении свободных членов учитываются первые приближения для моментов второй и третьей групп, которые в первом цикле не учитывались);

б) определяем первые поправки для моментов M_{a_2} , M_{b_2} , M_{c_2} , M_{d_2} , M_{e_2} , решая вторую группу пятичленных уравнений (при определении свободных членов учитываются первые приближения для моментов третьей группы и первые поправки для моментов первой группы);

в) определяем первые поправки для моментов M_{a_3} , M_{b_3} , M_{c_3} , M_{d_3} и M_{e_3} , решая третью группу пятичленных уравнений (при определении свободных членов учитываются первые поправки для моментов первой и второй групп).

Далее, таким же образом можно произвести последующие циклы расчета, причем при определении свободных членов данной группы учитываются последние найденные моменты других групп.

Как было сказано выше, вычисление рекомендуется оборвать после второго цикла. Решение пятичленных групп при тщательно выполненной инвариантной части расчета производится достаточно просто.

ГЛАВА II

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК НА ЖЕСТКИХ ОПОРАХ

Расчету неразрезных балок посвящена обширная литература. Для равнопролетных балок имеются исчерпывающие таблицы. Точно также составлены таблицы и формулы [6] для неразрезных балок с равными приведенными пролетами. Наиболее употребимые из этих формул мы помещаем в преобразованном виде в приложении 2.

Целью настоящей главы является рассмотрение тех типов неравнопролетных балок, которые не могут быть рассчитаны по годовым формулам и таблицам. Для расчета таких балок используется метод перераспределения начальных значений, неизвестных в его точном варианте.

Как было показано в теоретической части работы, применение для расчета неразрезных балок на жестких опорах метода последовательных приближений нецелесообразно.

В настоящей главе, являющейся практическим руководством, приведены примеры расчета неразрезных балок постоянного сечения (§ 1) и с вутами (§ 2). Наличие вут, как известно, следует учитывать при расчете железобетонных и металлических неразрезных мостов.

В главе принято следующее правило знаков. Положительное направление реакции A и B , поперечных сил Q , изгибающих моментов M , а также углов поворота концевых сечений однопролетной балки φ и прогибов y показано на рис. 43. Левая и правая опорные реакции считаются положительными, если они направлены вверх. Поперечные силы Q_x приняты

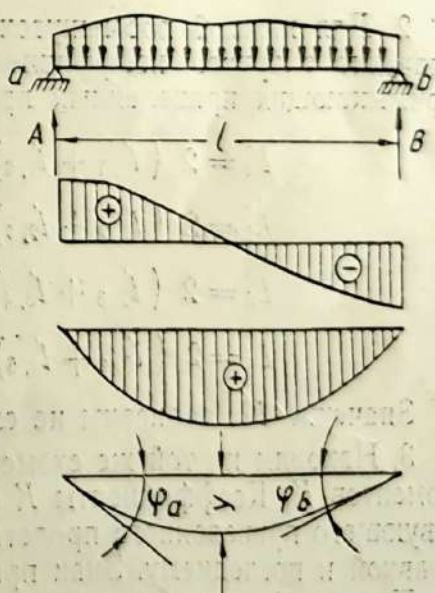


Рис. 43.

положительными, если сумма левых сил в сечении направлена вверх. Изгибающие моменты считаются положительными, если они изгибают балку выпуклостью вниз, а эпюра моментов откладывается со стороны растянутого волокна. Угол поворота левой опоры a принят положительным, если он направлен по часовой стрелке. Угол поворота правой опоры b принят положительным, если он направлен против часовой стрелки. Прогиб y считается положительным, когда он направлен вниз.

§ 1. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК ИЗ СТЕРЖНЕЙ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ

В данном параграфе рассматриваются неразрезные балки, имеющие постоянное сечение в пределах отдельного пролета; от пролета к пролету сечение может меняться.

Пример 1. Неразрезная балка с шарнирным опиранием крестовых пролетов.

Требуется рассчитать неразрезную балку, представленную на рис. 44. Относительные значения жесткости EI даны на том же рисунке.

Решение. I, Инвариантная часть расчета.

1. Определяем значения приведенных пролетов $l' = \frac{l}{EI}$ и записываем их на расчетной схеме (рис. 45) в скобках

$$l'_{0,1} = l'_{1,2} = \frac{8,0}{3,2} = 2,5; \quad l'_{2,3} = l'_{3,4} = l'_{4,5} = \frac{5}{1} = 5,0$$

2. Для каждой промежуточной опоры определяем начальное значение опорного коэффициента L^0 , равное удвоенной сумме примыкающих приведенных пролетов

$$L_1^0 = 2 (l'_{0,1} + l'_{1,2}) = 2(2,5 + 2,5) = 10,0;$$

$$L_2^0 = 2 (l'_{1,2} + l'_{2,3}) = 2(2,5 + 5,0) = 15,0;$$

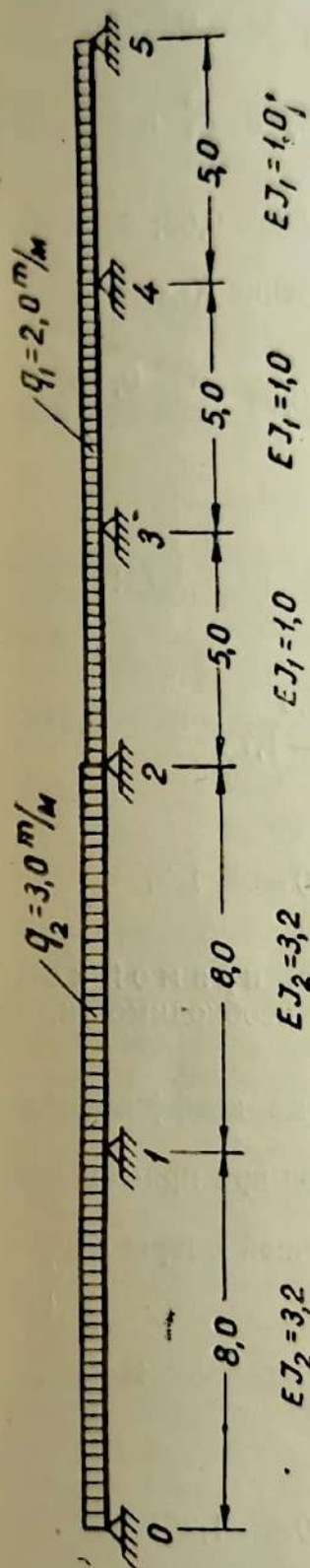
$$L_3^0 = 2 (l'_{2,3} + l'_{3,4}) = 2(5,0 + 5,0) = 20,0;$$

$$L_4^0 = 2 (l'_{3,4} + l'_{4,5}) = 2(5,0 + 5,0) = 20,0.$$

Значения L^0 записаны на схеме балки (рис. 45).

3. Находим на той же схеме коэффициенты передачи опорных моментов K . Коэффициенты K определяются делением соответствующего приведенного пролета на значение L^0 с некоторой поправкой к последнему. Знак при K отрицательный.

Прямой ход. Определяем правые коэффициенты передачи. Начнем с первой опоры, для которой поправка к L_1^0 равна нулю.



Pic 44

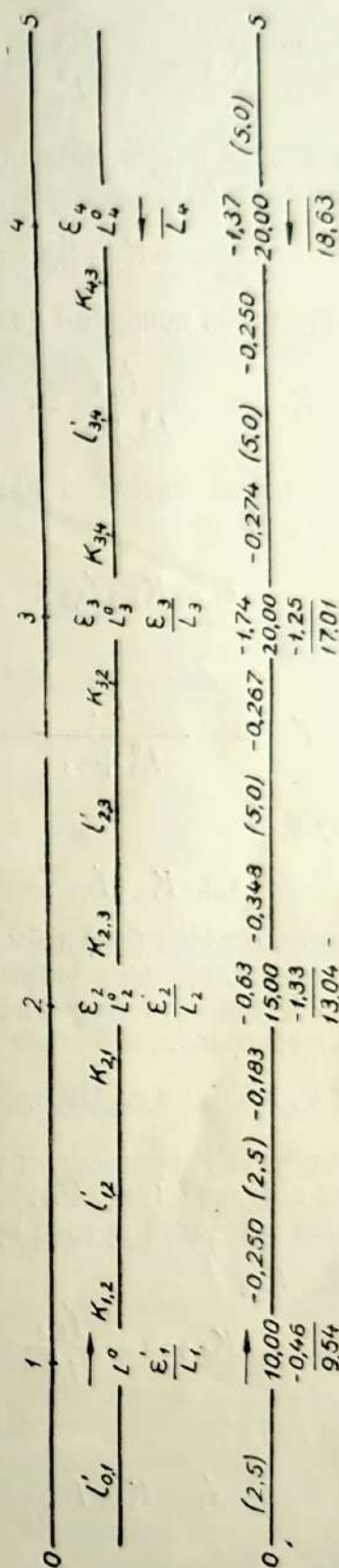


Рис. 45.

$K_{1,2}$ имеет следующее значение:

$$K_{1,2} = - \frac{l'_{1,2}}{L_1^0} = - \frac{2,5}{10,00} = - 0,250.$$

Для второй опоры находим поправку к L_2^0 и записываем на схеме (рис. 45)

$$\epsilon_2 = K_{1,2} l'_{1,2} = - 0,25 \cdot 2,5 = - 0,63;$$

с учетом этой поправки находим значение $K_{2,3}$

$$K_{2,3} = - \frac{l'_{2,3}}{L_2^0 + \epsilon_2} = - \frac{5,0}{15,00 - 0,63} = - 0,348.$$

Далее последовательно находим поправку к L_3^0

$$\epsilon_3 = K_{2,3} l'_{2,3} = - 0,348 \cdot 5,0 = - 1,74;$$

значение $K_{3,4}$

$$K_{3,4} = - \frac{l'_{3,4}}{L_3^0 + \epsilon_3} = - \frac{5,0}{20,0 - 1,74} = - 0,274;$$

поправку к L_4^0

$$\epsilon_4 = K_{3,4} l'_{3,4} = - 0,274 \cdot 5,0 = - 1,37$$

и так далее, сколько бы ни было опор.

Для данного примера вычислением ϵ_4 прямой ход заканчивается. Определять значение $K_{4,5}$ нет необходимости, так опора 5 шарнирная.

Обратный ход. Определяем левые коэффициенты подачи.

Определение K производим так же, как при прямом ходе, но в обратном порядке* (рис. 45).

Начнем с крайней правой промежуточной опоры 4:

значение $K_{4,3}$

$$K_{4,3} = - \frac{l'_{4,3}}{L_4^0} = - \frac{5,0}{20,0} = - 0,25;$$

поправка для L_3^0

$$\epsilon'_3 = K_{4,3} l'_{4,3} = - 0,25 \cdot 5,0 = - 1,25;$$

* Поправки, вычисленные при прямом ходе во внимание не принимаются. Прямой и обратный ходы производятся независимо друг от друга.

значение $K_{3,2}$

$$K_{3,2} = - \frac{l'_{3,2}}{L_3^0 + \varepsilon'_3} = - \frac{5,0}{20,00 - 1,25} = -0,267;$$

поправка для L_2^0

$$\varepsilon'_2 = K_{3,2} l'_{3,2} = -0,267 \cdot 5,0 = -1,33;$$

значение $K_{2,1}$

$$K_{2,1} = - \frac{l'_{2,1}}{L_2^0 + \varepsilon'_2} = - \frac{2,5}{15,00 - 1,33} = -0,183;$$

поправка для L_1^0

$$\varepsilon'_1 = K_{2,1} l'_{2,1} = -0,183 \cdot 2,5 = -0,46.$$

На этом заканчивается обратный ход.

4. Складывая значения L^0 и поправок $\varepsilon, \varepsilon'$ (числа, записанные на опорах), получим искомые значения опорных коэффициентов L (на рис. 45 — ниже итоговой черты):

$$L_1 = 10,00 - 0,46 = 9,54;$$

$$L_2 = 15,00 - 0,63 - 1,33 = 13,04;$$

$$L_3 = 20,00 - 1,74 - 1,25 = 17,01;$$

$$L_4 = 20,00 - 1,37 = 18,63.$$

Для контрольной проверки пользуемся следующим правилом: произведение крайнего левого опорного коэффициента и всех правых коэффициентов передачи (абсолютных значений) должно быть равно произведению крайнего правого опорного коэффициента и всех левых коэффициентов передачи.

Для рассматриваемого примера должно удовлетворяться равенство

$$L_1 K_{1,2} K_{2,3} K_{3,4} = L_4 K_{4,3} K_{3,2} K_{2,1};$$

$$L_1 K_{1,2} K_{2,3} K_{3,4} = 9,54 \cdot 0,250 \cdot 0,348 \cdot 0,274 = 0,227;$$

$$L_4 K_{4,3} K_{3,2} K_{2,1} = 18,63 \cdot 0,250 \cdot 0,267 \cdot 0,183 = 0,227.$$

Указанной проверкой заканчивается инвариантная часть расчета, после чего следует перейти к расчету на заданное нагружение. Мы рассмотрим два возможных в практике случая нагружения. В первом случае неразрезная балка должна быть рассчитана на одну определенную комбинацию нагружения. Это имеет место, когда основной является постоянная нагрузка, и временную нагрузку, ввиду ее небольшой величины, можно прибавить к постоянной. Во втором случае временная нагрузка является

значительной. Вследствие этого балку необходимо рассчитать на поочередное загрузление пролетов, после чего для определения расчетных усилий производится суммирование влияний наиболее неблагоприятных временных нагрузок и постоянной нагрузки (составляется таблица расчетных усилий).

II. Расчет на полное загрузление всей системы:

1. Определяем по приложению 1 грузовые коэффициенты:

$$\omega'_{1,2} = \omega'_{0,1} = \frac{1}{4} q_2 l'_{0,1} l^2_{0,1} = \frac{1}{4} 3,0 \cdot 2,5 \cdot 8,0^2 = 120,0;$$

$$\omega'_{4,5} = \omega'_{3,4} = \omega'_{2,3} = \frac{1}{4} q_1 l'_{2,3} l^2_{2,3} = \frac{1}{4} 2,0 \cdot 5,0 \cdot 5,0^2 = 62,5,$$

ввиду симметрии нагрузки в пролете $\omega'_{ab} = \omega'_{ba}$.

2. Находим начальные значения опорных моментов:

$$M_1^0 = - \frac{\omega'_{1,0} + \omega'_{1,2}}{L_1} = - \frac{2 \cdot 120,0}{9,54} = -25,18;$$

$$M_2^0 = - \frac{\omega'_{2,1} + \omega'_{2,3}}{L_2} = - \frac{120 + 62,5}{13,04} = -14,00;$$

$$M_3^0 = - \frac{\omega'_{3,2} + \omega'_{3,4}}{L_3} = - \frac{2 \cdot 62,5}{17,01} = -7,35;$$

$$M_4^0 = - \frac{\omega'_{4,3} + \omega'_{4,5}}{L_4} = - \frac{2 \cdot 62,5}{18,63} = -6,71.$$

3. Производим перераспределение начальных моментов табл. 5.

В заглавной строке таблицы записаны значения K , в строке 2 — значения M^0 .

Т а б л и ц а

1		2		3		4		
—	—0,250	—0,183	—0,318	—0,267	—0,274	—0,250	—	—
→		4,60		2,51		1,21		
—25,18		—14,00		—7,35		—6,71		2
3,02		1,92		1,81		←		3
—22,16		—7,48		—3,60		—5,50		4

Прямой ход. Определяем в строке 1 первые поправки к начальным моментам:

$$M_2' = M_1' K_{2,1} = 25,18 \cdot 0,183 = 4,60;$$

$$M_3' = (M_2' + M_2') K_{3,2} = -(-14,00 + 4,60) \cdot 0,267 = 2,51;$$

$$M_1' = (M_3' + M_3') K_{4,3} = -(-7,35 + 2,51) \cdot 0,25 = 1,21.$$

Аналогично продолжают вычисления для всех опор не зависимо от их количества. Для данного примера вычислением M_1' прямой ход заканчивается.*

Обратный ход. Определяем в строке 3 вторые поправки к начальным моментам (первые поправки, вычисленные при прямом ходе, во внимание не принимаются; обратный и прямой ходы производятся не зависимо друг от друга):

$$M_1'' = M_1' K_{3,1} = 6,71 \cdot 0,274 = 1,84;$$

$$M_2'' = (M_3'' + M_3') K_{2,3} = -(-7,35 + 1,84) \cdot 0,348 = 1,92;$$

$$M_1'' = (M_2'' + M_2') K_{1,2} = -(-14,00 + 1,92) \cdot 0,250 = 3,02.$$

Как видим, инвариантная и нагрузочная части расчета сходны между собой.

Складывая числа в столбцах, в строке 4 находим искомые значения опорных моментов.

Производим контрольную проверку для опоры 2 по формуле (70):

$$\begin{aligned} M_2 &= - \frac{\omega_{2,1}' + \omega_{2,3}' + M_1 l_{1,2}' + M_3 l_{2,3}'}{L_2''} = \\ &= - \frac{120,0 + 62,5 - 22,16 \cdot 2,5 - 3,00 \cdot 5,0}{15,0} = \\ &= - \frac{182,5 - 55,4 - 15,0}{15,0} = -7,48 \text{ тм}, \end{aligned}$$

что совпадает со значением M_2 , найденным в табл. 2.

III. Расчет на поочередное нагружение пролетов неразрезной балки нагрузкой интенсивностью $q=1$ тм:

1. Загружен пролет 0—1, грузовой коэффициент

$$\omega_{0,1}' = \frac{1}{4} q l_{0,1}' l_{0,1}^2 = \frac{1}{4} \cdot 1,0 \cdot 2,5 \cdot 8,0^2 = 40,0,$$

* При меньшем числе промежуточных опор таблица сокращается. При одной промежуточной опоре (двухпролетная балка) составление таблицы вообще отпадает, так как начальное значение $M_b^0 = - \frac{\sum \omega'}{L_b^0}$ является окончательным значением опорного момента; для этого случая отпадает также операция вычисления коэффициентов K .

начальные моменты:

$$M_1^0 = -\frac{\omega_{1,0}}{L_1} = -\frac{40,0}{9,54} = -4,19;$$

$$M_2^0 = M_3^0 = M_4^0 = 0.$$

Перераспределение моментов помещено в табл. 6. Способ составления таблицы остается неизменным (см. п. 2), но часть клеток останется незаполненной.

Прямой ход:

$$M_2 = 4,19 \cdot 0,183 = 0,77;$$

$$M_3 = -0,77 \cdot 0,267 = -0,21;$$

$$M_4 = 0,21 \cdot 0,250 = 0,05.$$

Т а б л и ц а

Вид загружения	1		2		3		4		М стр к
	1	-0,250	-0,183	-0,348	-0,267	-0,274	-0,250	1	
Загружен 1-й пролет	→		0,77		-0,21		0,05		1
	-4,19		—		—		—		2
	—		—		—		←		3
	-4,19		0,77		-0,21		0,05		4
Загружен 2-й пролет	→		0,77		0,62		-0,16		1
	-4,19		-3,07		—		—		2
	0,77		—		—		←		3
	-3,42		2,30		0,62		-0,16		4

Так как $M_2^0 = M_3^0 = M_4^0 = 0$, то обратный ход отсутствует (все поправки равны нулю).

2. Загружен пролет 1—2, грузовой коэффициент

$$\omega'_{2,1} = \omega'_{1,2} = \frac{1}{4} q l'_{1,2} l^2_{1,2} = \frac{1}{4} \cdot 1,0 \cdot 2,5 \cdot 8,0^2 = 40,0,$$

начальные моменты:

$$M_1^0 = -\frac{\omega'_{1,2}}{L_1} = -\frac{40,0}{9,54} = -4,19;$$

$$M_2^0 = -\frac{\omega'_{2,1}}{L_1} = -\frac{40,0}{13,04} = -3,07;$$

$$M_3^0 = M_4^0 = 0.$$

Производим перераспределение начальных моментов в табл.

Прямой ход.

$$M'_2 = 4,19 \cdot 0,183 = 0,77;$$

$$M'_3 = -(-3,07 + 0,77) \cdot 0,267 = 0,62;$$

$$M'_4 = -0,62 \cdot 0,25 = -0,16.$$

Обратный ход.

$$M_3 = M_2 = 0;$$

$$M_1 = 3,07 \cdot 0,25 = 0,77.$$

Суммируя строки 1, 2 и 3, находим искомые значения опорных моментов и записываем их в строку 4. Аналогично производится расчет при загрузении 3-, 4- и 5-го пролетов неразрезной балки.

Пример 2. Неразрезная балка с защемленной крайней опорой и консолью.

Требуется рассчитать неразрезную балку, представленную на рис. 46. Сечение балки во всех пролетах одинаково. Рассматриваемый пример отличается от предыдущего закреплениями концов неразрезной балки (на опоре 0 имеется защемление, на опоре 5—консоль), а также тем, что в пролетах сосредоточенная нагрузка расположена несимметрично.

Решение. I. Инвариантная часть расчета.

1. Определяем значения $l' = \frac{l}{EI}$. Примем относительное значение жесткости $EI = 1$.

Тогда $l' = l$;

$$l'_{0,1} = l'_{2,3} = l'_{3,4} = 6,0; \quad l'_{1,2} = l'_{4,5} = 4,0.$$

Значения l' записываем на схеме неразрезной балки (рис. 47) в скобках.

2. Определяем L^0 — удвоенные суммы приведенных пролетов, примыкающих к опорам (записаны на рис. 47 на опорах).

Защемление $L^0_0 = 2l'_{0,1} = 2 \cdot 6,0 = 12,0$ (защемление заменяется фиктивным бесконечно малым пролетом).

Средние опоры:

$$L^0_1 = 2 (l'_{0,1} + l'_{1,2}) = 2(6,0 + 4,0) = 20,0;$$

$$L^0_2 = 2 (l'_{1,2} + l'_{2,3}) = 2(4,0 + 6,0) = 20,0;$$

$$L^0_3 = 2 (l'_{2,3} + l'_{3,4}) = 2(6,0 + 6,0) = 24,0;$$

$$L^0_4 = 2 (l'_{3,4} + l'_{4,5}) = 2(6,0 + 4,0) = 20,0.$$

3. Находим на схеме балки (рис. 47) коэффициенты передачи опорных моментов как частное от деления l' на L^0 с некоторой поправкой. Знак K —отрицательный.

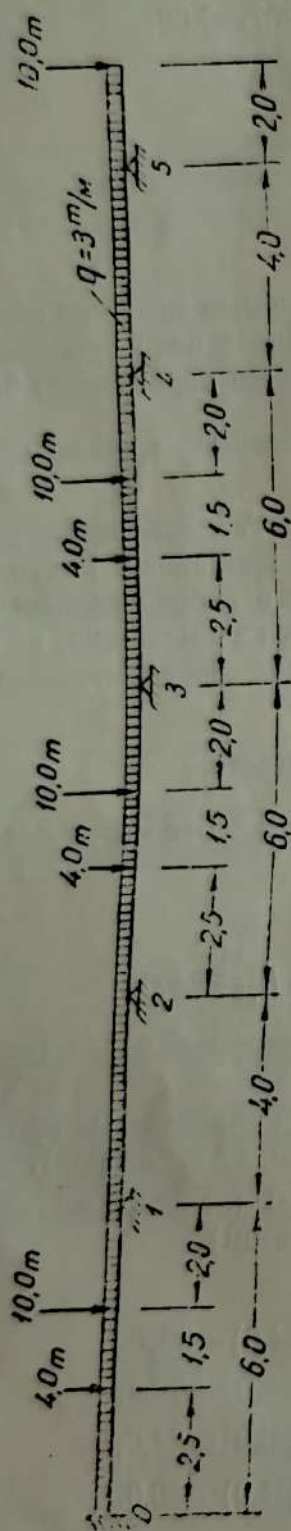


Рис. 46.

0	1	2	3	4	5
K_{01}	L'_{01}	K_{12}	L'_{12}	K_{23}	L'_{23}
L'_0	K_{10}	L'_1	K_{21}	L'_2	K_{32}
E'_0	E'_1	E'_2	E'_3	E'_4	E'_5
L_0	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
-0.5	(6)	-0.235	(4)	-0.315	(6)
12.00	-0.314	-0.218	-0.94	-0.272	(6)
-1.58	20.00	20.00	24.00	-0.300	20.00
10.12	-0.87	-1.62	-1.80	-1.53	(4)
	16.13	17.44	20.31	18.37	

Рис. 47.

Прямой ход. Определяем правые коэффициенты передачи. Начнем с нулевой, заземленной опоры, для которой поправка к L^0 равна нулю. $K_{0,1}$ имеет следующие значения:

$$K_{0,1} = - \frac{l'_{0,1}}{L_0^0} = - \frac{6}{12,0} = -0,5.$$

Поправка для L_1^0

$$\varepsilon_1 = - K_{0,1} l'_{0,1} = -0,5 \cdot 6 = -3,0;$$

с учетом этой поправки

$$K_{1,2} = - \frac{l'_{1,2}}{L_1^0 + \varepsilon_1} = - \frac{4,0}{20,0 - 3,0} = -0,235.$$

Поправка для L_2^0

$$\varepsilon_2 = K_{1,2} l'_{1,2} = -0,235 \cdot 4,0 = -0,94;$$

$$K_{2,3} = - \frac{l'_{2,3}}{L_2^0 + \varepsilon_2} = - \frac{6,0}{20,0 - 0,94} = -0,315.$$

Поправка для L_3^0

$$\varepsilon_3 = K_{2,3} l'_{2,3} = -0,315 \cdot 6,0 = -1,89;$$

$$K_{3,4} = - \frac{l'_{3,4}}{L_3^0 + \varepsilon_3} = - \frac{6,0}{24,00 - 1,89} = -0,272.$$

Поправка для L_4^0

$$\varepsilon_4 = K_{3,4} l'_{3,4} = -0,272 \cdot 6,0 = -1,63.$$

Обратный ход. Определяем левые коэффициенты передачи. Определение K производим так же, как при прямом ходе, но в обратном порядке:

$$K_{4,3} = - \frac{l'_{4,3}}{L_4} = - \frac{6,0}{20,0} = -0,300.$$

Поправка для L_3^0

$$\varepsilon_3 = K_{4,3} l'_{4,3} = -0,3 \cdot 6 = -1,80;$$

$$K_{3,2} = - \frac{l'_{3,2}}{L_3^0 + \varepsilon_3} = - \frac{6,0}{24,0 - 1,8} = -0,270.$$

Поправка для L_2^0

$$\epsilon_2' = K_{3,2} l_{3,2}' = -0,270 \cdot 6,0 = -1,62;$$

$$K_{2,1} = - \frac{l_{2,1}'}{L_2^0 + \epsilon_2'} = - \frac{4,0}{20,0 - 1,62} = -0,218.$$

Поправка для L_1^0

$$\epsilon_1' = -K_{2,1} l_{2,1}' = -0,218 \cdot 4,0 = -0,87;$$

$$K_{1,0} = - \frac{l_{1,0}'}{L_1^0 + \epsilon_1'} = - \frac{6,0}{20,0 - 0,87} = -0,314.$$

Поправка для L_0^0

$$\epsilon_0' = -K_{1,0} l_{1,0}' = -0,314 \cdot 6,0 = -1,88.$$

4. Складывая значения L^0 и поправок ϵ , ϵ' (числа, записанные на опорах), находим коэффициенты L (рис. 47, ниже итоговой черты):

$$L_0 = 12,00 - 1,88 = 10,12;$$

$$L_1 = 20,00 - 3,00 - 0,87 = 16,13;$$

$$L_2 = 20,00 - 0,94 - 1,62 = 17,44;$$

$$L_3 = 24,00 - 1,89 - 1,80 = 20,31;$$

$$L_4 = 20,00 - 1,63 = 18,37.$$

Для контрольной проверки используем равенство

$$L_0 K_{0,1} K_{1,2} K_{2,3} K_{3,4} = L_4 K_{4,3} K_{3,2} K_{2,1} K_{1,0};$$

подставив найденные значения, получим:

$$L_0 K_{0,1} K_{1,2} K_{2,3} K_{3,4}^* = 10,12 \cdot 0,5 \cdot 0,235 \cdot 0,315 \cdot 0,272 = 0,102;$$

$$L_4 K_{4,3} K_{3,2} K_{2,1} K_{1,0}^* = 18,37 \cdot 0,3 \cdot 0,27 \cdot 0,218 \cdot 0,314 = 0,102.$$

II. Расчет на заданное нагружение (рис. 46).

1. Определяем по приложению 1 грузовые коэффициенты для шарнирно опертых балок.

Пролет 0—1.

Для силы 4,0 т

$$\alpha = \frac{2,5}{6,0} = 0,417; \quad \beta = \frac{3,5}{6,0} = 0,583.$$

* Перемножаются абсолютные значения K .

Для силы 10,0 т

$$\alpha = \frac{4,0}{6,0} = 0,667; \quad \beta = \frac{2,0}{6,0} = 0,333;$$

$$\omega'_{0,1} = \omega_{0,1} l' = 0,583(1 - 0,583^2) 4,0 \cdot 6,0^2 + \\ + 0,333(1 - 0,333^2) 10,0 \cdot 6,0^2 + \frac{3 \cdot 6,0^3}{4} = 323,8;$$

$$\omega'_{1,0} = \omega_{1,0} l' = 0,417(1 - 0,417^2) 4,0 \cdot 6,0^2 + \\ + 0,667(1 - 0,667^2) 10,0 \cdot 6,0^2 + \frac{3 \cdot 6,0^3}{4} = 344,9.$$

Пролет 1—2.

$$\omega'_{1,2} = \omega'_{2,1} = \frac{3 \cdot 4,0^3}{4} = 48,0.$$

Пролет 2—3 и 3—4

$$\omega'_{2,3} = \omega'_{3,4} = \omega'_{0,1} = 323,8;$$

$$\omega'_{3,2} = \omega'_{4,3} = \omega'_{1,0} = 344,9.$$

Пролет 4—5 с консолью.

Для балки с консолью грузовой коэффициент $\omega'_{4,5}$ определяется по формуле

$$\omega'_{4,5} = (\omega_{4,5} + M_{5\text{конс}}) l'_{4,5},$$

где $\omega_{4,5}$ — грузовой коэффициент для балки без консоли — определяется по приложению 1;

$M_{5\text{конс}}$ — момент на опоре 5 от загрузения консоли;

$$\omega_{4,5} = \frac{3 \cdot 4^2}{4} = 12,0;$$

$$M_{5\text{конс}} = - \left(10 \cdot 2 + \frac{3 \cdot 2^2}{2} \right) = -26,0;$$

$$l'_{4,5} = l_{4,5} = 4,0;$$

$$\omega'_{4,5} = (12,0 - 26,0) \cdot 4,0 = -56,0.$$

2. Находим начальные значения опорных моментов:

$$M_0^0 = -\frac{\omega_{0,1}}{L_0} = -\frac{323,8}{10,12} = -32,0 \text{ тм};$$

$$M_1^0 = -\frac{\omega'_{1,0} + \omega'_{1,2}}{L_1} = -\frac{344,9 + 48,0}{16,13} = -24,4 \text{ тм};$$

$$M_2^0 = -\frac{\omega'_{2,1} + \omega'_{2,3}}{L_2} = -\frac{48,0 + 323,8}{17,44} = -21,3 \text{ тм};$$

$$M^0 = -\frac{\omega'_{3,2} + \omega'_{3,4}}{L_3} = -\frac{344,9 + 323,8}{20,31} = -32,9 \text{ тм};$$

$$M_1^0 = -\frac{\omega'_{4,3} + \omega'_{4,5}}{L_4} = -\frac{344,9 - 56,0}{18,37} = -15,8 \text{ тм}.$$

3. Производим перераспределение начальных моментов табл. 7.

В заглавной строке таблицы записаны значения коэффициентов K , в строке 2 — значения M^0 .

Т а б л и ц а

0	1		2		3		4		Σ строки
	-0,500	-0,314	-0,235	-0,218	-0,315	-0,270	-0,272	-0,300	
→	10,1	3,1	4,9	8,4	1				
-32,0	-24,4	-21,3	-32,9	-15,8	2				
10,75	2,9	9,0	4,3	-	3				
-21,25	-11,4	-9,2	-3,7	-7,1	4				

Прямой ход. Определяем в строке 1 первые поправки к начальным моментам:

$$M_1 = M_0^0 K_{1,0} = -32,0 \cdot 0,314 = -10,1;$$

$$M_2 = (M_1^0 - M_1) K_{2,1} = -(-24,4 + 10,1) \cdot 0,218 = 3,1;$$

$$M_3 = (M_2^0 - M_2) K_{3,2} = -(-21,3 + 3,1) \cdot 0,270 = 4,9;$$

$$M_4 = (M_3^0 - M_3) K_{4,3} = -(-32,9 + 4,9) \cdot 0,300 = 8,4.$$

Обратный ход. Определяем в строке 3 вторые поправки к начальным моментам (обратный ход производится независимо от прямого):

$$M_3' = M_3^0 K_{3,1} = 15,8 \cdot 0,272 = 4,3;$$

$$M_2' = (M_3^0 + M_3') K_{2,3} = -(-32,9 + 4,3) 0,315 = 9,0;$$

$$M_1' = (M_2^0 + M_2') K_{1,2} = -(-21,3 + 9,0) 0,235 = 2,9;$$

$$M_0' = (M_1^0 + M_1') K_{0,1} = -(-24,4 + 2,9) 0,5 = 10,75.$$

Складывая числа в столбцах, в строке 4 находим искомые значения опорных моментов, после чего обычными приемами строится эпюра моментов. Контрольную проверку вычисления опорных моментов производим, пользуясь формулой (70).

Например, для опоры 2 получим следующее значение M_2 :

$$M_2 = - \frac{\omega_{2,1} + \omega_{2,3} + M_1 l_{1,2} + M_3 l_{2,3}}{L_2} =$$

$$= - \frac{48,0 + 323,8 - 11,4 \cdot 4,0 - 23,7 \cdot 6,0}{20,00} = -9,2 \text{ т.м.},$$

что совпадает со значением M_2 , найденным в табл. 7.

§ 2. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК С ВУТАМИ

В данном параграфе рассматриваются примеры построения линии влияния моментов и расчета на постоянную нагрузку и осадку опор неразрезных балок с прямолинейными вутами. При этом используются таблицы для углов поворота однопролетной балки с вутами, помещенные в т. II «Справочника проектировщика промышленных сооружений» [1], который будем именовать СП-II. Расчет неразрезных балок с вутами, очерченными по параболе или по плавной кривой, производится аналогично, с использованием соответствующих таблиц СП-II.

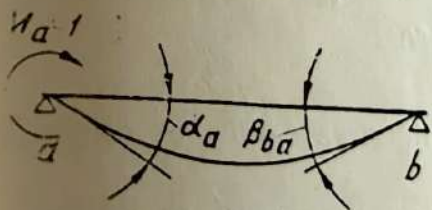


Рис 48.

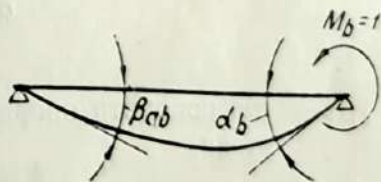


Рис 49.

В примерах приняты следующие обозначения:

α_a — угол поворота усиленной вутот опоры a однопролетной балки от момента $M_a=1$ (рис. 48);

α_b — угол поворота опоры b однопролетной балки от момента $M_b=1$ (рис. 49).

На опоре b вут может отсутствовать, тогда балка будет несимметричной. Значения α_a, α_b для балок с вутами даны в табл. 108—113 СП-II. Для симметричной балки $\alpha_a = \alpha_b = \alpha$;

β_{ab} — угол поворота опоры a однопролетной балки от момента $M_b = 1$ (рис. 49);

β_{ba} — угол поворота опоры b однопролетной балки от момента $M_a = 1$ (рис. 48). Из теоремы взаимности перемещений следует:

$$\beta_{ab} = \beta_{ba} = \beta \quad (123)$$

(это равенство имеет место как для симметричных, так и несимметричных балок. Значения β даны в табл. 108—113 СП-II);

δ_{cc} — взаимный угол поворота сечений на опоре c основной статически определимой системы (с шарнирами на опорах) от $M_c = 1$,

$$\delta_{cc} = \alpha_{cb} + \alpha_{cd}, \quad (124)$$

где α_{cb} — угол поворота опоры c пролета $b-c$ от $M_c = 1$;

α_{cd} — угол поворота опоры c пролета $c-d$ от $M_c = 1$;

δ_{cd} — угол поворота опоры c от $M_d = 1$, равный по величине углу поворота опоры d от $M_c = 1$ (в табл. СП-II обозначено β);

δ_{cp} — взаимный угол поворота сечений на опоре c основной системы от внешней нагрузки (рис. 50),

$$\delta_{cp} = \varphi_{cb} + \varphi_{cd}, \quad (125)$$

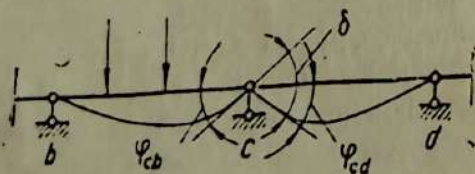


Рис. 50.

где φ_{cb} — угол поворота опоры c пролета $c-b$ от внешней нагрузки,

φ_{cd} — угол поворота опоры c пролета $c-d$ от внешней нагрузки (значения φ_{cb} и φ_{cd} определяются по табл. 114—119 СП-II, стр. 336, 358—363);

γ_{ab} и γ_{ba} — вспомогательные коэффициенты, определяемые по табл. 114—119 СП-II (стр. 358—363) в зависимости от положения груза в пролете, γ_{ab} — верхние и γ_{ba} — нижние числа в таблицах.

Пример 3. Построение линий влияния опорных моментов.

Требуется построить линии влияния опорных моментов для неразрезной балки с прямолинейными вутами, изображенной на рис. 51. Значения моментов инерции сечений даны на том же рисунке. Рассматриваемый пример взят из практики проектирования института «Проектстальконструкция» (Киев) и представляет собой схему пролетного строения моста им. Е. О. Патона в Киеве. Сечение балки двутавровое. У опор сечение балки увеличивается как за счет большей высоты вертикала, так и за счет приварки дополнительных горизонтальных листов. Поэтому изменение моментов инерции по длине вута не вполне точно соответствует второму закону, принятому в СП-II для прямолинейных вут. Однако это расхождение сравнительно невелико и на результатах расчета практически не отражается. Относительные величины жесткостей EI неразрезной балки имеют следующие значения:

в пролете $EI_1 = 1,0$,

на опоре $EI_2 = \frac{14,0}{3,5} = 4,0$.

Решение. I. Расчет однопролетных балок.

1. Пролет 0—1.

$$n = \frac{EI_1}{EI_2} = \frac{1,0}{4,0} = 0,25;$$

$$\lambda = \frac{l_{\text{вута}}}{l_{\text{балки}}} = \frac{17,5}{58,0} = 0,3.$$

По таблице 111 СП-II, стр. 357 находим значения углов поворота:

$$\alpha_{1,0} = \frac{l}{3EI_1} \times \text{верхнее число}; \quad \beta_{0,1} = \frac{l}{6EI_1} \times \text{нижнее число};$$

$$\alpha_{1,0} = \frac{58,0}{3 \cdot 1} \cdot 0,652 = 12,60;$$

$$\beta_{0,1} = \frac{58,0}{6 \cdot 1} \cdot 0,915 = 8,85;$$

$\alpha_{1,0}$ — угол поворота на конце, усиленном вутом, от момента $M_1 = 1$.

Величина $\alpha_{0,1}$ для расчета не нужна, поскольку на нулевой опоре имеется шарнир. По табл. 117 (СП-II) находим значения коэффициентов $\gamma_{1,0}$ (верхние числа) для опоры 1, соответствующие $\lambda = 0,3$ и $n = 0,25$. Так как в таблицах имеются данные для $n = 0,2$ (табл. 117) и $n = 1,0$ (табл. 116, верхняя строка), а промежуточных значений не имеется, то следует величины γ_1 для

$n=0,25$ найти по линейной интерполяции. Величины $\gamma_{1,0}$ записаны в табл. 8 данного параграфа. Величины $\gamma_{0,1}$ для шарнирной опоры определять нет надобности.

Пролет 1—2.

$$n = \frac{El_1}{El_2} = \frac{1,0}{4,0} = 0,25;$$

$$\lambda = \frac{l_{\text{вута}}}{l_{\text{балки}}} = \frac{17,5}{87,0} = 0,2.$$

По табл. 110 (СП-II) находим значения углов поворота:

$$\alpha_{1,2} = \alpha_{2,1} = \frac{l_{1,2}}{3EI_1} \times \text{верхнее число};$$

$$\beta_{1,2} = \beta_{2,1} = \frac{l_{1,2}}{6EI_1} \times \text{нижнее число};$$

$$\alpha_{1,2} = \alpha_{2,1} = \frac{87,0}{3 \cdot 1} \cdot 0,747 = 21,66; \quad \beta_{1,2} = \beta_{2,1} = \frac{87,0}{6 \cdot 1} \cdot 0,920 = 13,35.$$

По табл. 116 (СП-II) находим коэффициенты $\gamma_{1,2}$ (верхние числа) и $\gamma_{2,1}$ (нижние числа), соответствующие $\lambda=0,2$ и $n=0,25$. Ввиду симметрии балки числа $\gamma_{1,2}$ симметричны числам $\gamma_{2,1}$. Для $\lambda=0,2$ коэффициенты определяются экстраполяцией, для $n=0,25$ — интерполяцией. Интерполяцию и экстраполяцию можно производить приближенно, потому что с изменением n и λ на величину 0,05 коэффициенты γ меняются незначительно. Величины $\gamma_{1,2}$ и $\gamma_{2,1}$ записаны в табл. 8 данного параграфа.

Для пролетов 2—3, 3—4 и 4—5 коэффициенты γ имеют те же значения, что и для пролета 1—2.

Для пролета 5—6 коэффициенты $\gamma_{5,6}$ симметричны коэффициентам $\gamma_{1,0}$.

II. Определение коэффициентов передачи K .

1. Определяем коэффициенты $\delta_{cc} = \sum_c \alpha$.

$$\delta_{5,5} = \delta_{1,1} = \alpha_{1,0} + \alpha_{1,2} = 12,60 + 21,66 = 34,26;$$

$$\delta_{4,4} = \delta_{3,3} = \alpha_{2,2} = \alpha_{2,1} + \alpha_{2,3} = 2 \cdot 21,66 = 43,32.$$

Коэффициенты δ_{ab} равны соответствующим коэффициентам β .

$$\delta_{1,2} = \delta_{2,3} = \delta_{3,4} = \delta_{4,5} = \beta_{1,2} = 13,35.$$

2. Записываем на опорах расчетной схемы балки (рис. 52) величины δ_{cc} , а на стержнях в скобках — величины δ_{bc} . Определяем коэффициенты передачи K .

Прямой ход.

$$K_{1,2} = - \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,1}} = - \frac{13,35}{34,26} = -0,390;$$

$$\epsilon_2 = K_{1,2} \delta_{1,2} = -0,390 \cdot 13,35 = -5,20;$$

$$K_{2,3} = - \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,2} + \epsilon_2} = - \frac{13,35}{43,32 - 5,20} = -0,350;$$

$$\epsilon_3 = K_{2,3} \delta_{2,3} = -0,350 \cdot 13,35 = -4,68;$$

$$K_{3,4} = - \frac{\delta_{3,4}}{\delta_{3,3} + \epsilon_3} = - \frac{13,35}{43,32 - 4,68} = -0,346;$$

$$\epsilon_4 = K_{3,4} \delta_{3,4} = -0,346 \cdot 13,35 = -4,61;$$

$$K_{4,5} = - \frac{\delta_{4,5}}{\delta_{4,4} + \epsilon_4} = - \frac{13,35}{43,32 - 4,61} = -0,346;$$

$$\epsilon_5 = K_{4,5} \delta_{4,5} = -0,346 \cdot 13,35 = -4,61.$$

Обратный ход производится так же, как прямой, но в обратном порядке. В рассматриваемом случае, ввиду симметрии неразрезной балки, обратного хода можно не производить, так как имеют место равенства:

$$\begin{aligned} \epsilon'_1 &= \epsilon_5; & \epsilon'_2 &= \epsilon_4; & \epsilon'_3 &= \epsilon_3; \\ K_{2,1} &= K_{4,5}; & K_{3,2} &= K_{3,4}; & K_{4,3} &= K_{2,3}. \end{aligned}$$

Соответствующие числа выписаны на рис. 52.

3. Суммируя числа, записанные на опорах, находим уточненные величины коэффициентов $\delta'_{1,1}$, $\delta'_{2,2}$, $\delta'_{3,3}$, $\delta'_{4,4}$, $\delta'_{5,5}$:

$$\delta'_{5,5} = \delta'_{1,1} = 34,26 - 4,61 = 29,65;$$

$$\delta'_{4,4} = \delta'_{2,2} = 43,32 - 5,20 - 4,61 = 33,51;$$

$$\delta'_{3,3} = 43,32 - 4,68 - 4,68 = 33,96.$$

III. Вспомогательные коэффициенты γ (рис. 52) находим последовательным умножением произвольного числа (например, 1000) на коэффициенты K :

$$\gamma_1 = 1000;$$

$$\gamma_2 = \gamma_1 K_{2,1} = -346;$$

$$\gamma_3 = \gamma_2 K_{3,2} = 346 \cdot 0,346 = 120;$$

$$\gamma_4 = \gamma_3 K_{4,3} = -120 \cdot 0,350 = -42;$$

$$\gamma_5 = \gamma_4 K_{5,4} = 42 \cdot 0,390 = 16,4;$$

$$\gamma_6 = 0.$$

Коэффициент γ_6 на шарнирной опоре равен нулю. Коэффициенты γ' записаны на рис. 52 по симметрии:

$$\gamma'_5 = 1000; \quad \gamma'_4 = -346; \quad \gamma'_3 = 120; \quad \gamma'_2 = -42; \quad \gamma'_1 = 16,4.$$

IV. Пользуясь формулами (83) и (84), определяем пролетные характеристики N' , N :

$$N'_{0,1} = \beta_{0,1} (\gamma'_0 v_{0,1} + \gamma'_1 v_{1,0}) = 8,85(0 + 16,4 v_{1,0}) = 145 v_{1,0};$$

$$N'_{1,2} = \beta_{1,2} (\gamma'_1 v_{1,2} + \gamma'_2 v_{2,1}) = 13,35(16,4 v_{1,2} - 42 v_{2,1}) = \\ = 219 v_{1,2} - 560 v_{2,1};$$

$$N_{1,2} = \beta_{1,2} (\gamma_1 v_{1,2} + \gamma_2 v_{2,1}) = 13,35(1000 v_{1,2} - 346 v_{2,1}) = \\ = 13350 v_{1,2} - 4620 v_{2,1};$$

$$N'_{2,3} = \beta_{2,3} (\gamma'_2 v_{2,3} + \gamma'_3 v_{3,2}) = 13,35(-42 v_{2,3} + 120 v_{3,2}) = \\ = -560 v_{2,3} + 1602 v_{3,2};$$

$$N_{2,3} = \beta_{2,3} (\gamma_2 v_{2,3} + \gamma_3 v_{3,2}) = 13,35(-346 v_{2,3} + 120 v_{3,2}) = \\ = -4620 v_{2,3} + 1602 v_{3,2}.$$

Первый пролет является левым для всех промежуточных опор; поэтому для него определяется только левая пролетная характеристика $N'_{0,1}$. Вследствие симметрии балки достаточно определить пролетные характеристики для пролетов 0—1, 1—2 и 2—3, что и сделано в табл. 8. Для последующих пролетов 3—4, 4—5 и 5—6 таблица заполняется по симметрии.

$N'_{3,4}$	обратно симметрично	$N_{2,3}$
$N_{3,4}$	"	$N'_{2,3}$
$N'_{4,5}$	"	$N_{1,2}$
$N_{4,5}$	"	$N'_{1,2}$
$N_{5,6}$	"	$N'_{0,1}$

Для последнего пролета вычисляется только правая пролетная характеристика $N_{5,6}$, так как этот пролет является правым для всех опор балки. В табл. 8 первые строки для $N'_{2,3}$ и $N_{2,3}$ также можно заполнять обратно симметрично вторым строкам для $N'_{1,2}$ и $N_{1,2}$.

V. Пользуясь формулами (85) и (86), определяем ординаты линий влияния опорных моментов.

Положение груза через $1/10$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\gamma_{1,0}$	0,111	0,208	0,288	0,342	0,365	0,363	0,337	0,292	0,233	0,162	0,083
$\gamma_{1,2}; \gamma_{2,3}$	0,128	0,238	0,324	0,372	0,391	0,383	0,352	0,304	0,241	0,165	0,083
$\gamma_{2,1}; \gamma_{3,2}$	0,083	0,165	0,241	0,304	0,352	0,383	0,391	0,372	0,324	0,238	0,128
$N'_{0,1}$ 115 $\gamma_{1,0}$	16,1	30,2	41,8	49,6	52,9	52,6	48,9	42,3	33,8	23,5	12,0
219 $\gamma_{1,2}$	28,1	52,1	71,0	81,5	85,7	83,9	77,1	66,6	52,8	36,2	18,2
$N'_{1,2}$ -56 $\gamma_{2,1}$	-45,5	-92,4	-135,0	-170,2	-197,0	-214,3	-219,0	-208,2	-181,5	-133,3	-71,7
Σ	-18,4	-40,3	-64,0	-88,7	-111,3	-130,4	-141,9	-141,6	-128,7	-97,1	-53,5
3350 $\gamma_{1,2}$	1709	3180	4325	4955	5220	5110	4700	4060	3220	2200	1110
$N_{1,2}$ -1620 $\gamma_{2,1}$	-384	-762	-1115	-1408	-1630	-1770	-1810	-1720	-1500	1100	-591
Σ	1325	2418	3210	3557	3590	3340	2890	2340	1720	1100	519

$N'_{2,3}$	-560 $\nu_{2,3}$	-71,7	-133,3	-181,5	-208,2	-219,0	-214,3	-197,0	-170,2	-135,0	-92,4	-46,5
	1602 $\nu_{3,2}$	133,0	264,2	385,0	487,0	564,0	613,0	626,0	596,0	520,0	381,0	205,0
	Σ	61,3	130,9	204,5	278,8	345,0	398,7	429,0	425,8	385,0	238,6	158,5
$N_{2,3}$	-4620 $\nu_{2,3}$	-591	-100	-1500	-1720	-1810	-1770	-1630	-1408	-1115	-762	-384
	1602 $\nu_{3,2}$	133	264	385	487	564	613	626	596	520	381	205
	Σ	-458	-836	-1114	-1233	-1246	-1157	-1004	-812	-595	-331	-179
$N'_{3,4}$	-	-179	-381	-595	-812	-1004	-1157	-1246	-1233	-1114	-836	-458
$N_{3,4}$	-	158,5	288,6	385,0	425,8	429,0	398,7	345,0	278,8	204,5	130,9	61,3
$N'_{4,5}$	-	513	1100	1720	2340	2890	3340	3590	3557	3210	2418	1325
$N_{4,5}$	-	-53,5	-97,1	-128,7	-141,6	-141,9	-130,4	-111,3	-88,7	-64,0	-40,3	-18,4
$N_{5,6}$	-	12,0	23,5	33,8	42,3	48,9	52,6	52,9	49,6	41,8	30,2	16,1

1. Формулы для построения линий влияния опорного момента M_1 имеют следующий вид:

в пролете 0—1, расположенном слева от опоры 1,

$$M_1^{0,1} = - \frac{N_{0,1} l_{0,1}}{\gamma_1' \delta_{1,1}'} = - \frac{N_{0,1} 58,0}{16,4 \cdot 29,65} = - \frac{N_{0,1}}{8,38};$$

в пролетах 1—2, 2—3, 3—4 и 5—6, расположенных справа от опоры 1,

$$M_1^{1,2} = - \frac{N_{1,2} l_{1,2}}{\gamma_1' \delta_{1,1}'} = - \frac{N_{1,2} 87,0}{1000 \cdot 29,65} = - \frac{N_{1,2}}{341,0};$$

$$M_1^{2,3} = - \frac{N_{2,3}}{341,0}; \quad M_1^{3,4} = - \frac{N_{3,4}}{341,0}; \quad M_1^{4,5} = - \frac{N_{4,5}}{341,0};$$

$$M_1^{5,6} = - \frac{N_{5,6} l_{5,6}}{\gamma_1' \delta_{1,1}'} = - \frac{N_{5,6} 58,0}{1000 \cdot 29,65} = - \frac{N_{5,6}}{511,0}.$$

Подставив в полученные выражения пролетные характеристики из табл. 8, получим линию влияния M_1 , изображенную на рис. 53, а.

2. Формулы для построения линий влияния опорного момента M_2 следующие:

в пролетах 0—1 и 1—2, расположенных слева от опоры 2,

$$M_2^{0,1} = - \frac{N_{0,1} l_{0,1}}{\gamma_2' \delta_{2,2}'} = - \frac{N_{0,1} 58,0}{-42 \cdot 33,51} = \frac{N_{0,1}}{24,3};$$

$$M_2^{1,2} = - \frac{N_{1,2} l_{1,2}}{\gamma_2' \delta_{2,2}'} = - \frac{N_{1,2} 87,0}{-42 \cdot 33,51} = \frac{N_{1,2}}{16,15};$$

в пролетах 2—3, 3—4, 4—5 и 5—6, расположенных справа от опоры 2,

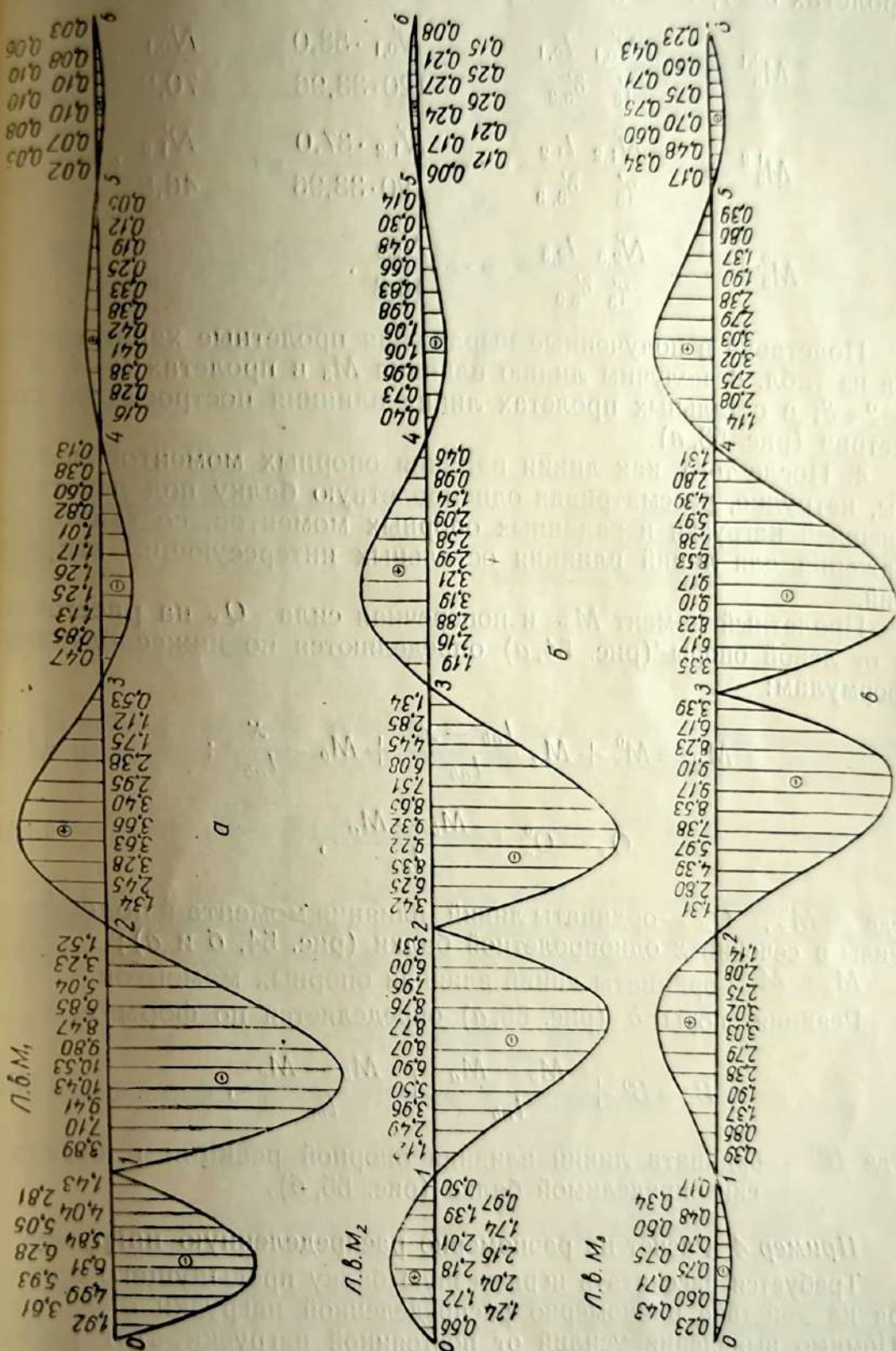
$$M_2^{2,3} = - \frac{N_{2,3} l_{2,3}}{\gamma_2' \delta_{2,2}'} = - \frac{N_{2,3} \cdot 87,0}{-346 \cdot 33,51} = \frac{N_{2,3}}{133,6};$$

$$M_2^{3,4} = \frac{N_{3,4}}{133,6}; \quad M_2^{4,5} = \frac{N_{4,5}}{133,6};$$

$$M_2^{5,6} = - \frac{N_{5,6} l_{5,6}}{\gamma_2' \delta_{2,2}'} = - \frac{N_{5,6} 58,0}{-346 \cdot 33,51} = \frac{N_{5,6}}{200,0}.$$

Подставив в полученные выражения пролетные характеристики из табл. 8, получим линию влияния M_2 , изображенную на рис. 53, б.

Fig. 53.



3. Формулы для построения линии влияния M_3 следующие: в пролетах 0—1, 1—2 и 2—3, расположенных слева от опоры 3,

$$M_3^{0,1} = - \frac{N'_{0,1} l_{0,1}}{\gamma'_3 \delta'_{3,3}} = - \frac{N'_{0,1} \cdot 58,0}{120 \cdot 33,96} = - \frac{N'_{0,1}}{70,2};$$

$$M_3^{1,2} = - \frac{N'_{1,2} l_{1,2}}{\gamma'_3 \delta'_{3,3}} = - \frac{N'_{1,2} \cdot 87,0}{120 \cdot 33,96} = - \frac{N'_{1,2}}{46,8};$$

$$M_3^{2,3} = - \frac{N'_{2,3} l_{2,3}}{\gamma'_3 \delta'_{3,3}} = - \frac{N'_{2,3}}{46,8}.$$

Подставив в полученные выражения пролетные характеристики из табл. 8, получим линию влияния M_3 в пролетах 0—1, 1—2 и 2—3; в остальных пролетах линия влияния построена по симметрии (рис. 53, в).

4. После того как линии влияния опорных моментов получены, нетрудно, рассматривая однопролетную балку под действием внешней нагрузки и заданных опорных моментов, составить выражения для линий влияния остальных интересующих нас усилий.

Пролетный момент M_x и поперечная сила Q_x на расстоянии x от левой опоры (рис. 54, а) определяются по нижеследующим формулам:

$$M_x = M_x^0 + M_a \frac{l_{ab} - x}{l_{ab}} + M_b \frac{x}{l_{ab}}; \quad (12)$$

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_b - M_a}{l_{ab}}, \quad (13)$$

где M_x^0 , Q_x^0 —ординаты линий влияния момента и поперечной силы в сечении x однопролетной балки (рис. 54, б и в);

M_a и M_b —ординаты линий влияния опорных моментов.

Реакция опоры b (рис. 55, а) определяется по формуле

$$B = B^0 + \frac{M_b - M_a}{l_{ab}} + \frac{M_b - M_c}{l_{bc}}, \quad (14)$$

где B^0 —ордината линии влияния опорной реакции в статически определимой балке (рис. 55, б).

Пример 4. Расчет на равномерно распределенную нагрузку.

Требуется рассчитать неразрезную балку предыдущего примера на действие равномерно распределенной нагрузки $q=1$ т/м. Помимо выявления усилий от постоянной нагрузки, этот расчет можно использовать также для проверки правильности построения линий влияния.

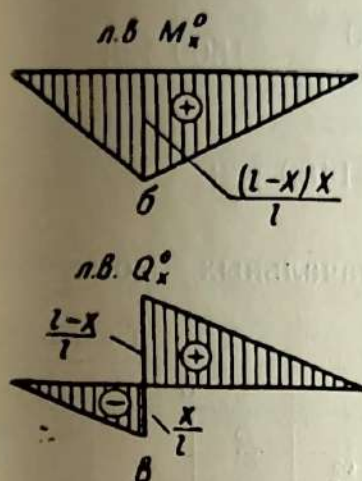
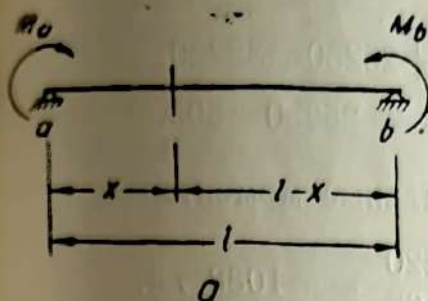


Рис. 54.

Решение. I. Инвариантную часть расчета, состоящую в вычислении коэффициентов K и δ' , заимствуем из предыдущего примера.

II. Определяем углы поворота от равномерно распределенной нагрузки в однопролетных балках, пользуясь табл. 121 (СП-II, стр. 346).

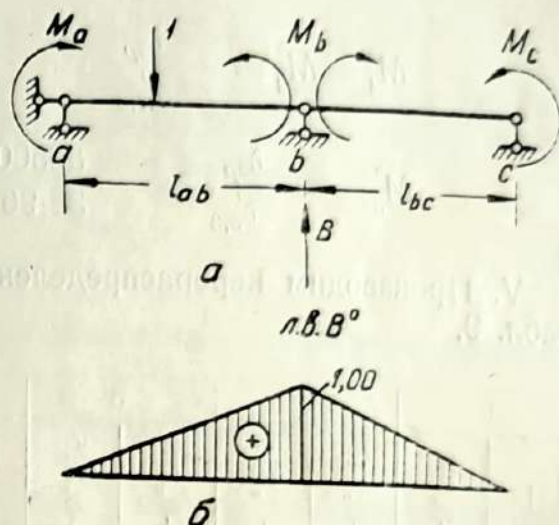


Рис. 55.

Пролеты 0—1 и 5—6. Для опор 5 и 1, усиленных вутром, угол поворота находим по табл. 121 при $n=0,25$ и $\lambda=0,3$:

$$\varphi_{5,6} = \varphi_{1,0} = \frac{ql^2}{4} \beta \text{ (верхнее число)} = \frac{1 \cdot 58,0^2}{4} 8,85 \cdot 0,937 = 6970,0;$$

Пролеты 1—2, 2—3, 3—4 и 4—5. Для симметричной балки с прямолинейными вутами углы поворота от равномерно распределенной нагрузки определяем по формуле

$$\varphi_a = \varphi_b = \frac{ql^3}{24EI} \tau. \quad (129)$$

Коэффициенты τ [7] даны в приложении 3*.

Для $\lambda = 0,2$ и $n = 0,25$, при $\tau = 0,921$,

$$\varphi_a = \varphi_b = \frac{1 \cdot 87^3}{24 \cdot 1} \cdot 0,921 = 25250.$$

* Можно воспользоваться также таблицами для несимметричной балки, как это показано в СП-II, стр. 336, но это требует дополнительных вычислений.

III. Определяем свободные члены:

$$\delta_{5p} = \delta_{1p} = \varphi_{1,0} + \varphi_{1,2} = 6970 + 25250 = 32220;$$

$$\delta_{4p} = \delta_{3p} = \delta_{2p} = \varphi_{2,1} + \varphi_{2,3} = 2 \cdot 25250 = 50500.$$

IV. По формуле (66) находим начальные моменты:

$$M_5^0 = M_1^0 = -\frac{\delta_{1p}}{\delta_{1,1}} = -\frac{32220}{29,65} = -1088 \text{ тм};$$

$$M_4^0 = M_2^0 = -\frac{\delta_{2p}}{\delta_{2,2}} = -\frac{50500}{33,51} = -1509 \text{ тм};$$

$$M_3^0 = -\frac{\delta_{3p}}{\delta_{3,3}} = -\frac{50500}{33,96} = -1489 \text{ тм};$$

V. Производим перераспределение начальных моментов
табл. 9.

Т а б л и ц а

1		2		3		4		5		№ строки
	-0,390	-0,346	-0,350	-0,346	-0,346	-0,350	-0,346	-0,390	1	
→		376		392		384		439		1
-1088		-1509		-1489		-1509		-1088		2
439		384		392		376				3
-649		-749		-705		-749		-649		4

В заглавной строке таблицы записаны коэффициенты перед
чи K , в строке 2 — начальные моменты M^0 .

Прямой ход. Определяем первые поправки для начальных
моментов M' (строка 1):

$$M_2' = M_1^0 K_{2,1} = 1088 \cdot 0,346 = 376;$$

$$M_3' = (M_2^0 + M_2') K_{3,2} = -(-1509 + 376) 0,346 = 392;$$

$$M_4' = (M_3^0 + M_3') K_{4,3} = -(-1489 + 392) 0,350 = 384;$$

$$M_5' = (M_4^0 + M_4') K_{5,4} = -(-1509 + 384) 0,390 = 439.$$

Обратный ход производится так же, как и прямой, при этом в строке 3 находят вторые поправки для начальных моментов — M'' . В данном случае, ввиду симметрии нагрузки, числа в строке 3 можно записать симметрично числам строки 1.

Складывая строки 1, 2 и 3, в строке 4 находим искомые опорные моменты неразрезной балки:

$$M_1 = M_5 = -1088 + 439 = -649 \text{ тм.};$$

$$M_2 = M_4 = -1509 + 376 + 384 = -749 \text{ тм.};$$

$$M_3 = -1489 + 392 + 392 = -705 \text{ тм.}$$

VI. Производим проверку линий влияния опорных моментов, построенных в предыдущем примере. Площадь линий влияния для отдельного пролета определяется по формуле

$$F_{ab} = \frac{l_{ab}}{12} \Sigma y, \quad (130)$$

где Σy — сумма ординат линии влияния для данного пролета;

$\frac{l_{ab}}{12}$ — интервал между соседними ординатами.

Суммарные площади для всех участков линии влияния имеют следующие величины:

$$\Sigma F_{M_1} = -643,0 \text{ тм.}; \quad \Sigma F_{M_2} = -741,0 \text{ тм.}; \quad \Sigma F_{M_3} = -704,0 \text{ тм.}$$

Указанные суммарные площади должны быть равны соответственно моментам M_1, M_2, M_3 от равномерно распределенной нагрузки интенсивностью $q = 1 \text{ тм.}$ Сравнивая эти площади с моментами, полученными в табл. 9, мы видим, что они почти совпадают. Небольшая погрешность вызвана тем, что при подсчете площадей в интервале между соседними ординатами линия влияния принималась не криволинейной, а прямолинейной, а также неточностью вычислений на логарифмической линейке.

Пример 5. Расчет на осадку опор.

Требуется рассчитать неразрезную балку, изображенную на рис. 51, на осадку второй опоры $y_2 = 0,01 \text{ м}$ (рис. 56).

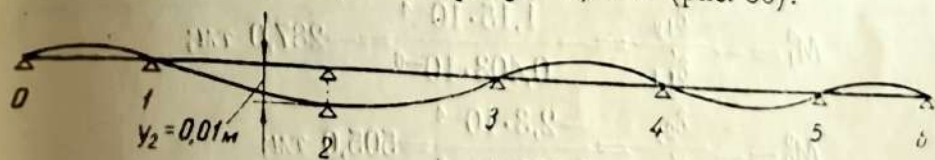


Рис. 56.

I. Определяем абсолютную величину жесткости EI_1 :

$E = 21,0 \cdot 10^6 \text{ т/м}^2$ — модуль упругости стали;

$I_1 = 3,5 \text{ м}^4$ — момент инерция сечения на середине пролета,

$$EI_1 = 21,0 \cdot 10^6 \cdot 3,5 = 73,5 \cdot 10^6 \text{ тм}^2.$$

II. Находим абсолютные значения коэффициентов δ'_{cc} , разделив величины, полученные на рис. 52, на EI_1 :

$$\delta'_{5,5} = \delta'_{1,1} = \frac{29,65}{73,5 \cdot 10^6} = 0,403 \cdot 10^{-6};$$

$$\delta'_{4,4} = \delta'_{2,2} = \frac{33,51}{73,5 \cdot 10^6} = 0,456 \cdot 10^{-6};$$

$$\delta'_{3,3} = \frac{33,96}{73,5 \cdot 10^6} = 0,462 \cdot 10^{-6}.$$

III. Находим взаимные углы поворота от осадки $y_2 = 0,01 \text{ м}$ (рис. 57):

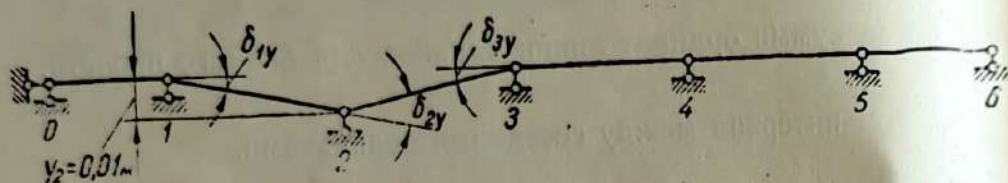


Рис. 57.

$$\delta_{1y} = \frac{y_2}{l_{1,2}} = \frac{0,01}{87,0} = 1,15 \cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{2y} = -\frac{y_2}{l_{1,2}} - \frac{y_2}{l_{2,3}} = -2 \frac{0,01}{87,0} = -2,3 \cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{3y} = \frac{y_2}{l_{2,3}} = \frac{0,01}{87,0} = 1,15 \cdot 10^{-4}.$$

В соответствии с принятым нами правилом знаков δ_{1y} и δ_{3y} имеют знак плюс, а δ_{2y} — знак минус.

IV. Определяем начальные моменты:

$$M_1^0 = -\frac{\delta_{1y}}{\delta'_{1,1}} = -\frac{1,15 \cdot 10^{-4}}{0,403 \cdot 10^{-6}} = -287,0 \text{ тм};$$

$$M_2^0 = -\frac{\delta_{2y}}{\delta'_{2,2}} = \frac{-2,3 \cdot 10^{-4}}{0,456 \cdot 10^{-6}} = 505,0 \text{ тм};$$

$$M_3^0 = -\frac{\delta_{3y}}{\delta'_{3,3}} = -\frac{1,15 \cdot 10^{-4}}{0,462 \cdot 10^{-6}} = -249,0 \text{ тм};$$

$$M_4^0 = M_5^0 = 0.$$

V. Производим перераспределение начальных моментов в табл. 10.

Таблица 10

1		2		3		4		5		№ строки
	-0,390	-0,346	-0,350	-0,346	-0,346	-0,350	-0,346	-0,390		
→		99,2		-209,0		60,4		-62,5		1
-287,0		505,0		-249,0		—		—		2
-231,0		87,1		—		—		→		3
-518,0		691,3		-458,0		160,4		-62,5		4

В заглавной строке таблицы записаны коэффициенты K , в строке 2 — начальные моменты M^0 .

Прямой ход (1-я строка).

$$M_2 = 287 \cdot 0,346 = 99,2;$$

$$M_3 = -(505,0 + 99,2) \cdot 0,346 = -209,0;$$

$$M_4 = -(-249,0 - 209,0) \cdot 0,350 = 160,4;$$

$$M_5 = -160,4 \cdot 0,390 = -62,5.$$

Обратный ход (3-я строка):

$$M_4^* = 0 \quad M_3^* = 0;$$

$$M_2^* = 249,0 \cdot 0,350 = 87,1;$$

$$M_1^* = -(505,0 + 87,1) \cdot 0,390 = 231,0.$$

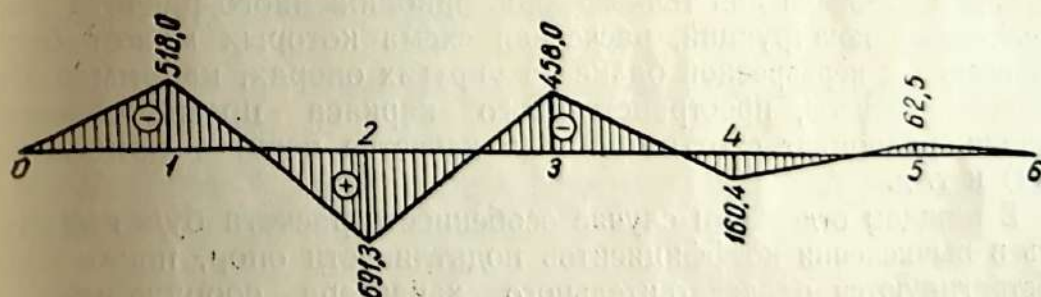


Рис. 58.

Суммируя строки 1; 2 и 3, в строке 4 табл. 10 находим искоемые значения опорных моментов. Эпюра моментов от осадки $y_2 = 0,01$ м, дана на рис. 58.

ГЛАВА III

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК НА УПРУГИХ ОПОРАХ

В настоящей главе даны практические указания по применению метода перераспределения начальных моментов (приближенный и точный варианты) для расчета неразрезных балок на упругих опорах.

Глава состоит из трех параграфов.

В первом параграфе рассматривается расчет многопролетной неразрезной балки на упругих опорах способом последовательных приближений.

Во втором и третьем параграфах помещены примеры, для решения которых используется точный вариант метода перераспределения начальных моментов, а именно: наплавной мост и внутренний каркас мокрого двустенчатого газгольдера.

Ввиду большой величины коэффициентов податливости применение для этих задач способа последовательных приближений нецелесообразно.

Предлагаемая в настоящей главе методика расчета может быть использована для точного либо приближенного расчета разнообразных конструкций, расчетная схема которых может быть приведена к неразрезной балке на упругих опорах, например балочных настилов, пространственного каркаса промышленного здания, радиомачт с оттяжками (в качестве первого приближения) и т. д.

В каждом отдельном случае особенность расчета будет состоять в вычислении коэффициентов податливости опор, после чего абстрагируются от действительного характера сооружения и имеют дело с идеализированной схемой неразрезной балки на упругих опорах, которая в зависимости от соотношения между главными и побочными перемещениями (δ_{II} и $\delta_{II'}$) рассчитывается либо приближенно (посредством последовательных приближений), либо точно.

§ 1. РАСЧЕТ МНОГОПРОЛЕТНОЙ НЕРАЗРЕЗНОЙ БАЛКИ НА УПРУГИХ ОПОРАХ СПОСОБОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Пример 6. Определить опорные моменты в шестипролетной неразрезной балке от силы $P=10$ т, приложенной на середине третьего пролета (рис. 59) *.

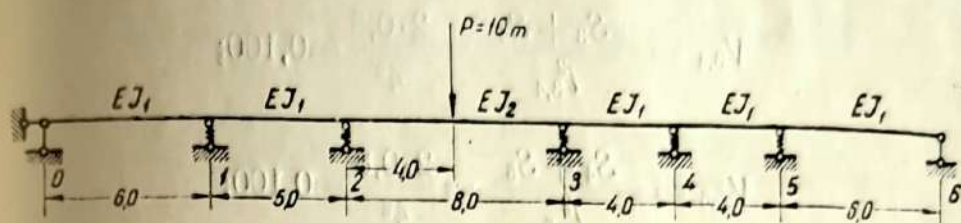


Рис 59.

Исходные данные для расчета:

$$I_1 = 10^5 \text{ см}^4 = 10^{-3} \text{ м}^4; \quad I_2 = 12^5 \text{ см}^4 = 2,49 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4;$$

$$E = 21 \cdot 10^6 \text{ т/м}^2;$$

$$\frac{1}{EI_1} = \frac{1}{21 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}} = 0,476 \cdot 10^{-4};$$

$$\frac{1}{EI_2} = \frac{1}{21 \cdot 10^6 \cdot 2,49 \cdot 10^{-3}} = 0,191 \cdot 10^{-4}.$$

Коэффициенты податливости всех опор одинаковы и равны $S=0,8 \cdot 10^{-4} \text{ м/т}$.

Величины S и $\frac{1}{EI}$ можно умножить на 10^4 , что равносильно умножению всех вычисляемых затем перемещений на то же число 10^4 .

Таким образом, принимаем:

$$\frac{1}{EI_1} = 0,476; \quad \frac{1}{EI_2} = 0,191; \quad S = 0,8.$$

Решение. I. При помощи формул (21) и (22) находим производные от S коэффициенты V :

$$V_{0,1} = \frac{S_0 + S_1}{l_{0,1}^3} = \frac{2 \cdot 0,8}{6^3} = 0,0444;$$

* Для сравнения условия задачи взяты из Сборника задач по теории сооружений, под ред. проф. И. М. Рабиновича, Госстройиздат, 1950, стр. 84.

$$V_{1,2} = \frac{S_1 + S_2}{l_{1,2}^2} = \frac{2 \cdot 0,8}{5^2} = 0,064;$$

$$V_{2,3} = \frac{S_2 + S_3}{l_{2,3}^2} = \frac{2 \cdot 0,8}{8^2} = 0,025;$$

$$V_{3,4} = \frac{S_3 + S_4}{l_{3,4}^2} = \frac{2 \cdot 0,8}{4^2} = 0,100;$$

$$V_{4,5} = \frac{S_4 + S_5}{l_{4,5}^2} = \frac{2 \cdot 0,8}{4^2} = 0,100;$$

$$V_{5,6} = \frac{S_5 + S_6}{l_{5,6}^2} = \frac{2 \cdot 0,8}{6^2} = 0,0444;$$

$$V_1 = \frac{S_1}{l_{0,1} l_{1,2}} = \frac{0,8}{6 \cdot 5} = 0,0266;$$

$$V_2 = \frac{S_2}{l_{1,2} l_{2,3}} = \frac{0,8}{5 \cdot 8} = 0,02;$$

$$V_3 = \frac{S_3}{l_{2,3} l_{3,4}} = \frac{0,8}{8 \cdot 4} = 0,025;$$

$$V_4 = \frac{S_4}{l_{3,4} l_{4,5}} = \frac{0,8}{4 \cdot 4} = 0,05;$$

$$V_5 = \frac{S_5}{l_{4,5} l_{5,6}} = \frac{0,8}{4 \cdot 6} = 0,0334.$$

II. Находим приведенные пролеты:

$$l'_{0,1} = l'_{5,6} = \frac{l_{0,1}}{EI_1} = 6 \cdot 0,476 = 2,856;$$

$$l'_{1,2} = \frac{l_{1,2}}{EI_1} = 5 \cdot 0,476 = 2,38;$$

$$l'_{2,3} = \frac{l_{2,3}}{EI_2} = 8 \cdot 0,191 = 1,528;$$

$$l'_{4,5} = l'_{3,4} = \frac{l_{3,4}}{EI_1} = 4 \cdot 0,476 = 1,906.$$

III. Определяем перемещения δ^M , вызванные изгибом:

$$\delta_{1,1}^M = \frac{1}{3} (l'_{0,1} + l'_{1,2}) = \frac{1}{3} (2,856 + 2,38) = 1,745;$$

$$\delta_{2,2}^M = \frac{1}{3} (l'_{1,2} + l'_{2,3}) = \frac{1}{3} (2,38 + 1,528) = 1,300;$$

$$\delta_{3,3}^M = \frac{1}{3} (l'_{2,3} + l'_{3,4}) = \frac{1}{3} (1,528 + 1,906) = 1,144;$$

$$\delta_{4,4}^M = \frac{1}{3} (l'_{3,4} + l'_{4,5}) = \frac{1}{3} (1,906 + 1,906) = 1,272;$$

$$\delta_{5,5}^M = \frac{1}{3} (l'_{4,5} + l'_{5,6}) = \frac{1}{3} (1,906 + 2,856) = 1,590;$$

$$\delta_{1,2}^M = \frac{l'_{1,2}}{6} = \frac{2,38}{6} = 0,397;$$

$$\delta_{2,3}^M = \frac{l'_{2,3}}{6} = \frac{1,528}{6} = 0,255;$$

$$\delta_{3,4}^M = \delta_{4,5}^M = \frac{l'_{3,4}}{6} = \frac{1,906}{6} = 0,317.$$

IV. Определяем по формулам (17) — (20) перемещения δ^A , вызванные осадкой опор:

$$\delta_{1,1}^N = V_{0,1} + V_{1,2} + 2V_1 = 0,0444 + 0,064 + 2 \cdot 0,0266 = 0,162;$$

$$\delta_{2,2}^N = V_{1,2} + V_{2,3} + 2V_2 = 0,064 + 0,025 + 2 \cdot 0,02 = 0,129;$$

$$\delta_{3,3}^N = V_{2,3} + V_{3,4} + 2V_3 = 0,025 + 0,100 + 2 \cdot 0,025 = 0,175;$$

$$\delta_{4,4}^N = V_{3,4} + V_{4,5} + 2V_4 = 0,100 + 0,100 + 2 \cdot 0,05 = 0,300;$$

$$\delta_{5,5}^N = V_{4,5} + V_{5,6} + 2V_5 = 0,100 + 0,0444 + 2 \cdot 0,334 = 0,211;$$

$$\delta_{1,2}^N = -V_{1,2} - V_1 - V_2 = -(0,064 + 0,0266 + 0,020) = -0,111;$$

$$\delta_{2,3}^N = -V_{2,3} - V_2 - V_3 = -(0,025 + 0,020 + 0,025) = -0,070;$$

$$\delta_{3,4}^N = -V_{3,4} - V_3 - V_4 = -(0,100 + 0,025 + 0,050) = -0,175;$$

$$\delta_{4,5}^N = -V_{4,5} - V_4 - V_5 = -(0,100 + 0,050 + 0,0334) = -0,183;$$

$$\delta_{1,3}^N = V_3 = 0,020; \quad \delta_{2,4}^N = V_3 = 0,025; \quad \delta_{3,5}^N = V_4 = 0,050.$$

V. Определяем суммарные перемещения:

$$\delta_{ik} = \delta_{ik}^M + \delta_{ik}^N;$$

$$\delta_{1,1} = \delta_{1,1}^M + \delta_{1,1}^N = 1,745 + 0,162 = 1,907;$$

$$\delta_{2,2} = \delta_{2,2}^M + \delta_{2,2}^N = 1,300 + 0,129 = 1,429;$$

$$\delta_{3,3} = \delta_{3,3}^M + \delta_{3,3}^N = 1,144 + 0,175 = 1,319;$$

$$\delta_{4,4} = \delta_{4,4}^M + \delta_{4,4}^N = 1,272 + 0,300 = 1,572;$$

$$\delta_{5,5} = \delta_{5,5}^M + \delta_{5,5}^N = 1,590 + 0,211 = 1,801;$$

$$\delta_{1,2} = \delta_{1,2}^M + \delta_{1,2}^N = 0,397 - 0,111 = 0,286;$$

$$\delta_{2,3} = \delta_{2,3}^M + \delta_{2,3}^N = 0,255 - 0,070 = 0,185;$$

$$\delta_{3,4} = \delta_{3,4}^M + \delta_{3,4}^N = 0,317 - 0,175 = 0,142;$$

$$\delta_{4,5} = \delta_{4,5}^M + \delta_{4,5}^N = 0,317 - 0,183 = 0,134;$$

$$\delta_{1,3} = \delta_{1,3}^N = 0,020; \quad \delta_{2,4} = \delta_{2,4}^N = 0,025;$$

$$\delta_{3,5} = \delta_{3,5}^N = 0,050;$$

Побочные коэффициенты обладают свойством взаимности, то есть

$$\delta_{1,2} = \delta_{2,1}; \quad \delta_{1,3} = \delta_{3,1}; \quad \delta_{2,3} = \delta_{3,2} \text{ и т. д.}$$

VI. Определяем коэффициенты передачи опорных моментов и записываем их в заглавную строку табл. 11:

$$K_{1,2} = - \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,1}} = - \frac{0,286}{1,907} = - 0,149;$$

$$K_{1,3} = - \frac{\delta_{1,3}}{\delta_{1,1}} = - \frac{0,020}{1,907} = - 0,011;$$

$$K_{2,1} = - \frac{\delta_{2,1}}{\delta_{2,2}} = - \frac{0,286}{1,429} = - 0,199;$$

$$K_{2,3} = - \frac{\delta_{2,3}}{\delta_{2,2}} = - \frac{0,185}{1,429} = - 0,129;$$

$$K_{2,4} = - \frac{\delta_{2,4}}{\delta_{2,2}} = - \frac{0,025}{1,429} = - 0,017;$$

$$K_{3,1} = - \frac{\delta_{3,1}}{\delta_{3,3}} = - \frac{0,020}{1,319} = - 0,015 ;$$

$$K_{3,2} = - \frac{\delta_{3,2}}{\delta_{3,3}} = - \frac{0,185}{1,319} = - 0,140 ;$$

$$K_{3,4} = - \frac{\delta_{3,4}}{\delta_{3,3}} = - \frac{0,142}{1,319} = - 0,108 ;$$

$$K_{3,5} = - \frac{\delta_{3,5}}{\delta_{3,3}} = - \frac{0,050}{1,319} = - 0,038 ;$$

$$K_{4,2} = - \frac{\delta_{4,2}}{\delta_{4,4}} = - \frac{0,025}{1,572} = - 0,016 ;$$

$$K_{4,3} = - \frac{\delta_{4,3}}{\delta_{4,4}} = - \frac{0,142}{1,572} = - 0,091 ;$$

$$K_{4,5} = - \frac{\delta_{4,5}}{\delta_{4,4}} = - \frac{0,134}{1,572} = - 0,085 ;$$

$$K_{5,3} = - \frac{\delta_{5,3}}{\delta_{5,5}} = - \frac{0,050}{1,801} = - 0,028 ;$$

$$K_{5,4} = - \frac{\delta_{5,4}}{\delta_{5,5}} = - \frac{0,134}{1,801} = - 0,074 .$$

VII. Пользуясь формулой 3 и приложением 1, находим грузовые перемещения, вызванные изгибом балки:

$$\delta_{2p}^M = \delta_{3p}^M = \frac{1}{6} \omega_{2,3} = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{8} P l_{2,3} l'_{2,3} = \frac{1}{16} 10 \cdot 8 \cdot 1,53 = 7,63 ;$$

$$\delta_{1p}^M = \delta_{4p}^M = \delta_{5p}^M = 0 .$$

VIII. Определяем грузовые перемещения основной системы, вызванные осадкой опор, как тангенсы углов наклона стержней на опорах.

Осадки опор 2 и 3 будут (рис. 60, а)

$$y_3 = y_2 = N_2 S_2 = 5,0 \cdot 0,8 = 4,0 .$$

Грузовые перемещения от осадки опор:

$$\delta_{1p}^N = \frac{y_2}{l_{1,2}} = \frac{4,0}{5,0} = 0,8 ; \quad \delta_{2,p}^N = - 0,8 ;$$

$$\delta_{3p}^N = - \frac{y_3}{l_{3,4}} = - \frac{4,0}{4,0} = - 1,0 ; \quad \delta_{4p}^N = 1,0 .$$

IX. Находим суммарные грузовые перемещения:

$$\delta_{1p} = \delta_{1p}^M + \delta_{1p}^N = 0 + 0,80 = 0,80;$$

$$\delta_{2p} = \delta_{2p}^M + \delta_{2p}^N = 7,65 - 0,80 = 6,85;$$

$$\delta_{3p} = \delta_{3p}^M + \delta_{3p}^A = 7,65 - 1,00 = 6,65;$$

$$\delta_{4p} = \delta_{4p}^M + \delta_{4p}^N = 0 + 1,00 = 1,00;$$

$$\delta_{5p} = 0.$$

X. Определяем начальные значения моментов и записываем их в табл. 11:

Таблица 11

№ приближений и поправок	1		2		3		4		5	
	—	—0,011	—	—0,017	—0,015	—0,038	—0,016	—	—0,028	—
	—	—0,119	—0,199	—0,129	—0,140	—0,108	—0,091	—0,085	—0,074	—
M ⁰	—0,42	—4,77	—5,03	—0,64	—	—	—	—	—	—
	→	0,08	—	0,07	—	—	—	—	0,12	—
	—	—	—	0,66	—	—	—	—	0,01	—
1 приближение	—0,42	—4,69	—4,37	—0,17	—	—	—	—	0,13	—
1 поправка	0,05	—	—	—0,01	—	—	—	—	→	—
	0,61	0,56	0,02	—	—	—	—	—	—	—
2 поправка	→	—0,13	—0,01	—	—	—	—	—	—	—
	—	—	—0,06	—	—	—	—	—	—	—
3 поправка	—	—	—	—	—	—	—	—	→	—
	0,02	0,01	—	—	—	—	—	—	—	—
Σ	0,26	—4,25	—4,42	—0,18	—	—	—	—	0,13	—

$$M_1^0 = -\frac{\delta_{1p}}{\delta_{1,1}} = -\frac{0,8}{1,907} = -0,42 \text{ тм};$$

$$M_2^0 = -\frac{\delta_{2p}}{\delta_{2,2}} = -\frac{6,83}{1,429} = -4,77 \text{ тм};$$

$$M_3^0 = -\frac{\delta_{3p}}{\delta_{3,3}} = -\frac{6,63}{1,319} = -5,03 \text{ тм};$$

$$M_4^0 = -\frac{\delta_{4p}}{\delta_{4,4}} = -\frac{1,00}{1,572} = -0,64 \text{ тм};$$

$$M_5^0 = 0.$$

XI. Производим перераспределение начальных моментов в табл. 11. Вычисления производим с точностью до 0,01 тм.

Прямой ход. Определяем первые приближения для опорных моментов M^1 .

Передаем моменты:

с опоры 1 на опоры 2 и 3

$$M_2 = M_1^0 K_{2,1} = 0,42 \cdot 0,199 = 0,08,$$

$$M_3 = M_1^0 K_{3,1} = 0,42 \cdot 0,015 \cong 0;$$

с опоры 2 на опоры 3 и 4

$$M_3 = M_2^1 K_{3,2} = 4,69 \cdot 0,14 = 0,66;$$

$$M_4 = M_2^1 K_{4,2} = 4,69 \cdot 0,016 = 0,07;$$

с опоры 3 на опоры 4 и 5

$$M_4 = M_3^1 K_{4,3} = 4,37 \cdot 0,091 = 0,40;$$

$$M_5 = M_3^1 K_{5,3} = 4,37 \cdot 0,028 = 0,12;$$

с опоры 4 на опору 5

$$M_5 = M_4^1 K_{5,4} = 0,17 \cdot 0,074 = 0,01.$$

Обратный ход. Определяем первые поправки для опорных моментов M' .

Передаем моменты:

с опоры 5 на опоры 4 и 3

$$M_4 = M_5^1 K_{4,5} = -0,13 \cdot 0,085 = -0,01;$$

$$M_3 = M_5^1 K_{3,5} = -0,13 \cdot 0,038 \cong 0;$$

с опоры 4 на опоры 3 и 2

$$M_3 = (M_4^I + M_4^I) K_{3,4} = -(-0,17 - 0,01) \cdot 0,108 = 0,02, \\ M_2 = (M_4^I + M_4^I) K_{2,4} = -(0,17 - 0,01) \cdot 0,017 \approx 0;$$

с опоры 3 на опоры 2 и 1

$$M_2 = (M_3^I + M_3^I) K_{2,3} = -(-4,37 + 0,02) \cdot 0,129 = 0,56, \\ M_1 = (M_3^I + M_3^I) K_{1,3} = -(-4,37 + 0,02) \cdot 0,011 = 0,05;$$

с опоры 2 на опору 1

$$M_1 = (M_2^I + M_2^I) K_{1,2} = -(4,69 + 0,56) \cdot 0,149 = 0,61.$$

Прямой ход. Определяем вторые поправки для опорных моментов M'' .

Передаем моменты:

с опоры 1 на опоры 2 и 3

$$M_2' = M_1' K_{2,1} = -(0,05 + 0,61) \cdot 0,199 = -0,13;$$

$$M_3' = M_1' K_{3,1} = -(0,05 + 0,61) \cdot 0,015 = -0,01;$$

с опоры 2 на опоры 3 и 4

$$M_3'' = (M_2' + M_2'') K_{3,2} = -(0,56 - 0,13) \cdot 0,14 = -0,06;$$

$$M_4'' = (M_2' + M_2'') K_{4,2} = -(0,56 - 0,13) \cdot 0,016 \approx 0;$$

с опоры 3 на опоры 4 и 5

$$M_4''' = (M_3' + M_3'') K_{4,3} = -(0,02 - 0,01 - 0,06) \cdot 0,091 \approx 0;$$

$$M_5''' = (M_3' + M_3'') K_{5,3} \approx 0;$$

с опоры 4 на опору 5

$$M_5'' = (M_4' + M_4'') K_{5,4} = 0,01 \cdot 0,074 \approx 0.$$

Обратный ход. Определяем третьи поправки для опорных моментов M''' .

Передаем моменты:

с опоры 3 на опору 2 и 1

$$M_2''' = (M_3'' + M_3''') K_{2,3} = -(-0,01 - 0,06) \cdot 0,129 = 0,01,$$

$$M_1''' = (M_3'' + M_3''') K_{1,3} \approx 0;$$

с опоры 2 на опору 1

$$M_1'' = (M_2''' + M_2''') K_{1,2} = -(-0,13 + 0,01) \cdot 0,149 = 0,02.$$

На этом процесс обрывается.

Как видим, в рассматриваемом примере процесс последовательных приближений сходится весьма быстро. Суммируя первое приближение и последующие поправки, находим искомые значения моментов:

$$M_1 = -0,42 + 0,05 + 0,61 + 0,02 = 0,26;$$

$$M_2 = -4,69 + 0,56 - 0,13 + 0,01 = -4,25;$$

$$M_3 = -4,37 + 0,02 - 0,01 - 0,06 = -4,42;$$

$$M_4 = -0,17 - 0,01 = -0,18;$$

$$M_5 = 0,13.$$

Для проверки подставим полученные значения моментов в уравнение пяти моментов для третьей опоры

$$\begin{aligned} M_1\delta_{3,1} + M_2\delta_{3,2} + M_3\delta_{3,3} + M_4\delta_{3,4} + M_5\delta_{3,5} + \delta_{3p} = \\ = 0,26 \cdot 0,02 - 4,25 \cdot 0,185 - 4,42 \cdot 1,319 - 0,18 \cdot 0,142 + \\ + 0,13 \cdot 0,05 + 6,65 = 0. \end{aligned}$$

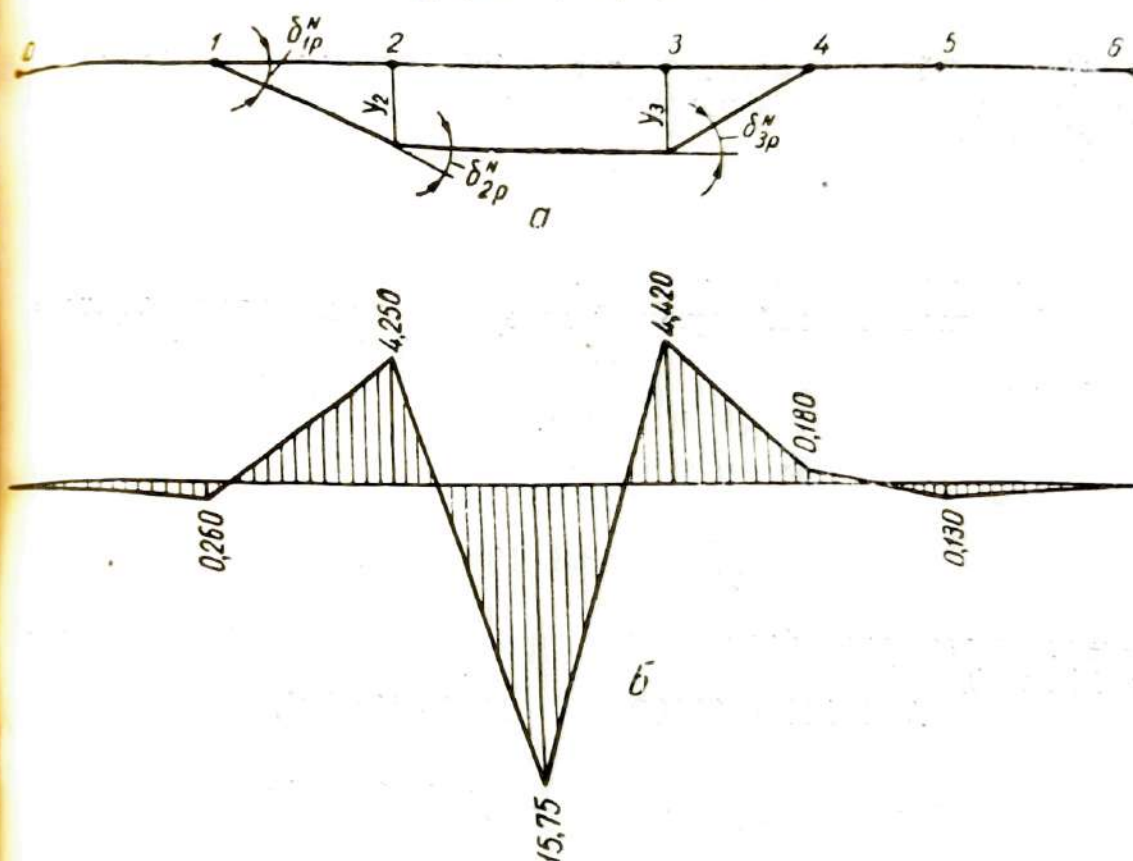


Рис. 60.

Проверка показывает, что сумма моментов в узле равна 0. Эпюра моментов, построенная по полученным данным, представлена на рис. 60, б.

§ 2. РАСЧЕТ НАПЛАВНОГО МОСТА

Пример 7. Произвести расчет шестипролетного неразрезного наплавного моста, представленного на рис. 61. *.

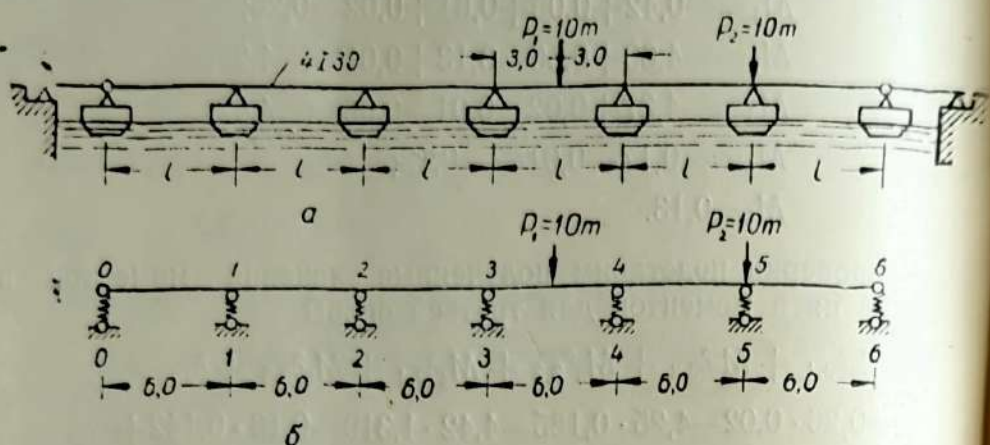


Рис. 61.

Наплавной мост представляет собой неразрезную балку в пловучих опорах. Коэффициент податливости опоры определяется по формуле

$$S_n = \frac{1}{\gamma F_n}, \quad (131)$$

где γ — удельный вес воды;

F_n — площадь действующей ватерлинии поплавка, понтона, плота и т. п., служащего пловучей опорой моста.

Для рассматриваемого примера пловучей опорой служит понтон с размерами в плане $7,6 \times 3,0$ м.

$$F_n = 7,6 \cdot 3,0 = 22,8 \text{ м}^2;$$

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 22,8} = 43,8 \cdot 10^{-3} \text{ м/т}.$$

Сечение неразрезной балки моста постоянно по длине и состоит из 4 I № 30.

$$I = 4 \cdot 9800 = 39200 \text{ см}^4 = 0,392 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4;$$

$$\frac{1}{EI} = \frac{1}{21 \cdot 10^6 \cdot 0,392 \cdot 10^{-3}} = 0,122 \cdot 10^{-3}.$$

Величины S и $\frac{1}{EI}$ можно умножить на 10^3 , что равносильно

* Для сравнения условия задачи взяты из работы проф. Григорьева В. В. [8].

Учет изгибного кручения в тех случаях, когда это необходимо, производится вторым приближением по методу проф. Уманского А. А. [9].

умножению всех вычисляемых затем перемещений на 10^3 . Таким образом, примем $S_n = 43,8$ и $\frac{1}{EI} = 0,122$.

Благодаря тому, что неразрезная балка имеет одинаковые пролеты и коэффициенты податливости опор (такие балки называются регулярными), расчет ее на всех стадиях упрощается.

Решение. I. Находим по формулам (21) и (22) производные от S — коэффициенты V :

$$V_{0,1} = V_{1,2} = V_{2,3} = V_{3,4} = V_{4,5} = V_{5,6} = \frac{2S}{l^2} = \frac{2 \cdot 43,8}{6^2} = 2,432;$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V_5 = \frac{S}{l^2} = 1,216.$$

II. Находим приведенные пролеты l' :

$$l' = \frac{l}{EI} = 6 \cdot 0,122 = 0,732.$$

III. Определяем перемещения от изгиба δ^M :

$$\delta_{1,1}^M = \delta_{2,2}^M = \delta_{3,3}^M = \delta_{4,4}^M = \delta_{5,5}^M = \frac{2l'}{3} = \frac{2 \cdot 0,732}{3} = 0,488;$$

$$\delta_{1,2}^M = \delta_{2,3}^M = \delta_{3,4}^M = \delta_{4,5}^M = \frac{l'}{6} = \frac{0,732}{6} = 0,122.$$

IV. Вычисляем по формулам (17) — (20) перемещения от осадки опор δ^N :

$$\delta_{1,1}^N = \delta_{2,2}^N = \delta_{3,3}^N = \delta_{4,4}^N = \delta_{5,5}^N = V_{0,1} + V_{1,2} + 2V_1 = \\ = 2(2,432 + 1,216) = 7,296;$$

$$\delta_{1,2}^N = \delta_{2,3}^N = \delta_{3,4}^N = \delta_{4,5}^N = -V_{1,2} - V_1 - V_2 = \\ = -(2,432 + 2 \cdot 1,216) = -4,864;$$

$$\delta_{1,3}^N = \delta_{2,4}^N = \delta_{3,5}^N = V_2 = 1,216.$$

V. Находим суммарные перемещения:

$$\delta_{1,1} = \delta_{2,2} = \delta_{3,3} = \delta_{4,4} = \delta_{5,5} = 0,488 + 7,296 = 7,784;$$

$$\delta_{1,2} = \delta_{2,3} = \delta_{3,4} = \delta_{4,5} = 0,122 - 4,864 = -4,742;$$

$$\delta_{1,3} = \delta_{2,4} = \delta_{3,5} = 1,216.$$

Ввиду того, что побочные коэффициенты имеют величину одного порядка с главными коэффициентами, для расчета следует пользоваться точным вариантом метода перераспределения начальных моментов.

VI. Определяем коэффициенты передачи опорных моментов K и уточненные значения перемещений δ' и δ'' . На схемах неразрезной балки записываем: на опорах — главные перемещения $\delta_{1,1}$, $\delta_{2,2}$, $\delta_{3,3}$ и т. д., на линиях, соединяющих опоры, — побочные перемещения $\delta_{1,2}$, $\delta_{2,3}$, $\delta_{1,3}$ и т. д. (числа в скобках на рис. 62).

Прямой ход. Определяем на схеме левые коэффициенты передачи K и уточненные значения перемещений δ' .

Опора 1. Коэффициенты передачи:

$$K_{1,2} = - \frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,1}} = - \frac{-4,74}{7,78} = 0,609;$$

$$K_{1,3} = - \frac{\delta_{1,3}}{\delta_{1,1}} = - \frac{1,22}{7,78} = -0,156.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{2,2(1)} = K_{1,2} \delta_{1,2} = -0,609 \cdot 4,74 = -2,88;$$

$$\delta_{2,3(1)} = K_{1,3} \delta_{1,2} = 0,156 \cdot 4,74 = 0,74;$$

$$\delta_{3,3(1)} = K_{1,3} \delta_{1,3} = -0,156 \cdot 1,22 = -0,19.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta'_{2,2} = \delta_{2,2} + \delta_{2,2(1)} = 7,78 - 2,88 = 4,90;$$

$$\delta'_{2,3} = \delta_{2,3} + \delta_{2,3(1)} = -4,74 + 0,74 = -4,00.$$

Опора 2. Коэффициенты передачи:

$$K_{2,3} = - \frac{\delta'_{2,3}}{\delta'_{2,2}} = - \frac{-4,00}{4,90} = 0,817;$$

$$K_{2,4} = - \frac{\delta_{2,4}}{\delta'_{2,2}} = - \frac{1,22}{4,90} = -0,249.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{3,3(2)} = K_{2,3} \delta'_{2,3} = -0,817 \cdot 4,0 = -3,27;$$

$$\delta_{3,4(2)} = K_{2,4} \delta'_{2,3} = 0,249 \cdot 4,0 = 0,99;$$

$$\delta_{4,4(2)} = K_{2,4} \delta_{2,4} = -0,249 \cdot 1,22 = -0,30.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta'_{3,3} = \delta_{3,3} + \delta_{3,3(1)} + \delta_{3,3(2)} = 7,78 - 0,19 - 3,27 = 4,32;$$

$$\delta'_{3,4} = \delta_{3,4} + \delta_{3,4(2)} = -4,74 + 0,99 = -3,75.$$

Все вычисляемые величины последовательно записываются в схеме балки, что облегчает и автоматизирует вычисления.

Опора 3. Коэффициенты передачи:

$$K_{3,4} = - \frac{\delta'_{3,4}}{\delta'_{3,3}} = - \frac{-3,75}{4,32} = 0,868;$$

$$K_{3,5} = - \frac{\delta'_{3,5}}{\delta'_{3,3}} = - \frac{1,22}{4,32} = -0,282.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{4,4(3)} = K_{3,4} \delta'_{3,4} = -0,868 \cdot 3,75 = -3,25;$$

$$\delta_{4,5(3)} = K_{3,5} \delta'_{3,4} = 0,282 \cdot 3,75 = 1,06;$$

$$\delta_{5,5(3)} = K_{3,5} \delta'_{3,5} = -0,282 \cdot 1,22 = -0,34.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta'_{4,4} = \delta_{4,4} + \delta_{4,4(2)} + \delta_{4,4(3)} = 7,78 - 0,30 - 3,25 = 4,23;$$

$$\delta'_{4,5} = \delta_{4,5} + \delta_{4,5(3)} = -4,74 + 1,06 = -3,68.$$

Опора 4. Коэффициенты передачи

$$K_{4,5} = - \frac{\delta'_{4,5}}{\delta'_{4,4}} = - \frac{-3,68}{4,23} = 0,872.$$

Поправка для перемещения

$$\delta_{5,5(4)} = K_{4,5} \delta'_{4,5} = -0,872 \cdot 3,68 = -3,21.$$

Уточненное значение перемещения

$$\delta'_{5,5} = \delta_{5,5} + \delta_{5,5(3)} + \delta_{5,5(4)} = 7,78 - 0,34 - 3,21 = 4,23.$$

Обратный ход. Определяем левые коэффициенты передачи и уточненные значения перемещений δ'' .

Обратный ход производится аналогично прямому на отдельной схеме (рис. 63) путем последовательного обхода опор 5, 3, 2 и 1.

Опора 5. Коэффициенты передачи:

$$K_{5,4} = - \frac{\delta_{5,4}}{\delta_{5,5}} = - \frac{-4,74}{7,78} = 0,609;$$

$$K_{5,3} = - \frac{\delta_{5,3}}{\delta_{5,5}} = - \frac{1,22}{7,78} = -0,156.$$

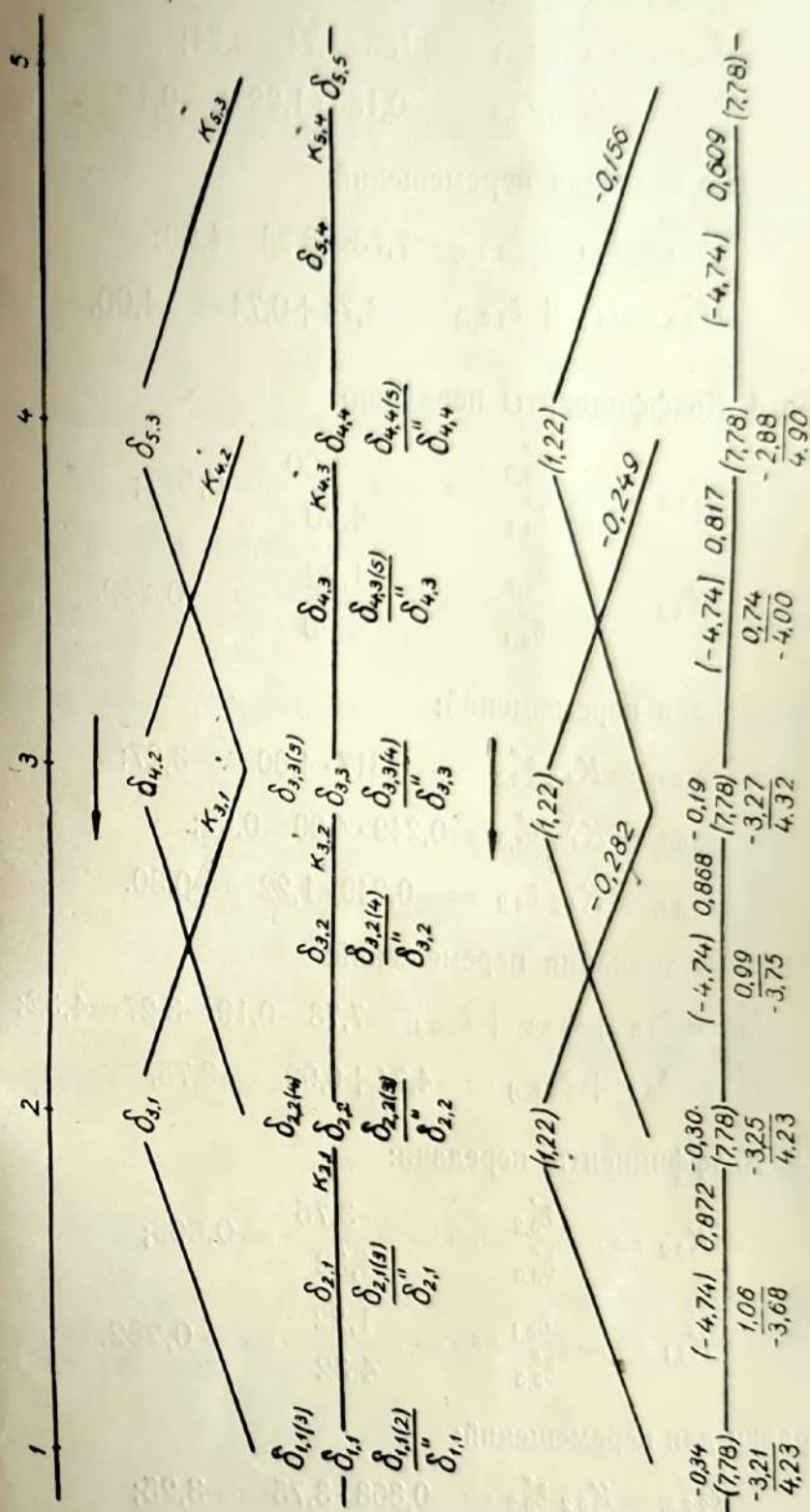


Рис. 63.

Поправки для перемещений:

$$\delta_{4,4(5)} = K_{5,4} \delta_{5,4} = -0,609 \cdot 4,74 = -2,88;$$

$$\delta_{4,3(5)} = K_{5,3} \delta_{5,4} = 0,156 \cdot 4,74 = 0,74;$$

$$\delta_{3,3(5)} = K_{5,3} \delta_{5,3} = -0,156 \cdot 1,22 = -0,19.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta_{4,4}'' = \delta_{4,4} + \delta_{4,4(5)} = 7,78 - 2,88 = 4,90;$$

$$\delta_{4,3}'' = \delta_{4,3} + \delta_{4,3(5)} = -4,74 + 0,74 = -4,00.$$

Опора 4. Коэффициенты передачи:

$$K_{4,3} = -\frac{\delta_{4,3}''}{\delta_{4,4}''} = -\frac{-4,00}{4,90} = 0,817;$$

$$K_{4,2} = -\frac{\delta_{4,2}}{\delta_{4,4}''} = -\frac{1,22}{4,90} = -0,249.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{3,3(4)} = K_{4,3} \delta_{4,3}'' = -0,817 \cdot 4,00 = -3,27;$$

$$\delta_{3,2(4)} = K_{4,2} \delta_{4,3}'' = 0,249 \cdot 4,00 = 0,99;$$

$$\delta_{2,2(4)} = K_{4,2} \delta_{4,2} = -0,249 \cdot 1,22 = -0,30.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta_{3,3}'' = \delta_{3,3} + \delta_{3,3(5)} + \delta_{3,3(4)} = 7,78 - 0,19 - 3,27 = 4,32;$$

$$\delta_{3,2}'' = \delta_{3,2} + \delta_{3,2(4)} = -4,74 + 0,99 = -3,75.$$

Опора 3. Коэффициенты передачи:

$$K_{3,2} = -\frac{\delta_{3,2}''}{\delta_{3,3}''} = -\frac{-3,75}{4,32} = 0,868;$$

$$K_{3,1} = -\frac{\delta_{3,1}}{\delta_{3,3}''} = -\frac{1,22}{4,32} = -0,282.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{2,2(3)} = K_{3,2} \delta_{3,2}'' = -0,868 \cdot 3,75 = -3,25;$$

$$\delta_{2,1(3)} = K_{3,1} \delta_{3,2}'' = 0,282 \cdot 3,75 = 1,06;$$

$$\delta_{1,1(3)} = K_{3,1} \delta_{3,1} = -0,282 \cdot 1,22 = -0,34.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta_{2,2}'' = \delta_{2,2} + \delta_{2,2(4)} + \delta_{2,2(3)} = 7,78 - 0,30 - 3,25 = 4,23;$$

$$\delta_{2,1}'' = \delta_{2,1} + \delta_{2,1(3)} = -4,74 + 1,06 = -3,68.$$

Опора 2. Коэффициент передачи

$$K_{2,1} = -\frac{\delta_{2,1}''}{\delta_{2,2}''} = -\frac{-3,68}{4,23} = 0,872.$$

Поправка для перемещений

$$\delta_{1,1(2)} = K_{2,1} \delta_{2,1}'' = -0,872 \cdot 3,68 = -3,21.$$

Уточненное значение перемещений:

$$\delta_{1,1}' = \delta_{1,1} + \delta_{1,1(3)} + \delta_{1,1(2)} = 7,78 - 0,34 - 3,21 = 4,23.$$

Для рассматриваемой симметричной балки обратного хода можно было бы не производить, а сразу же записать левые коэффициенты передачи симметрично правым коэффициентам, а перемещения δ'' — симметрично δ' .

Например: $K_{5,4} = K_{1,2} = 0,609$;

$$K_{5,3} = K_{1,3} = -0,156;$$

$$K_{4,3} = K_{2,3} = 0,817;$$

$$K_{4,2} = K_{2,4} = -0,249 \text{ и т. д.};$$

$$\delta_{4,4}'' = \delta_{2,2}' = 4,90;$$

$$\delta_{4,3}'' = \delta_{2,3}' = -4,00;$$

$$\delta_{3,3}'' = \delta_{3,3}' = 4,32 \text{ и т. д.}$$

VII. Пользуясь приложением 1, находим перемещения, вызванные изгибом балки от заданной нагрузки:

$$\delta_{3p}^M = \delta_{4p}^M = \frac{1}{6} \omega_{3,4} = \frac{P l l'}{16} = \frac{10 \cdot 6}{16} \cdot 0,732 = 2,74,$$

$$\delta_{1p}^M = \delta_{2p}^M = \delta_{5p}^M = 0.$$

VIII. Определяем грузовые перемещения, вызванные осадкой опор, как тангенсы углов наклона стержней на опорах.

Осадки опор (рис. 64):

$$N_3 = N_4 = \frac{P_1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ т};$$

$$N_5 = P_2 = 10 \text{ т};$$

$$y_4 = y_3 = N_3 S = 5 \cdot 43,8 = 219,0;$$

$$y_5 = N_5 S = 10 \cdot 43,8 = 438,0.$$

Грузовые перемещения от осадки опор:

$$\delta_{1p}^N = 0; \quad \delta_{2p}^N = \frac{y_3}{l_{2,3}} = \frac{219,0}{6} = 36,5;$$

$$\delta_{3p}^N = -\frac{y_3}{l_{1,3}} = -\frac{219,0}{6} = -36,51; \quad \delta_{4p}^N = \frac{y_5 - y_4}{l} =$$

$$= \frac{438,0 - 219,0}{6,0} = 36,5;$$

$$\delta_{5p}^N = -\delta_{4p}^N - \frac{y_5}{l} = -36,5 - \frac{438,0}{6,0} = -109,5.$$

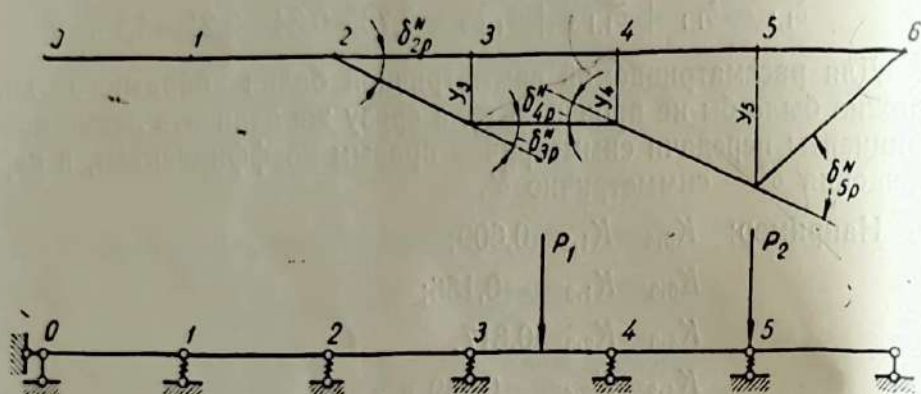


Рис. 64.

IX. Находим суммарные грузовые перемещения:

$$\delta_{1p} = 0; \quad \delta_{2p} = \delta_{2p}^M + \delta_{2p}^N = 36,5;$$

$$\delta_{3p} = \delta_{3p}^M + \delta_{3p}^N = 2,74 - 36,50 = -33,76;$$

$$\delta_{4p} = \delta_{4p}^M + \delta_{4p}^N = 2,74 + 36,50 = 39,24;$$

$$\delta_{5p} = \delta_{5p}^M + \delta_{5p}^N = -109,5.$$

X. Определяем по формулам (114)–(122) начальные значения опорных моментов. Разбиваем опоры на группы 1–2, 3–4 и 5.

Для групп 1–2.

$$\delta_{1,1}^0 = \delta_{1,1}' + K_{3,1} \delta_{3,1} = 7,78 - 0,282 \cdot 1,22 = 7,44;$$

$$\delta_{2,2}^0 = \delta_{2,2}' = 4,23;$$

$$\delta_{2,1}^0 = \delta_{2,1}'' = -3,68;$$

$$\delta_{1,2}^0 = \delta_{1,2}' + K_{3,2} \delta_{3,1} = -4,74 + 0,868 \cdot 1,22 = -3,68.$$

Проверка:

$$\delta_{1,2}^0 = \delta_{2,1}^0 ;$$

$$D = \delta_{1,1}^0 \delta_{2,2}^0 - (\delta_{1,2}^0)^2 = 7,44 \cdot 4,23 - 3,68^2 = 17,9;$$

$$\alpha_{1,1} = \frac{\delta_{2,2}^0}{D} = \frac{4,23}{17,9} = -0,236;$$

$$\alpha_{2,2} = \frac{\delta_{1,1}^0}{D} = -\frac{7,44}{17,9} = -0,416;$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{\delta_{1,2}^0}{D} = -\frac{3,68}{17,9} = -0,206;$$

$$M_1^0 = \alpha_{1,1} \delta_{1,p} + \alpha_{1,2} \delta_{2,p} = -0,236 \cdot 0 - 0,206 \cdot 36,5 = -7,5 \text{ т.м.};$$

$$M_2^0 = \alpha_{2,2} \delta_{2,p} + \alpha_{1,2} \delta_{1,p} = -0,416 \cdot 36,5 - 0,206 \cdot 0 = -15,2 \text{ т.м.}$$

Проверка:

$$M_1^0 \delta_{1,1}^0 + M_2^0 \delta_{1,2}^0 + \delta_{1,p} = -7,5 \cdot 7,44 + 15,2 \cdot 3,68 + 0 = 0;$$

$$M_1^0 \delta_{2,1}^0 + M_2^0 \delta_{2,2}^0 + \delta_{2,p} = 7,5 \cdot 3,68 - 15,2 \cdot 4,23 + 36,5 = 0.$$

Для группы 3-4.

$$\delta_{3,3}^0 = \delta_{3,3}' + K_{5,3} \delta_{5,3} = 4,32 - 0,156 \cdot 1,22 = 4,14;$$

$$\delta_{4,4}^0 = \delta_{4,4}'' + K_{2,4} \delta_{2,4} = 4,90 - 0,249 \cdot 1,22 = 4,59;$$

$$\delta_{4,3}^0 = \delta_{4,3}'' + K_{2,3} \delta_{2,4} = -4,00 + 0,817 \cdot 1,22 = -3,01;$$

$$\delta_{3,4}^0 = \delta_{3,4}' + K_{5,4} \delta_{5,3} = -3,75 + 0,609 \cdot 1,22 = -3,01.$$

Проверка:

$$\delta_{3,4}^0 = \delta_{4,3}^0 ;$$

$$D = \delta_{3,3}^0 \delta_{4,4}^0 - (\delta_{3,4}^0)^2 = 4,14 \cdot 4,59 - 3,01^2 = 9,94;$$

$$\alpha_{3,3} = -\frac{\delta_{4,4}^0}{D} = -\frac{4,59}{9,94} = -0,462;$$

$$\alpha_{4,4} = -\frac{\delta_{3,3}^0}{D} = -\frac{4,14}{9,94} = -0,418;$$

$$\alpha_{3,4} = -\frac{\delta_{3,4}^0}{D} = -\frac{3,01}{9,94} = -0,304;$$

$$M_3^0 = \alpha_{3,3} \delta_{3p} + \alpha_{3,4} \delta_{4p} = 0,462 \cdot 33,76 - 0,304 \cdot 39,24 = 3,70 \text{ тм};$$

$$M_4^0 = \alpha_{4,4} \delta_{4p} + \alpha_{3,4} \delta_{3p} = -0,418 \cdot 39,24 + 0,304 \cdot 33,76 = -6,10 \text{ тм}.$$

Проверка:

$$M_3^0 \delta_{3,3}^0 + M_4^0 \delta_{3,4}^0 + \delta_{3p} = 3,70 \cdot 4,14 + 6,1 \cdot 3,01 - 33,76 = 0,$$

$$M_3^0 \delta_{4,3}^0 + M_4^0 \delta_{4,4}^0 + \delta_{4p} = -3,70 \cdot 3,01 - 6,1 \cdot 4,59 + 39,24 = 0.$$

Для группы 5.

$$M_5^0 = -\frac{\delta_{5p}}{\delta_{5,5}'} = -\frac{-109,5}{4,23} = 25,9 \text{ тм}.$$

XI. Производим перераспределение начальных моментов в табл. 12.

В заглавной строке таблицы записаны коэффициенты передачи K (нижние числа — $K_{1,2}$; $K_{2,1}$; $K_{2,3}$; $K_{3,2}$; $K_{3,4}$..., верхние числа $K_{1,3}$; $K_{2,4}$; $K_{3,1}$; $K_{3,5}$...), а в строке 3 — начальные моменты M^0 .

Таблица 12

1		2		3		4		5		№ строки
—	—0,156	—	—0,249	—0,282	—0,282	—0,249	—	—0,156	—	
—	0,609	0,872	0,817	0,868	0,868	0,817	0,872	0,609	—	
→				2,1	3,8	1,2	1			
				—13,2	—9,1	—6,9	2			
				3,7	—6,1	25,9	3			
				19,7	22,7	←	4			
				—7,3	—		5			
				5,0	11,3	20,2	6			
—7,5	—15,2									
5,5	13,1									
—2,5	—4,1									
—1,5	—6,2									

Прямой ход (строки 1 и 2).

Передаем моменты группы 1—2 на группу 3—4:

$$M_{3,1} = M_1^0 K_{3,1} = 7,5 \cdot 0,282 = 2,1;$$

$$M_{3,2} = M_2^0 K_{3,2} = -15,2 \cdot 0,868 = -13,2;$$

$$M_{4,2} = M_2^0 K_{4,2} = 15,2 \cdot 0,249 = 3,8;$$

Передаем поправочный момент с опоры 3 на опору 4

$$M_{4,3} = (M_{3,2} + M_{3,1}) K_{4,3} = (-13,2 + 2,1) 0,817 = -9,1.$$

Передаем моменты с группы 3—4 на опору 5:

$$M_{5,3} = (M_3^0 + M_{3,2} + M_{3,1}) K_{5,3} = -(3,7 - 13,2 + 2,1) 0,156 = 1,2;$$

$$M_{5,4} = (M_4^0 + M_{4,3} + M_{4,2}) K_{5,4} = (-6,1 - 9,1 + 3,8) 0,609 = -6,9;$$

Обратный ход производим независимо от прямого (строки 4 и 5).

Передаем моменты с опоры 5 на группу 3—4:

$$M_{4,5} = M_5^0 K_{4,5} = 25,9 \cdot 0,872 = 22,7;$$

$$M_{3,5} = M_5^0 K_{3,5} = -25,9 \cdot 0,282 = -7,3.$$

Передаем поправочный момент с опоры 4 на опору 3

$$M_{3,4} = M_{4,5} K_{3,4} = 22,7 \cdot 0,868 = 19,7.$$

Передаем моменты с группы 3—4 на группу 1—2:

$$M_{2,4} = (M_4^0 + M_{4,5}) K_{2,4} = -(-6,1 + 22,7) 0,249 = -4,1;$$

$$M_{2,3} = (M_3^0 + M_{3,4} + M_{3,5}) K_{2,3} = (3,7 + 19,7 - 7,3) 0,817 = 13,1;$$

$$M_{1,3} = (M_3^0 + M_{3,4} + M_{3,5}) K_{1,3} = -(3,7 + 19,7 - 7,3) 0,156 = -2,5.$$

Передаем поправочные моменты с опоры 2 на опору 1:

$$M_{1,2} = (M_{2,3} + M_{2,4}) K_{1,2} = (13,1 - 4,1) 0,609 = 5,5.$$

Складывая строки 1, 2, 3, 4 и 5, в строке 6 находим искомые величины опорных моментов:

$$M_1 = -7,5 + 5,5 - 2,5 = -4,5 \text{ тм};$$

$$M_2 = -15,2 + 13,1 - 4,1 = -6,2 \text{ тм};$$

$$M_3 = 2,1 - 13,2 + 3,7 + 19,7 - 7,3 = 5,0 \text{ тм};$$

$$M_4 = 3,8 - 9,1 - 6,1 + 22,7 = 11,3 \text{ тм};$$

$$M_5 = 1,2 - 6,9 + 25,9 = 20,2 \text{ тм}.$$

Для проверки полученных величин моментов подставим их значения в уравнение пяти моментов для опоры 3

$$M_1 \delta_{3,1} + M_2 \delta_{3,2} + M_3 \delta_{3,3} + M_4 \delta_{3,4} + M_5 \delta_{3,5} + \delta_{3,p} = \\ = -4,5 \cdot 1,216 + 6,2 \cdot 4,742 + 5,0 \cdot 7,784 - 11,3 \cdot 4,742 + \\ + 20,2 \cdot 1,216 - 33,76 = 0.$$

Эпюра моментов (в тм) дана на рис. 65, б.

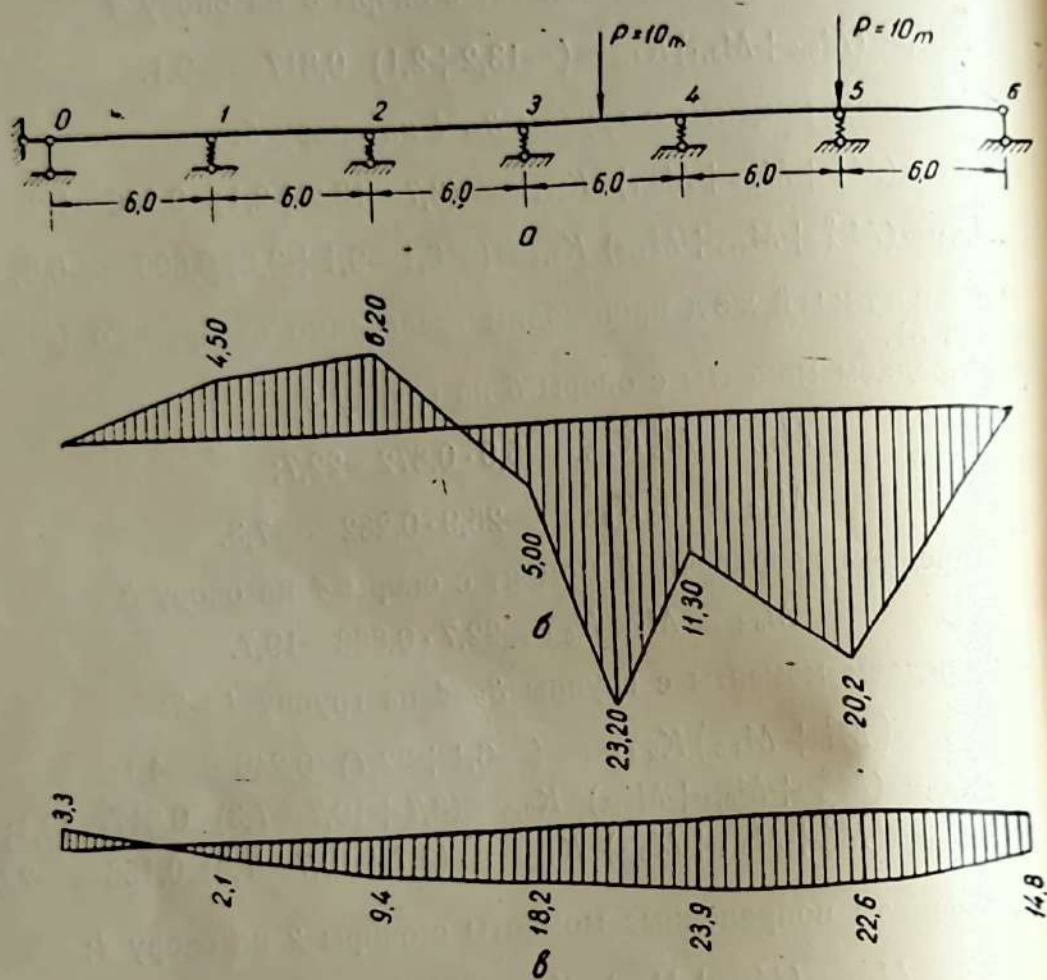


Рис. 65.

ХII. Определяем опорные реакции по эпюре моментов как сумму поперечных сил на опорах:

$$R_0 = Q_{1,0} = -\frac{4,5}{6} = -0,75 \text{ т};$$

$$R_1 = Q_{1,0} + Q_{1,2} = \frac{4,5}{6,0} + \frac{4,5-6,2}{6,0} = 0,47 \text{ т};$$

$$R_2 = Q_{2,1} + Q_{2,3} = \frac{6,2-4,5}{6,0} + \frac{6,2+5,0}{6,0} = 2,15 \text{ т},$$

$$R_3 = Q_{3,2} + Q_{3,4} = -\frac{6,2+5,0}{6,0} + \frac{23,2-5,0}{3,0} = 4,20 \text{ т};$$

$$R_4 = Q_{4,3} + Q_{4,5} = \frac{-11,3+23,2}{3,0} + \frac{-11,3+20,2}{6,0} = 5,45 \text{ т}.$$

К опоре 5, помимо поперечных сил от изгиба, приложена еще непосредственно действующая на нее сила $P=10 \text{ т}$

$$R_5 = P + Q_{5,4} + Q_{5,6} = 10,0 + \frac{-20,2+11,3}{6,0} - \frac{20,2}{6,0} = 5,15 \text{ т};$$

$$R_6 = \frac{20,2}{6,0} = 3,37 \text{ т}.$$

ХІІІ. Определяем осадки опор y . Нормальные силы, действующие на опоры, равны по величине соответствующим опорным реакциям. Коэффициент податливости всех опор:

$$S = 43,8 \cdot 10^{-3} \text{ м/т} = 4,38 \text{ см/т};$$

$$y_0 = N_0 S = -0,75 \cdot 4,38 = -3,3 \text{ см};$$

$$y_1 = N_1 S = 0,47 \cdot 4,38 = 2,1 \text{ см};$$

$$y_2 = N_2 S = 2,15 \cdot 4,38 = 9,4 \text{ см};$$

$$y_3 = N_3 S = 4,2 \cdot 4,38 = 18,2 \text{ см};$$

$$y_4 = N_4 S = 5,45 \cdot 4,38 = 23,9 \text{ см};$$

$$y_5 = N_5 S = 5,15 \cdot 4,38 = 22,6 \text{ см};$$

$$y_6 = N_6 S = 3,37 \cdot 4,38 = 14,8 \text{ см}.$$

Эпюра прогибов (в см) дана на рис. 65, б.

§ 3. РАСЧЕТ КАРКАСА ВНУТРЕННЕЙ СТЕНКИ МОКРОГО ДВУСТЕНЧАТОГО ГАЗГОЛЬДЕРА

Пример 8. Произвести расчет каркаса внутренней стенки газгольдера, состоящего из вертикальных ребер, опирающихся на горизонтальные кольца* (рис. 66). Нагрузкой служит гидростатическое давление воды, находящейся между стенками газгольдера, распределенное по высоте по закону треугольника.

* Условия задачи взяты из практики проектирования Проектстальконструкции (Киев).

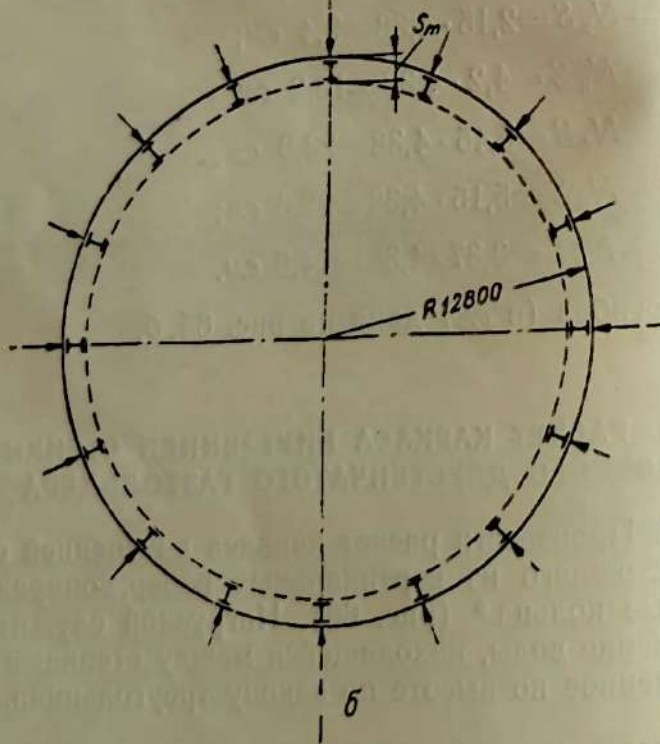
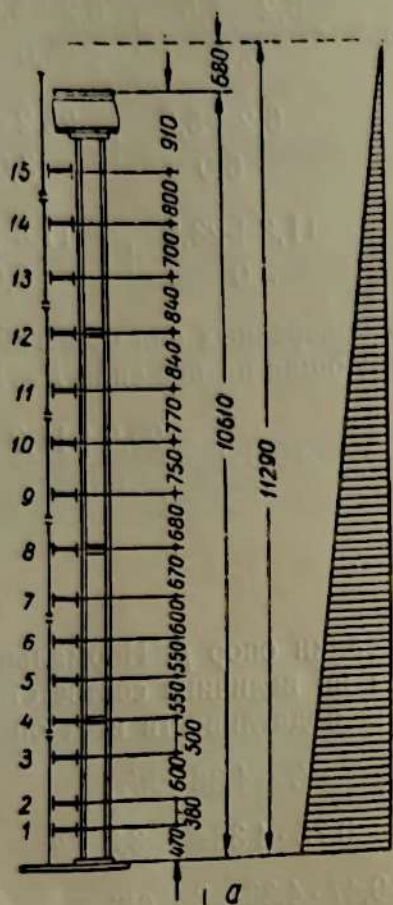


Рис. 66.

Сечения элементов каркаса, а также их основные характеристики приведены в табл. 13.

Таблица 13

Элемент каркаса	Горизонтальные кольца				Вертикаль- ные ребра
	№ 1	№ 2—3	№ 4—12	№ 13—15	
Состав сечения	I № 36а -425×12	I № 36а -496×12	I № 36а -436×10	I № 36а -376×8	I № 36а
$F_1 \text{ см}^2$	76,30	76,30	76,30	76,30	76,30
$F_2 \text{ см}^2$	51,00	59,50	43,60	30,00	—
$F = F_1 + F_2$	127,30	135,80	119,90	106,30	76,30
$I \text{ см}^4$	26350	27310	25280	23040	15760
$I = \frac{I}{F} \text{ см}^2$	207	201	211	217	—
$\frac{EI_p}{EI_m}$	0,597	0,577	0,622	0,682	—
$EI_p S_m$	0,507	0,480	0,539	0,601	—

Вертикальные ребра каркаса можно рассматривать как неразрезные балки, опирающиеся на упругие опоры — горизонтальные кольца. Схема неразрезной балки дана на рис. 67 (размеры в мм). Разрезая ребра над опорами, получим основную статически определимую систему с шарнирами на опорах.

Из расчета ребра как балки на упругих опорах определяются моменты в шарнирах и реакции кольцевых опор. Далее рассчитываются кольца на действие приходящейся на них нагрузки и давления ребер. Коэффициент податливости кольцевой опоры равен ее радиальному перемещению от сил $P=1$ т, приложенных в местах опирания ребер (рис. 66, б), и определяется по формуле

$$S_m = \frac{n r}{2 \pi E F_m} + \frac{r^3}{E I_m} \alpha, \quad (132)$$

где r — радиус кольца;
 n — количество вертикальных ребер, опирающихся на кольцо;
 m — порядковый номер кольца;
 F_m, I_m — площадь и момент инерции поперечного сечения кольца m ;
 α — коэффициент, определяемый по формуле

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sin^2 \theta} \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{2} \right) - \frac{1}{\theta} \right], \quad (133)$$

где θ — половина центрального угла между соседними вертикальными ребрами.

Первое слагаемое в формуле (132) выражает деформации кольца от нормальных сил, второе слагаемое — от изгибающих моментов.

Для упрощения дальнейших вычислений формулу (132) приводим к следующему виду:

$$EI_p S_m = \frac{EI_p}{EI_m} \left(\frac{n r}{2 \pi} i_m^2 + \alpha r^3 \right), \quad (134)$$

где I_p — момент инерции сечения ребра;

$i_m = \sqrt{\frac{I_m}{F_m}}$ — радиус инерции сечения кольца;

Для рассматриваемого примера $r = 12,8$ м; $n = 16$; $\theta = 11^\circ 15'$ (0,19625 радиана). После подстановок этих величин в формулу (134) получим

$$EI_p S_m = \frac{EI_p}{EI_m} (0,178 + 32,61 i_m^2). \quad (135)$$

Полагая относительную величину $EI_p = 1$, найдем:

для кольца 1 — $S_1 = 0,597 (0,178 + 32,61 \cdot 0,0207) = 0,507$;

для колец 2—3 — $S_2 = 0,577 (0,178 + 32,61 \cdot 0,0201) = 0,480$;

» » 4—12 — $S_4 = 0,622 (0,178 + 32,61 \cdot 0,0211) = 0,539$;

» » 13—15 — $S_{1,3} = 0,682 (0,178 + 32,61 \cdot 0,0217) = 0,604$.

Рассматриваемый пример значительно сложнее предыдущих: ввиду многократной статической неопределимости системы требуется определить 15 неизвестных величин моментов. Тем не менее, решение этого примера методом перераспределения (точного варианта) производится относительно просто. Объясняется это тем, что трудоемкость расчета по предлагаемому методу возрастает в линейной зависимости от количества неизвестных, накопление же погрешностей происходит медленно, что дает возможность большинства вычислений производить на логарифмической линейке. Заметим, что соотношение между коэффициентами уравнений для данного примера таково, что при решении уравнений по Гауссу потребовалось бы производить все вычисления на арифмометре с большим количеством знаков.

Решение. I. Находим перемещения от единичных моментов δ_{ii} и δ_{ik} .

В предыдущих примерах подробно показано определение этих перемещений посредством последовательного вычисления величин

$$V; \delta^M; \delta^N; \delta = \delta^M + \delta^N.$$

Опуская здесь соответствующие арифметические выкладки, приведем готовые значения перемещений:

$\delta_{1,1} = 15,09$	$\delta_{15,15} = 4,85$	$\delta_{14,15} = -3,66$
$\delta_{2,2} = 14,06$	$\delta_{1,2} = -11,72$	$\delta_{1,3} = 2,10$
$\delta_{3,3} = 10,31$	$\delta_{2,3} = -6,27$	$\delta_{2,4} = 1,60$
$\delta_{4,4} = 11,91$	$\delta_{3,4} = -7,55$	$\delta_{3,5} = 1,96$
$\delta_{5,5} = 11,06$	$\delta_{4,5} = -7,21$	$\delta_{4,6} = 1,78$
$\delta_{6,6} = 10,20$	$\delta_{5,6} = -6,89$	$\delta_{5,7} = 1,63$
$\delta_{7,7} = 8,50$	$\delta_{6,7} = -5,87$	$\delta_{6,8} = 1,34$
$\delta_{8,8} = 7,55$	$\delta_{7,8} = -4,81$	$\delta_{7,9} = 1,18$
$\delta_{9,9} = 6,84$	$\delta_{8,9} = -4,46$	$\delta_{8,10} = 1,06$
$\delta_{10,10} = 6,11$	$\delta_{9,10} = -3,78$	$\delta_{9,11} = 0,93$
$\delta_{11,11} = 5,55$	$\delta_{10,11} = -3,46$	$\delta_{10,12} = 0,83$
$\delta_{12,12} = 5,23$	$\delta_{11,12} = -2,99$	$\delta_{11,13} = 0,76$
$\delta_{13,13} = 6,65$	$\delta_{12,13} = -3,27$	$\delta_{12,14} = 1,03$
$\delta_{14,14} = 7,01$	$\delta_{13,14} = -4,45$	$\delta_{13,15} = 1,08$

Как видим, побочные коэффициенты здесь не намного меньше главных. Поэтому применение способа последовательных приближений не является целесообразным, и следует воспользоваться точным вариантом метода перераспределения начальных моментов.

II. Определяем коэффициенты передачи опорных моментов K и уточненные значения перемещений δ' и δ'' . На схемах неразрезной балки записываем: на опорах—главные перемещения $\delta_{1,1}$, $\delta_{2,2}$, $\delta_{3,3}$ и т. д., на линиях, соединяющих опоры, — побочные перемещения $\delta_{1,2}$, $\delta_{2,3}$, $\delta_{1,3}$ и т. д. (числа в скобках на рис. 68 и 69).

Прямой ход. (рис. 68). Определяем правые коэффициенты передачи K и уточненные значения перемещений δ'

Опора 1. Коэффициенты передачи:

$$K_{1,2} = -\frac{\delta_{1,2}}{\delta_{1,1}} = -\frac{-11,72}{15,09} = 0,778;$$

$$K_{1,3} = -\frac{\delta_{1,3}}{\delta_{1,1}} = -\frac{2,1}{15,09} = -0,139.$$

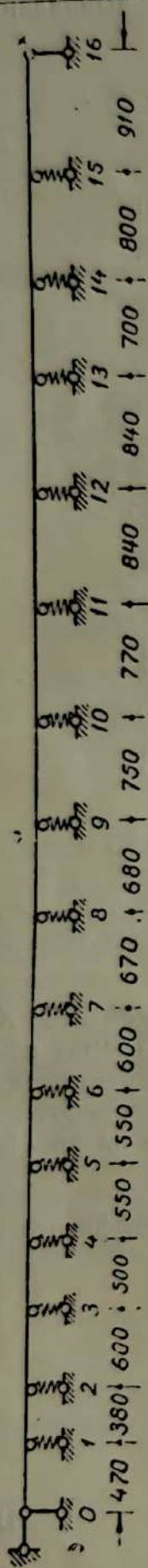


Рис. 67.

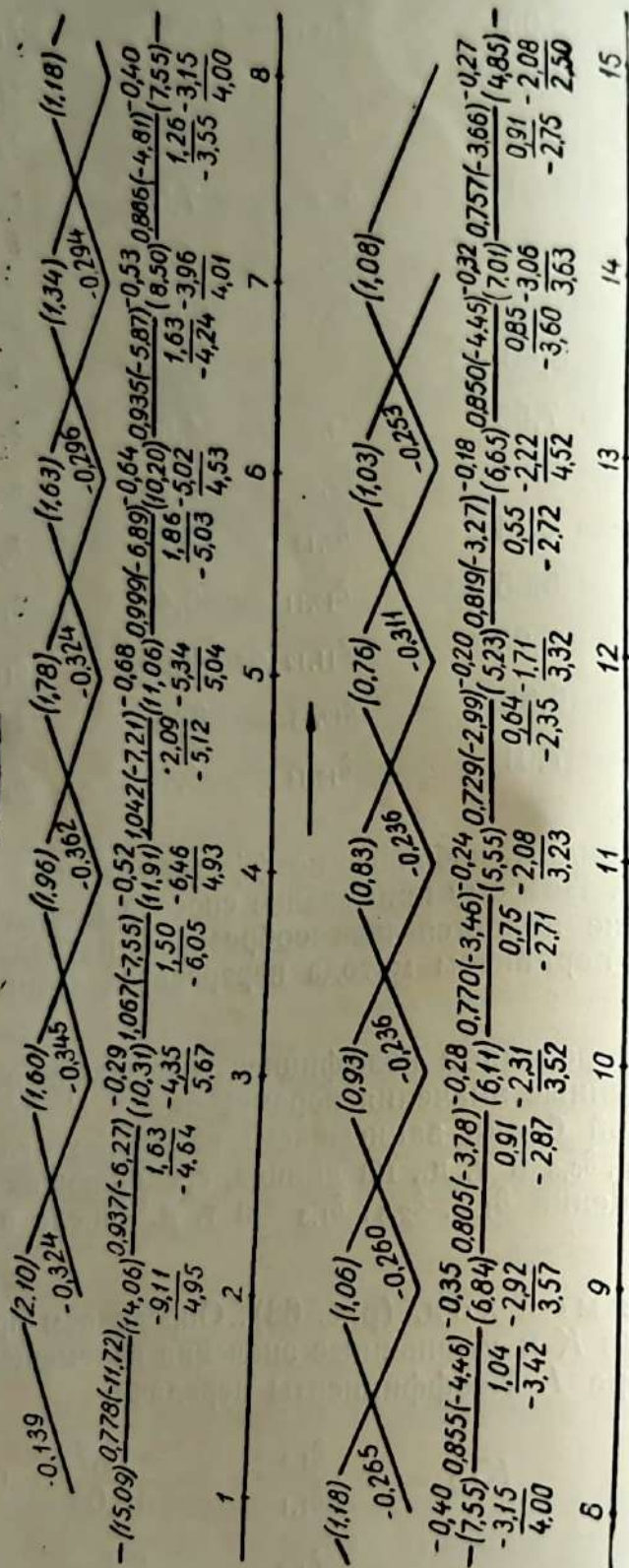


Рис. 68.

Поправки для перемещений:

$$\delta_{2,2(1)} = K_{1,2} \delta_{1,2} = -0,778 \cdot 11,72 = -9,11;$$

$$\delta_{2,3(1)} = K_{1,3} \delta_{1,2} = 0,139 \cdot 11,72 = 1,63;$$

$$\delta_{3,3(1)} = K_{1,3} \delta_{1,3} = -0,139 \cdot 2,1 = -0,29.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta'_{2,2} = \delta_{2,2} + \delta_{2,2(1)} = 14,06 - 9,11 = 4,95;$$

$$\delta'_{2,3} = \delta_{2,3} + \delta_{2,3(1)} = -6,27 + 1,63 = -4,64.$$

Опора 2. Коэффициенты передачи:

$$K_{2,3} = -\frac{\delta'_{2,3}}{\delta'_{2,2}} = -\frac{-4,64}{4,95} = 0,937;$$

$$K_{2,4} = -\frac{\delta_{2,4}}{\delta'_{2,2}} = -\frac{1,6}{4,95} = -0,324.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{3,3(2)} = K_{2,3} \delta'_{2,3} = -0,937 \cdot 4,64 = -4,35;$$

$$\delta_{3,4(2)} = K_{2,4} \delta'_{2,3} = 0,324 \cdot 4,64 = 1,50;$$

$$\delta_{4,4(2)} = K_{2,4} \delta_{2,4} = -0,324 \cdot 1,6 = -0,52.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta'_{3,3} = \delta_{3,3} + \delta_{3,3(1)} + \delta_{3,3(2)} = 10,31 - 0,29 - 4,35 = 5,67;$$

$$\delta'_{3,4} = \delta_{3,4} + \delta_{3,4(2)} = -7,55 + 1,50 = -6,05.$$

Опора 3. Коэффициенты передачи:

$$K_{3,4} = -\frac{\delta'_{3,4}}{\delta'_{3,3}} = -\frac{-6,05}{5,67} = 1,067;$$

$$K_{3,5} = -\frac{\delta_{3,5}}{\delta'_{3,3}} = -\frac{1,96}{5,67} = -0,345.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{4,4(3)} = K_{3,4} \delta'_{3,4} = -1,067 \cdot 6,05 = -6,46;$$

$$\delta_{4,5(3)} = K_{3,5} \delta'_{3,4} = 0,345 \cdot 6,05 = 2,09;$$

$$\delta_{5,5(3)} = K_{3,5} \delta_{3,5} = -0,345 \cdot 1,96 = -0,68.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta'_{4,4} = \delta_{4,4} + \delta_{4,4(2)} + \delta_{4,4(3)} = 11,91 - 0,52 - 6,46 = 4,93;$$

$$\delta'_{4,5} = \delta_{4,5} + \delta_{4,5(3)} = -7,21 + 2,09 = -5,12.$$

Далее, таким же образом последовательно определяются коэффициенты K и δ' для опор 4—15 (рис. 68).

Обратный ход. Определяем левые коэффициенты передачи K и уточненные значения перемещений δ'' .

Обратный ход производится аналогично прямому на отдельной схеме (рис. 69) путем последовательного обхода опор 15, 14, 13, 12 . . . 3, 2, 1.

Опора 15. Коэффициенты передачи:

$$K_{15,14} = - \frac{\delta_{15,14}}{\delta_{15,15}} = - \frac{-3,66}{4,85} = 0,755;$$

$$K_{15,13} = - \frac{\delta_{15,13}}{\delta_{15,15}} = - \frac{1,08}{4,85} = -0,223.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{14,14(15)} = K_{15,14} \delta_{15,14} = -0,755 \cdot 3,66 = -2,77;$$

$$\delta_{14,13(15)} = K_{15,13} \delta_{15,14} = 0,223 \cdot 3,66 = 0,82;$$

$$\delta_{13,13(15)} = K_{15,13} \delta_{15,13} = -0,223 \cdot 1,08 = -0,24.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta''_{14,14} = \delta_{14,14} + \delta_{14,14(15)} = 7,01 - 2,77 = 4,24;$$

$$\delta''_{14,13} = \delta_{14,13} + \delta_{14,13(15)} = -4,45 + 0,82 = -3,63.$$

Опора 14. Коэффициенты передачи:

$$K_{14,13} = - \frac{\delta_{14,13}}{\delta''_{14,14}} = - \frac{-3,63}{4,24} = 0,857;$$

$$K_{14,12} = - \frac{\delta_{14,12}}{\delta''_{14,14}} = - \frac{1,03}{4,24} = -0,248.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{13,13(14)} = K_{14,13} \delta''_{14,13} = -0,857 \cdot 3,63 = -3,11;$$

$$\delta_{13,12(14)} = K_{14,12} \delta''_{14,13} = 0,248 \cdot 3,63 = 0,97;$$

$$\delta_{12,12(14)} = K_{14,12} \delta_{14,12} = -0,248 \cdot 1,03 = -0,25.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta_{13,13}^* = \delta_{13,13} + \delta_{13,13(15)} + \delta_{13,13(14)} = 6,65 - 0,24 - 3,11 = 3,30;$$

$$\delta_{13,12}^* = \delta_{13,12} + \delta_{13,12(14)} = -3,27 + 0,97 = -2,30.$$

Опора 13. Коэффициенты передачи:

$$K_{13,12} = - \frac{\delta_{13,12}^*}{\delta_{13,13}^*} = - \frac{-2,30}{3,30} = 0,698;$$

$$K_{13,11} = - \frac{\delta_{13,11}^*}{\delta_{13,13}^*} = - \frac{0,76}{3,30} = -0,230.$$

Поправки для перемещений:

$$\delta_{12,12(13)} = K_{13,12} \delta_{13,12}^* = -0,698 \cdot 2,30 = -1,61;$$

$$\delta_{12,11(13)} = K_{13,11} \delta_{13,12}^* = 0,230 \cdot 2,30 = 0,53;$$

$$\delta_{11,11(13)} = K_{13,11} \delta_{13,11}^* = -0,230 \cdot 0,76 = -0,17.$$

Уточненные значения перемещений:

$$\delta_{12,12}^* = \delta_{12,12} + \delta_{12,12(14)} + \delta_{12,12(13)} = 5,23 - 0,25 - 1,61 = 3,38.$$

Далее, таким же образом последовательно определяются коэффициенты K и δ^* для опор 12—1 (рис. 69). Коэффициенты K записываем в заглавной строке табл. 14.

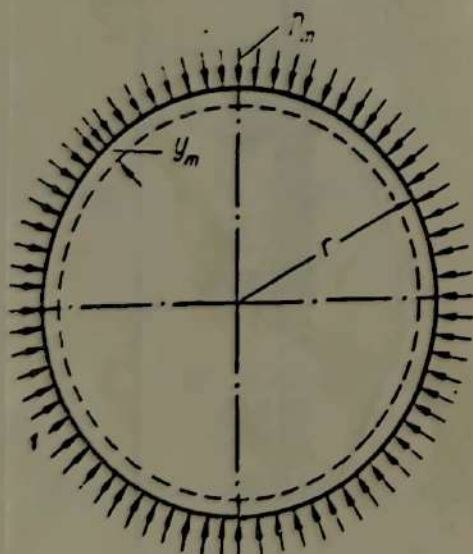


Рис. 70.

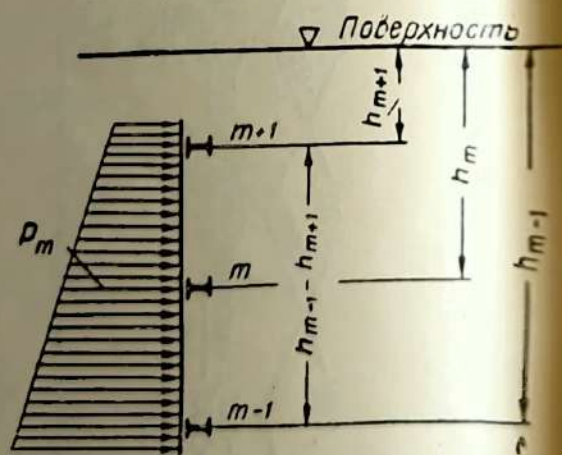


Рис. 71.

III. Определяем перемещения δ_{mr} от действующей на кольцо гидростатической нагрузки P_m .

Осадка кольца от нагрузки P_m (рис. 70) определяется по формулам:

$$y_m = \frac{P_m r^2}{EF_m} \quad (136)$$

или

$$EI_p y_m = \frac{EI_p}{EI_m} r^2 i_m^2 p_m, \quad (137)$$

r — радиус кольца;

i_m — радиус инерции сечения кольца;

P_m — погонное гидростатическое давление, приходящееся на кольцо, в т/пог. м (рис. 71)

$$p_m = 0,5 h_m (h_{m+1} - h_{m-1}), \quad (138)$$

где h_m , h_{m-1} , h_{m+1} — расстояния колец m ; $m-1$ и $m+1$ до поверхности воды.

После подстановки в формулу (137) соответствующих величин (табл. 13) и имея в виду, что EI_p принято равным единице, получим:

$y_1 = 9,310$	$y_5 = 10,406$	$y_9 = 9,675$	$y_{13} = 5,769$
$y_2 = 9,719$	$y_6 = 10,191$	$y_{10} = 9,052$	$y_{14} = 4,339$
$y_3 = 10,271$	$y_7 = 10,128$	$y_{11} = 8,256$	$y_{15} = 3,297$
$y_4 = 10,535$	$y_8 = 10,105$	$y_{12} = 7,095$	

Линия прогибов основной системы от гидростатического давления воды изображена на рис. 72 (размеры в см.). Грузовые

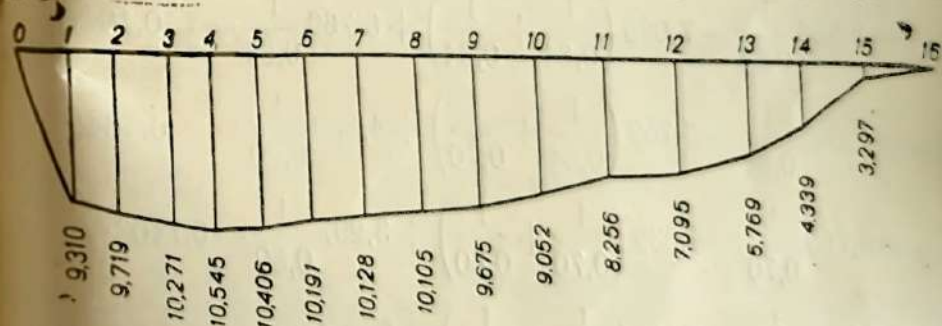


Рис. 72.

перемещения δ_{mp} , вызванные осадкой, определяем как тангенсы углов наклона балок на опорах (напомним, что угол считается положительным, когда его вершина направлена вверх):

$$\delta_{1p} = -9,31 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{1}{0,38} \right) + 9,719 \frac{1}{0,38} = -18,732;$$

$$\delta_{2p} = 9,31 \frac{1}{0,38} - 9,719 \left(\frac{1}{0,38} + \frac{1}{0,60} \right) + 10,271 \frac{1}{0,60} = -0,1564;$$

$$\delta_{3p} = 9,719 \frac{1}{0,60} - 10,271 \left(\frac{1}{0,60} + \frac{1}{0,50} \right) + 10,545 \frac{1}{0,50} = -0,3919;$$

$$\delta_{4p} = 10,271 \frac{1}{0,50} - 10,545 \left(\frac{1}{0,50} + \frac{1}{0,55} \right) + 10,406 \frac{1}{0,55} = -0,7625;$$

$$\delta_{5p} = 10,545 \frac{1}{0,55} - 10,406 \left(\frac{1}{0,55} + \frac{1}{0,55} \right) + 10,191 \frac{1}{0,55} = -0,1564;$$

$$\delta_{6p} = 10,406 \frac{1}{0,55} - 10,191 \left(\frac{1}{0,55} + \frac{1}{0,60} \right) + 10,128 \frac{1}{0,60} = 0,7859;$$

$$\delta_{7p} = 10,191 \frac{1}{0,60} - 10,128 \left(\frac{1}{0,60} + \frac{1}{0,67} \right) + 10,105 \frac{1}{0,67} = -0,8771;$$

$$\delta_{8p} = 10,128 \frac{1}{0,67} - 10,105 \left(\frac{1}{0,67} + \frac{1}{0,68} \right) + 9,675 \frac{1}{0,68} = 0,1502;$$

$$\delta_{9p} = 10,105 \frac{1}{0,68} - 9,675 \left(\frac{1}{0,68} + \frac{1}{0,75} \right) + 9,052 \frac{1}{0,75} = -0,1984;$$

$$\delta_{10p} = 9,675 \frac{1}{0,75} - 9,052 \left(\frac{1}{0,75} + \frac{1}{0,77} \right) + 8,256 \frac{1}{0,77} = -0,2031;$$

$$\delta_{11p} = 9,052 \frac{1}{0,77} - 8,256 \left(\frac{1}{0,77} + \frac{1}{0,84} \right) + 7,095 \frac{1}{0,84} = -0,3483;$$

$$\delta_{12p} = 8,256 \frac{1}{0,84} - 7,095 \left(\frac{1}{0,84} + \frac{1}{0,84} \right) + 5,769 \frac{1}{0,84} = -0,1965;$$

$$\delta_{13p} = 7,095 \frac{1}{0,84} - 5,769 \left(\frac{1}{0,84} + \frac{1}{0,70} \right) + 4,339 \frac{1}{0,70} = -0,4642;$$

$$\delta_{14p} = 5,769 \frac{1}{0,70} - 4,339 \left(\frac{1}{0,70} + \frac{1}{0,80} \right) + 3,297 \frac{1}{0,80} = 0,7403;$$

$$\delta_{15p} = 4,339 \frac{1}{0,80} - 3,297 \left(\frac{1}{0,80} + \frac{1}{0,91} \right) = -2,3205.$$

Местного изгиба ребер не будет, так как давление через обшивку передается непосредственно на кольца; поэтому члены δ^M равны нулю.

IV. Определяем по формулам (114)—(122) начальные значения опорных моментов. Разбиваем опоры на группы 1—2, 3—4, 5—6, 7—8, 9—10, 11—12, 13—14 и 15.

Для группы 1—2.

$$\delta_{1,1}^0 = \delta'_{1,1} + \delta_{1,3} K_{3,1} = 15,09 - 2,10 \cdot 0,504 = 14,03;$$

$$\delta_{2,2}^0 = \delta''_{2,2} = 8,29; \quad \delta_{2,1}^0 = \delta''_{2,1} = -9,35;$$

$$\delta_{1,2}^0 = \delta'_{1,2} + \delta_{3,1} K_{3,2} = -11,72 + 2,10 \cdot 1,129 = -9,35;$$

$$\delta_{2,1}^0 = \delta_{1,2}^0;$$

$$D = \delta_{1,1}^0 \delta_{2,2}^0 - (\delta_{1,2}^0)^2 = 14,03 \cdot 8,29 - 9,35^2 = 28,9;$$

$$M_1^0 = \frac{-\delta_{2,2}^0 \delta_{1p} + \delta_{1,2}^0 \delta_{2p}}{D} = \frac{8,29 \cdot 18,732 + 9,35 \cdot 0,1564}{28,9} = 5,433 \text{ т.м.};$$

$$M_2^0 = \frac{-\delta_{1,1}^0 \delta_{2p} + \delta_{2,1}^0 \delta_{1p}}{D} = \frac{14,03 \cdot 0,1564 + 9,35 \cdot 18,732}{28,9} = 6,135 \text{ т.м.};$$

Проверка:

$$M_1^0 \delta_{1,1}^0 + M_2^0 \delta_{1,2}^0 + \delta_{1p} = 5,433 \cdot 14,03 - 6,135 \cdot 9,35 - 18,732 = 0.$$

Для группы 2—3.

$$\delta_{3,3}^0 = \delta'_{3,3} + K_{5,3} \delta_{5,3} = 5,67 - 0,384 \cdot 1,96 = 4,93;$$

$$\delta_{4,4}^0 = \delta'_{4,4} + K_{2,4} \delta_{2,4} = 5,60 - 0,324 \cdot 1,60 = 5,08;$$

$$\delta_{4,3}^0 = \delta''_{4,3} + K_{2,3} \delta_{2,4} = -5,48 + 0,937 \cdot 1,60 = -4,00;$$

$$\delta_{3,4}^0 = \delta'_{3,4} + K_{5,4} \delta_{5,3} = -6,05 + 1,054 \cdot 1,96 = -4,00;$$

$$\delta_{3,4}^0 = \delta_{4,3}^0;$$

$$D = \delta_{3,3}^0 \delta_{4,4}^0 - (\delta_{3,4}^0)^2 = 4,93 \cdot 5,08 - 4,0^2 = 9,02;$$

$$M_3^0 = \frac{-\delta_{4,4}^0 \delta_{3p} + \delta_{3,4}^0 \delta_{4p}}{D} = \frac{5,08 \cdot 0,3919 + 4,00 \cdot 0,7625}{9,02} = 0,559 \text{ т.м.};$$

$$M_4^0 = \frac{-\delta_{3,3}^0 \delta_{4p} + \delta_{4,3}^0 \delta_{3p}}{D} = \frac{4,93 \cdot 0,7625 + 4,00 \cdot 0,3919}{9,02} = 0,590 \text{ т.м.}$$

Проверка:

$$M_3^0 \delta_{3,3}^0 + M_4^0 \delta_{3,4}^0 + \delta_{3p} = 0,559 \cdot 4,93 - 0,59 \cdot 4,00 - 0,392 = 0.$$

Аналогично определяются начальные моменты для групп 5—6, 7—8, 9—10, 11—12, 13—14:

$$\begin{array}{ll} M_5^0 = -0,231 \text{ тм} & M_{10}^0 = 0,165 \text{ тм} \\ M_6^0 = -0,347 \text{ »} & M_{11}^0 = 0,233 \text{ »} \\ M_7^0 = 0,504 \text{ »} & M_{12}^0 = 0,195 \text{ »} \\ M_8^0 = 0,387 \text{ »} & M_{13}^0 = -0,029 \text{ »} \\ M_9^0 = 0,165 \text{ »} & M_{14}^0 = -0,209 \text{ »} \end{array}$$

Для последней группы, состоящей из одной опоры,

$$M_{15}^0 = -\frac{\delta_{15p}}{\delta'_{15,15}} = -\frac{-2,3205}{2,50} = 0,922 \text{ тм.}$$

V. Производим перераспределение начальных моментов в табл. 14. В заглавной строке таблицы записаны коэффициенты передачи K , в строке 3—начальные моменты M^0 .

Прямой ход (строки 1 и 2).

Передаем моменты группы 1—2 на группу 3—4:

$$M_{3,1} = M_1^0 K_{3,1} = -5,43 \cdot 0,504 = -2,736;$$

$$M_{3,2} = M_2^0 K_{3,2} = 6,135 \cdot 1,128 = 6,912;$$

$$M_{4,2} = M_2^0 K_{4,2} = -6,135 \cdot 0,286 = -1,755.$$

Передаем поправочные моменты с опоры 3 на опору 4

$$M_{4,3} = (M_{3,2} + M_{3,1}) K_{4,3} = (6,912 - 2,736) 0,982 = 4,102.$$

Передаем моменты группы 3—4 на группу 5—6:

$$\begin{aligned} M_{5,3} &= (M_3^0 + M_{3,2} + M_{3,1}) K_{5,3} = \\ &= -(0,559 + 6,912 - 2,736) 0,384 = -1,814; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{5,4} &= (M_4^0 + M_{4,3} + M_{4,2}) K_{5,4} = \\ &= (0,590 + 4,102 - 1,755) 1,055 = 3,098; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{6,4} &= (M_4^0 + M_{4,3} + M_{4,2}) K_{6,4} = \\ &= -(0,590 + 4,102 - 1,755) 0,344 = -1,010. \end{aligned}$$

Передаем поправочный момент с опоры 5 на опору 6

$$M_{6,5} = (M_{5,4} + M_{5,3}) K_{6,5} = (3,098 - 1,814) 1,018 = 1,310.$$

Далее процесс продолжается аналогично (табл. 14).

[illegible]

Обратный ход (строки 4 и 5).

Передаем моменты группы 15 на группу 13—14:

$$M_{14,15} = M_{15}^0 K_{14,15} = 0,922 \cdot 0,757 = 0,697;$$

$$M_{13,15} = M_{15}^0 K_{13,15} = -0,922 \cdot 0,253 = -0,234.$$

Передаем поправочный момент с опоры 14 на опору 13

$$M_{13,14} = M_{14,15} K_{13,14} = 0,697 \cdot 0,850 = 0,592.$$

Передаем моменты с группы 13—14 на группу 11—12:

$$\begin{aligned} M_{12,14} &= (M_{14}^0 + M_{14,15}) K_{12,14} = \\ &= -(-0,209 + 0,697) \cdot 0,311 = -0,152; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{12,13} &= (M_{13}^0 + M_{13,14} + M_{13,15}) K_{12,13} = \\ &= (-0,029 + 0,592 - 0,234) \cdot 0,819 = 0,269; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{11,13} &= (M_{13}^0 + M_{13,14} + M_{13,15}) K_{11,13} = \\ &= (-0,029 + 0,592 - 0,234) \cdot 0,236 = -0,078. \end{aligned}$$

Передаем поправочный момент с опоры 12 на опору 11

$$M_{11,12} = (M_{12,13} + M_{12,14}) K_{11,12} = (0,269 - 0,152) \cdot 0,729 = 0,085.$$

Передаем моменты группы 11—12 на группу 9—10:

$$M_{10,12} = -(0,195 + 0,269 - 0,152) \cdot 0,236 = -0,074;$$

$$M_{10,11} = (0,233 + 0,085 - 0,078) \cdot 0,770 = 0,185;$$

$$M_{9,11} = -(0,233 + 0,085 - 0,078) \cdot 0,260 = -0,063.$$

Передаем поправочный момент с опоры 10 на опору 9

$$M_{9,10} = (0,185 - 0,074) \cdot 0,805 = 0,089.$$

Далее процесс продолжается аналогично (табл. 14). Суммируя строки 1, 2, 3, 4, и 5, в строке 6 табл. 14 находим искомые величины опорных моментов. Для проверки подставим полученные значения опорных моментов в уравнения пяти моментов для опор 3, 8 и 13:

$$\begin{aligned} M_1 \delta_{3,1} + M_2 \delta_{3,2} + M_3 \delta_{3,3} + M_4 \delta_{3,4} + M_5 \delta_{3,5} + \delta_{3p} &= \\ = 5,603 \cdot 2,10 - 6,447 \cdot 6,27 + 4,694 \cdot 10,31 - 2,883 \cdot 7,55 + \\ + 1,233 \cdot 1,96 - 0,392 &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_6 \delta_{8,6} + M_7 \delta_{8,7} + M_8 \delta_{8,8} + M_9 \delta_{8,9} + M_{10} \delta_{8,10} + \delta_{8p} &= \\ = 0,306 \cdot 1,34 - 0,113 \cdot 4,81 + 0,110 \cdot 7,55 - 0,183 \cdot 4,46 + \\ + 0,263 \cdot 1,06 - 0,150 &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{11} \delta_{13,11} + M_{12} \delta_{13,12} + M_{13} \delta_{13,13} + M_{14} \delta_{13,14} + M_{15} \delta_{13,15} + \delta_{13p} &= \\ = 0,322 \cdot 0,76 - 0,334 \cdot 3,27 + 0,409 \cdot 6,65 - 0,501 \cdot 4,45 + \\ + 0,766 \cdot 1,08 - 0,464 &= 0. \end{aligned}$$

ГЛАВА IV

РАСЧЕТ БАЛОЧНОГО РОСТВЕРКА

Балочным ростверком называется система перекрестных балок, работающая на изгиб из плоскости. В настоящей главе рассматриваются два способа расчета — точный и приближенный.

Точный способ расчета связан с необходимостью решения системы линейных уравнений по Гауссу, что при большом количестве неизвестных становится затруднительным.

Приближенный способ заменяет расчет балочного ростверка вкратным расчетом ряда неразрезных балок на упругих опорах, благодаря чему задача значительно упрощается. Погрешность приближенного расчета составляет обычно 5—10%, что для практических задач вполне допустимо, если учесть приближенность исходных данных.

Пользование указанными способами не требует каких-либо специальных знаний, выходящих за пределы известного рядовому инженеру. Однако при большом количестве перекрестных балок трудоемкость расчета все же достаточно велика, особенно при точном решении задачи. Для так называемых регулярных ростверков, образованных равноотстоящими балками постоянного поперечного сечения, при большом количестве их, более целесообразно применить один из методов, основанных на использовании определенных разделов высшей математики — теории конечных разностей, тригонометрических рядов и т. д.

Читателя, интересующегося этим вопросом, отсылаем к соответствующей литературе [3; 4].

При расчете балочного ростверка приняты следующие предположки:

1. Балочный ростверк (рис. 73) условно разбивается на систему, состоящую из более жестких главных балок и перпендикулярных к ним менее жестких второстепенных балок. В основной системе балочного ростверка (рис. 73, б), в месте пересечения второстепенных балок с главными, предполагаются шарниры, и главные балки являются упругими опорами для второстепенных.

Влиянием кручения, как второстепенным фактором, пренебрегаем.

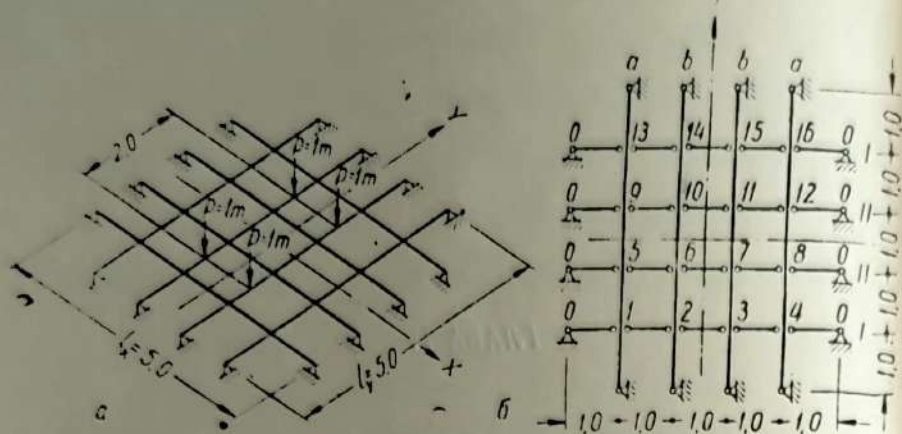


Рис. 73

2. Коэффициенты податливости упругих опор второстепенных балок определяются по формулам:

$$S_{nn} = \frac{(x_n x'_n)^2}{3EIl}, \quad (139)$$

где S_{nn} — главный коэффициент податливости — равен прогибу узла n главной балки от силы $P_n=1$ (рис. 74, а);

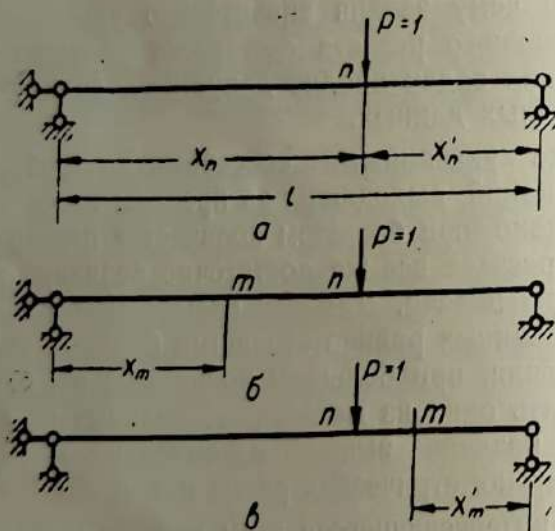


Рис. 74.

при расположении узла слева от силы $P=1$ (рис. 74, б)

$$S_{mn} = \frac{x'_n x_m}{6EIl} [l^2 - (x'_n)^2 - x_m^2], \quad (140)$$

где S_{mn} — побочный коэффициент податливости — равен прогибу узла m главной балки от силы $P_n=1$;

при расположении узла m справа от силы $P_n = 1$ (рис. 74, в)

$$S_{mn} = \frac{x_n x'_m}{6EI} [l^2 - x_n^2 - (x'_m)^2]; \quad (141)$$

по свойству взаимности — $S_{mn} = S_{nm}$. (142)

3. Перемещения от единичных моментов δ_{ii} , δ_{ik} на опорах второстепенных балок определяются как для неразрезных балок на упругих опорах по правилам, изложенным в § 1 главы I. При этом в качестве исходных величин принимаются главные и побочные коэффициенты податливости.

Порядок определения перемещений δ и составления уравнений будет показан на числовом примере.

§ 1. РАСЧЕТ БАЛОЧНОГО РОСТВЕРКА ТОЧНЫМ СПОСОБОМ

Пример 9. Рассчитать балочный ростверк, изображенный на рис. 73.

Относительные значения жесткостей $EI_x = EI_y = 1$; пролеты $l_x = l_y = 5,00$ м.

Ввиду того, что жесткости балок в обоих направлениях одинаковы, безразлично, какие балки приняты главными. Принятая для ростверка основная система показана на рис. 73, б

Решение. I. Находим по формулам (139) — (141) главные и побочные коэффициенты податливости:

второстепенная балка I

$$S_{1,1} = S_{2,2} = S_{3,3} = S_{4,4} = \frac{(1 \cdot 4)^2}{3 \cdot 1 \cdot 5} = 1,067;$$

$$S_{1,5} = S_{2,6} = S_{3,7} = S_{4,8} = \frac{3 \cdot 1}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 3^2 - 1^2) = 1,500;$$

$$S_{1,9} = S_{2,10} = S_{3,11} = S_{4,12} = \frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 2^2 - 1^2) = 1,333;$$

$$S_{1,13} = S_{2,14} = S_{3,15} = S_{4,16} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 1^2 - 1^2) = 0,767;$$

второстепенная балка II

$$S_{5,5} = S_{6,6} = S_{7,7} = S_{8,8} = \frac{(2 \cdot 3)^2}{3 \cdot 1 \cdot 5} = 2,400;$$

$$S_{5,1} = S_{6,2} = S_{7,3} = S_{8,4} = 1,500;$$

$$S_{5,9} = S_{6,10} = S_{7,11} = S_{8,12} = \frac{2 \cdot 2}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 2^2 - 2^2) = 2,267;$$

$$S_{5,13} = S_{6,14} = S_{7,15} = S_{8,16} = 1,333.$$

II. Находим производные от S коэффициенты V как для неразрезных балок на упругих опорах по формулам (21) и (22):

второстепенная балка I

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \frac{S_{1,1}}{l_{0,1} l_{1,2}} = \frac{1,067}{1 \cdot 1} = 1,067;$$

$$V_{0,1} = V_{0,4} = \frac{S_{0,0} + S_{1,1}}{l_{0,1}^2} = \frac{0 + 1,067}{1^2} = 1,067;$$

$$V_{1,2} = V_{2,3} = \frac{S_{1,1} + S_{2,2}}{l_{1,2}^2} = \frac{2 \cdot 1,067}{1^2} = 2,133;$$

второстепенная балка II

$$V_5 = V_6 = V_7 = V_8 = \frac{S_{5,5}}{l_{0,5} l_{5,6}} = \frac{2,400}{1 \cdot 1} = 2,400$$

$$V_{0,5} = V_{0,8} = \frac{S_{0,0} + S_{5,5}}{l_{0,5}^2} = \frac{0 + 2,400}{1^2} = 2,400;$$

$$V_{5,6} = V_{6,7} = V_{7,8} = \frac{S_{5,5} + S_{6,6}}{l_{5,6}^2} = \frac{2 \cdot 2,400}{1^2} = 4,800.$$

III. Находим перемещения δ^M :

$$\begin{aligned} \delta_{1,1}^M &= \delta_{2,2}^M = \delta_{3,3}^M = \delta_{4,4}^M = \delta_{5,5}^M = \delta_{6,6}^M = \delta_{7,7}^M = \delta_{8,8}^M = \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{EI} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1} = 0,667; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{1,2}^M &= \delta_{2,3}^M = \delta_{3,4}^M = \delta_{4,5}^M = \delta_{5,6}^M = \delta_{6,7}^M = \delta_{7,8}^M = \\ &= \frac{l}{6EI} = 0,167. \end{aligned}$$

IV. Находим перемещения δ^N по формулам (17) — (20):

второстепенная балка I

$$\delta_{1,1}^N = V_{0,1} + V_{1,2} + 2 V_1 = 1,067 + 2,133 + 2 \cdot 1,067 = 5,333;$$

$$\delta_{2,2}^N = V_{1,2} + V_{2,3} + 2 V_2 = 2 \cdot 2,133 + 2 \cdot 1,067 = 6,400;$$

$$\delta_{1,2}^N = -V_{1,2} - V_1 - V_2 = -(2,133 + 2 \cdot 1,067) = -4,267;$$

$$\delta_{2,3}^N = -V_{2,3} - V_2 - V_3 = -4,267;$$

$$\delta_{1,3}^N = V_2 = 1,067;$$

по симметрии —

$$\delta_{1,1}^N = \delta_{4,4}^N; \quad \delta_{2,2}^N = \delta_{3,3}^N; \quad \delta_{2,3}^N = \delta_{3,4}^N; \quad \delta_{1,3}^N = \delta_{2,4}^N;$$

второстепенная балка II

$$\delta_{5,5}^N = V_{0,5} + V_{5,6} + 2V_5 = 2,400 + 4,800 + 2 \cdot 2,400 = 12,000;$$

$$\delta_{6,6}^N = V_{5,6} + V_{6,7} + 2V_6 = 2 \cdot 4,800 + 2 \cdot 2,400 = 14,400;$$

$$\delta_{5,6}^N = -V_{5,6} - V_5 - V_6 = -(4,800 + 2 \cdot 2,400) = -9,600;$$

$$\delta_{6,7}^N = -V_{6,7} - V_6 - V_7 = -9,600;$$

$$\delta_{5,7}^N = V_6 = 2,400;$$

по симметрии —

$$\delta_{5,5}^N = \delta_{8,8}^N; \quad \delta_{6,6}^N = \delta_{7,7}^N; \quad \delta_{5,6}^N = \delta_{7,8}^N; \quad \delta_{5,7}^N = \delta_{6,8}^N.$$

V. Суммарные перемещения:

второстепенная балка I

$$\delta_{1,1} = \delta_{1,1}^M + \delta_{1,1}^N = 0,667 + 5,333 = 6,000;$$

$$\delta_{2,2} = \delta_{2,2}^M + \delta_{2,2}^N = 0,667 + 6,400 = 7,067;$$

$$\delta_{2,3} = \delta_{1,2} = \delta_{1,2}^M + \delta_{1,2}^N = 0,167 - 4,267 = -4,100;$$

$$\delta_{1,3} = \delta_{1,3}^N = 1,067;$$

второстепенная балка II

$$\delta_{5,5} = \delta_{5,5}^M + \delta_{5,5}^N = 0,667 + 12,000 = 12,667;$$

$$\delta_{6,6} = \delta_{6,6}^M + \delta_{6,6}^N = 0,667 + 14,400 = 15,067;$$

$$\delta_{6,7} = \delta_{5,6} = \delta_{5,6}^M + \delta_{5,6}^N = 0,167 - 9,600 = -9,433;$$

$$\delta_{5,7} = \delta_{5,7}^N = 2,400.$$

VI. Для определения перемещений, связывающих узлы роста верка по оси u , следует найденные выше перемещения δ^N умножить на отношения соответствующих побочных и главных коэффициентов податливости:

$$\delta_{1,5} = \delta_{1,1}^N \frac{S_{1,5}}{S_{1,1}} = 5,333 \frac{1,5}{1,067} = 7,500;$$

$$\delta_{1,9} = \delta_{1,1}^N \frac{S_{1,9}}{S_{1,1}} = 5,333 \frac{1,333}{1,067} = 6,666;$$

$$\delta_{1,13} = \delta_{1,1}^N \frac{S_{1,13}}{S_{1,1}} = 5,333 \frac{0,767}{1,067} = 3,835;$$

$$\delta_{2,7} = \delta_{2,5} = \delta_{1,6} = \delta_{1,2}^N \frac{S_{2,6}}{S_{2,2}} = -4,267 \frac{1,5}{1,067} = -6,000;$$

$$\delta_{2,11} = \delta_{2,9} = \delta_{1,10} = \delta_{1,2}^N \frac{S_{2,10}}{S_{2,2}} = -4,267 \frac{1,333}{1,067} = -5,333;$$

$$\delta_{2,15} = \delta_{2,13} = \delta_{1,14} = \delta_{1,2}^N \frac{S_{2,14}}{S_{2,2}} = -4,267 \frac{0,767}{1,067} = -3,067;$$

$$\delta_{2,8} = \delta_{1,7} = \delta_{1,3}^N \frac{S_{3,7}}{S_{3,3}} = 1,067 \frac{1,5}{1,067} = 1,500;$$

$$\delta_{2,12} = \delta_{1,11} = \delta_{1,3}^N \frac{S_{3,11}}{S_{3,3}} = 1,067 \frac{1,333}{1,067} = 1,333;$$

$$\delta_{2,16} = \delta_{1,15} = \delta_{1,3}^N \frac{S_{3,15}}{S_{3,3}} = 1,067 \frac{0,767}{1,067} = 0,767;$$

$$\delta_{2,6} = \delta_{2,2}^N \frac{S_{2,6}}{S_{2,2}} = 6,400 \frac{1,5}{1,067} = 9,000;$$

$$\delta_{2,10} = \delta_{2,2}^N \frac{S_{2,10}}{S_{2,2}} = 6,400 \frac{1,333}{1,067} = 8,000;$$

$$\delta_{2,14} = \delta_{2,2}^N \frac{S_{2,14}}{S_{2,2}} = 6,400 \frac{0,767}{1,067} = 4,600;$$

$$\delta_{5,9} = \delta_{5,5}^N \frac{S_{5,9}}{S_{5,5}} = 12,0 \frac{2,267}{2,4} = 11,33;$$

$$\delta_{5,13} = \delta_{5,5}^N \frac{S_{5,13}}{S_{5,5}} = 12,0 \frac{1,333}{2,4} = 6,666;$$

$$\delta_{6,11} = \delta_{6,9} = \delta_{5,1} = \delta_{5,6}^N \frac{S_{6,10}}{S_{6,6}} = 9,6 \frac{2,267}{2,4} = 9,067;$$

$$\delta_{6,15} = \delta_{6,13} = \delta_{5,11} = \delta_{5,6}^N \frac{S_{6,14}}{S_{6,6}} = -9,6 \frac{1,333}{2,4} = -5,333;$$

$$\delta_{6,12} = \delta_{5,11} = \delta_{5,7}^N \frac{S_{7,11}}{S_{7,7}} = 2,4 \frac{2,267}{2,4} = 2,267;$$

$$\delta_{6,16} = \delta_{5,15} = \delta_{5,7}^N \frac{S_{7,15}}{S_{7,7}} = 2,4 \frac{1,333}{2,4} = 1,333;$$

$$\delta_{6,10} = \delta_{6,6}^N \frac{S_{6,10}}{S_{6,6}} = 14,4 \frac{2,267}{2,4} = 13,600;$$

$$\delta_{6,14} = \delta_{6,6}^N \frac{S_{6,14}}{S_{6,6}} = 14,4 \frac{1,333}{2,4} = 8,000.$$

Вычисленные значения коэффициентов δ_{ik} сведены в табл. 15. Остальные перемещения определяются по симметрии. Ряд перемещений в соответствии со схемой неразрезной балки на упругих опорах равен нулю:

$$\delta_{1,4} = \delta_{1,8} = \delta_{1,12} = \delta_{1,16} = \delta_{5,1} = \delta_{5,8} = \delta_{5,12} = \delta_{5,16} = 0.$$

Определяем прогибы главных балок от внешней нагрузки по формулам (139) и (140).

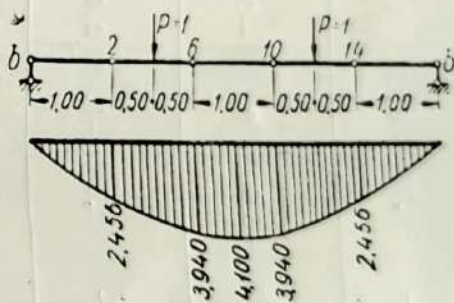


Рис. 75.

$$y_{14} = y_2 = \frac{3,5 \cdot 1,0}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 3,5^2 - 1^2) + \frac{1,5 \cdot 1}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 1,5^2 - 1^2) = 1,370 + 1,086 = 2,456;$$

$$y_{10} = y_6 = \frac{1,5 \cdot 3,0}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 1,5^2 - 3,0^2) + \frac{1,5 \cdot 2,0}{6 \cdot 1 \cdot 5} (5^2 - 1,5^2 - 2^2) = 2,060 + 1,880 = 3,940.$$

Эпюра прогибов дана на рис. 75.

Таблица 15

$k \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	6,000	-4,100	1,067	—	7,500	-6,000	1,500	—	6,666	-5,333	1,333	—	3,825	-3,067	0,767	—
2	-4,100	7,067	-4,100	1,067	-6,000	9,000	-6,000	1,500	-5,333	8,000	-5,333	1,333	-3,067	4,600	-3,067	0,767
5	7,500	-6,000	1,500	—	12,607	-9,433	2,400	—	11,333	-9,067	2,267	—	6,666	-5,333	1,333	—
6	-6,000	9,000	-6,000	1,500	-9,433	15,067	-9,433	2,400	-9,067	13,000	-9,067	2,267	-5,333	8,000	-5,333	1,333

Эпюра прогибов второстепенных балок (в основной системе) изображена на рис. 76.

Грузовые перемещения δ_{1p} , δ_{2p} , δ_{3p} находим как тангенсы углов наклона второстепенных балок:

$$\delta_{4p} = \delta_{1p} = \frac{2,456}{1,0} = 2,456;$$

$$\delta_{3p} = \delta_{2p} = -2,456;$$

$$\delta_{8p} = \delta_{5p} = \frac{3,940}{1,0} = 3,940.$$

$$\delta_{7p} = \delta_{6p} = -3,940.$$

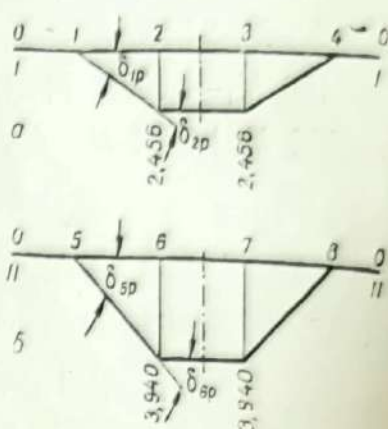


Рис. 76.

Составляем уравнения непрерывности упругой линии на опорах второстепенных балок.

В общем случае для расчета данной ростверка требуется составить 16 уравнений. В рассматриваемом частном случае симметричного ростверка и симметричной нагрузки количество неизвестных и требуемых уравнений уменьшится вчетверо.

Имея в виду, что

$$M_1 = M_4 = M_{13} = M_{16}; \quad M_5 = M_8 = M_9 = M_{12};$$

$$M_2 = M_3 = M_{14} = M_{15}; \quad M_6 = M_7 = M_{10} = M_{11},$$

получим следующие уравнения для узлов 1, 2, 5 и 6.

$$M_1 (\delta_{1,1} + \delta_{1,13}) + M_2 (\delta_{1,2} + \delta_{1,3} + \delta_{1,14} + \delta_{1,15}) + M_5 (\delta_{1,5} + \delta_{1,9}) + M_6 (\delta_{1,6} + \delta_{1,7} + \delta_{1,10} + \delta_{1,11}) + \delta_{1p} = 0;$$

$$M_1 (\delta_{2,1} + \delta_{2,13} + \delta_{2,4} + \delta_{2,16}) + M_2 (\delta_{2,2} + \delta_{2,3} + \delta_{2,14} + \delta_{2,15}) + M_5 (\delta_{2,5} + \delta_{2,9} + \delta_{2,8} + \delta_{2,12}) + M_6 (\delta_{2,6} + \delta_{2,7} + \delta_{2,10} + \delta_{2,11}) + \delta_{2p} = 0;$$

$$M_1 (\delta_{5,1} + \delta_{5,13}) + M_2 (\delta_{5,2} + \delta_{5,14} + \delta_{5,3} + \delta_{5,15}) + M_5 (\delta_{5,5} + \delta_{5,9}) + M_6 (\delta_{5,6} + \delta_{5,7} + \delta_{5,10} + \delta_{5,11}) + \delta_{5p} = 0;$$

$$M_1 (\delta_{6,1} + \delta_{6,4} + \delta_{6,13} + \delta_{6,16}) + M_2 (\delta_{6,2} + \delta_{6,3} + \delta_{6,14} + \delta_{6,15}) + M_5 (\delta_{6,5} + \delta_{6,8} + \delta_{6,9} + \delta_{6,12}) + M_6 (\delta_{6,6} + \delta_{6,7} + \delta_{6,10} + \delta_{6,11}) + \delta_{6p} = 0.$$

После подстановки значений δ_{ii} , δ_{ik} и δ_{ip} получим:

$$\begin{aligned} 9,835 M_1 - 5,333 M_2 + 14,166 M_5 - 8,500 M_6 + 2,456 &= 0; \\ - 5,333 M_1 + 4,500 M_2 - 8,500 M_5 + 5,667 M_6 - 2,456 &= 0; \\ 14,166 M_1 - 8,500 M_2 + 24,00 M_5 - 13,833 M_6 + 3,940 &= 0; \\ - 8,500 M_1 + 5,667 M_2 - 13,833 M_5 + 10,166 M_6 - 3,940 &= 0. \end{aligned}$$

Проверка:

Коэффициенты, симметричные относительно главной диагонали системы уравнений, равны между собой. Решая уравнения по Гауссу, находим следующие значения моментов:

$$\begin{aligned} M_1 &= 0,161 \text{ тм}; & M_2 &= 0,398 \text{ тм} \\ M_5 &= 0,245 \text{ »} & M_6 &= 0,636 \text{ »} \end{aligned}$$

Эпюра моментов для второстепенных балок дана на рис. 77. От этих моментов на главные балки будут передаваться дополнительные нагрузки:

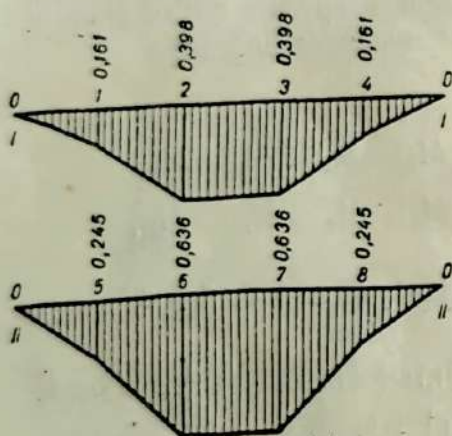


Рис. 77.

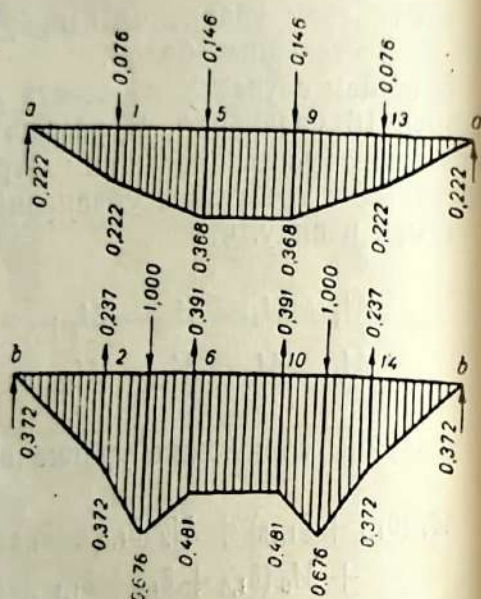


Рис. 78.

$$P_{13} = P_1 = Q_{1,0} + Q_{1,2} = -\frac{0,161}{1,0} + \frac{0,398 - 0,161}{1,0} = 0,076 \text{ т};$$

$$P_9 = P_5 = Q_{5,0} + Q_{5,6} = -\frac{0,245}{1,0} + \frac{0,636 - 0,245}{1,0} = 0,146 \text{ т};$$

$$P_{14} = P_2 = Q_{2,1} + Q_{2,3} = \frac{-0,398 + 0,161}{1,0} = -0,237 \text{ т};$$

$$P_{10} = P_6 = Q_{6,5} + Q_{6,7} = \frac{-0,636 + 0,245}{1,0} = -0,391 \text{ т}.$$

Эпюра моментов главных балок от полной нагрузки дана на рис. 78.

Пример 10. Рассчитать междуэтажное перекрытие, решенное в виде нерегулярного* балочного ростверка, представленного на рис. 79. Жесткость балок в обоих направлениях одинакова $EI_x = EI_y = 1$. Нагрузка равномерно распределена по перекрытию

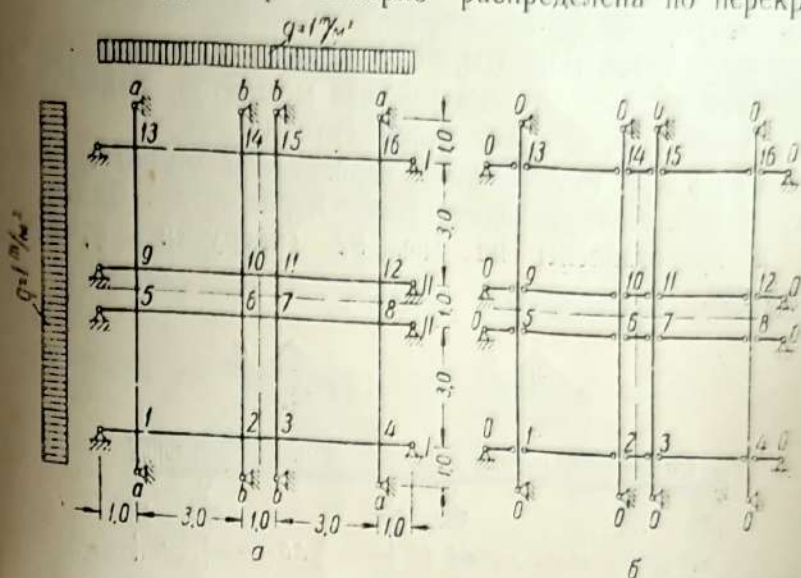


Рис. 79.

равна 1 т/м^2 . Распределение нагрузки на отдельные балки производится по грузовым площадям согласно рис. 80. Для больших пролетов нагрузка принята по прямоугольнику от балочной плиты и по треугольнику от квадратной плиты. Для малых пролетов нагрузка для простоты принята прямоугольной (в запас прочности).

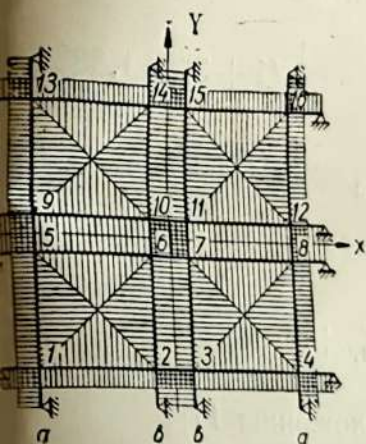


Рис. 80.

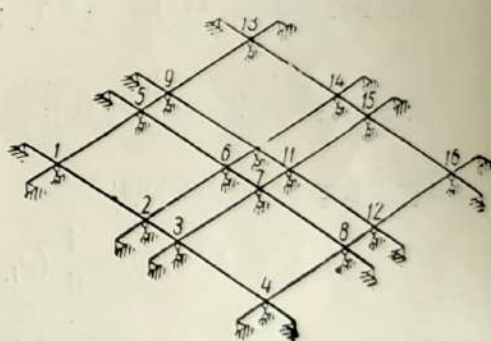


Рис. 81.

В целях сокращения вычислительной работы по определению узловых членов уравнений расчет производим в две стадии. В первой стадии предполагается, что в узлах с 1 по 16 имеются активные несжимаемые стержни (рис. 81). В соответствии с

* Нерегулярным называется ростверк, в котором балки расположены на неравных расстояниях

этим и производится расчет балок, образующих ростверк, как неразрезных на жестких опорах.

Во второй стадии производится расчет балочного ростверка на действие сосредоточенных сил, равных по величине, но обратных по знаку фиктивным реакциям.

Суммируя затем моменты, полученные в обеих стадиях, найдем действительные значения узловых моментов. Такой ход расчета целесообразен при сложных нагрузках.

Решение. I. Рассчитываем неразрезные балки на жестких опорах. В обоих направлениях схемы неразрезных балок одинаковы и представлены на рис. 82 (нагрузки $q_1=0,5 \text{ т/м}$; $q_2=1,5 \text{ т/м}$).

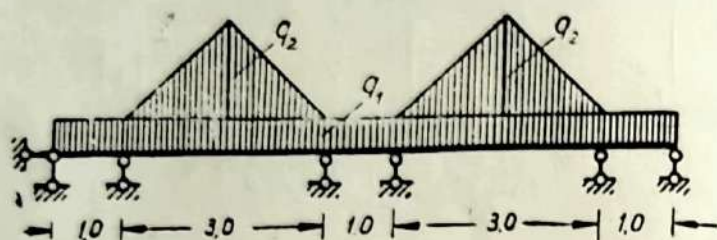


Рис. 82.

1. Приведенные пролеты:

$$l'_{0,1} = l'_{2,3} = l'_{4,0} = 1; \quad l'_{1,2} = l'_{3,4} = 3.$$

2. Перемещения от единичных моментов:

$$\delta_{1,1} = \delta_{2,2} = \delta_{3,3} = \delta_{4,4} = \frac{l'_{0,1}}{3} + \frac{l'_{1,2}}{3} = \frac{1}{3}(1+3) = 1,333;$$

$$\delta_{3,4} = \delta_{1,2} = \frac{l'_{1,2}}{6} = \frac{3}{6} = 0,5; \quad \delta_{2,3} = \frac{l'_{2,3}}{6} = \frac{1}{6} = 0,167.$$

3. Грузовые перемещения:

$$\delta_{1p} = \delta_{2p} = \delta_{3p} = \delta_{4p} = \frac{1}{6} (\omega_{1,0} l'_{1,0} + \omega_{1,2} l'_{1,2}).$$

(значения $\omega_{1,0}$ и $\omega_{1,2}$ находим по приложению 1);

$$\omega_{1,0} l'_{1,0} = \frac{0,5 \cdot 1^3}{4} = 0,125;$$

$$\omega_{1,2} l'_{1,2} = \frac{0,5 \cdot 3^3}{4} + \frac{5}{32} \cdot 1,5 \cdot 3^3 = 9,700;$$

$$\delta_{1p} = \frac{1}{6} (0,125 + 9,700) = 1,64.$$

4. Составляем уравнение непрерывности упругой линии. Имея в виду, что $M_1=M_4$ и $M_2=M_3$, получим:

$$M_1 \delta_{1,1} + M_2 \delta_{1,2} + \delta_{1p} = 0;$$

$$M_1 \delta_{2,1} + M_2 (\delta_{2,2} + \delta_{2,3}) + \delta_{2p} = 0,$$

в числах

$$1,333 M_1 + 0,5 M_2 + 1,64 = 0;$$

$$0,5 M_1 + (1,333 + 0,167) M_2 + 1,64 = 0,$$

откуда $M_1 = -0,94$ тм; $M_2 = -0,78$ тм.

Моменты для балок обоих направлений x и y даны в табл. 18.

5. Находим реакции опор неразрезной балки:

$$R_0 = \frac{0,5 \cdot 1}{2} - \frac{0,94}{1,0} = -0,69 \text{ т};$$

$$R_1 = R_4 = \frac{0,5(1+3)}{2} + \frac{1,5 \cdot 3}{4} + \frac{0,94}{1,0} + \frac{0,94 - 0,78}{3,0} = 3,118 \text{ т};$$

$$R_3 = R_2 = \frac{0,5(1+3)}{2} + \frac{1,5 \cdot 3}{4} + \frac{0,78 - 0,94}{3,0} = 2,072 \text{ т}.$$

Моменты и реакции опор балок, расположенных вдоль x и y , сведены в табл. 16.

Таблица 16

Опоры	1. 4; 13; 16	2. 3; 14; 15	5; 9; 8; 12	6; 10; 7; 11
M_x	-0,94	-0,78	-0,94	-0,78
M_y	-0,94	-0,94	-0,78	-0,78
R_x	3,118	2,072	3,118	2,072
R_y	3,118	3,118	2,072	2,072

Все балки имеют одинаковую схему и нагрузку, поэтому моменты и реакции симметричных крайних и средних опор одинаковы.

6. Реакции фиктивных стержней находим, суммируя соответствующие реакции взаимно перпендикулярных балок:

$$R_1 = R_4 = R_{13} = R_{16} = R_{1x} + R_{1y} = 3,118 + 3,118 = 6,236 \text{ т};$$

$$R_2 = R_3 = R_{14} = R_{15} = R_{2x} + R_{2y} = 2,072 + 3,118 = 5,190 \text{ т};$$

$$R_5 = R_9 = R_8 = R_{12} = R_{5x} + R_{5y} = 3,118 + 2,072 = 5,190 \text{ т};$$

$$R_6 = R_{10} = R_7 = R_{11} = R_{6x} + R_{6y} = 2,072 + 2,072 = 4,144 \text{ т}.$$

II. Производим расчет ростверка на действие сосредоточенных сил, равных по величине реакциям фиктивных стержней, по обратным по знаку: $P'_1 = 6,236$; $P'_2 = 5,19$; $P'_5 = 5,19$; $P'_6 = 4,144$.
 Схема нагрузки, действующая на ростверк, дана на рис. 83.

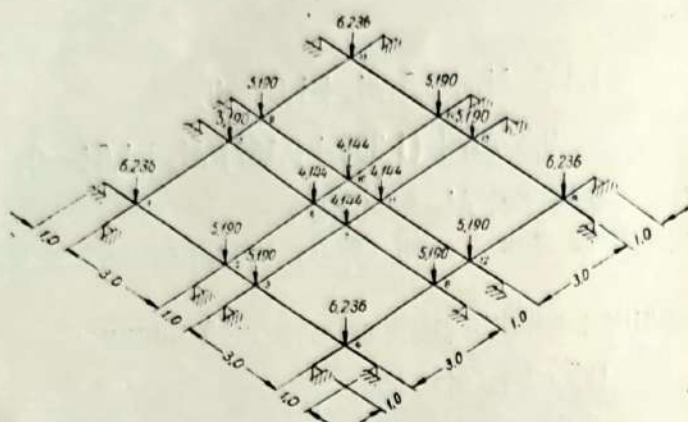


Рис. 83.

1. Находим по формулам (139), (140) и (141) главные и боковые коэффициенты податливости:

второстепенная балка I

$$S_{1,1} = S_{2,2} = S_{3,3} = S_{4,4} = \frac{1.8^2}{3 \cdot 1.9} = 2,370;$$

$$S_{1,5} = S_{2,6} = S_{3,7} = S_{4,8} = \frac{5.1}{6 \cdot 1.9} (9^2 - 5^2 - 1^2) = 5,090;$$

$$S_{1,9} = S_{2,10} = S_{3,11} = S_{4,12} = \frac{4.1}{6 \cdot 1.9} (9^2 - 4^2 - 1^2) = 4,745;$$

$$S_{1,13} = S_{2,14} = S_{3,15} = S_{4,16} = \frac{1.1}{6 \cdot 1.9} (9^2 - 1^2 - 1^2) = 1,462;$$

второстепенная балка II

$$S_{5,5} = S_{6,6} = S_{7,7} = S_{8,8} = \frac{(4.5)^2}{3 \cdot 1.9} = 14,800;$$

$$S_{5,1} = S_{6,2} = S_{7,3} = S_{8,4} = 5,090;$$

$$S_{5,9} = S_{6,10} = S_{7,11} = S_{8,12} = \frac{4.4}{6 \cdot 1.9} (9^2 - 4^2 - 4^2) = 14,515;$$

$$S_{5,13} = S_{6,14} = S_{7,15} = S_{8,16} = 4,745.$$

2. Находим производные от S коэффициенты V (как для разрезной балки на упругих опорах):

второстепенная балка I

$$V_1 = \frac{S_{1,1}}{l_{0,1} l_{1,2}} = \frac{2,370}{1,0 \cdot 3,0} = 0,790;$$

$$V_2 = \frac{S_{2,2}}{l_{1,2} l_{2,3}} = \frac{2,370}{3,0 \cdot 1,0} = 0,790;$$

$$V_3 = \frac{S_{3,3}}{l_{2,3} l_{3,4}} = \frac{2,370}{1,0 \cdot 3,0} = 0,790;$$

$$V_4 = \frac{S_{4,4}}{l_{3,4} l_{4,5}} = \frac{2,370}{3,0 \cdot 1,0} = 0,790;$$

$$V_{0,1} = \frac{S_{0,0} + S_{1,1}}{l_{0,1}^2} = \frac{0 + 2,370}{1,0^2} = 2,370;$$

$$V_{1,2} = \frac{S_{1,1} + S_{2,2}}{l_{1,2}^2} = \frac{2,370 + 2,370}{3,0^2} = 0,527;$$

$$V_{2,3} = \frac{2 \cdot 2,370}{1,0^2} = 4,740; \quad V_{3,4} = \frac{2 \cdot 2,370}{3,0^2} = 0,527;$$

$$V_{4,0} = \frac{2,370 + 0}{1,0^2} = 2,370;$$

второстепенная балка II

$$V_5 = V_6 = V_7 = V_8 = \frac{14,800}{1,0 \cdot 3,00} = 4,933;$$

$$V_{0,5} = V_{8,0} = \frac{14,800}{1,0^2} = 14,800;$$

$$V_{5,6} = V_{7,8} = \frac{14,800 + 14,800}{3,0^2} = 3,288;$$

$$V_{6,7} = \frac{2 \cdot 14,800}{1,0^2} = 29,600.$$

3. Находим перемещения δ^M :

$$\delta_{1,1}^M = \delta_{2,2}^M = \delta_{3,3}^M = \delta_{4,4}^M = \frac{l'_{0,1}}{3} + \frac{l'_{1,2}}{3} = \frac{1}{3} (1,0 + 3,0) = 1,333;$$

$$\delta_{3,4}^M = \delta_{1,2}^M = \frac{l_{1,2}}{6} = \frac{3}{6} = 0,5; \quad \delta_{2,3}^M = \frac{l_{2,3}}{6} = \frac{1}{6} = 0,167;$$

$$\delta_{5,6}^M = \delta_{6,6}^M = \delta_{7,7}^M = \delta_{8,8}^M = 1,333;$$

$$\delta_{5,6}^M = \delta_{7,8}^M = 0,5; \quad \delta_{6,7}^M = 0,167.$$

4. Находим перемещения δ^N :

второстепенная балка I

$$\delta_{1,1}^N = V_{0,1} + V_{1,2} + 2 V_1 = 2,370 + 0,527 + 2 \cdot 0,790 = 4,477;$$

$$\delta_{2,2}^N = V_{1,2} + V_{2,3} + 2 V_2 = 0,527 + 4,740 + 2 \cdot 0,790 = 6,847;$$

$$\delta_{1,2}^N = -V_{1,2} - V_1 - V_2 = -(0,527 + 0,790 + 0,790) = -2,107;$$

$$\delta_{2,3}^N = -V_{2,3} - V_2 - V_3 = -(4,740 + 0,790 + 0,790) = -6,320;$$

$$\delta_{1,3}^N = V_2 = 0,790;$$

из условий симметрии—

$$\delta_{1,1}^N = \delta_{4,4}^N; \quad \delta_{2,2}^N = \delta_{3,3}^N; \quad \delta_{1,2}^N = \delta_{3,4}^N; \quad \delta_{1,3}^N = \delta_{2,4}^N;$$

второстепенная балка II

$$\delta_{5,5}^N = V_{0,5} + V_{5,6} + 2 V_5 = 14,800 + 3,288 + 2 \cdot 4,933 = 27,954;$$

$$\delta_{6,6}^N = V_{5,6} + V_{6,7} + 2 V_6 = 3,288 + 29,600 + 2 \cdot 4,933 = 42,754;$$

$$\delta_{5,6}^N = -V_{5,6} - V_5 - V_6 = -(3,288 + 4,933 + 4,933) = -13,154;$$

$$\delta_{6,7}^N = V_{6,7} - V_6 - V_7 = -(29,600 + 4,933 + 4,933) = -39,466;$$

$$\delta_{5,7}^N = V_6 = 4,933;$$

из условий симметрии—

$$\delta_{5,5}^N = \delta_{8,8}^N; \quad \delta_{6,6}^N = \delta_{7,7}^N; \quad \delta_{5,6}^N = \delta_{7,8}^N; \quad \delta_{5,7}^N = \delta_{6,8}^N.$$

5. Определение суммарных перемещений:

второстепенная балка I

$$\delta_{1,1} = \delta_{1,1}^M + \delta_{1,1}^N = 1,333 + 4,477 = 5,810;$$

$$\delta_{2,2} = \delta_{2,2}^M + \delta_{2,2}^N = 1,333 + 6,847 = 8,180;$$

$$\delta_{1,2} = \delta_{1,2}^M + \delta_{1,2}^N = 0,500 - 2,107 = -1,607;$$

$$\delta_{2,3} = \delta_{2,3}^M + \delta_{2,3}^N = 0,167 - 6,320 = -6,153;$$

$$\delta_{1,3} = \delta_{1,3}^N = 0,790;$$

условий симметрии—

$$\delta_{1,1} = \delta_{4,4}; \quad \delta_{2,2} = \delta_{3,3}; \quad \delta_{1,2} = \delta_{3,4}; \quad \delta_{1,3} = \delta_{2,4};$$

второстепенная балка II

$$\delta_{5,5} = \delta_{5,5}^M + \delta_{5,5}^N = 1,333 + 27,954 = 29,287;$$

$$\delta_{6,6} = \delta_{6,6}^M + \delta_{6,6}^N = 1,333 + 42,754 = 44,087;$$

$$\delta_{5,6} = \delta_{5,6}^M + \delta_{5,6}^N = 0,500 - 13,154 = -12,654;$$

$$\delta_{6,7} = \delta_{6,7}^M + \delta_{6,7}^N = 0,167 - 39,467 = -39,300;$$

$$\delta_{5,7} = \delta_{5,7}^N = 4,933;$$

условий симметрии—

$$\delta_{5,5} = \delta_{8,8}; \quad \delta_{6,6} = \delta_{7,7}; \quad \delta_{5,6} = \delta_{7,8}; \quad \delta_{5,7} = \delta_{6,8}.$$

6. Определяем перемещения, связывающие узлы по оси y , умножая полученные перемещения δ^N на отношения соответствующих побочных и главных коэффициентов податливости:

$$\delta_{1,5} = \delta_{1,1}^N \frac{S_{1,5}}{S_{1,1}} = 4,477 \frac{5,090}{2,370} = 9,600;$$

$$\delta_{1,9} = \delta_{1,1}^N \frac{S_{1,9}}{S_{1,1}} = 4,477 \frac{4,745}{2,370} = 8,940;$$

$$\delta_{1,13} = \delta_{1,1}^N \frac{S_{1,13}}{S_{1,1}} = 4,477 \frac{1,462}{2,370} = 2,765;$$

$$\delta_{2,5} = \delta_{1,6} = \delta_{1,2}^N \frac{S_{2,6}}{S_{2,2}} = -2,107 \frac{5,090}{2,370} = -4,525;$$

$$\delta_{2,7} = \delta_{2,3}^N \frac{S_{3,7}}{S_{3,3}} = -6,320 \frac{5,090}{2,370} = -13,560;$$

$$\delta_{2,9} = \delta_{1,10} = \delta_{1,2}^N \frac{S_{2,10}}{S_{2,2}} = -2,107 \frac{4,745}{2,370} = -4,216;$$

$$\delta_{2,11} = \delta_{2,3}^N \frac{S_{3,11}}{S_{3,3}} = -6,320 \frac{4,745}{2,370} = -12,645;$$

$$\delta_{2,13} = \delta_{1,14} = \delta_{1,2}^N \frac{S_{2,14}}{S_{2,2}} = -2,107 \frac{1,462}{2,370} = -1,302;$$

$$\delta_{2,15} = \delta_{2,3}^N \frac{S_{3,15}}{S_{3,3}} = -6,320 \frac{1,462}{2,370} = -3,900;$$

$$\delta_{2,8} = \delta_{1,7} = \delta_{1,3}^N \frac{S_{3,7}}{S_{3,3}} = 0,790 \frac{5,090}{2,370} = 1,697;$$

$$\delta_{2,12} = \delta_{1,11} = \delta_{1,3}^N \frac{S_{3,11}}{S_{3,3}} = 0,790 \frac{4,745}{2,370} = 1,580;$$

$$\delta_{2,16} = \delta_{1,15} = \delta_{1,3}^N \frac{S_{3,15}}{S_{3,3}} = 0,790 \frac{1,462}{2,370} = 0,487;$$

$$\delta_{2,6} = \delta_{2,2}^N \frac{S_{2,6}}{S_{2,2}} = 6,847 \frac{5,090}{2,370} = 14,700;$$

$$\delta_{2,10} = \delta_{2,2}^N \frac{S_{2,10}}{S_{2,2}} = 6,847 \frac{4,745}{2,370} = 13,694;$$

$$\delta_{2,14} = \delta_{2,2}^N \frac{S_{2,14}}{S_{2,2}} = 6,847 \frac{1,462}{2,370} = 4,220;$$

$$\delta_{5,9} = \delta_{5,5}^N \frac{S_{5,9}}{S_{5,5}} = 27,954 \frac{14,515}{14,800} = 27,400;$$

$$\delta_{5,13} = \delta_{5,5}^N \frac{S_{5,13}}{S_{5,5}} = 27,954 \frac{4,745}{14,800} = 8,940;$$

$$\delta_{6,9} = \delta_{5,10} = \delta_{5,6}^N \frac{S_{6,10}}{S_{6,6}} = -13,154 \frac{14,515}{14,800} = -12,900;$$

$$\delta_{6,11} = \delta_{6,7}^N \frac{S_{7,11}}{S_{7,7}} = -39,466 \frac{14,515}{14,800} = -38,750;$$

$$\delta_{6,13} = \delta_{5,14} = \delta_{5,6}^N \frac{S_{6,14}}{S_{6,6}} = -13,154 \frac{4,745}{14,800} = -4,205;$$

$$\delta_{6,15} = \delta_{6,7}^N \frac{S_{7,15}}{S_{7,7}} = -39,466 \frac{4,745}{14,800} = -12,640;$$

$$\delta_{6,12} = \delta_{5,11} = \delta_{5,7}^N \frac{S_{7,11}}{S_{7,7}} = 4,933 \frac{14,515}{14,800} = 4,845;$$

$$\delta_{6,16} = \delta_{5,15} = \delta_{5,7}^N \frac{S_{7,15}}{S_{7,7}} = 4,933 \frac{4,745}{14,800} = 1,580;$$

$$\delta_{6,10} = \delta_{6,6}^N \frac{S_{6,10}}{S_{6,6}} = 42,754 \frac{14,515}{14,800} = 42,000;$$

$$\delta_{6,14} = \delta_{6,6}^N \frac{S_{6,14}}{S_{6,6}} = 42,754 \frac{4,745}{14,800} = 13,700.$$

Остальные перемещения определяются по симметрии. Ряд перемещений в соответствии со схемой неразрезной балки на упругих опорах равен нулю

$$\delta_{1,4} = \delta_{1,8} = \delta_{1,12} = \delta_{1,16} = \delta_{5,4} = \delta_{5,8} = \delta_{5,12} = \delta_{5,16} = 0.$$

Значения вычисленных коэффициентов δ_{ik} сведены в табл. 17.

Таблица 17

$k \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	5,810	-1,607	0,790	—	9,600	-4,525	1,697	—	8,440	-4,216	1,580	—	2,765	-1,302	0,487	—
2	-1,617	8,18	-6,153	0,790	-4,525	14,700	-13,601	1,697	-4,216	13,694	-12,645	1,580	-1,302	4,220	-3,500	0,487
5	9,600	-4,525	1,697	—	29,287	-12,654	4,933	—	27,400	12,900	4,845	—	8,940	-4,205	-1,580	—
6	-4,525	14,700	-13,560	1,697	-12,654	44,087	-39,300	4,933	-12,900	42,000	-38,750	1,845	-4,205	13,700	-12,640	-1,580

7. Определение грузовых перемещений. Находим прогибы главных балок от сосредоточенных сил, приложенных в узлах

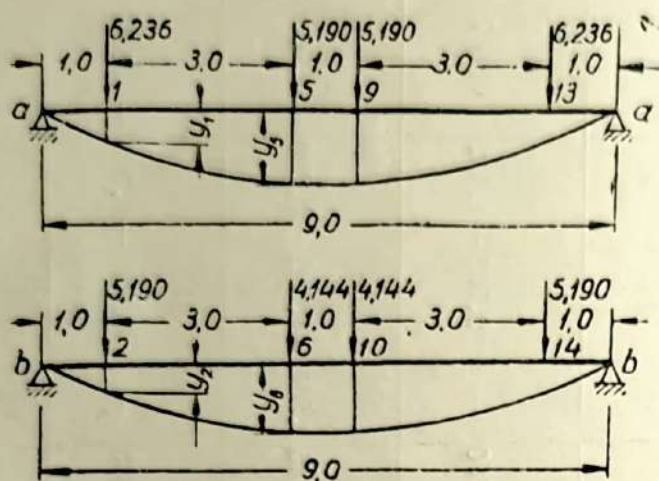


Рис. 84.

(рис. 84), путем умножения этих сил на соответствующие коэффициенты податливости:

$$y_{13} = y_1 = P_1 S_{1,1} + P_5 S_{1,5} + P_9 S_{1,9} + P_{13} S_{1,13} = 6,236 \cdot 2,37 + 5,19 \cdot 5,09 + 5,19 \cdot 4,745 + 6,236 \cdot 1,462 = 74,9;$$

$$y_9 = y_5 = P_1 S_{5,1} + P_5 S_{5,5} + P_9 S_{5,9} + P_{13} S_{5,13} = 6,236 \cdot 5,090 + 5,190 \cdot 14,8 + 5,190 \cdot 14,515 + 6,236 \cdot 4,745 = 213,4;$$

$$y_{14} = y_2 = P_2 S_{2,2} + P_6 S_{2,6} + P_{10} S_{2,10} + P_{14} S_{2,14} = 5,190 \cdot 2,37 + 4,144 \cdot 5,09 + 4,144 \cdot 4,745 + 5,190 \cdot 1,462 = 60,6;$$

$$y_{10} = y_6 = P_2 S_{6,2} + P_6 S_{6,6} + P_{10} S_{6,10} + P_{14} S_{6,14} = 5,190 \cdot 5,09 + 4,144 \cdot 14,8 + 4,144 \cdot 14,515 + 5,190 \cdot 4,745 = 172,6.$$

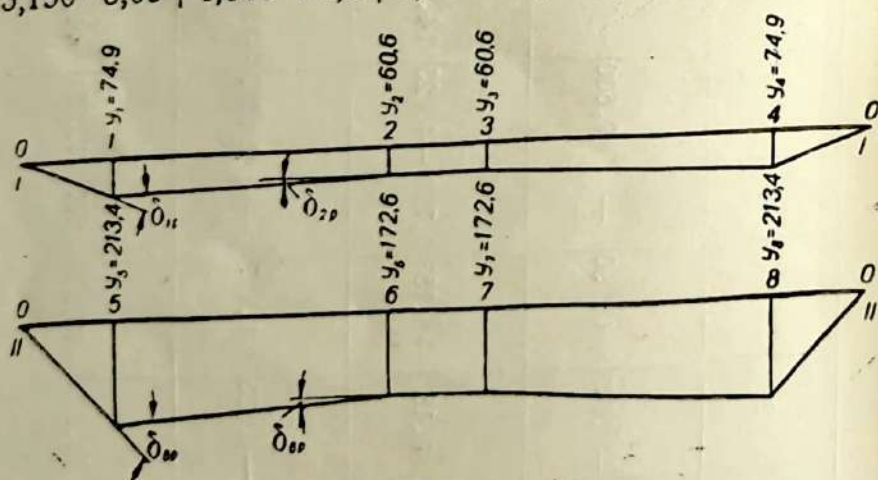


Рис. 85.

Эпюра прогибов второстепенных балок (в основной системе) изображена на рис. 85.

Грузовые перемещения $\delta_{1p}, \delta_{2p}, \delta_{5p}, \delta_{6p}$ находим как танген-
углов наклона второстепенных балок:

$$\delta_{1p} = \delta_{4p} = - \left(\frac{74,9}{1,00} + \frac{74,9 - 60,6}{3,00} \right) = -79,67;$$

$$\delta_{2p} = \delta_{3p} = \frac{74,9 - 60,6}{3,0} = 4,76;$$

$$\delta_{5p} = \delta_{8p} = - \left(\frac{213,4}{1,00} + \frac{213,4 - 172,6}{3,0} \right) = -227,00;$$

$$\delta_{6p} = \delta_{7p} = \frac{213,4 - 172,6}{3,0} = 13,60.$$

8. Составляем уравнения непрерывности упругой линии. В
этом случае для расчета данной ростверка требуется составить
уравнений. Учитывая симметричность заданной системы и
грузок, количество неизвестных и, следовательно, уравнений,
сводится до четырех. Общий вид системы уравнений совершен-
но аналогичен системе уравнений предыдущего примера.

Подставляем в уравнения вычисленные значения коэффициен-
тов при неизвестных и свободных членах; после приведения по-
добных членов получаем:

$$\begin{aligned} 8,575 M_1 - 1,631 M_2 + 18,540 M_5 - 5,464 M_6 - 79,67 &= 0; \\ -1,631 M_1 + 2,347 M_2 - 5,464 M_5 + 2,189 M_6 + 4,76 &= 0; \\ 18,540 M_1 - 5,464 M_2 + 56,687 M_5 - 15,776 M_6 - 227,0 &= 0; \\ -5,464 M_1 + 2,189 M_2 - 15,776 M_5 + 8,037 M_6 + 13,60 &= 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений по Гауссу, находим:

$$M_1 = 3,47 \text{ тм} \quad M_2 = 4,30 \text{ тм}$$

$$M_5 = 6,94 \text{ тм} \quad M_6 = 13,10 \text{ тм}$$

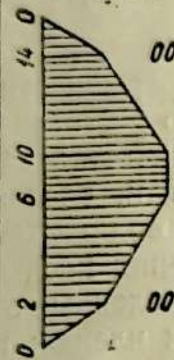
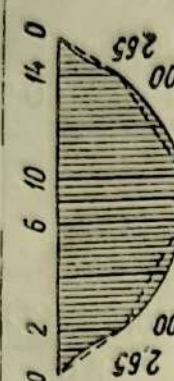
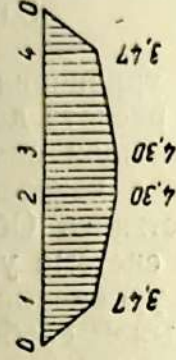
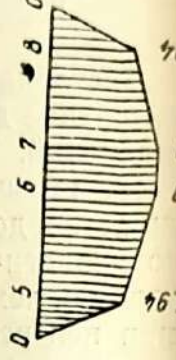
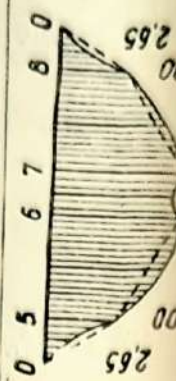
Эпюры изгибающих моментов второстепенных балок, построенная
по вычисленным моментам, приводится в табл. 18.

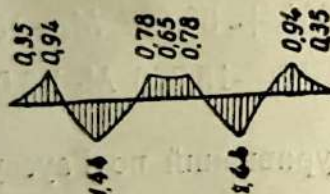
При помощи этой эпюры моментов определяем дополнитель-
ные нагрузки на главные балки, которые возникают от неразрез-
ности второстепенных балок:

$$P_1^* = P_{13}^* = Q_{1,0} + Q_{1,2} = - \frac{3,47}{1,00} + \frac{4,30 - 3,47}{3,0} = -3,19;$$

$$P_5^* = P_9^* = Q_{5,0} + Q_{5,6} = - \frac{6,94}{1,00} + \frac{13,10 - 6,94}{3,0} = -4,89;$$

Таблица 18

Наименование балок	№ узлов	Эпюры изгибающих моментов			Суммарная эпюра
		I стадия расчета	II стадия расчета	III стадия расчета	
Главные	1, 5, 9, 13				
	2, 6, 10, 14				
Второстепенные	1, 2, 3, 4				
	5, 6, 7, 8				



$$P_2'' = P_{14}'' = Q_{2,1} + Q_{2,3} = \frac{-4,30 + 3,47}{3,0} + 0 = -0,28;$$

$$P_6'' = P_{10}'' = Q_{6,5} + Q_{6,7} = \frac{-13,10 + 6,94}{3,0} + 0 = -2,05.$$

Суммарные нагрузки, передающиеся на главные балки (стр. 142, 9):

$$P_1 = P_{13} = P_1' + P_1'' = 6,236 - 3,190 = 3,046;$$

$$P_5 = P_8 = P_5' + P_5'' = 5,190 - 4,890 = 0,300;$$

$$P_2 = P_{14} = P_2' + P_2'' = 5,190 - 0,280 = 4,910;$$

$$P_6 = P_{10} = P_6' + P_6'' = 4,144 - 2,050 = 2,094.$$

Эпюра изгибающих моментов от этой нагрузки для главных балок приведена в табл. 18.

Суммарная эпюра моментов получается в результате сложения эпюр моментов первой и второй стадии расчета.

Ввиду того, что ростверк центрально симметричен в обоих направлениях (относительно осей x и y), эпюры моментов главных и второстепенных балок совпадают, что может служить дополнительной проверкой правильности произведенных вычислений.

Незначительные расхождения в значении суммарных моментов главных и второстепенных балок (табл. 18) являются следствием погрешности расчета, выполненного при помощи логарифмической линейки, и практического значения не имеют.

§ 2. РАСЧЕТ БАЛОЧНОГО РОСТВЕРКА СПОСОБОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Пример 11. Рассчитать балочный ростверк, представленный на рис. 73, способом последовательных приближений. Условия задачи те же, что в примере 9. Расчет производим посредством разложения ростверка на ряд неразрезных балок на упругих опорах*.

Определение перемещений δ_{ii} ; δ_{ik} ; δ_{ip} и составление уравнений см. пример 9.

* Аналогичная задача решена в работе И. Л. Жодзишского [10] при более благоприятных соотношениях жесткостей ($EI_y = 4EI_x$) посредством последовательного расчета неразрезных балок на жестких опорах. Процесс последовательных приближений сходится при этих предпосылках очень медленно, и автор вынужден прибегать для ускорения сходимости к искусственным приемам.

Запишем полученную систему уравнений (стр. 138) в преобразованном виде:

$$\begin{aligned} 9,835 M_1 - 5,333 M_2 &= -14,166 M_5 + 8,500 M_6 - 2,456 \\ - 5,333 M_1 + 4,500 M_2 &= 8,500 M_5 - 5,667 M_6 + 2,456 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 9,835 M_1 - 5,333 M_2 &= -14,166 M_5 + 8,500 M_6 - 2,456 \\ - 5,333 M_1 + 4,500 M_2 &= 8,500 M_5 - 5,667 M_6 + 2,456 \end{aligned}} \right\}; \quad (I)$$

$$\begin{aligned} 24,00 M_5 - 13,833 M_6 &= -14,166 M_1 + 8,500 M_2 - 3,940 \\ -13,833 M_5 + 10,166 M_6 &= 8,500 M_1 - 5,667 M_2 + 3,940 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 24,00 M_5 - 13,833 M_6 &= -14,166 M_1 + 8,500 M_2 - 3,940 \\ -13,833 M_5 + 10,166 M_6 &= 8,500 M_1 - 5,667 M_2 + 3,940 \end{aligned}} \right\}; \quad (II)$$

Система (I) относится к второстепенной балке I, система (II) — к второстепенной балке II.

Находим первые приближения.

Расчет начинаем с той балки, для которой свободные члены имеют наибольшие значения (для данного примера с балки II).

Подставляя в уравнения (II) $M_1 = M_2 = 0$, получим:

$$\begin{aligned} 24,000 M_5 - 13,833 M_6 &= -3,940, \\ -13,833 M_5 + 10,166 M_6 &= 3,940. \end{aligned}$$

откуда

$$M_5 = 0,2745 \text{ тм}; \quad M_6 = 0,7609 \text{ тм}.$$

Рассчитываем балку I, подставляя в уравнение (I) $M_5 = 0,2745$ и $M_6 = 0,7609$:

$$9,835 M_1 - 5,333 M_2 = -14,166 \cdot 0,2745 + 8,5 \cdot 0,7609 - 2,456 = 0,12308;$$

$$-5,333 M_1 + 4,5 M_2 = 8,5 \cdot 0,2745 - 5,667 \cdot 0,7609 + 2,456 = 0,47723,$$

откуда

$$M_1 = 0,1720 \text{ тм}; \quad M_2 = 0,3382 \text{ тм};$$

Находим первые поправки.

При определении первых поправок учитываются моменты, которые не были учтены при определении первых приближений. Рассчитываем балку II. Подставляя в уравнения (II) $M_1 = 0,172 \text{ тм}$; и $M_2 = 0,3382 \text{ тм}$ получим:

$$24,000 M_5 - 13,833 M_6 = -14,166 \cdot 0,172 + 8,500 \cdot 0,3382 = 0,43815;$$

$$-13,833 M_5 + 10,166 M_6 = 8,500 \cdot 0,172 - 5,667 \cdot 0,3382 = 0,45458,$$

откуда

$$M_5 = -0,0274 \text{ тм}; \quad M_6 = -0,0925 \text{ тм}.$$

Рассчитываем балку I.

Подставляя в уравнения (I) $M_5 = -0,0274$ и $M_6 = -0,0925$, получим:

$$9,835 M_1 - 5,333 M_2 = 14,166 \cdot 0,0274 - 8,5 \cdot 0,0925 = -0,4001;$$

$$-5,333 M_1 + 4,5 M_2 = -8,5 \cdot 0,0274 + 5,667 \cdot 0,0925 = 0,2913,$$

откуда

$$M_1 = -0,0156 \text{ тм. } M_2 = 0,0462 \text{ тм}$$

Далее продолжать процесс не имеет смысла, так как после первой поправки процесс последовательных приближений замедляется, и незначительное уточнение результатов потребует неоправданной затраты труда.

Искомые значения неизвестных:

$$M_1 = 0,1720 - 0,0156 = 0,1564 \text{ тм;}$$

$$M_2 = 0,3382 + 0,0462 = 0,3844 \text{ »}$$

$$M_5 = 0,2745 - 0,0274 = 0,2471 \text{ »}$$

$$M_6 = 0,7609 - 0,0925 = 0,6684 \text{ »}$$

В табл. 19 дано сравнение результатов, полученных точным и приближенным способами.

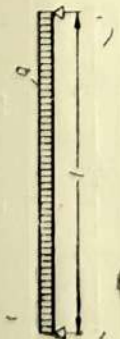
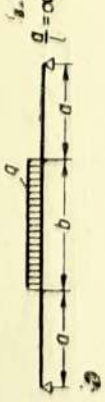
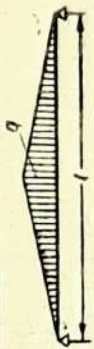
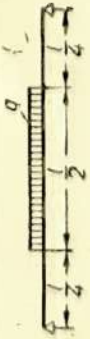
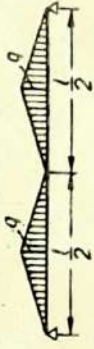
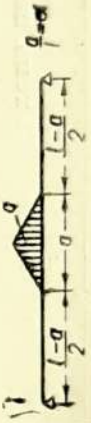
Таблица 19

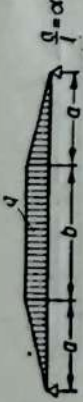
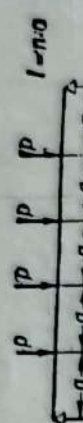
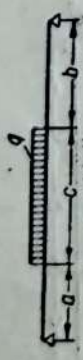
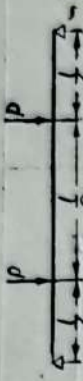
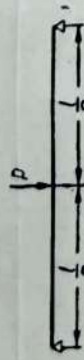
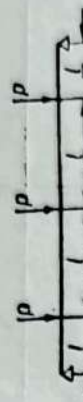
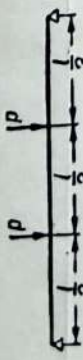
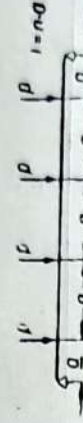
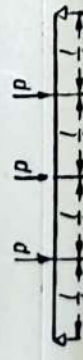
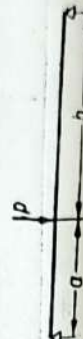
Моменты результаты	M_1	M_2	M_5	M_6
Точное значение	0,161	0,398	0,245	0,636
Приближенное значение	0,156	0,384	0,24	0,668
Погрешность приближенного значения в процентах	3,1	3,5	0,8	4,5

Как видим, погрешность приближенного расчета не превышает 5%. В данном примере жесткости главных и второстепенных арок одинаковы. В тех случаях, когда главные балки имеют большую жесткость, чем второстепенные, точность приближенного способа возрастает.

Приближенный способ особенно эффективен при большом количестве уравнений, когда решение их по Гауссу представляет определенные трудности.

ПРИЛОЖЕНИЯ

№ п. п.	Схема нагрузки	ω	№ п. п.	Схема нагрузки	ω
1		$\frac{1}{4} q l^2$	5		$\frac{7}{54} q l^2$
2		$\frac{\alpha (3 - \alpha^2)}{8} q l^2$	6		$\frac{5}{32} q l^2$
3		$\frac{11}{64} q l^2$	7		$\frac{17}{128} q l^2$
4		$\frac{(2 + \beta) a^2}{2} q$	8		$\frac{\alpha}{16} \left(3 - \frac{\alpha^2}{2} \right) q l^2$

№ п. п.	Схема нагрузки	ω	№ п. п.	Схема нагрузки	ω
9		$\frac{(l - 2a^2 + a^3)}{4} ql^2$	14		$\frac{n^2 - 1}{4n} pl$
10		$\omega_a = \frac{q}{4l^2} [b^4 - (b+c)^4] + \frac{qc}{2} (2b+c)$ $\omega_b = \frac{q}{4l^2} [a^4 - (a+c)^4] + \frac{qc}{2} (2a+c)$	15		$\frac{9}{16} pl$
11		$\frac{3}{8} pl$	16		$\frac{19}{24} pl$
12		$\frac{2}{3} pl$	17		$\frac{2n^2 + 1}{8n} pl$
13		$\frac{15}{16} pl$	18		$\omega_a = \beta(1 - \beta^2)pl$ $\omega_b = \alpha(1 - \alpha^2)pl$

Приведенные пролеты $l' = \frac{l}{EI}$ одинаковы;

ω — грузовой коэффициент (см. приложение 1);

M_K — момент на крайней опоре от загрузки консоли;

n — количество пролетов.

Формулы для опорных моментов при симметричном расположении нагрузки в пролетах

$$n=2$$

$$M_1 = -0,25 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,25 (\omega_{1,2} + M_{2K});$$

$$n=3$$

$$M_1 = -0,2667 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,200 \omega_{1,2} + 0,0667 (\omega_{2,3} + M_{3K});$$

$$M_2 = 0,0667 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,200 \omega_{1,2} - 0,2667 (\omega_{2,3} + M_{3K});$$

$$n=4$$

$$M_1 = -0,2678 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,1967 \omega_{1,2} + 0,0536 \omega_{2,3} - 0,0179 (\omega_{3,4} + M_{4K});$$

$$M_2 = 0,0714 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,2143 \omega_{1,2} - 0,2143 \omega_{2,3} + 0,0714 (\omega_{3,4} + M_{4K});$$

$$M_3 = -0,0179 (\omega_{0,1} + M_{0K}) + 0,0536 \omega_{1,2} - 0,1967 \omega_{2,3} - 0,2678 (\omega_{3,4} + M_{4K});$$

$$n=5$$

$$M_1 = -0,2680 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,1962 \omega_{1,2} + 0,0526 \omega_{2,3} - 0,0144 \omega_{3,4} + 0,0048 (\omega_{4,5} + M_{5K});$$

$$M_2 = 0,0718 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,2153 \omega_{1,2} - 0,2105 \omega_{2,3} + 0,0574 \omega_{3,4} - 0,0191 (\omega_{4,5} + M_{5K});$$

$$M_3 = -0,0191 (\omega_{0,1} + M_{0K}) + 0,0574 \omega_{1,2} - 0,2105 \omega_{2,3} - 0,2153 \omega_{3,4} + 0,0718 (\omega_{4,5} + M_{5K});$$

$$M_4 = 0,0048 (\omega_{0,1} + M_{0K}) - 0,0144 \omega_{1,2} + 0,0526 \omega_{2,3} - 0,1962 \omega_{3,4} - 0,2680 (\omega_{4,5} + M_{5K}).$$

Примечание. Помещенные в приложении 2 формулы можно применить для приближенного расчета при приведенных пролетах, отличающихся не более чем на 30%.

Коэффициенты τ

$\frac{n}{\lambda}$	1,00	0,60	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,12	0,10	0,03	0,06	0,04	0,02
0,35	1,00	0,906	0,824	0,803	0,780	0,75	0,723	0,701	0,684	0,665	0,643	0,616	0,577
0,30	1,00	0,928	0,866	0,830	0,833	0,813	0,789	0,773	0,760	0,745	0,728	0,707	0,677
0,25	1,00	0,949	0,904	0,89	0,880	0,866	0,849	0,835	0,828	0,817	0,805	0,789	0,763
0,20	1,00	0,966	0,937	0,929	0,921	0,911	0,900	0,892	0,886	0,879	0,871	0,861	0,846
0,15	1,00	0,980	0,963	0,959	0,954	0,949	0,942	0,937	0,934	0,930	0,925	0,919	0,911

$$n = \frac{I_1}{I_2} ; \quad \lambda = \frac{I_{\text{кута}}}{I_{\text{балки}}} ;$$

I_1 —момент инерции сечения в пролете балки;

I_2 —момент инерции сечения на опоре балки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник инженера-проектировщика промсооружений. Том II. Расчетно-теоретический, Госстройиздат М., 1934.
2. Розенблат Г. И. Расчет балки на упругих опорах методом фокусных коэффициентов. Сборник статей «Исследования по теории сооружений». Вып. 5. Под ред. Гвоздева А. А., Рабиновича И. М., Филоненко-Бородича М. М. Издательство литературы по строительству и архитектуре. М.-Л., 1951.
3. Варвак П. М. Развитие и приложение метода сеток к расчету пластинок. Ч. 1, 1949. Ч. 2, 1952. Изд-во АН УССР. Киев.
4. Минцовский М. Ш. Перекрестные фермы. Изд-во Академии архитектуры УССР, Киев, 1950.
5. Рогинский С. А. Расчет рам (статически неопределимые стержневые системы). Машгиз, М., 1948.
6. Ротшильд А. Таблицы и формулы для расчета неразрезных балок. Гостехиздат, М.-Л., 1931.
7. Именитов М. С. Расчет рам железобетонных мостов. Транскелдориздат, М., 1934.
8. Григорьев В. В. Расчет неразрезных наплавных мостов Вестник Военно-инженерной академии РККА. Сборник по строительной механике, № 1, 1934.
9. Уманский А. А., Крутиков Б. Н. Расчет неразрезных наплавных мостов. Сборник статей «Расчет пространственных конструкций». Под редакцией А. А. Уманского, 1955.
10. Жодзишский И. Л. Расчет балочных ростверков методом последовательных приближений. Сборник трудов научно-исследовательского института по строительству. Министерство строительства предприятий машиностроения СССР, 1950.
11. Сосис П. М. О методах расчета статически неопределимых систем. Сборник «Исследования по теории сооружений». Вып. VI, Госстройиздат, Киев, 1954.
12. Хакало Б. П. Расчет балки на упругих опорах методом последовательных приближений. Сборник «Новое в строительной технике. Строительные конструкции». Госстройиздат УССР, Киев, 1956.
13. Савицкий Г. А. Основы расчета радиомачт. Связьиздат, М., 1953.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Глава I. Краткие сведения по теории расчета	5
§ 1. Основная система. Составление уравнений моментов. Идея метода перераспределения начальных моментов	5
§ 2. Расчет неразрезных балок на жестких и упругих опорах (решение последовательными приближениями)	14
§ 3. Расчет неразрезных балок на жестких и упругих опорах (точное решение)	30
§ 4. Расчет балочного ростверка методом последовательных приближений	55
Глава II. Расчет неразрезных балок на жестких опорах	59
§ 1. Примеры расчета неразрезных балок из стержней постоянного сечения	60
§ 2. Примеры расчета неразрезных балок с вутами	73
Глава III. Расчет неразрезных балок на упругих опорах	90
§ 1. Расчет многопролетной неразрезной балки на упругих опорах способом последовательных приближений	91
§ 2. Расчет наплавного моста	100
§ 3. Расчет каркаса внутренней стенки мокрого двустенчатого газгольдера	113
Глава IV. Расчет балочного ростверка	129
§ 1. Расчет балочного ростверка точным способом	131
§ 2. Расчет балочного ростверка способом последовательных приближений	151
Приложения	155
Литература	161

Петр Моисеевич Сосис, Борис Петрович Хакало

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ
И ПЕРЕКРЕСТНЫХ БАЛОК

Редактор Н. Данилкина
Технический редактор А. Иоакимис
Корректор Н. Лев

БФ 20858. Сдано в набор 30. III-57 г. Подписано к печати 27. XI-57 г.
Бумага $60 \times 92/_{16}$ = бумажных 5,125, печатных 10,25, уч.-изд. л. 8,31.
Тираж 8000. Цена 4 р. 15 к. Зак. 300.

Государственное издательство литературы по строительству
и архитектуре УССР Киев, Владимирская, 24.

Типография Госстройиздата УССР. Киев, Владимирская, 24.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страницы	Строка	Напечатано	Следует читать
109	6-8 сверху	$\alpha_{1,1} = \frac{\delta_{2,2}^0}{D} = \frac{4,23}{17,9} = -0,236$ $\alpha_{2,2} = -\frac{\delta_{1,1}^0}{D} = -\frac{7,44}{17,9} = -0,416$ $\alpha_{1,2} = \frac{\delta_{1,2}}{D} = -\frac{3,68}{17,9} = -0,206$	$\alpha_{1,1} = -\frac{\delta_{2,2}^0}{D} = -\frac{4,23}{17,9} = -0,236$ $\alpha_{2,2} = -\frac{\delta_{1,1}^0}{D} = -\frac{7,44}{17,9} = -0,416$ $\alpha_{1,2} = -\frac{\delta_{1,2}}{D} = -\frac{3,68}{17,9} = -0,206$
135	1-я "	$\delta_{6,11} = \delta_{6,9} = \delta_{5,1} = \delta_{5,6}^N$	$\delta_{6,11} = \delta_{6,9} = \delta_{5,10} = \delta_{5,6}^N$
157	2-я "	Грузовые коэффициенты $\omega' = \omega l$	Грузовые коэффициенты $\omega' = \omega l'$
160	Графа 5, строка 2	0,350	0,850