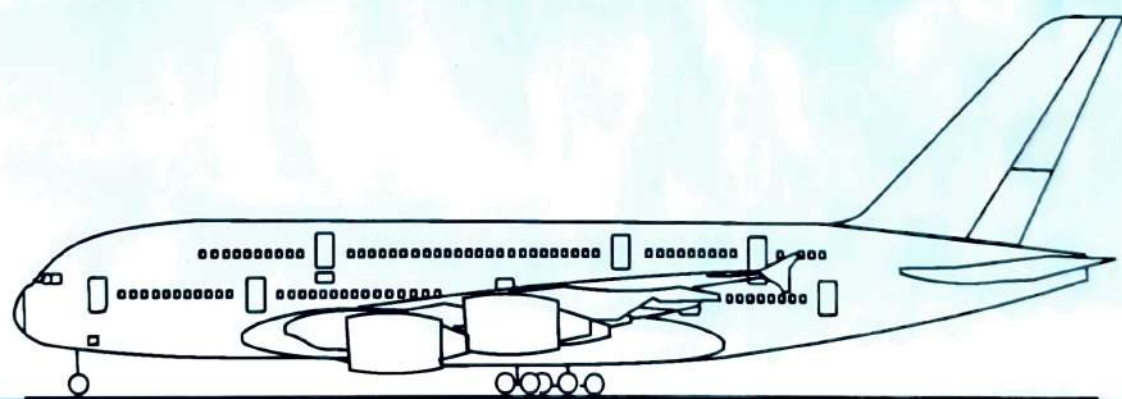


В.К. Цыхановский, С.М. Козловец, А.С. Коряк

РАСЧЕТ ТОНКИХ ПЛИТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ



Киев – 2008

В.К. Цыхановский

С.М. Козловец

А.С. Коряк

**РАСЧЕТ ТОНКИХ ПЛИТ
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Александру
Иванову
с любовью
от
авторов

Александр
Иванов

25.08.08

**Киев
Издательство „Сталь”
2008**

УДК 625.717

ББК 39.513

Ц 75 Цыхановский В.К., Козловец С.М., Коряк А.С.

Расчет тонких плит на упругом основании методом конечных элементов. – К.: Изд-во „Сталь”, 2008 – 234с., рис. 110, табл. 52.

В книге изложена численная методика исследования напряженно-деформированного состояния гибких тонких пластинок (плит) на упругом основании. Предложена функция прямой пропорциональности модели грунтового основания с переменными коэффициентами постели на основе сплайновой аппроксимации. Проведен анализ решений, рекомендуемых нормами, и решений, полученных на основе моментной схемы конечных элементов, в результате чего сформулированы рекомендации по введению в аналитические нормативные соотношения уточняющих переходных коэффициентов, учитывающих влияние сквозных и стыковых соединений плит, неравномерность значений функции коэффициента постели по площади покрытия, развитие упругопластических деформаций в активной зоне грунтового основания. Рассмотрены и предложены новые конструктивные, топологические и расчетные схемы жестких аэродромных покрытий с учетом воздействий современных сверхтяжелых воздушных судов. Для каждой из рассмотренных конструкций покрытий выполнен сравнительный анализ с точки зрения существующих инженерных расчетов и численного расчета на основе метода конечных элементов.

Для научных работников, инженеров-расчетчиков, преподавателей и студентов технических вузов.

ISBN 978-966-1555-06-7

ББК 39.513

Ц 75 Цыхановський В.К., Козловець С.М., Коряк О.С.

Розрахунок тонких плит на пружній основі методом скінченних елементів. – К.: Вид-во „Сталь”, 2008 – 234с., рис.110, табл. 52.

У книзі викладена числова методика дослідження напружено-деформованого стану гнучких тонких пластинок (плит) на пружній основі. Запропонована функція прямої пропорційності моделі ґрунтової основи зі змінними коефіцієнтами постелі на основі сплайнової апроксимації. Проведено аналіз розв'язків, рекомендованих нормами, та розв'язків, отриманих на основі моментної схеми скінченних елементів, внаслідок чого сформульовані рекомендації щодо введення в аналітичні нормативні співвідношення уточнювальних перехідних коефіцієнтів, що враховують вплив наскрізних та стикових з'єднань плит, нерівномірність значень функції коефіцієнта постелі по площі покриття, розвиток пружнопластичних деформацій в активній зоні ґрунтової основи. Розглянуто і запропоновано нові конструктивні, топологічні та розрахункові схеми жорстких аеродромних покриттів з урахуванням впливів сучасних надважких повітряних суден. Для кожної з розглянутих конструкцій покриття виконано порівняльний аналіз з точки зору існуючих інженерних розрахунків та числових розрахунків на основі методу скінченних елементів.

Для наукових працівників, інженерів, що виконують розрахунки на міцність, викладачів та студентів технічних вузів.

Рецензенти: А.И.Билеуш, профессор НАУ, ведущий сотрудник института гидрологии НАН Украины, доктор технических наук, профессор
А.С. Городецкий, зам. директора института НИИАС, доктор технических наук, профессор

ISBN 978-966-1555-06-7

© В.К.Цыхановский, С.М.Козловец, А.С.Коряк, 2008

ВВЕДЕНИЕ

В связи с увеличением подъемной массы современных и перспективных на ближайшие 10 – 20 лет сверхтяжелых широкофюзеляжных воздушных судов, таких, как В747-400, В747-8, А380-800, А380-800F, Ан-225 „Мрія” и других, величины исходных параметров, которые дают действующие нормы проектирования аэродромных покрытий, оказываются заниженными и не обеспечивают необходимую надежность по прочности и деформативности, а также требуемую долговечность их эксплуатации. Поэтому особенную актуальность приобретают вопросы исследования и усовершенствования методик расчета, особенно жестких покрытий для эксплуатации сверхтяжелых широкофюзеляжных воздушных судов (ВС).

Основные недостатки существующих норм проектирования при расчете капитальных жестких покрытий:

- в таблицах существующих норм [36] не предусматривается нормативная (категорийная) нагрузка на основную опору ВС более чем 850 кН и давление в пневматике (отдельном колесе) более 1,0 МПа, в то время как нагрузка на основную опору, например для ВС А380-800 при 4-колесной опоре, достигает 1140 кН, а давление в пневматике – 1,5 МПа;
- в нормах [36] нагрузка на одно колесо основной опоры предусматривается не более 250 кН, а для колеса основной опоры А380-800 она достигает 327 кН;
- переходные коэффициенты при различном расположении шасси на плите определены по устаревшим методам численного интегрирования разрешающих дифференциальных уравнений изгиба плиты;
- действующие нормы [36] предусматривают использование решений для сплошной неразрезной плиты и очень приближенно учитывают переход к плитам конечной жесткости при наличии сквозных швов и стыковых соединений;
- введенные на основе экспериментальных исследований коэффициенты не всегда адекватно учитывают накопление пластических деформаций, возникающих при многократном нагружении плит жестких покрытий, особенно при наличии слабых грунтовых оснований.

Перечисленные выше недостатки приводят к невозможности точного определения глубины сжимаемой толщи грунтового основания покрытий и условного диаметра передачи нагрузки на грунтовую основу.

Действующие нормы вообще не учитывают действительное взаимодействие плит конечных размеров жестких покрытий и переменной величины коэффициента постели грунтовых оснований. Современные численные методы позволяют восполнить этот пробел. В предлагаемой работе проведен детальный анализ напряженно-деформированного состояния гибких плит конечных размеров на упругом основании с использованием величины коэффициента постели как функции координат точек в плоскости плиты. Расчеты выполнены на основании наиболее эффективного из известных численных методов – метода

конечных элементов (МКЭ). Используется наиболее универсальная схема МКЭ – моментная схема конечных элементов (МСКЭ) [1, 26, 28].

На основе МСКЭ разработана численная методика исследования напряженно-деформированного состояния гибких тонких пластинок (плит) из прочных материалов – бетона, армобетона, фибробетона, железобетона, металлопроката и других композитных материалов, которые работают совместно с линейно-упругим неоднородным основанием. Прочностной расчет выполняется путем дискретного моделирования набора плит конечных размеров (по разрезной и неразрезной конструктивным схемам) на упругом винклеровском основании с учетом односторонних связей. В данной методике используется упрощенная математическая модель упругого основания с предположением о пропорциональности между положительным прогибом пластинки и реакцией основания с учетом, что коэффициент пропорциональности есть величина переменная и зависит от координат точки срединной поверхности пластинки (узла), в которой определяется прогиб и реакция основания:

$$q(x^2, x^3) = -c(x^2, x^3)\omega, \quad (B.1)$$

где $c(x^2, x^3)$ – функция коэффициента пропорциональности (постели);

ω – положительный прогиб в данной точке по нормали к поверхности пластинки в деформированном состоянии.

Функция (B.1) может быть описана путем двухмерной аппроксимации [10] с использованием определенного ряда значений коэффициента постели для рассматриваемого участка геологического разреза с учетом многослойности залегающих грунтов в основании покрытия и их толщин, если в основу положена величина эквивалентного общего модуля деформации грунта в данном сечении [4, 5, 27]. Зная ряд значений коэффициента постели в зависимости от осредненного, по вертикали толщи основания, общего модуля деформации грунта и используя ту или иную аналитическую функцию: сплайновую, тригонометрическую, показательную, степенную или другую, – получаем конкретную функцию в данной области расчетной модели. Например, в случае наличия линзообразной грунтовой прослойки с известными граничными значениями коэффициентов постели C_0 и $C_{\max}$, а также используя аналитический сплайн по закону синуса, имеем:

$$C_N(x^2, x^3) = C_0 - (C_{\max} - C_0) \cdot \sin \frac{\pi x_N^2}{l^2} \cdot \sin \frac{\pi x_N^3}{l^3}, \quad (B.2)$$

где x_N^2, x_N^3 – текущие местные координаты узлов расчетного фрагмента в глобальной системе координат; l^2, l^3 – размеры расчетного фрагмента соответственно по z^2 и z^3 глобальной системы координат.

В предлагаемой работе проанализированы результаты с использованием решений, рекомендуемых нормами, и решений, полученных на основе МСКЭ. Решения, для которых построена математическая модель с граничными условиями, совпадающими с инженерным подходом, практически хорошо согласуются. Численные результаты решений,

математические и топологические модели которых максимально приближены к реальным конструкциям жестких аэродромных покрытий, отличаются от нормативных до 20...25%. Кроме того, для некоторых моделей реальных конструкций покрытия инженерных подходов вообще не существует.

На основе достаточно подробного сравнительного анализа в 4-й главе сформулированы рекомендации по определению переходных коэффициентов при вычислении расчетных изгибающих погонных моментов в рассматриваемом сечении по отношению к величине изгибающего момента в центральном сечении, полученного для сплошной неразрезной плиты. Величины этих переходных коэффициентов приведены к трем типам грунтовых оснований по величине коэффициента постели:

- слабое грунтовое основание – $40 \dots 60 \text{ МН/м}^3$;
- среднее грунтовое основание – $60 \dots 90 \text{ МН/м}^3$;
- прочное грунтовое основание – $90 \dots 120 \text{ МН/м}^3$.

Сформулированные рекомендации могут быть положены в основу разрабатываемых (новых) нормативных документов.

В предлагаемой методике рассматриваются также плоские задачи исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) полупространства при взаимодействии покрытия с грунтовым основанием, при этом в постановке задачи учитываются геометрическая и физическая нелинейность. Математическая модель при учете физической нелинейности построена на основе расширенного принципа Мизеса с учетом критерия Кулона – Мора и параметра Лоде – Надаи [2].

Полученные результаты прочностного расчета конкретных примеров конструкций жесткого покрытия с использованием различных дискретных моделей и типов грунтовых оснований свидетельствуют об универсальности предложенной методики исследования НДС тонких плит на упругом неоднородном основании. Эта методика позволяет учитывать адекватность влияния сквозных швов и стыковых соединений плит на распределение внутренних усилий, неравномерность значений коэффициента постели упругого основания и влияние этой неравномерности на величину внутренних усилий, концентрацию нормальных и сдвиговых напряжений в плите, произвольную схему воздействий колесных нагрузок для любого типа воздушного судна и др.

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ АЭРОДРОМНЫХ ПОКРЫТИЙ ЖЕСТКОГО ТИПА ИНЖЕНЕРНЫМИ МЕТОДАМИ

1.1. Основные положения расчета прочности жестких покрытий

Жесткие покрытия аэродромов (дорог) рассчитываются по методу предельных состояний. При наступлении предельного состояния считается, что конструкция неспособна сопротивляться внешним воздействиям (получает недопустимые по условиям эксплуатации повреждения и деформации).

Для бетонных и армобетонных конструкций покрытий таким предельным состоянием является стадия появления трещин, т.е. состояние появления трещин является расчетным и характеризуется как *предельное состояние по прочности*.

Для обжатых сечений предварительно напряженных покрытий за расчетное (предельное) состояние принимают предельное состояние по образованию трещин.

Для железобетонных покрытий с ненапрягаемой арматурой в стадии эксплуатации трещины допускаются, но ограничивается ширина их раскрытия, т.е. предельным состоянием считается то, при котором напряжения в растянутой арматуре достигают ее расчетного сопротивления при ширине трещин $\delta \leq 0,3$ мм.

Задача расчета покрытия состоит в том, чтобы обеспечить гарантии против наступления в нем в период эксплуатации того или иного предельного состояния. Вместе с тем, для получения экономически обоснованных решений эти гарантии не должны быть измененными, т.е. надо стремиться к тому, чтобы значения усилий, возникающих в плитах покрытий, были близкими к предельно допустимым значениям.

Поскольку указанные выше предельные состояния жестких покрытий связаны с прочностью, а именно с действиями внутренних усилий, privilegiрующими из которых являются изгибающие погонные моменты, расчет ведется на их определение, и условие по методу предельных состояний может быть записано как:

$$m_d < m_u, \quad \text{или} \quad m_p < m_{np}, \quad (1.1)$$

где $m_d(m_p)$ – расчетный изгибающий момент в сечении плиты при наиболее невыгодном расположении колес транспортных средств; $m_u(m_{np})$ – предельно допустимый для рассматриваемого сечения изгибающий момент, определяемый исходя из прочности материала.

Смысл этой формулы состоит в том, чтобы максимально возможное (с учетом динамики и перегрузки) внутреннее усилие в конструкции было не больше ее минимальной несущей способности. Расхождение между m_d и m_u не должно превышать 5%. В связи со сложностями работы жестких аэродромных покрытий под нагрузкой от колес воздушных судов, а также особенностями физико-механических свойств грунта и бетона при расчетах принимаются следующие допущения.

1. Внутренние усилия (изгибающий момент) и деформации (прогибы) плиты покрытия определяют по расчетной схеме плиты на упругом основании при центральном

(симметричном) расположении нагрузки от колес ВС. Несимметричное расположение нагрузки и влияние различных способов соединения плит между собой учитывается путем введения поправочных коэффициентов к изгибающим моментам для центрального расположения нагрузки.

2. Расчет ведется на статическое приложение нагрузки от колес ВС. Удерживающий характер и кратковременные нагрузки учитываются для разных участков покрытий с помощью соответствующих динамических коэффициентов, отнесенных к статическому давлению колес на стоянке. *Предельные моменты* (допустимые) в плите определяются с учетом *многократности приложения нагрузок*.

3. Расчетные характеристики грунтового основания принимают применительно к периоду наименьшей прочности покрытия (весеннее оттаивание).

4. Учет нелинейных зависимостей между нагрузкой и деформацией грунтового основания осуществляется путем определения значений коэффициента постели в том напряженном состоянии, которое создается при *действии расчетных нагрузок на покрытие данного типа*. Можно использовать численный расчет полупространства, включая покрытие, его искусственное основание и грунтовое основание на глубину, несколько превышающую активную сжимающую зону, – с учетом развития пластических деформаций в слоях грунта.

5. Температурные напряжения, нарастание прочности бетона во времени и повторного приложения нагрузок учитывают введенные в расчет соответствующие коэффициенты условий работы жесткого покрытия [17].

1.1.1. Основы теоретического расчета плит, лежащих на упругом основании

При расчетах толщины жестких покрытий аэродромов исходят из решений строительной механики для плит, лежащих на упругом основании, исходя из дифференциальных уравнений Софи Жермен с использованием гипотезы Винклера, когда функция реакции упругого основания определяется уравнением

$$P(x, y) = -c \omega(x, y), \quad (1.2)$$

т.е. решение сводится к отысканию функции прогиба $\omega(x, y)$.

При расчете жестких покрытий могут решаться задачи строительной механики типа:

– плиты малых размеров при достаточно большой толщине и сравнительно податливом основании (толстые пластинки) – $\frac{h}{l} > \frac{1}{5}$;

– гибкие или бесконечные плиты (тонкие пластинки сравнительно больших пролетов) –

$$\frac{1}{5} \geq \frac{h}{l} \geq \frac{1}{80}; \quad (1.3)$$

– плиты конечной жесткости – промежуточные, значение между первыми и вторыми.

Можно считать, что в подавляющем большинстве случаев жесткие аэродромные покрытия, благодаря наличию стыковых соединений плит, в значительной степени работают как сплошная неразрезная плита. В „значительной степени” – это не значит, что „целиком”

(полностью). В частности, плиты сборных предварительно напряженных покрытий на слабом основании в некоторых случаях могут быть отнесены к плитам конечной жесткости.

Абсолютно жесткие плиты в практике расчета покрытий аэродромов обычно не встречаются.

Как правило, в проектировании жестких покрытий чаще применяют методы расчета *бесконечных плит*. Конечной целью является определение требуемой толщины плит при заданной нагрузке. Расчетной нагрузкой служит вертикальная составляющая давления от колес главных, наиболее нагруженных опор шасси расчетного ВС.

Анализ эпюр внутренних усилий и прогибов плит на упругом основании дает возможность установить следующие особенности их работы под нагрузкой.

1. Плита под действием внешних сил и реактивного давления основания оказывается в условиях "пространственного" изгиба. В каждой точке возникают скалывающие и нормальные напряжения. Решающими являются *нормальные* напряжения, которые определяются изгибающими моментами.

2. В каждом элементе опоры (точке) нагруженной плиты действуют изгибающие погонные моменты M_x и M_y , которые действуют в двух взаимно перпендикулярных направлениях (декартовой системе координат).

3. В центре нагруженной площадки плиты – эти моменты равны и имеют наибольшие значения, за пределами нагруженной площадки плиты моменты убывают.

4. Чем больше жесткость плиты, тем равномернее эпюры прогибов и реакций отпора основания.

5. Чем больше размер плит конечной жесткости, при постоянной толщине и жесткости основания, тем больше изгибающие моменты.

6. При вычислении внутренних усилий справедлив принцип суперпозиции, эпюры от единичного состояния силы рассматриваются как линии влияния (линейная постановка задачи).

7. Знаки моментов в инженерных расчетах приняты по правилам сопротивления материалов.

8. За расчетный момент из всех возможных принимается наибольший, который соответствует самому невыгодному расположению колесной нагрузки, наиболее невыгодным считается край плиты или ее угол.

1.2. Расчет бетонной плиты на упругом основании методом предельных состояний

1.2.1. Определение расчетного изгибающего момента

Расчет жесткого двухслойного покрытия перрона на жестком основании рассматриваемой конструкции (рис. 1.1) по методу предельных состояний приводим на основании СНиП 2.05.08 – 85 (расчеты профессора Б.Г. Коренева для сплошной неразрезной плиты [17]). Решение выполнено для изотропной условной плиты при центральном нагружении четырехколесной главной опоры воздушного судна А380-800 с последующим уточнением для плит размером $7,5 \times 7,5$ м, имеющих стыковые соединения (шарнирное опирание с четырех сторон):

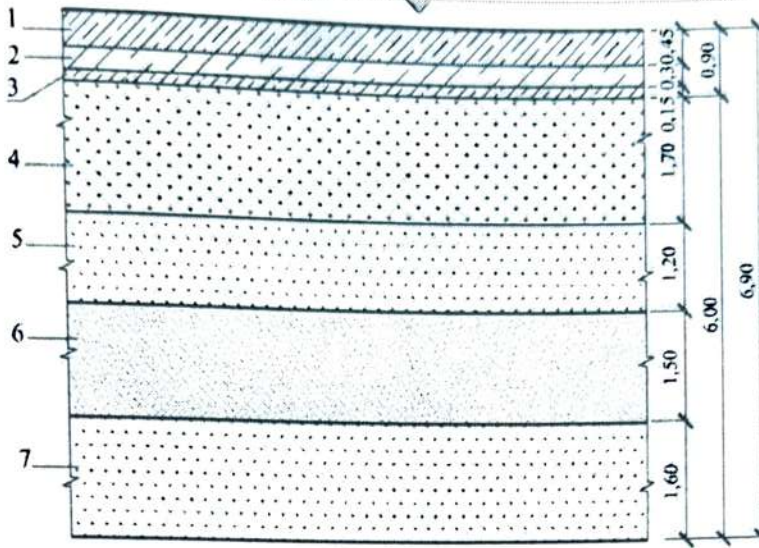


Рис. 1.1. Конструкция жесткого двухслойного покрытия на жестком искусственном основании:

1 – цементобетон марки В40 на растяжение при изгибе, B_{btb} 4,4/55, [36] $E_b = 3,6 \cdot 10^5$ кгс/см²; 2 – тощий бетон марки В15 на растяжение при изгибе, B_{btb} 2,8/35, $E_b = 2,65 \cdot 10^5$ кгс/см²; 3 – грунтоцемент марки В10 на растяжение при изгибе, B_{btb} 0,6/4, $E_b = 2,9 \cdot 10^4$ кгс/см²; 4 – супесь лессовидная, $E = 10,8$ МПа; 5 – супесь пылеватая, $E = 7,3$ МПа; 6 – песок мелкий, $E = 47,1$ МПа; 7 – супесь пылеватая, $E = 7,3$ МПа.

$$m_{c,\max} = m_1 + \sum_{i=2}^{i=4} M_{x(y)}^{i(\max)}; \quad m_d = \rho m_{c,\max}, \quad (1.4)$$

где $m_{c,\max}$ – максимальный погонный изгибающий момент в центральном сечении;

$m_{x(y)}^{i(\max)}$ – максимальные моменты от других колес основной опоры ВС; ρ – переходный коэффициент от центрального максимального изгибающего момента для бесконечно-длинной плиты (решение Б.Г. Коренева) к изгибающему моменту рассматриваемого сечения в плите конечных размеров с теми или другими краевыми условиями.

Максимальный изгибающий момент в центральном сечении определяется от воздействия колесной нагрузки:

$$M_1 = F_d f(\alpha); \quad (1.5)$$

$$F_d = \frac{F_n}{n_k} k_d \gamma_f, \quad (1.6)$$

где F_d – расчетная нагрузка на колесо; n_k – число колес основной опоры, $n_k = 4$;

F_n – нагрузка на основную опору под крыльями ВС А380-800, $F_n = 1140$ кН;

k_d , γ_f – коэффициенты динамичности и подъемной силы, $k_d = 1,15$, $\gamma_f = 1,0$;

$f(\alpha)$ – функция от приведенного радиуса колесного отпечатка (отпечатка пневматика),

$\alpha = \frac{R_e}{l}$; R_e – приведенный радиус круглого отпечатка пневматика, $R_e = \sqrt{\frac{F_d}{\pi p_a}}$;

l – упругая характеристика плиты, $l = \sqrt[4]{\frac{B}{b \cdot K_{se}}}$.

На основании методики, изложенной в [36], имеем:

$$R_e = \sqrt{\frac{F_d}{\pi p_a}}, \quad (1.7)$$

где p_a – расчетное значение избыточного давления в пневматике, $p_a = 1,5$ МПа;

$$l = \sqrt[4]{\frac{B}{b K_{se}}}; \quad (1.8)$$

где b – единичная ширина расчетного участка плиты; $b = 1$ м; K_{se} – коэффициент постели грунтового основания; B – суммарная жесткость сечений условной плиты,

$$B = B_{sup} + B_{inf} + B_f, \quad (1.9)$$

где B_{sup} – жесткость сечений плиты верхнего слоя покрытия,

$$B_{sup} = \frac{E_{b(sup)} t_{sup}^3}{12(1 - \nu_{sup}^2)} = 0,085 E_{b(sup)} t_{sup}^3; \quad (1.10)$$

B_{inf} – жесткость сечений плиты нижнего слоя покрытия,

$$B_{inf} = \frac{E_{b(inf)} t_{inf}^3}{12(1 - \nu_{inf}^2)} = 0,085 E_{b(inf)} t_{inf}^3; \quad (1.11)$$

B_f – жесткость сечений жесткого искусственного основания покрытия,

$$B_f = \frac{E_{b(f)} \cdot t_f^3}{12(1 - \nu_f^2)} = 0,085 E_{b(f)} t_f^3, \quad (1.12)$$

где $E_{b(sup)}$, $E_{b(inf)}$, $E_{b(f)}$ – модули упругости материалов:

верхнего слоя – бетон марки В40 [18], $B_{btb} 3,6/45$ [36], $E_{b(sup)} = 3,04 \cdot 10^4$ МПа;

нижнего слоя – бетон марки В15 [18], $B_{btb} 2,8/35$ [36], $E_{b(inf)} = 2,6 \cdot 10^4$ МПа;

жесткого искусственного основания – грунтоцемент (пескоцемент) марки В5 [18],

$$B_{btb} 0,6/4$$
 [36], $E_{b(f)} = 2,9 \cdot 10^3$ МПа;

t_{sup} , t_{inf} , t_f – толщины слоев жесткого покрытия:

верхнего бетонного слоя, $t_{sup} = 0,45$ м;

нижнего бетонного слоя, $t_{inf} = 0,30$ м;

жесткого искусственного основания из пескоцемента, $t_{inf} = 0,15$ м.

1.2.2. Физико-механические свойства грунтовых слоев основания покрытия перрона по данным геологии проекта покрытия перрона аэропорта Борисполь

Данные по геологии взяты из [43].

Геологический разрез по линии 9 – 9 в окрестности скважины №1.

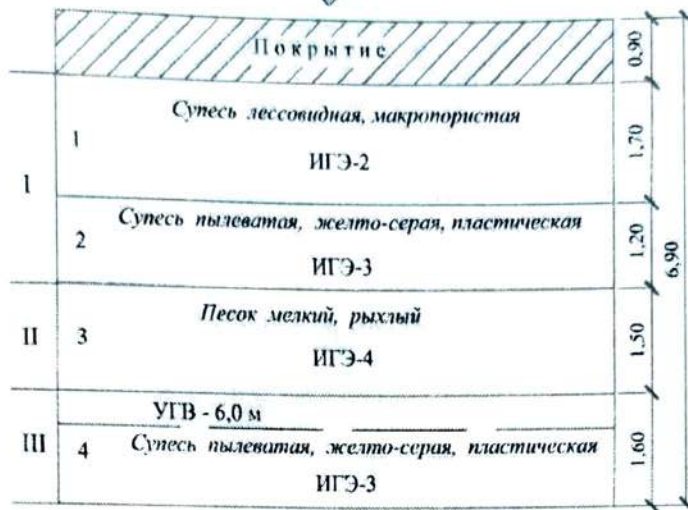


Рис. 1.2. Инженерно-геологический разрез по линии 9 – 9 скважины №1 [29]

Согласно [17, п. 4.4] определяем глубину сжимаемой толщи грунтового основания $H_c = 6,0$ м. По таблицам [48] для высшей категории нормативной нагрузки делаем проверку согласно условиям, приведенным в [43], так как нагрузка от основной опоры крупнофюзеляжного ВС значительно превышает нормативную нагрузку:

$$P = 4P_1 = 32,75 \cdot 10^3 \cdot 4 = 131,1 \cdot 10^3 \text{ кгс};$$

$$\sigma_b = \gamma \cdot h = \gamma \cdot z = 0,0017 \cdot 600 = 1,02 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_z = K \frac{P}{z^2} = 0,4775 \frac{131,1 \cdot 10^3}{36 \cdot 10^4} = 0,174 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_z > 0,1 \cdot \sigma_b = 0,102 \text{ кгс/см}^2; \quad 0,174 > 0,102;$$

$$z = 700 \text{ см}, \quad h_a = z = 700 \text{ см};$$

$$\sigma_b = \gamma \cdot h = \gamma \cdot z = 0,0017 \cdot 700 = 1,19 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_z = K \frac{P}{z^2} = 0,4775 \frac{131,1 \cdot 10^3}{49 \cdot 10^4} = 0,128 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_z \approx 0,1 \cdot \sigma_b = 0,12 \text{ кгс/см}^2 \quad 0,128 \approx 0,12.$$

Вычисление эквивалентного коэффициента постели с назначением трех расчетных группируемых слоев грунтового основания (см. рис. 1.1):

I – включает слои ИГЭ-2: $t_1 = 1,7$ м и ИГЭ-3 – $t_2 = 1,2$ м, $K_{sI} \equiv K_{s21}$,

$$t_I = t_1 + t_2 = 1,7 + 1,2 = 2,9 \text{ м};$$

II – включает слой из элемента ИГЭ-4 – $t_3 = 1,5$ м, $K_{sII} \equiv K_{s4} = 70 \text{ МН/м}^3$, $t_{II} = t_3 = 1,5$ м;

III – включает слой из элемента ИГЭ-3 – $t_4 = 1,6$ м, $K_{sIII} \equiv K_{s3} = 40 \text{ МН/м}^3$, $t_{III} \equiv t_4 = 1,6$ м.

Определяем коэффициент постели для I редуцированного слоя:

$$K_{sI} = \frac{K_{s1}t_1 + K_{s2}t_2}{t_1 + t_2} = \frac{30 \cdot 1,7 + 40 \cdot 1,2}{2,9} = 34,13 \text{ МН/м}^3.$$

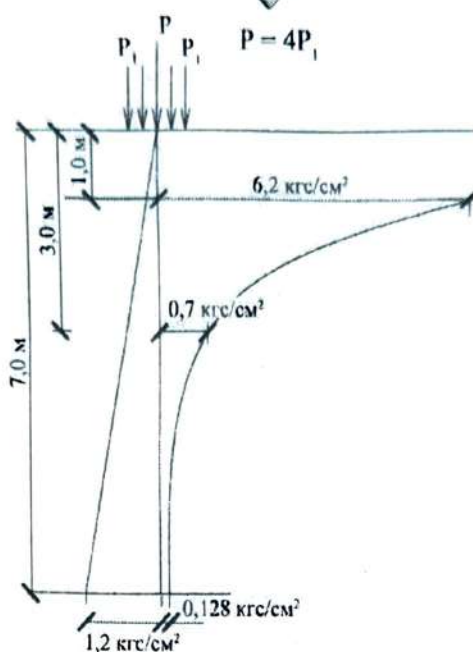


Рис. 1.3. Расчетная схема для определения глубины сжимаемой толщи грунтового основания

Характеристика основных типов инженерно-геологических элементов – ИГЭ
представлена в табл. 1.1.

Таблица 1.1.

№ п/ п	Тип ИГЭ по проекту	Описание характеристики ИГЭ	Природная влажность W ,	Плот- ность грунта ρ , г/см ³	Угол внутрен- него трения φ , град	Удельное сцепле- ние c , кгс/см ²	Общий модуль деформа- ции грунта E , МПа
1	ИГЭ-2	Супесь лессовидная, макропористая, палево-желтая, пылеватая с тонкими прослойками песка	$\frac{0,16}{0,27}$	$\frac{1,73}{1,92}$	$\frac{20,0}{19,0}$	$\frac{0,30}{0,21}$	$\frac{12,0}{7,0}$
2	ИГЭ-3	Супесь пылеватая, пластической консистенции	0,20	1,89	19	0,24	18,0
3	ИГЭ-4	Песок мелкий, малой степени водонасыще- ния, рыхлый, с прослойками песка пылеватого	0,05	1,6	28	0	18,0

Примечание: Значения коэффициентов постели для каждого из грунтовых слоев в соответствии со СНиП 2.05.08 – 85 [36]: 1. Для грунтового слоя плиты ИГЭ-2 $K_{s1}=30$ МН/м³; 2. Для грунтового слоя типа ИГЭ-3 $K_{s3}=40$ МН/м³; 3. Для грунтового слоя типа ИГЭ-4 $K_{s4}=70$ МН/м³.

Эквивалентный коэффициент постели определяем по формуле:

$$K_{se} = \frac{K_{sI} + K_{sII}\alpha_2 + K_{sIII}\alpha_3}{1 + \alpha_2 + \alpha_3}; \quad (1.13)$$

$$\alpha_2 = \frac{t_{II}[1,6D_2 - (t_I + 0,5t_{II})]}{t_I(1,6D_2 - 0,5t_I)};$$

$$\alpha_3 = \frac{0,5[1,6D_2 - (t_I + t_{II})]^2}{t_I(1,6D_2 - 0,5t_I)}, \quad (1.14)$$

где $D_2 = 3,6$ м для внекатегорийной нормативной нагрузки [17],

$$\alpha_2 = \frac{1,5[1,6 \cdot 3,6 - (2,9 + 0,5 \cdot 1,5)]}{2,9(1,6 \cdot 3,6 - 0,5 \cdot 2,9)} = 0,253; \quad \alpha_3 = \frac{0,5[1,6 \cdot 3,6 - (2,9 + 1,5)]^2}{2,9(1,6 \cdot 3,6 - 0,5 \cdot 2,9)} = 0,074;$$

$$K_{se} = \frac{34,13 + 70 \cdot 0,253 + 40 \cdot 0,074}{1 + 0,253 + 0,074} = 41,3 \text{ МН/м}^3 = 4,13 \text{ кгс/см}^3.$$

1.2.3. Расчет покрытия для рассматриваемого примера

С использованием формул (1.4) – (1.10) имеем:

$$F_d = \frac{1140,0}{4} \cdot 1,15 \cdot 1,0 = 327,75 \text{ кН};$$

$$R_e = \sqrt{\frac{327,75 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1,5 \cdot 10^6}} = 0,264 \text{ м};$$

$$B_{sup} = 0,085 \cdot 3,04 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,45^3 = 2,351 \cdot 10^8 \text{ Нм}^2/\text{м};$$

$$B_{inf} = 0,085 \cdot 2,6 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,3^3 = 0,6 \cdot 10^8 \text{ Нм}^2/\text{м};$$

$$B_f = 0,085 \cdot 2,9 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 0,15^3 = 0,832 \cdot 10^6 \text{ Нм}^2/\text{м};$$

$$B = 2,351 \cdot 10^8 + 0,6 \cdot 10^8 + 0,00832 \cdot 10^8 = 2,96 \cdot 10^8 \text{ Нм}^2/\text{м}.$$

При выполнении условия

$$\frac{B_{inf}}{B_{sup}} = \frac{0,6 \cdot 10^8}{2,351 \cdot 10^8} = 0,255 < 2 \quad (1.15)$$

допускается устройство двухслойных покрытий с совмещенными швами.

Условная плита имеет характеристики:

– толщина суммарная $t = t_{sup} + t_{inf} + t_f = 0,45 + 0,30 + 0,15 = 0,9$ м;

– цилиндрическая жесткость $B = 2,96 \cdot 10^8 \text{ Нм}^2/\text{м};$

– упругая характеристика при значении коэффициента $K_{se} = 41,3 \text{ МН}^2/\text{м};$

$$l = \sqrt[4]{\frac{2,96 \cdot 10^8}{1 \cdot 41,3 \cdot 10^6}} = 1,636 \text{ м}.$$

Параметр α равен:

$$\alpha = \frac{R_e}{l} = \frac{0,264}{1,636} = 0,1614.$$

По таблице 28.1 [17] определяем функцию $f(\alpha)$:

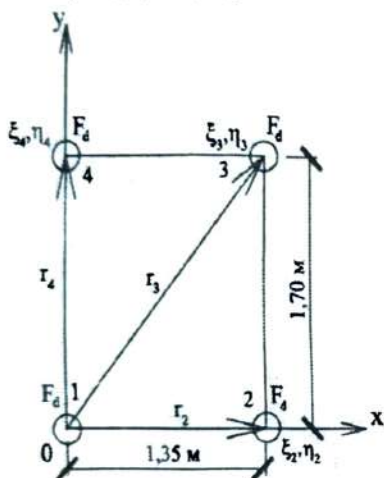
– при $\alpha = 0,1614 \rightarrow f(\alpha) = 0,2273$, тогда по формуле (3)

$$M_1 = 327,75 \cdot 0,2273 = 74,50 \text{ кНм/м.}$$

Значения моментов от колес 2 – 4 определяем по формуле

$$M_{x(y)}^i = \bar{m}_{x(y)}^i \cdot F_d. \quad (1.16)$$

Результаты определения изгибающих погонных моментов в соответствии с формулами (1.5), (1.10) с учетом схемы нагружения (рис. 1.4), сводим в табл. 1.2.



$$\xi_i = \frac{x_i}{l}; \quad \eta_i = \frac{y_i}{l}.$$

$$\xi_2 = \frac{1,35}{1,636} = 0,83; \quad \eta_2 = 0;$$

$$\xi_3 = \frac{1,35}{1,636} = 0,83; \quad \eta_3 = \frac{1,70}{1,636} = 1,04;$$

$$\xi_4 = 0; \quad \eta_4 = \frac{1,70}{1,636} = 1,04.$$

Рис. 1.4. Схема нагружения основной опоры под крылом ВС А380-800

Определяем максимальный погонный изгибающий момент в центральном сечении плиты в соответствии с формулами (1.4), (1.16):

$$m_c(x) = 74,5 + 327,75(0,01044 + 0,01579 + 0,0516) = 100,01 \text{ кНм/м};$$

$$m_c(y) = 74,5 + 327,75(0,06865 + 0,00509) = 98,67 \text{ кНм/м.}$$

Таблица 1.2

№ колеса	$\alpha = \frac{R_e}{l}$	$f(\alpha)$	$\xi = \frac{x_i}{l}$	$\eta_i = \frac{y_i}{l}$	$\bar{m}_{xi}$	$\bar{m}_{yi}$
Первое	0,1614	0,2273	–	–	–	–
Второе	–	–	0,83	0	0,01044	0,06865
Третье	–	–	0,83	1,04	0,01579	0,00509
Четвертое	–	–	0	1,04	0,0516	-0,0017

Принимаем в качестве расчетного $m_{c,\max}$ в центральном сечении плиты больший из моментов $m_c(x)$ и $m_c(y)$:

$$m_{c,\max} = 100,01 \text{ кНм/м.}$$

Определение расчетного изгибающего момента с учетом стыковых соединений и неравномерности накопления остаточных прогибов:

$$m_d = m_{c,\max} k k_N, \quad (1.17)$$

где k – коэффициент, учитывающий влияние плиты конечных размеров с устройством стыковых соединений, $k=1, 2$; k_N – коэффициент, учитывающий увеличение изгибающего момента в плите вследствие неравномерного накопления остаточных прогибов в основании, $k_N=1,1$.

В соответствии с формулой (1.17) имеем:

$$m_d = 100,01 \cdot 1,2 \cdot 1,1 = 132,01 \text{ кНм/м}; \quad (1.18)$$

при $k_N=1$ $m_d = 100,01 \cdot 1,2 \cdot 1 = 120,01 \text{ кНм/м}.$

Распределение расчетного максимального погонного изгибающего момента в центральном сечении плиты с учетом влияния внешних граничных условий при наличии стыковых соединений по периметру плиты (шарнирное типовое граничное условие по четырем сторонам) определяем для следующей конструкции двухслойной плиты: верхний слой укладывается по разделительной прослойке, допускающей его сдвиг по нижнему слою, т.е. работают фактически две плиты самостоятельно, прогиб которых одинаков. Исходя из равенства прогибов обеих плит, допускаем, что изгибающий момент условной плиты (1.18) распределяется пропорционально жесткостям двух плит [17], т.е. имеем два уравнения с двумя неизвестными $m_{d,\text{sup}}$ и $m_{d,\text{inf}}$ – погонными изгибающими моментами соответственно верхнего и нижнего слоя:

$$\begin{cases} \frac{m_{d,\text{inf}}}{m_{d,\text{sup}}} = \frac{E_{b,\text{inf}} t_{\text{inf}}^3}{E_{b,\text{sup}} t_{\text{sup}}^3}; \\ m_{d,\text{inf}} + m_{d,\text{sup}} = m_d. \end{cases} \quad (1.19)$$

С учетом принятых допущений расчет двухслойных покрытий осуществляется по методу предельных состояний в верхнем слое:

$$m_{d,\text{sup}} \leq m_{u,\text{sup}}; \quad (1.20)$$

$$m_{d,\text{inf}} \leq m_{u,\text{inf}}.$$

С учетом 2-го уравнения в (1.19) имеем:

$$m_{d,\text{sup}} = m_d - m_{u,\text{inf}}, \quad (1.21)$$

где $m_d = k' m_{c,\max}$, $k' = k \cdot k_N$ (см. формулу (1.17)) при совмещенных швах двухслойного покрытия со стыковым соединением в обоих слоях.

1.2.4. Определение предельно допустимого изгибающего погонного момента в бетонной плите на упругом основании

Предельно допустимый изгибающий погонный момент в бетонной плите определяем, исходя из расчетного сопротивления растяжению при изгибе [36] по формуле [17]:

$$m_u = \gamma_c R_{btb} \frac{bt^2}{6} k_u, \quad (1.23)$$

где γ_c – коэффициент условий работы [36], $\gamma_c = 0,9$;

$$k_u = 2 - 0,167 l_g U_d, \quad (1.24)$$

U_d – среднегодовое количество приложения колесных нагрузок ВС для аэродрома Борисполь можно определить, исходя из числа обслуживаемых пассажиров и среднего их количества для одного ВС, по формуле:

$$U_d = \frac{5 \cdot 10^6}{150} = 3,333 \cdot 10^4 \text{ раз/год.}$$

$$k_u = 2 - 0,167 l_g (3,333 \cdot 10^4) = 1,2447. \quad (1.25)$$

Используя формулу (1.23), определяем $m_{u,inf}$, при этом $b=1$ м, $R_{btb,inf} = 2,26$ МПа, $t_{inf} = 0,3$ м, $k_u = 1,244$:

$$m_{u,inf} = 0,9 \cdot 2,26 \cdot 10^3 \frac{1 \cdot 0,3^2}{6} \cdot 1,2447 = 37,98 \text{ кН/м.} \quad (1.26)$$

В соответствии с формулой (1.21) определяем расчетный погонный изгибающий момент в верхнем слое покрытия:

$$m_{d,sup} = 132,01 - 37,98 = 94,03 \text{ кНм/м.} \quad (1.27)$$

Проверяем условие (1.20) для верхнего слоя плиты, используя формулу (1.23) для верхнего слоя ($R_{btb,sup} = 3,04$ МПа):

$$m_{u,sup} = 0,9 \cdot 3,04 \cdot 10^3 \frac{1 \cdot 0,45^2}{6} \cdot 1,2447 = 114,94 \text{ кН/м.} \quad (1.28)$$

Условие (1.20) выполняется: $m_{d,sup} < m_{u,sup} \rightarrow 94,03 < 114,94$.

1.3. Расчет бетонной плиты жесткого покрытия методом предельных состояний по деформациям

Определяем прогиб плиты на упругом основании, считая плиту сплошной неразрезной конструкцией жесткого покрытия, используя решения профессора Б.Г. Коренева:

$$\omega_c = \omega_1 + \sum_{i=2}^4 \omega_i, \quad (1.29)$$

где ω_c – прогиб в точке под центром отпечатка главного колеса (1) основной опоры (см. рис. 1.3) от действия всех четырех колес; ω_1 – прогиб в точке под центром первого колеса; ω_i , $i = 2, 4$ – вклады остальных колес в прогиб в центре отпечатка первого колеса.

$$\omega_1 = \frac{p_a}{K_{se}} g(\alpha); \quad \alpha = \frac{R_e}{l} = \frac{0,264}{1,636} = 0,1614, \quad (1.30)$$

где $g(\alpha)$ – функция, определяемая по табл. 28.1 [17];

$$\omega_i = \frac{F_d}{4l^2 K_{se}} f_0(\xi_i); \quad \xi_i = \frac{r_i}{l}, \quad (1.31)$$

где $f_0(\xi_i)$ – функция, определяемая по табл. 28.1 [17] в зависимости от приведенного расстояния $\xi_i = \frac{r_i}{l}$ (см. рис. 1.4): $\xi_1 = 0$; $\xi_2 = \frac{1,35}{1,636} = 0,825$;

$$\xi_3 = \frac{\sqrt{1,35^2 + 1,7^2}}{1,636} = 1,327; \quad \xi_4 = \frac{1,7}{1,636} = 1,04.$$

Результаты вычислений сводим в табл. 1.3.

Таблица 1.3

№ колеса	$\alpha = \frac{R_c}{l}$	$g(\alpha)$	$\xi_i = \frac{r_i}{l}$	$f_0(\xi_i)$	ω_i , мм
Первое	0,1614	0,01058	–	–	0,384
Второе	–	–	0,83	0,3537	0,262
Третье	–	–	1,33	0,2443	0,180
Четвертое	–	–	1,04	0,3064	0,220
Итого					$\omega_c = 1,046$

В соответствии с формулами (1.30) и (1.31) вычисляем прогибы от воздействия отдельных колес основной опоры:

$$\omega_1 = \frac{1,5}{41,3} \cdot 0,01058 = 0,384 \text{ мм},$$

обозначим общий сомножитель в формуле (1.31)

$$v = \frac{F_d}{4l^2 \cdot K_{se}} = \frac{327,75 \cdot 10^3}{4 \cdot 1,636^2 \cdot 41,3 \cdot 10^3} = 0,000741 \text{ м}$$

и вычислим $\omega_2, \omega_3, \omega_4$:

$$\omega_2 = v \cdot f_0(\xi_2) = 0,000741 \cdot 0,3537 = 0,000262 = 0,262 \text{ мм};$$

$$\omega_3 = v \cdot f_0(\xi_3) = 0,000741 \cdot 0,2443 = 0,00018 = 0,18 \text{ мм};$$

$$\omega_4 = v \cdot f_0(\xi_4) = 0,000741 \cdot 0,3064 = 0,00022 = 0,22 \text{ мм};$$

$$\omega_c = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 = 0,384 + 0,262 + 0,18 + 0,22 = 1,046 \text{ мм}.$$

1.4. Расчет бетонной плиты с учетом величины среднего и прочного грунтового основания

Используя все исходные соотношения для приведенного в 1.1 – 1.3 инженерного расчета бетонной плиты на упругом основании, определим внутренние усилия и деформации при изменении параметра K_{se} – коэффициента постели упругого основания.

Рассмотрим поведение бетонной плиты при $K_{se} = 60,0 \text{ МН/м}^3$ и $K_{se} = 90,0 \text{ МН/м}^3$ (по классификации ICAO, соответственно основания средней и высокой прочности [35]).

При $K_{se} = 60,0 \text{ МН/м}^3$ имеем:

$$l_{60} = \sqrt[4]{\frac{B}{b \cdot K_{se}^{60}}} = \sqrt[4]{\frac{B \cdot 2,96 \cdot 10^8}{b \cdot K_{se} \cdot 41,3 \cdot 10^6}} = 1,490 \text{ м};$$

при $K_{se} = 90,0 \text{ МН/м}^3$

$$l_{90} = \sqrt[4]{\frac{2,96 \cdot 10^2}{1 \cdot 90,0 \cdot 10^6}} = 1,347 \text{ м}.$$

Соответственно определяем параметр α :

при $K_{se} = 60,0 \text{ МН/м}^3$

$$\alpha_{60} = \frac{R_e}{l_{60}} = \frac{0,264}{1,490} = 0,177;$$

при $K_{se} = 90,0 \text{ МН/м}^3$

$$\alpha_{90} = \frac{R_e}{l_{90}} = \frac{0,264}{1,347} = 0,196.$$

$$\xi_2^{60} = \frac{1,35}{1,49} = 0,91; \quad \xi_2^{90} = \frac{1,35}{1,347} = 1,00; \quad \eta_2^{60} = \eta_2^{90} = 0;$$

$$\xi_3^{60} = \xi_2^{60} = 0,91; \quad \xi_3^{90} = \xi_2^{90} = 1,00; \quad \eta_3^{60} = \frac{1,70}{1,49} = 1,14;$$

$$\xi_3^{90} = \frac{1,70}{1,347} = 1,26; \quad \xi_4^{60} = \xi_4^{90} = 0; \quad \eta_4^{60} = \frac{1,70}{1,49} = 1,14; \quad \eta_4^{90} = \frac{1,70}{1,347} = 1,26.$$

Результаты вычисления функции $f(\alpha)$ и $\bar{m}_x^i(y)$ сводим в табл. 1.4.

Таблица 1.4

№ колеса	$\frac{\alpha_{60}}{\alpha_{90}}$	$\frac{f(\alpha_{60})}{f(\alpha_{90})}$	$\frac{\xi_i^{60}}{\xi_i^{90}}$	$\frac{\eta_i^{60}}{\eta_i^{90}}$	$\frac{\bar{m}_{x_i}^{60}}{\bar{m}_{x_i}^{90}}$	$\frac{\bar{m}_{y_i}^{60}}{\bar{m}_{y_i}^{90}}$
Первое	$\frac{0,177}{0,196}$	$\frac{0,2186}{0,2091}$	—	—	—	—
Второе	—	—	$\frac{0,91}{1,00}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0,00497}{0,0011}$	$\frac{0,0613}{0,0543}$
Третье	—	—	$\frac{0,91}{1,0}$	$\frac{1,14}{1,26}$	$\frac{0,01192}{0,00710}$	$\frac{0,00016}{-0,00252}$
Четвертое	—	—	$\frac{0}{0}$	$\frac{1,14}{1,26}$	$\frac{0,04504}{0,0381}$	$\frac{-0,0074}{-0,0118}$

По результатам, приведенным в табл. 1.4, определяем погонные изгибающие моменты в центральном сечении:

$$m_c^{60}(x) = 327,75(0,2186 + 0,00497 + 0,01192 + 0,04504) = 91,94 \text{ кНм/м};$$

$$m_c^{60}(y) = 327,75(0,2091 + 0,0613 + 0,00066) = 88,84 \text{ кНм/м};$$

$$m_c^{90}(x) = 327,75(0,2091 + 0,001 + 0,0071 + 0,0381) = 83,7 \text{ кНм/м};$$

$$m_c^{90}(y) = 327,75(0,2091 + 0,0543) = 86,3 \text{ кНм/м};$$

$$m_{c,\max}^{60} = 91,94 \text{ кНм/м}; \quad m_{c,\max}^{90} = 86,3 \text{ кНм/м}.$$

Определяем прогибы плиты на упругом основании при $K_{se} = 60 \text{ МН/м}^3 - \omega_c^{60}$ и при $K_{se} = 90 \text{ МН/м}^3 - \omega_c^{90}$ по формулам (1.29), (1.30), (1.31) с использованием параметров $\alpha_{60} = 0,177$, $\alpha_{90} = 0,196$:

$$\xi_1^{60(90)} = 0; \quad \xi_2^{60} = \frac{1,35}{1,49} = 0,91; \quad \xi_3^{60} = \frac{2,17}{1,49} = 1,46;$$

$$\xi_4^{60} = \frac{1,7}{1,49_2} = 1,14; \quad \xi_2^{90} = \frac{1,35}{1,347} = 1,00;$$

$$\xi_3^{90} = \frac{2,17}{1,347} = 1,61; \quad \xi_4^{90} = \frac{1,70}{1,347} = 1,26.$$

Результаты вычислений сводим в табл. 1.5

Таблица 1.5

№ колеса	$\frac{\alpha_{60}}{\alpha_{90}}$	$\frac{g(\alpha_{60})}{g(\alpha_{90})}$	$\frac{\xi_i^{60}}{\xi_i^{90}}$	$\frac{f_0(\xi_i^{60})}{f_0(\xi_i^{90})}$	$\frac{\omega_{i,\text{мм}}^{60}}{\omega_{i,\text{мм}}^{90}}$
Первое	$\frac{0,177}{0,196}$	$\frac{0,0126}{0,0153}$	—	—	$\frac{0,315}{0,255}$
Второе	—	—	$\frac{0,91}{1,00}$	$\frac{0,3372}{0,3151}$	$\frac{0,207}{0,158}$
Третье	—	—	$\frac{1,46}{1,61}$	$\frac{0,2287}{0,1909}$	$\frac{0,141}{0,096}$
Четвертое	—	—	$\frac{1,14}{1,26}$	$\frac{0,2845}{0,2588}$	$\frac{0,174}{0,130}$
Итого					$\frac{0,84}{0,64}$

Вычисляем прогибы от воздействия отдельных колес основной опоры:

$$\omega_1^{60} = \frac{1,5}{60,0} \cdot 0,0126 = 0,000315 \text{ м} = 0,315 \text{ мм};$$

$$\omega_1^{90} = \frac{1,5}{90,0} \cdot 0,0153 = 0,000255 \text{ м} = 0,255 \text{ мм};$$

$$v_{60} = \frac{F_d}{4l_{60}^2 \cdot K_{se}^{60}} = \frac{327,75 \cdot 10^3}{4 \cdot 1,49^2 \cdot 60 \cdot 10^3} = \frac{0,615}{10^3} = 0,000615 \text{ м};$$

$$v_{90} = \frac{F_d}{4l_{90}^2 \cdot K_{se}^{90}} = \frac{327,75 \cdot 10^3}{4 \cdot 1,347^2 \cdot 90 \cdot 10^3} = \frac{0,502}{10^3} = 0,000502 \text{ м};$$

$$\omega_2^{60} = v_{60} \cdot f_0(\xi_2^{60}) = 0,000615 \cdot 0,3372 = 0,000207 \text{ м} = 0,207 \text{ мм};$$

$$\omega_2^{90} = v_{90} \cdot f_0(\xi_2^{90}) = 0,000502 \cdot 0,3151 = 0,000158 \text{ м} = 0,158 \text{ мм};$$

$$\omega_3^{60} = v_{60} \cdot f_0(\xi_3^{60}) = 0,000615 \cdot 0,2287 = 0,000141 \text{ м} = 0,141 \text{ мм};$$

$$\omega_3^{90} = v_{90} \cdot f_0(\xi_3^{90}) = 0,000502 \cdot 0,1909 = 0,000096 \text{ м} = 0,096 \text{ мм};$$

$$\omega_4^{60} = v_{60} \cdot f_0(\xi_4^{60}) = 0,000615 \cdot 0,2845 = 0,000174 \text{ м} = 0,174 \text{ мм};$$

$$\omega_4^{90} = v_{90} \cdot f_0(\xi_4^{90}) = 0,000502 \cdot 0,2588 = 0,00013 \text{ м} = 0,13 \text{ мм};$$

$$\omega_c^{60} = \omega_1^{60} + \omega_2^{60} + \omega_3^{60} + \omega_4^{60} = 0,315 + 0,207 + 0,141 + 0,174 \cong 0,84 \text{ мм};$$

$$\omega_c^{90} = \omega_1^{90} + \omega_2^{90} + \omega_3^{90} + \omega_4^{90} = 0,255 + 0,158 + 0,096 + 0,13 \cong 0,64 \text{ мм}.$$

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ЧИСЛЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АЭРОДРОМНЫХ ПОКРЫТИЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

2.1. Вариационные принципы и соотношения нелинейной теории упругости, специальные алгоритмы

Одним из самых распространенных и эффективных численных методов, используемых в инженерных расчетах, является метод конечных элементов (МКЭ). Этот метод позволяет естественным образом учитывать граничные условия, внешние статические и динамические воздействия на рассматриваемую конструкцию [1, 2, 3, 26, 28, 33]. Метод конечных элементов относится к вариационным методам и является одним из наиболее применяемых способов построения приближенных решений задач математической физики. Задачи деформирования механических систем, обладающих кинематической подвижностью или односторонним характером связей, относятся к классу нелинейных эволюционных задач, решение которых сводится к моделированию изменения свойств и структуры дискретной конечноэлементной модели в процессе нагружения [28]. В такой постановке стирается грань между задачами статики и динамики, и статическое деформирование модели является частным случаем эволюционной задачи. Оно может трактоваться как ведущий параметр воздействия, при этом сформулированная вариационная задача сводится к системам нелинейных уравнений большого порядка. Исходные вариационные уравнения движения необходимо представить в форме уравнений в приращениях [7, 48] с использованием принципа виртуальной работы в общих криволинейных координатах и соотношений нелинейной теории упругости [8].

Будем рассматривать движение непрерывного твердого тела в трех фиксируемых конфигурациях $C^{(t=0)}, C^{(t)}, C^{(t+\Delta t)}$ в трехмерном евклидовом пространстве (E^3) (рис. 2.1). При этом вводится глобальная система координат (система отсчета) $OZ^1Z^2Z^3$ и переменные Лагранжа x^i и t („вмороженная” Лагранжева система координат) [3]. Кинематическое уравнение движения сплошной среды описывается векторным уравнением

$$\vec{R} = \vec{R}(x^1, x^2, x^3, t), \quad (2.1)$$

где $\vec{R}$ – непрерывная вектор-функция, с помощью которой определяется актуальная конфигурация.

Вариационное уравнение движения в произвольный момент времени t в приращениях с учетом соотношений интегрального закона состояния [1] на основе первого выражения принципа виртуальной работы [7] имеет вид

$$\int_V \left(\bar{\sigma}' + \bar{C}_4 \cdot \bar{\gamma} \right) \cdot \delta \bar{\gamma} dv + \int_V \rho \bar{u} \cdot \delta \bar{u} dv - \int_V \bar{p} \cdot \delta \bar{u} dv - \int_S \bar{q} \cdot \delta \bar{u} ds = 0, \quad (2.2)$$

где $\bar{\sigma}'$ – второй тензор начальных напряжений Пиола – Кирхгоффа; $\bar{\gamma}$ – тензор приращений конечных деформаций Коши – Грина, обусловленный возмущением равновесной (исходной) конфигурации C' и переходом ее в конфигурацию $C^{t+\Delta t}$; $\bar{u}, \bar{\ddot{u}}$ – векторы приращений перемещений и ускорений; $\bar{p}, \bar{q}$ – обобщенные векторы объемных и поверхностных сил, действующих на тело и отнесенных к конфигурации C' ; ρ – плотность материала сплошной среды.

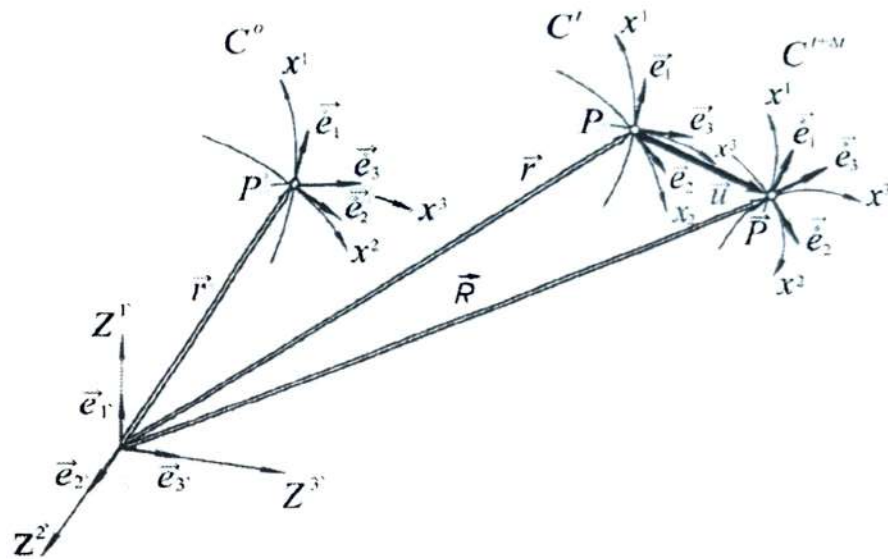


Рис. 2.1. Фиксируемые конфигурации сплошной среды при использовании общей криволинейной системы координат.

При выводе соотношений используемой в данной работе моментной схемы конечных элементов (МСКЭ) исходными являются уравнения в приращениях перемещений, деформаций и напряжений, а также тензорные ряды для этих объектов [26] (Маклорена) в окрестности конечного элемента:

$$\bar{u} = \bar{u}_{(o)} + \bar{r}_{(e)} \cdot \nabla \bar{u}|_{(o)} + \frac{1}{2} \bar{r}_{(e)} \bar{r}_{(e)} \cdot \nabla \nabla \bar{u}|_{(o)} + \frac{1}{6} \bar{r}_{(e)} \bar{r}_{(e)} \bar{r}_{(e)} \cdot \nabla \nabla \nabla \bar{u}|_{(o)} + \dots; \quad (2.3)$$

$$\bar{\gamma}_{(r)} = \bar{\gamma}_{(o)} + \nabla \bar{\gamma}|_{(o)} \cdot \bar{r}_{(e)} + \frac{1}{2} \bar{r}_{(e)} \cdot \nabla \nabla \bar{\gamma}|_{(o)} \cdot \bar{r}_{(e)} + \dots; \quad (2.4)$$

$$\bar{\sigma}_{(r)} = \bar{\sigma}_{(o)} + \nabla \bar{\sigma}|_{(o)} \cdot \bar{r}_{(e)} + \frac{1}{2} \bar{r}_{(e)} \cdot \nabla \nabla \bar{\sigma}|_{(o)} \cdot \bar{r}_{(e)} + \dots, \quad (2.5)$$

где $\bar{r}_{(e)}$ – радиус-вектор точки локальной области конечного элемента; $\bar{\sigma}_{(o)}$ – тензор напряжений изотропного роста; $\nabla \bar{\sigma}|_{(o)} \cdot \bar{r}_{(e)} + \frac{1}{2} \bar{r}_{(e)} \cdot \nabla \nabla \bar{\sigma}|_{(o)} \cdot \bar{r}_{(e)}$ – тензоры поворотов и сдвигов.

МСКЭ позволяет обеспечить удержание в линеаризованной матрице системы разрешающих уравнений суммарных ее составляющих приращенных матриц жесткости (физической, геометрической, поворотов, консервативных сил и пр.), имеющих место при учете соответствующих однородных деформаций твердого тела при нелинейном деформировании.

Вариационное уравнение (2.2) с учетом разложений (2.3) – (2.5) сводится к виду:

$$\int_v \left[\hat{N}' + \hat{M}'_{(x)} + \hat{P}'_{(x)} + \hat{C}_4^{(e,p)} \cdot \left(\begin{matrix} \ddot{\xi} \\ \dot{\xi} \end{matrix} \right) \right] \cdot \left(\delta \dot{\xi} + \delta \dot{\phi} \right) dv + \\ + \int_v \hat{\rho} \ddot{u} \cdot \delta \ddot{u} dv - \int_v \hat{p} \cdot \delta \ddot{u} dv - \int_s \hat{q} \cdot \delta \ddot{u} ds = 0, \quad (2.6)$$

где $\hat{N}' \equiv \hat{\sigma}'|_{(o)}; \quad \hat{M}'_{(x)} \equiv \nabla \hat{\sigma}'|_{(o)} \cdot d\vec{r}; \quad \hat{P}'_{(x)} \equiv \frac{1}{2} d\vec{r} \cdot \nabla \nabla \hat{\sigma}^T|_{(o)} \cdot d\vec{r}; \quad \hat{\xi} \equiv \nabla \ddot{u}|_{(o)};$
 $\hat{\phi}_{(x)} \equiv \nabla \nabla \ddot{u}|_{(o)} \cdot d\vec{r}; \quad \hat{\psi} \equiv \frac{1}{2} d\vec{r} \cdot \nabla \nabla \nabla \ddot{u}|_{(o)} \cdot d\vec{r}; \quad \delta \hat{\xi} \equiv \delta \ddot{u}|_{(o)}; \quad \delta \hat{\phi}_{(x)} \equiv \delta \nabla \nabla \ddot{u}|_{(o)} \cdot d\vec{r};$
 $\delta \hat{\psi}_{(x)} \equiv \frac{1}{2} d\vec{r} \cdot \delta \nabla \nabla \nabla \ddot{u}|_{(o)} \cdot d\vec{r}; \quad \nabla \ddot{u} \equiv \left(\hat{E} + \frac{1}{2} \nabla \ddot{u}^T \right) \cdot \nabla \ddot{u}; \quad \nabla \ddot{u} \equiv \left(\hat{E} + \nabla \ddot{u}^T \right) \cdot \nabla \ddot{u},$

$\hat{E}$ – единичный метрический тензор для искомого базиса.

Вариационное уравнение (2.6) представлено в инвариантной форме и является исходным соотношением при использовании в конечноэлементной реализации касательно моментной схемы конечных элементов [1].

Для дискретной конечноэлементной модели тонкой гибкой пластинки по условию (1.3) вариационное уравнение движения (2.6) с учетом диссипативных сил сводится к следующему дифференциальному уравнению движения конечноэлементной модели (КЭ-модели) гибкой пластинки на упругом основании:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{R(u)\} - \{Q(u)\} = \{Q_o(u)\}, \quad (2.7)$$

где $[M]$ – матрица масс КЭ-модели; $[C]$ – матрица вязкого демпфирования КЭ-модели; $\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\}$ – векторы приращений перемещений, скоростей и ускорений КЭ-модели; $\{R(u)\}, \{Q(u)\}$ – матрицы обобщенных реакций внутренних и внешних сил КЭ-модели; $\{Q_o(u)\}$ – матрица обобщенных реакций упругого основания КЭ-модели.

Дифференциальное уравнение движения (2.7), относящееся к разряду эллиптических, наиболее успешно, для рассматриваемых нелинейных задач, решается методом установления [1]. Цель метода установления заключается в отыскании решения (2.7), которое приводит КЭ-модель в результате итерационно затухающих колебаний к новому равновесному состоянию после нарушения равновесия на предыдущем шаге продолжения по параметру возмущения. В новом равновесном состоянии на $(n+1)$ -м шаге должны соблюдаться условия статического равновесия, обусловленные нелинейными уравнениями

$$\{R(u)\} - \{Q(u)\} = \{Q_o(u)\}. \quad (2.8)$$

Рассмотрим один из вариантов методов установления, известный в литературе как метод вязкой релаксации, для которого разработан специальный алгоритм на основе неявной безусловно устойчивой схемы интегрирования (2.7). В результате интегрирования получим конечноразностную схему по временному параметру t при удовлетворении условий равновесия (2.6) на отдельных временных интервалах. Равновесие рассматривается в точке временного пространства $n+1$ ($t + \Delta t$) без учета инерционных сил:

$$[C]\{u^{n+1}\} + \{R(u^{n+1})\} + \{Q_o(u^{n+1})\} - \{Q(u^{n+1})\} = 0, \quad (2.9)$$

где $[C] = c[D]$; $[D] = \text{diag}[K]$; $[K]$ – линеаризованная матрица жесткости КЭ-модели; c – коэффициент вязкого сопротивления – коэффициент пропорциональности упругого основания.

Диагональную матрицу $[D]$ можно представить в виде матрицы, коэффициенты которой равны компонентам векторов единичной нормали в варьируемых узлах дискретной модели гибкой пластинки:

$$[D_{GL}] \equiv [n_G \tilde{e}_L] = \tilde{n}_{(G)} \cdot \tilde{e}_{(L)} [E], \quad (2.10)$$

где $\tilde{e}_{(L)}$ – ортонормированный базисный вектор точечного пространства L ; $[E]$ – единичная матрица.

С учетом (2.9), (2.10) и аппроксимационных формул Ньютона [18] получим рекуррентные формулы специального алгоритма неявного интегрирования уравнений движения (2.7) на шаге $n+1$ [1]:

$$\begin{aligned} & \left[K_{(NL)}^{ij(n)} + c_{(N)}^{(n)} n_{(N)}^{(i)} n_{(M)}^{(j)} \delta^{ij'} \delta_{(NL)} \right] \Delta \{u_{i+1}^{j'(n+1)}\} = \\ & = \{Q_{(N)}(u_i^{j'(n+1)})\} - \{R_{(N)}(u_i^{j'(n+1)})\} - Q_{(N)o}^{j'}; \\ & \{u_{i+1}^{j'(n+1)}\} = \{u_i^{j'(n+1)}\} + \Delta \{u_{i+1}^{j'(n+1)}\}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $n_{(N)}^{j'}$ – компоненты вектора единичной нормали в узлах гибкой пластинки; $c_{(N)}^{(n)}$ – приведенная функция коэффициента пропорциональности реакции упругого основания (1.2) в узле N ; $Q_{(o)}^{j'}(N)$ – компоненты векторов узловых реакций упругого основания; n – номер шага продолжения по параметру возмущения, например t ; i – номер итерации Ньютона – Канторовича в пределах n -го шага продолжения; $K_{(NL)}^{ij(n)}$ – матрица жесткости КЭ-модели, обусловленная физико-механическими свойствами материала пластинки; $c_{(N)}^{(n)} n_{(M)}^{(i)} n_{(M)}^{(j)} \delta^{ij'} \delta_{(NL)}$ – приращения диагональных коэффициентов матрицы жесткости КЭ-модели, обусловленные взаимодействием с линейно-упругим основанием.

2.2. Основные соотношения моментной схемы конечных элементов

Рассматривая равновесие гибких пластинок на упругом основании в деформированном состоянии, т.е. относительно криволинейной срединной поверхности, будем иметь дело фактически с оболочками, форма срединной поверхности которых представляет косую плоскость (гиперболический параболоид). В связи с этим для конечноэлементной дискретизации используем универсальный оболочечный конечный элемент, соотношения которого приведены в [1, 2, 33, 48]. Кратко охарактеризуем основные соотношения для этого конечного элемента и принципиальную сущность МСКЭ. Конечный элемент относится к типу изопараметрических, имеет форму шестигранной произвольной призмы, каждая из граней которой описывается поверхностью гиперболического параболоида (косая плоскость) (рис. 2.2). Исходная аппроксимация координат и перемещений внутри и на границе конечноэлементного пространства $\eta(e)$ соответствует полилинейному восполнению:

$$\tilde{u}_i = \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 \sum_{r=0}^1 \omega_i^{(pqr)} x_1^p x_2^q x_3^r = \omega_i^{000} + \omega_i^{100} x_1 + \omega_i^{010} x_2 + \omega_i^{001} x_3 + \omega_i^{110} x_1 x_2 + \omega_i^{101} x_1 x_3 + \omega_i^{011} x_2 x_3 + \omega_i^{111} x_1 x_2 x_3, \quad (2.12)$$

где

$$\omega_i^{(poo)} \equiv \frac{\partial u_i}{\partial x^1}; \quad \omega_i^{(oqo)} \equiv \frac{\partial u_i}{\partial x^2}; \quad \omega_i^{(oor)} \equiv \frac{\partial u_i}{\partial x^3};$$

$$\omega_i^{(ogr)} \equiv \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2 \partial x^3}; \quad \omega_i^{(pqr)} \equiv \frac{\partial^3 u_i}{\partial x^1 \partial x^2 \partial x^3}; \quad p, q, r = 1; \quad x_i \equiv z^i.$$

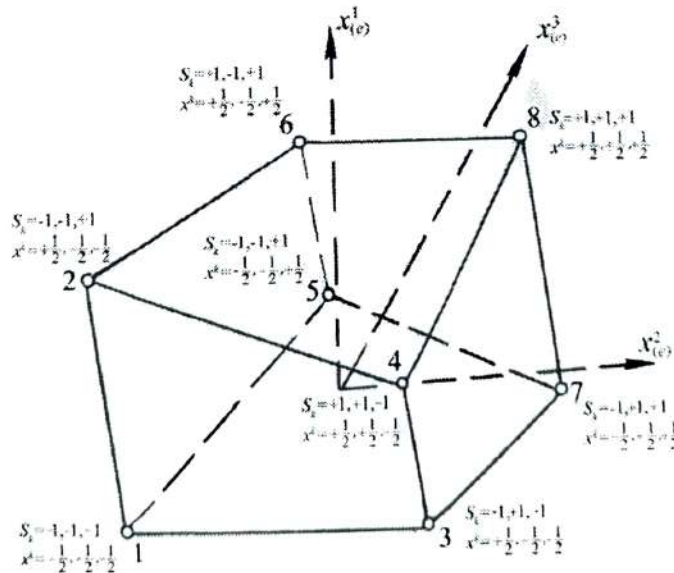


Рис. 2.2. Шестигранный изопараметрический конечный элемент, определенный в естественных координатах x^1, x^2, x^3

Полилинейный полином (2.12) по форме совпадает с представлением вектора $\vec{u}$ в виде тензорного ряда Маклорена (2.3) и является конформным для шестигранного

прямолинейного конечного элемента. Для устранения негативных явлений, которые обуславливаются наличием коэффициентов разложения жестких поворотов в тензорных рядах деформаций, существенно превышающих соответствующие коэффициенты разложения однородных деформаций, необходимо рассматривать соответствующий полный кубический полином аппроксимаций перемещений:

$$u_i = \tilde{u}_i + \Delta u_i, \quad (2.13)$$

где Δu_i – полином, дополняющий выражение (2.12) до двадцати слагаемых, т.е. двадцати независимых коэффициентов $\omega_i^{(pqr)}$ и $V_i^{(sm)}$ ($p, q, r = 0, 1; s, t, n = 0, 1, 2, 3$). Коэффициенты $\omega_i^{(pqr)}$ – являются базовыми (см. (2.12)), а коэффициенты $V_i^{(sm)}$ – дополнительными. В [48] из условия минимума суммы квадратов моментов деформаций в тензорном ряду (2.4) дополнительные коэффициенты $V_i^{(sm)}$ сведены или к нулевым, или к выраженным через базовые $\omega_i^{(pqr)}$, т.е. полный полином аппроксимации перемещений (2.13) для прямолинейного трехмерного КЭ содержит только 24 независимых коэффициента вместо изначальных 60-ти с получением некоторых коррекций для сдвиговых компонент тензора деформаций (см. вывод в [48]). Окончательно формулы аппроксимаций изопараметрического оболочечного пространственного КЭ с помощью лагранжевых условных координат $s_i = \mp 1$ в пространстве $\eta_{(e)}$ можно представить в виде:

$$Z^{i'}(x_{(e)}^i) = \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} \prod_{k=1}^3 \left(S_{(k)} x_{(e)}^{(k)} + \frac{1}{2} \right) Z_{s_1 s_2 s_3}^{i'}; \quad (2.14)$$

$$u^{i'}(x_{(e)}^i) = \sum_{s_1=\pm 1} \sum_{s_2=\pm 1} \sum_{s_3=\pm 1} \prod_{k=1}^3 \left(S_{(k)} x_{(e)}^{(k)} + \frac{1}{2} \right) u_{s_1 s_2 s_3}^{i'}, \quad (2.15)$$

где $S_k = \begin{cases} +1 & \text{при } x_{(e)}^k > 0 \\ -1 & \text{при } x_{(e)}^k < 0 \end{cases}$ – условные лагранжевы координаты; $x_{(e)}^k = \pm \frac{1}{2}$ – местные

нормализованные координаты КЭ; $Z_{s_1 s_2 s_3}^{i'} \equiv Z_n^{i'}$ – узловые перемещения КЭ в глобальном базисе, $n=1, 8$.

В выражениях (2.14), (2.15) функции формы пространственного оболочечного конечного элемента представлены через интерполяционные функции Лагранжа первого порядка [2]:

$$\begin{aligned} \psi_{s_1 s_2 s_3}^{(e)}(x_{(e)}^i) &= L_{s_1 s_2 s_3}(x_{(e)}^1) \cdot L_{s_1 s_2 s_3}(x_{(e)}^2) \cdot L_{s_1 s_2 s_3}(x_{(e)}^3) = \\ &= \left(s_1 x_{(e)}^1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(s_2 x_{(e)}^2 + \frac{1}{2} \right) \cdot \left(s_3 x_{(e)}^3 + \frac{1}{2} \right), \end{aligned} \quad (2.16)$$

где $\psi_{s_1 s_2 s_3}^{(e)} \equiv \psi_{n(n=1,8)}^{(e)}$ – функции формы конечного элемента [16].

2.3. Нелинейная матрица реакций и линейризованная матрица жесткости пространственного оболочечного конечного элемента

Рассмотрим вариацию энергии деформации оболочечного конечного элемента области $r_{(e)}$ относительно произвольной деформированной конфигурации $C_{(e)}^t$, обусловленной приращением деформации Коши – Грина γ_{ij} и произвольно близкой конфигурации $C_{(e)}^{t+\Delta t}$ (см. рис. 2.1) с учетом формулы (2.6):

$$\delta U(r_{(e)}) = \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{x^1=+\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{x^2=+\frac{1}{2}} \int_{x^3=-\frac{1}{2}}^{x^3=+\frac{1}{2}} \left(\dot{N}_{(o)}^{ij} + \dot{M}_{k(o)}^{ij} x^k \omega_{(ij)}^{(kk)} + \dot{M}_{ks(o)}^{ij} \delta_{\cdot j}^i x^k x^s \omega_{(s \text{ ii } jj)}^{(k \text{ ks } ks)} \right) \times \\ \times \left(\delta \xi_{ij(o)}^{\cdot} + \delta \phi_{ij,k(o)} x^k \omega_{(ij)}^{(kk)} + \delta \psi_{ij,ks(o)} x^k x^s \delta_{\cdot j}^i \omega_{(s \text{ ii } jj)}^{(k \text{ ks } ks)} \right) \sqrt{G} dx^1 dx^2 dx^3, \quad (2.17)$$

$$\text{где } \dot{N}^{ij} = N'^{ij} + N^{ij}; \quad \dot{M}_k^{ij} = M'_k{}^{ij} + M_k^{ij}; \quad \dot{M}_{ks}^{ij} = M'_{ks}{}^{ij} + M_{ks}^{ij}. \quad (2.18)$$

После интегрирования (2.17) с учетом формул (2.14), (2.15) окончательно получим:

$$\delta U(r_{(e)}) = \sqrt{G} \left(\dot{N}^{ij} \delta \xi_{ij}^{\cdot} + \frac{1}{12} \dot{M}_k^{ij} \delta \phi_{ij,k} \omega_{(ij)}^{(kk)} + \frac{1}{144} \dot{M}_{ks}^{ij} \delta_{\cdot j}^i \delta \psi_{ij,ks} \omega_{(s \text{ ii } jj)}^{(k \text{ ks } ks)} \right), \quad (2.19)$$

$$\text{где } \omega_{(ij \dots)}^{(ks \dots)} = \omega_i^k \cdot \omega_j^s \dots; \quad \omega_i^k = \begin{cases} 1 & \text{при } i \neq k \\ 0 & \text{при } i = k \end{cases} - \text{символы Вэблена.}$$

Выражения (2.17) и (2.19) отличаются от аналогичных, представленных в [48], тем, что в них отброшены члены более высокого порядка малости в связи с тем, что величины кривизны в конструкциях гибких плит покрытий весьма ограничены. Подставив в (2.19) выражения вариаций (2.7) с учетом (2.14), (2.15), получим (см. [2] и [48]):

$$\delta U(r_{(e)}) = \sum_{P_1=\pm 1} \sum_{P_2=\pm 1} \sum_{P_3=\pm 1} R'_{P_1 P_2 P_3} \delta u_{P'} \quad (2.20)$$

где

$$R'_{P_1 P_2 P_3} = \sqrt{G} \left[\frac{1}{4} \dot{N}^{ij} \dot{C}_{\cdot j}^{i'} \Big|_{(o)} P_i + \frac{1}{24} \dot{M}_k^{ij} \left(\dot{C}_{\cdot j}^{i'} \Big|_{(o)} P_i P_k \omega_{(i)}^{(k)} + \frac{1}{2} \dot{C}_{\cdot j,k}^{i'} P_i \omega_{(j)}^{(k)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{144} \dot{M}_{ks}^{ij} \delta_{\cdot j}^i \omega_{(s)}^{(k)} \left(\dot{C}_{\cdot j}^{i'} \Big|_{(o)} P_i P_k P_s \omega_{(ij)}^{(ks)} + \frac{1}{2} \dot{C}_{\cdot j,k}^{i'} P_i P_s \omega_{(ij)}^{(ks)} + \frac{1}{2} \dot{C}_{\cdot j,s}^{i'} P_i P_k \omega_{(ij)}^{(ks)} + \frac{1}{4} \dot{C}_{\cdot j,ks}^{i'} P_i \omega_{(jj \text{ ii})}^{(ks \text{ ks})} \right) \right]. \quad (2.21)$$

Для вывода линейризованной матрицы жесткости КЭ в виде объемного шестигранника (см. рис. 2.1) представим компоненты разложений полного тензора напряжений в виде (2.18) с использованием линейризованного тензора упругих констант

C^{ijke} в центре КЭ, т.е. постоянной функции в пределах $\eta_{(e)}$, учтем равновесие начальных внутренних и внешних сил в конфигурации C^t и получим:

$$\sum_{e=1}^E \left[\int_{\eta_{(e)}} \sigma^{ij} G^{kl} \nabla_j u_e \delta \nabla_i u_k dv_{(e)} + \int_{\eta_{(e)}} C^{ijkl} \nabla_i u_e \delta \nabla_j u_l dv_{(e)} - \int_{\eta_{(e)}} p^{i'} \delta u_{i'} dv_{(e)} - \int_{s_{(e)}} q^{i'} \delta u_{i'} ds_{(e)} \right] = 0, \quad (2.22)$$

где E – число конечных элементов дискретной модели сплошной среды.

При получении вариационного уравнения (2.22) выполнена процедура линеаризации уравнений в малой окрестности точки $u_{i'} = 0$, и значения локальных тензор-функций градиентов вектора перемещений тензорных рядов (2.4) в начальном и деформированном базисах совпадают.

Тензоры преобразования глобальной системы координат в лагранжеву в исходном и деформированном базисах также совпадают:

$$\ddot{C}_{\cdot j}^{k'} = \dot{C}_{\cdot j}^{k'} = C_{\cdot j}^{k'} \Big|_{(u_{k'}=0)} \quad (2.23)$$

в окрестности точки $u_{i'} = 0$ и окончательно, благодаря вариации нелинейного члена тензора деформации Коши – Грина, получена геометрическая матрица приращений жесткости, т.е. уравнение (2.22) можно записать в виде:

$$\sum_{e=1}^E \left[\left(C^{ijkl} + \sigma^{ij} G^{kl} \delta_j^k \delta_k^j \right) \nabla_j u_e \delta \nabla_i u_j dv_{(e)} - \int_{\eta_{(e)}} p^{i'} \delta u_{i'} dv_{(e)} - \int_{s_{(e)}} q^{i'} \delta u_{i'} ds_{(e)} \right] = 0. \quad (2.24)$$

Выражение (2.24) свидетельствует, что коэффициент геометрической матрицы жесткости формируется только в диагональных членах линеаризованной матрицы жесткости КЭ, окончательно его можно записать в виде:

$$\sum_{e=1}^E \left[\sum_{s_1 s_2 s_3} \sum_{p_1 p_2 p_3} K_{s_1 s_2 s_3}^{e' t'} u_{s_1 s_2 s_3}^{e'} \delta u_{p_1 p_2 p_3}^{t'} - \left(\sum_{p_1 p_2 p_3} P_{p_1 p_2 p_3}^{t'} + \sum_{p_1 p_2 p_3} Q_{p_1 p_2 p_3}^{t'} \right) \delta u_{p_1 p_2 p_3}^{t'} \right], \quad (2.25)$$

где $K_{s_1 s_2 s_3}^{e' t'}$ – коэффициенты линеаризованной матрицы жесткости КЭ, обусловленные

полями преднапряжений и линейных составляющих поля приращений напряжений.

Выражение для коэффициентов линеаризованной матрицы жесткости оболочечного конечного элемента имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} K_{s_1 s_2 s_3}^{e' t'} = & \frac{1}{16} \sqrt{G} \left\{ C_{\cdot l}^{e'} \Big|_{(o)} C_{\cdot j}^{t'} \Big|_{(o)} s_k p_i + \frac{1}{3} \left(C_{\cdot l}^{e'} \Big|_{(o)} s_k s_s \omega_{(k)}^{(s)} + \frac{1}{2} C_{\cdot l, s}^{e'} s_k \omega_{(l)}^{(s)} \right) \times \right. \\ & \times \left(C_{\cdot j}^{t'} \Big|_{(o)} p_i p_s \omega_{(i)}^{(s)} + C_{\cdot j, s}^{t'} p_i \omega_{(j)}^{(s)} \right) + \frac{1}{9} \left(C_{\cdot l}^{e'} \Big|_{(o)} s_k s_s s_t \omega_{(kk)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{\cdot l, s}^{e'} s_k s_t \omega_{(ll)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{\cdot l, t}^{e'} s_k s_s \omega_{(ll)}^{(st)} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{4} C_{\cdot l, st}^{e'} s_k \omega_{(llkk)}^{(st)} \right) \left(C_{\cdot j}^{t'} \Big|_{(o)} p_k p_s p_t \omega_{(ii)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{\cdot j, s}^{t'} p_i p_t \omega_{(ij)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{\cdot j, t}^{t'} p_i p_s \omega_{(ij)}^{(st)} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4} C_{j,st}^{t'} p_i \omega_{(ij\ ii)}^{(st\ st)} \omega_{(i)}^{(s)} \Big] + N^{ij} G^{kl} \Big[C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} C_k^{t'} \Big|_{(o)} s_j p_i + \frac{1}{3} \Big(C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j s_s \omega_{(j)}^{(s)} + \frac{1}{2} C_{l,s}^{e'} s_j \omega_{(l)}^{(s)} \Big) \times \\
& \times \Big(C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i s_s \omega_{(i)}^{(s)} + \frac{1}{2} C_{k,s}^{t'} p_i \omega_{(k)}^{(s)} \Big) + \frac{1}{9} \Big(C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j s_s s_t \omega_{(ij)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{l,s}^{e'} s_j s_t \omega_{(ll)}^{(st)} + \\
& + \frac{1}{2} C_{l,s}^{e'} s_j s_s \omega_{(jl)}^{(st)} + \frac{1}{4} C_{l,st}^{e'} s_j \omega_{(ll\ jj)}^{(st\ st)} \Big) \Big(C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i p_s p_t \omega_{(ii)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{k,s}^{t'} p_i p_t \omega_{(kk)}^{(st)} + \\
& + \frac{1}{2} C_{k,t}^{t'} p_i p_s \omega_{(kk)}^{(st)} + \frac{1}{4} C_{k,st}^{t'} p_i \omega_{(kk\ ii)}^{(st\ st)} \Big) \delta_e^i \delta_k^i \omega_{(i)}^{(s)} \Big] + M_r^{ij} G^{kl} \times \\
& \times \Big[\frac{1}{6} \Big(C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j s_r \omega_{(j)}^{(r)} + \frac{1}{2} C_{l,r}^{e'} s_j \omega_{(l)}^{(r)} \Big) C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i \omega_{(ik)}^{(r)} + \frac{1}{6} \delta_s^r C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j \cdot \Big(C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i p_s \omega_{(i)}^{(s)} + \\
& + \frac{1}{2} C_{k,s}^{t'} p_i \omega_{(k)}^{(s)} \Big) + \frac{1}{18} \delta_s^r \Big(C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j s_t \omega_{(j)}^{(t)} + \frac{1}{2} C_{l,t}^{e'} s_i \omega_{(l)}^{(t)} \Big) \Big(C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i p_s p_t \omega_{(ii)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{k,s}^{t'} p_i p_t \omega_{(kk)}^{(st)} + \\
& + \frac{1}{2} C_{k,t}^{t'} p_i p_s \omega_{(ik)}^{(st)} + \frac{1}{4} C_{k,st}^{t'} p_i \omega_{(kk\ ii)}^{(st\ st)} \Big) \cdot \delta_k^i \omega_{(i)}^{(s)} + \frac{1}{18} \delta_t^r \Big(C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j s_s \omega_{(j)}^{(s)} + \frac{1}{2} C_{l,s}^{e'} s_j \omega_{(l)}^{(s)} \Big) + \\
& + \Big(C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i p_s p_t \omega_{(ii)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{k,s}^{t'} p_i p_t \omega_{(kk)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{k,t}^{t'} p_i p_s \omega_{(ik)}^{(st)} + \frac{1}{4} C_{k,st}^{t'} p_i \omega_{(kk\ ii)}^{(st\ st)} \Big) \cdot \delta_k^i \omega_{(i)}^{(s)} \Big] + \\
& + M_{mn}^{ij} G^{kl} \Big[\frac{1}{36} \Big(C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j s_m s_n \omega_{(jj)}^{(mn)} + \frac{1}{2} C_{l,m}^{e'} s_j s_n \omega_{(ll)}^{(mn)} + \frac{1}{2} C_{l,n}^{e'} s_j s_m \omega_{(jl)}^{(mn)} + \frac{1}{4} C_{l,mn}^{e'} s_j \omega_{(ll\ jj)}^{(mn\ mn)} \Big) \times \\
& \times \delta_i^j \delta_j^i \omega_{(n)}^{(m)} C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i \omega_{(ii\ jj)}^{(mn\ mn)} + \frac{1}{36} \delta_s^m \delta_t^n C_{l}^{e'} \Big|_{(o)} s_j \delta_i^j \delta_k^i \cdot \Big(C_k^{t'} \Big|_{(o)} p_i p_s p_t \omega_{(ii)}^{(st)} + \frac{1}{2} C_{k,s}^{t'} p_i p_t \omega_{(kk)}^{(st)} + \\
& + \frac{1}{2} C_{k,t}^{t'} p_i p_s \omega_{(ik)}^{(st)} + \frac{1}{4} C_{k,st}^{t'} p_i \omega_{(ii\ kk)}^{(st\ st)} \Big) \omega_{(i)}^{(s)} \Big].
\end{aligned} \tag{2.26}$$

2.4. Гипотезы и допущения для тонких гибких оболочек, замена переменных ограничивающих поверхностей на переменные срединной поверхности оболочек

Анализ накопления ошибок в вычислительном процессе показывает, что целесообразнее в качестве разрешающих функций принимать не перемещения точек ограничивающих поверхностей оболочки (пространственный КЭ, рис. 2.1), а обобщенные перемещения узловых точек на срединной поверхности оболочки – собственно перемещения узлов на срединной поверхности – u^l и углы поворота ребер КЭ v^l , направленных вдоль x^1 . В этом случае подпространство $\eta_{(e)}$, занимаемое восьмиузловым КЭ с 24 степенями свободы отображается на срединную поверхность $\eta_{(e)}$ с четырехузловым подпространством $\tilde{\eta}_{(e)}$ с тем же числом степеней свободы. Перемещения по толщине оболочки подчиняются линейному закону:

$$u(x^1) = a_0 + a_1 x^1, \tag{2.27}$$

где $a_0 = \frac{u_v + u_n}{2}$; $a_1 = u_v - u_n$;

u_v, u_n — перемещения узлов соответственно верхней и нижней ограничивающих поверхностей, или: $a_0 \equiv v$; $a_1 \equiv v$.

С учетом формул (2.1), (2.15)

$$Z_{s_1 s_2 s_3}^{i'} = Z_{s_2 s_3}^{i'} + \frac{s_1}{2} h_{s_2 s_3}^{i'}; \quad (2.28)$$

$$u_{s_1 s_2 s_3}^{i'} = v_{s_2 s_3}^{i'} + \frac{s_1}{2} v_{s_2 s_3}^{i'}, \quad (2.29)$$

где $Z_{s_2 s_3}^{i'}$ — узловые координаты КЭ на срединной поверхности оболочки в глобальной системе координат; $h_{s_2 s_3}^{i'}$ — узловые проекции толщин КЭ в глобальной системе координат.

С математической точки зрения [2] аппроксимации (2.14), (2.15) и (2.28), (2.29) идентичны, поэтому при выводе основных соотношений МКЭ все полученные выражения для пространственного шестиугольного оболочечного КЭ используются только с учетом замены (2.28), (2.29).

В классической теории оболочек используется гипотеза Кирхгоффа — Лява [24] с учетом линейной аппроксимации перемещений по толщине и равенства нулю напряжений обжатия между слоями оболочки ($\sigma^{11} = 0$). В рассматриваемой методике, чтобы сохранить согласованность пространственного (трехмерного) оболочечного конечного элемента и его отображение на срединную поверхность, используется более слабая гипотеза (гипотеза „прямых”):

$$\frac{\partial \sigma^{11}}{\partial x^1} = 0. \quad (2.30)$$

С учетом представленной функции напряжений (2.5), (2.18) и интегрального закона состояния [20, 21] гипотезу (2.30) можно записать в следующем виде:

$$\left. \frac{\partial \sigma^{11}}{\partial x^1} \right|_{(0)} \equiv M_1^{11} \equiv 0; \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma^{11}}{\partial x^1 \partial x^2} \right|_{(0)} \equiv M_{1\alpha}^{11} = 0, \quad \alpha = 2, 3. \quad (2.31)$$

С учетом формул связи разложений функций напряжений и деформаций и гипотезы (2.30) получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} M_1^{11} &= C^{11\alpha\beta} \varphi_{\alpha\beta}^1 + C^{1111} \varphi_{11}^1 = 0; \\ M_{1\beta}^{11} &= C^{11(\alpha\alpha)} \psi_{(\alpha\alpha)}^{1\beta} + C^{1111} \psi_{11}^{1\beta} = 0; \quad \alpha, \beta = 2, 3, \end{aligned} \quad (2.32)$$

что приводит к некоторой корректировке компонент линеаризованного тензора упругих констант в разрешающих уравнениях пространственного оболочечного КЭ:

$$B^{\alpha\beta\gamma\eta} = C^{\alpha\beta\gamma\eta} - \frac{C^{\alpha\beta\eta\eta} C^{\eta\eta\gamma\eta}}{C^{\eta\eta\eta\eta}}, \quad \alpha, \beta = 2, 3. \quad (2.33)$$

С учетом (2.28), (2.29) и (2.33) выражения (2.20) и (2.25) приобретают вид:

$$\begin{aligned} \delta U(r_{(e)}) = & \sum_{p_2=\pm 1} \sum_{p_3=\pm 1} \left(\frac{R'_{p_1=-1 p_2 p_3}}{p_2 p_3} \delta v'_{p_2 p_3} + \frac{R'_{p_1=-1 p_2 p_3}}{p_2 p_3} \delta v'_{p_2 p_3} \right); \\ & \sum_{e=1}^E \left[\sum_{s_2 s_3} \sum_{p_2 p_3} \left(\frac{K^{e' t'}_{s_1=-1 s_2 s_3}}{p_1=-p_2 p_3} v^{e'}_{s_2 s_3} + \frac{K^{e' t'}_{s_1=+1 s_2 s_3}}{p_1=-p_2 p_3} v^{e'}_{s_2 s_3} \right) \delta v'_{p_2 p_3} + \sum_{s_2 s_3} \sum_{p_2 p_3} \left(\frac{K^{e' t'}_{s_1=-1 s_2 s_3}}{p_1=+1 p_2 p_3} v^{e'}_{s_2 s_3} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{K^{e' t'}_{s_1=+1 s_2 s_3}}{p_1=+1 p_2 p_3} v^{e'}_{s_2 s_3} \right) \delta v'_{p_2 p_3} - \sum_{p_2 p_3} \left(P'_{p_1=-1 p_2 p_3} \delta v'_{p_2 p_3} + P'_{p_1=+1 p_2 p_3} \delta v'_{p_2 p_3} \right) - \right. \\ & \left. - \sum_{p_2 p_3} \left(Q'_{p_1=-1 p_2 p_3} \delta v'_{p_2 p_3} + Q'_{p_1=+1 p_2 p_3} \delta v'_{p_2 p_3} \right) \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.34)$$

где коэффициенты нелинейной матрицы реакций $R'_{p_1 p_2 p_3}$ и линеаризованной матрицы жесткости $K^{e' t'}_{s_1 s_2 s_3}$ для пространственного оболочечного КЭ, которые приведены в соответствии с формулами (2.21) и (2.26), откорректированы с учетом формул замены переменных (2.28), (2.29) и гипотезы „прямых” (2.30) – (2.33) в соответствии с переменными на срединной поверхности оболочечного КЭ $v'_{p_2 p_3}$ и, $v'_{p_2 p_3}$ однако с математической точки зрения эта коррекция полностью сохраняет свойства универсального пространственного оболочечного конечного элемента. Это позволяет строить с помощью этого КЭ дискретные модели для оболочек тонких, средних и толстых, а с учетом введения эксцентриситетов моделировать тонкие оболочки с ребрами, вырезами и вставками, соблюдая, естественно, при этом условия совместности деформаций разномерных элементов комбинированных оболочечных систем и только потому, что эти элементы фактически моделируются одним и тем же типом конечного элемента моментной схемы конечных элементов [1, 2, 33, 48], т.е. универсальным оболочечным конечным элементом.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ МОМЕНТНОЙ СХЕМЫ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГИБКИХ ПЛАСТИНОК (ПЛИТ) НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

3.1. Математические модели аналитических решений тестовых задач

Для установления степени достоверности результатов численных исследований напряженно-деформированного состояния гибких плит (пластинок) на основе предлагаемой методологии решены ряд тестовых задач по изгибу плит на упругом основании. Аналогичные задачи имеют аналитические или приближенные решения, полученные другими авторами [9, 18, 20, 24]. В этой главе приведены результаты и сравнительный анализ нескольких примеров расчета плит на упругом основании с различными схемами нагружения и граничными условиями.

Математические модели рассматриваемых тестовых задач построены на основе технической теории изгиба тонких плит постоянной толщины на упругом основании с использованием трех моделей:

- 1) прямой пропорциональности на основе гипотезы Винклера;
- 2) модели основания с двумя упругими характеристиками;
- 3) модели упругого однородного изотропного полупространства.

В схемах нагружения рассматриваемых тестовых примеров имеют место равномерно распределенные нагрузки по некоторым ограниченным областям: кругу, прямоугольнику или их комбинации – угловым, замкнутым полосовым и прочим. Однако эти нагрузки сводятся к точечным воздействиям, поэтому задача сводится к решению однородного дифференциального уравнения в декартовой системе координат вида

$$D \nabla^2 (\nabla^2 \omega(x, y)) + p(x, y) = 0, \quad (3.1)$$

где $\nabla^2 \omega(x, y) = \nabla \cdot \nabla \omega(x, y)$ – лапласиан (оператор Лапласа);

$\nabla \omega(x, y)$ – набла-оператор Гамильтона [22]; $\omega(x, y)$ – функция прогиба точки пластинки,

лежащей на срединной поверхности; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость пластинки

[19]; h – толщина пластинки; E – модуль упругости Юнга материала пластинки;

ν – коэффициент Пуассона; $p(x, y)$ – реактивное давление упругого основания.

Рассмотрим упомянутые три модели упругого основания:

- 1) для модели Винклера

$$p(x, y) = k_0 \omega(x, y), \quad (3.2)$$

где k_0 – коэффициент постели основания, имеющий размерность Н/м³, кгс/см³;

- 2) для модели основания с двумя упругими характеристиками

$$p(x, y) = k_1 \omega(x, y) - k_2 \nabla^2 \omega(x, y), \quad (3.3)$$

где k_1, k_2 – первая и вторая упругие характеристики основания; k_1 имеет ту же размерность, что и k_0 , а размерность k_2 – Н/м, кгс/см;

3) для модели упругого полупространства прогиб в точке поверхности полупространства, вызванный действием единичной вертикальной силы (или элементарной силы), выражается формулой

$$\omega(x, y) = \frac{1}{\frac{E_o}{1-\nu^2} \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}}, \quad (3.4)$$

где ξ, η – координаты элементарного реактивного давления $p(\xi, \eta)$.

Связь прогиба и реактивного давления определяется интегральной зависимостью

$$\omega(x, y) = \frac{1-\nu_o^2}{E_o} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}}. \quad (3.5)$$

В рассматриваемых тестовых примерах использовались модели (3.2) и (3.3), тогда могут быть получены дифференциальные уравнения вида:

$$\nabla^4 \omega(x, y) + \frac{K}{D} \omega(x, y) = 0 \quad (3.6)$$

или

$$\nabla^4 \omega(x, y) + 4\alpha^4 \omega(x, y) = 0, \quad (3.7)$$

где

$$\nabla^4 \omega(x, y) = \nabla^2 (\nabla^2 \omega(x, y)); \quad (3.8)$$

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4D}};$$

$$\nabla^2 \omega(x, y) = \nabla \cdot \nabla \omega(x, y);$$

$\nabla \equiv \vec{e}^s \frac{\partial}{\partial x^3}$ – набла-оператор (условный вектор).

Для пластинки бесконечных размеров решение (3.7) приводит к использованию функций Бесселя, а именно цилиндрических функций (в цилиндрических координатах ρ, φ, z) нулевого и первого порядка ($m=0,1$) линейного дифференциального уравнения Бесселя относительно решения $\omega = z_m(z)$ [19]:

$$\frac{d^2 \omega}{dz^2} + \frac{1}{z} \left(1 - \frac{m^2}{z^2} \right) \omega = 0, \quad (3.9)$$

решения которого

$$\omega = e^{kz} e^{\pm im\varphi} z_m(k\rho)$$

суть решения уравнения Лапласа (3.7) в цилиндрических координатах.

В [19] использованы решения (3.9) в виде функций Бесселя первого рода

$$I_m(z) = \left(\frac{z}{2} \right)^m \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k \Gamma(m+k+1)} \left(\frac{z}{2} \right)^{2k},$$

в виде функции Бесселя I_0, I_1 – нулевого и первого порядка

$$u_0(\xi) = R_e I_0(\xi \sqrt{i}); \quad v_0(\xi) = I_m I_0(\xi \sqrt{i}); \quad (3.10)$$

$$u_1(\xi) = R_e I_1(\xi \sqrt{i}); \quad v_1(\xi) = I_m I_1(\xi \sqrt{i}),$$

а также функций Ганкеля первого рода $H_0^{(1)}(z)$, $H_1^{(1)}(z)$ соответственно нулевого и первого порядка:

$$f_0(\xi) = R_e H_0^{(1)}(\xi \sqrt{i}); \quad g_0(\xi) = I_m H_0^{(1)}(\xi \sqrt{i}); \quad (3.11)$$

$$f_1(\xi) = R_e H_1^{(1)}(\xi \sqrt{i}); \quad g_1(\xi) = I_m H_1^{(1)}(\xi \sqrt{i}). \quad (3.12)$$

В формулах (3.10), (3.11) введены безразмерные координаты

$$\xi = \frac{r}{l}, \quad l = \sqrt[4]{\frac{D}{k_o}} - \text{характеристика гибкости плиты};$$

знаки R_e и I_m обозначают действительную и мнимую части функций Бесселя и Ганкеля.

Функции (3.10), (3.11) табулированы по аргументу ξ в [19]. Для сосредоточенных сил в неограниченной плите получены решения в цилиндрической системе координат [19]:

$$\omega = \frac{pl^2}{4d} f_0(\xi) - \text{прогиб}; \quad (3.13)$$

$$p = k_o \omega = \frac{P}{4l^2} f_0(\xi) - \text{реактивное давление}; \quad (3.14)$$

$$\left. \begin{aligned} M_r \equiv G_r &= -\frac{P}{4} g_0(\xi) \left(\text{при } \nu = \frac{1}{6} \right) \\ M_\phi \equiv G_\phi &= -\frac{P}{4} \tilde{g}_0(\xi) \left(\text{при } \nu = \frac{1}{6} \right) \end{aligned} \right\} - \text{изгибающие моменты}; \quad (3.15)$$

$$Q_r \equiv N_r = -\frac{P}{4} g'_0(\xi) \left(\text{при } \nu = \frac{1}{6} \right) - \text{перерезывающие силы}. \quad (3.16)$$

3.2. Тестовая задача Герца

Расчет на прочность неограниченной плиты от равномерно распределенной нагрузки по окружности

Рассмотрим пример квадратной пластинки конечных размеров $7,5 \times 7,5$ м толщиной $h = 0,74$ м, отношение

$$\frac{h}{L} = \frac{0,74}{7,5} \cong \frac{1}{10} \quad (3.17)$$

свидетельствует, что это тонкая пластинка [9]. Пластинка опирается на упругое основание с одной характеристикой $k_o = 4,13 \text{ кг/см}^3$.

Граничные условия рассматриваемой пластинки моделируют неограниченную пластинку. Нагрузка равномерно распределена по окружности радиусом $a = 44,0$ см, интенсивность нагрузки на единицу длины окружности $q = 462,0$ кгс/см (рис. 3.1).

Физико-механические характеристики пластинки:

– цилиндрическая жесткость

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (3.18)$$

где $E = 3,392 \cdot 10^5$ кгс/см²; $h = 74$ см; $\nu = \frac{1}{6} = 0,16666$ (коэффициент Пуассона);

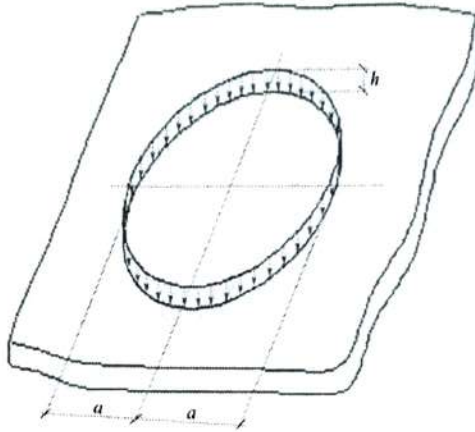


Рис. 3.1. Неограниченная пластинка на упругом основании нагруженная равномерно распределенной по окружности нагрузкой

$$D = \frac{3,392 \cdot 10^5 \cdot 74^3}{12 \left(1 - \frac{1}{36}\right)} = 1,1782 \cdot 10^{10} \text{ кгс} \cdot \text{см}^2;$$

– характеристика гибкости плиты

$$l = \sqrt[4]{\frac{D}{k_o}} = \sqrt[4]{\frac{1,178 \cdot 10^{10}}{4,13}} = 2,3111 \cdot 10^2 \text{ см}; \quad (3.19)$$

– безразмерный радиус

$$\alpha = \frac{a}{l} = \frac{44}{231,11} \cong 0,190; \quad (3.20)$$

– полная нагрузка

$$P_1 = q \cdot 2\pi a = 462 \cdot 2\pi \cdot 44 = 127724,5 \text{ кгс} = 127,72 \text{ тс}.$$

В соответствии с [19], используя табулированные функции (см. табл. 1 в [19]), имеем:

– прогиб при $\xi \leq \alpha$

$$\omega = \frac{\pi q \alpha l^3}{2D} [f_0(\alpha)u_0(\xi) - g_0(\alpha)v_0(\xi)]; \quad (3.21)$$

$$\xi = 0; \quad \alpha = 0,19 \quad \frac{\pi q \alpha l^3}{2D} = \frac{\pi \cdot 462,8 \cdot 0,19 \cdot 2,3111^3 \cdot 10^6}{2 \cdot 1,178 \cdot 10^4} = 0,145;$$

$$\omega = 0,145 [f_0(\alpha)u_0(\xi) - g_0(\alpha)v_0(\xi)];$$

$$f_0(\alpha) = 0,48402; \quad u_0(\xi) = 1,0; \quad g_0(\alpha) = 1,1364; \quad v_0(\xi) = 0,48402;$$

$$\omega = 0,145 [0,4802 \cdot 1 - 1,1364 \cdot 0,48402] = 0,0702;$$

– прогиб при $\xi \geq \alpha$

$$\omega = 0,145 [u_0(\alpha)f_0(\xi) - v_0(\alpha)g_0(\xi)];$$

$$\xi = 0,197; \quad \alpha = 0,190;$$

$$u_0(\alpha) = 1; \quad f_0(\xi) = 0,483; \quad v_0(\alpha) = -0,00905; \quad g_0(\xi) = -1,1365;$$

$$\omega = 0,145 [0,483 - 0,01] = 0,069;$$

– реактивное давление основания при $\xi \leq \alpha$

$$P = k_0 \omega = \frac{\pi q \alpha}{2l} [f_0(\alpha)u_0(\xi) - g_0(\alpha)v_0(\xi)]; \quad (3.22)$$

$$\frac{\pi q \alpha}{2l} = \frac{\pi \cdot 462,8 \cdot 0,19}{2 \cdot 231,11 \cdot 10^4} = 0,598;$$

$$P = 0,598 [f_0(\alpha)u_0(\xi) - g_0(\alpha)v_0(\xi)] = 0,598 \cdot 0,48402 = 0,2894;$$

$$Q_{N=43-247}^y = s^y \cdot p = 4,234 \cdot 3,25 \cdot 0,2894 = 3,98 \text{ кгс.}$$

Погрешность вычисления прогибов и реактивного давления при сравнении численных и аналитических результатов (см. табл. 3.1) составляет:

– при размерах сеточной области $2 \times 17 \times 17$
прогибы

$$\Delta u \% = \frac{(0,076 - 0,0702)100}{0,0702} = 8,26\%;$$

реактивное давление

$$\Delta P \% = \frac{(4,34 - 3,98)100}{3,98} \cong 9\%.$$

Изгибающие моменты $G_r(\xi)$ и $G_f(\xi)$ определяются по формулам:

– при $\xi \leq \alpha$

$$\begin{aligned} G_r(\xi) &= -\frac{\pi q \alpha l}{2} [f_0(\alpha)v_0^M(\xi) - g_0(\alpha)u_0^M(\xi)]; \\ G_f(\xi) &= -\frac{\pi q \alpha l}{2} [f_0(\alpha)\tilde{v}_0^M(\xi) - g_0(\alpha)\tilde{u}_0^M(\xi)]; \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\frac{\pi q \alpha l}{2} = \frac{\pi \cdot 462,8 \cdot 0,19 \cdot 2,311 \cdot 10^2}{2} = 3,192 \cdot 10^4;$$

$$\xi = 0,18; \quad \alpha = 0,19;$$

$$G_r(\xi) = -3,192 \cdot 10^4 [0,48402 \cdot 0,0065 - 1,1364 \cdot 0,5833] = 2,11 \cdot 10^4 \text{ кгсм/м} = 211 \text{ кНм/м};$$

$$G_f(\xi) = -3,192 \cdot 10^4 [0,48402 \cdot (-0,0031) - 1,1364 \cdot (-0,5833)] = -2,11 \cdot 10^4 \text{ кгсм/м} = -211 \text{ кНм/м};$$

$$\text{при } \xi \geq \alpha; \quad \xi = \frac{44,75}{231,1} = 0,194; \quad \alpha = 0,19;$$

$$\begin{aligned} G_r(\xi) &= -3,192 \cdot 10^4 [u_0(\alpha)g_0^M(\xi) - v_0(\alpha)f_0^M(\xi)]; \\ G_f(\xi) &= -3,192 \cdot 10^4 [u_0(\alpha)\tilde{g}_0^M(\xi) - v_0(\alpha)\tilde{f}_0^M(\xi)]; \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} u_0(\alpha) &= 1; \quad v_0(\alpha) = -0,00905; \quad g_0^M(\xi = 0,194) = -0,512; \quad \tilde{g}_0^M(\xi = 0,194) = 0,776; \\ f_0^M(\xi = 0,194) &= -13,54; \quad \tilde{f}_0^M(\xi = 0,194) = 12,98; \end{aligned}$$

$$G_r(0,194) = -3,192 \cdot 10^4 [1 \cdot 0,512 - (-0,00905) \cdot 13,54] = 201,1 \text{ кНм/м};$$

$$G_f(0,194) = -3,192 \cdot 10^4 [1 \cdot 0,776 - (-0,00905) \cdot 12,98] = -3,192 \cdot 0,66 \cdot 10^4 = 211 \text{ кНм/м}.$$

Поперечная сила N_r определяется по формулам:

– при $\xi < \alpha$

$$\begin{aligned} N_r(\xi) &= -\frac{\pi q d}{2} [f_0(\alpha)v_0'(\xi) + g_0(\alpha)u_0'(\xi)]; \\ \frac{\pi q d}{2} &= \frac{\pi \cdot 462,8 \cdot 0,19}{2} = 138,1; \end{aligned} \quad (3.25)$$

– при $\xi > \alpha$

$$N_r(\xi) = -\frac{\pi q d}{2} [u_0(\alpha)g_0'(\xi) + v_0(\alpha)f_0'(\xi)]. \quad (3.26)$$

$$\text{При } \xi = 0,18; \quad v_0'(0,18) = -0,09; \quad u_0'(0,18) = -0,00036; \quad \alpha = 0,19;$$

$$N_r(\xi = 0,18) = -138,1 [0,484(-0,09) - 1,1364(-0,00036)] = 6,01;$$

$$\text{при } \xi = 0,194; \quad \alpha = 0,19; \quad u_0(\alpha = 0,19) = 1; \quad g_0'(0,194) = 3,14;$$

$$v_0(\alpha = 0,19) = -0,009; \quad f_0'(0,194) = -0,14;$$

$$N_r(\xi = 0,194) = -138,1 [1 \cdot 3,14 - (-0,009) \cdot (-0,14)] = -433,3 \text{ кгс}.$$

Для решения тестовой задачи Герца (осесимметричной пластинки на упругом основании) при воздействии равномерно распределенной нагрузки по окружности с рассмотренными ранее параметрами (см. рис. 3.1) разработана дискретная конечно-элементная модель пластинки конечных размеров (7,5×7,5 м) толщиной $h = 0,74$ м. Учитывая две плоскости симметрии, на рис. 3.2 представлена расчетная схема $\frac{1}{4}$ части

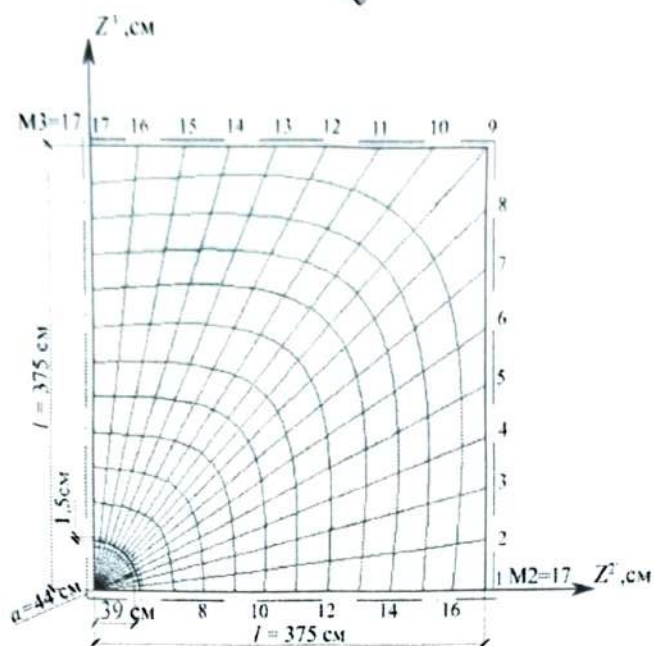


Рис. 3.2. Расчетная схема модели неограниченной плиты на упругом основании с равномерно распределенной кольцевой нагрузкой

пластинки, граничные условия по краям которой соответствуют неограниченной пластинке, т.е. накладываются связи на тангенциальные перемещения и повороты.

Координаты регулярной сеточной области S_1, S_2, S_3 : S_2 – радиальные сеточные координаты, S_3 – кольцевые. Размеры их составляют $2 \times 17 \times 17$, что соответствует системе разрешающих уравнений с количеством $k=1734$ без учета накладываемых связей.

Кольцевая нагрузка смоделирована узловыми нормальными силами по окружности с радиусом $a = 44,0$ см от равномерно распределенного внешнего давления в примыкающих частях (одной четвертой) конечных элементов к рассматриваемому узлу – интенсивностью $145,2$ кгс/см². В центре расчетной модели сходятся в нулевую точку все радиальные координатные линии – номера узлов от 1 до 545 с шагом слоя $M1 \times M2 = 2 \cdot 17 = 34$, т.е. имеем 16 треугольных элементов, сходящихся в центральной оси симметрии (остальные четырехугольные) на нейтральной поверхности пластинки. На приведенной расчетной схеме на рис. 3.2 диагональная координатная линия с сеточными координатами – начало $S_2 = 1, S_3 = 9$, конец $S_2 = M2, S_3 = 9$ – также лежит в плоскости симметрии, что подтверждается результатами численного расчета.

Результаты численного расчета от кольцевой равномерно распределенной полосовой нагрузки шириной 3,25 см сведены к сосредоточенным узловым силам $P_{N=1} = -998,4$ кгс. $P_{N=281} = -1994,6$ кгс (до диагональной плоскости симметрии) сведены в табл. 3.1 с иллюстрацией наибольших перемещений, погонных изгибающих моментов и перерезывающих сил.

При сравнении результаты, полученные на основе численного расчета (графы 3, 6 табл. 3.1) и аналитического расчета, по прогибам и реактивному давлению (3.22), согласуются в пределах 8%, что является вполне удовлетворительным для рассматриваемого моделирования.

Таблица 3.1

№ п/п	№ узла	u_N^V , см	M_N^{22} , кНм/м	M_N^{33} , кНм/м	Q_N^o , кгс	$N_N = \sigma^{12} h$, кгс	P_N^k , кгс
1	$\frac{7}{9}$	-0,077	$\frac{-182,3}{-178,6}$	$\frac{-171,7}{-171,8}$	2,17	-448,1	-998,4
2	$\frac{41}{43}$	-0,076	$\frac{-182,3}{-178,8}$	$\frac{-171,7}{-172,0}$	4,34	-447,9	-1996,6
3	$\frac{75}{77}$	-0,076	$\frac{-184,1}{-179,1}$	$\frac{-171,8}{-172,3}$	4,34	-447,7	-1996,0
4	$\frac{109}{111}$	-0,076	$\frac{-184,1}{-179,4}$	$\frac{-171,8}{-172,5}$	4,34	-447,3	-1995,2
5	$\frac{143}{145}/147$	$\frac{-0,076}{-0,076}$	$\frac{-184,2}{-179,5}$	$\frac{-171,9}{-172,7}$	4,34	-447,0	-1994,6
6	$\frac{177}{179}$	-0,076	$\frac{-184,2}{-179,5}$	$\frac{-172,0}{-172,7}$	4,34	-447,0	-1994,4
7	$\frac{211}{213}$	-0,076	$\frac{-184,3}{-179,3}$	$\frac{-172,0}{-172,6}$	4,34	-446,0	-1994,4
8	$\frac{245}{247}$	-0,076	$\frac{-184,3}{-180,2}$	$\frac{-171,9}{-172,5}$	4,34	-449,1	-1994,6
9	$\frac{279}{281}$	-0,076	$\frac{-183,5}{-180,2}$	$\frac{-171,9}{-172,5}$	4,34	-449,1	-1994,6

При сравнении результатов по погонным изгибающим моментам имеет место следующее согласование:

– аналитический расчет при $\xi = 0,18$, $\alpha = 0,190$

$$G_r(\xi) = 211 \text{ кНм/м}, \quad G_f(\xi) = 211 \text{ кНм};$$

– численный расчет в аналогичных площадках (правило знаков не согласуется с [19]),

$$M_N^{22} \equiv (G_r(\xi)) = -184,2 \text{ кНм/м}, \quad M_N^{33} \equiv (G_f(\xi)) = -171,9 \text{ кНм/м};$$

– погрешность составляет

$$\Delta G, \% = \frac{(211 - 184,2)100}{211} = 12,7\%.$$

Следует заметить, что численные результаты по прогибам отличаются от аналитических в большую сторону на 8,26%, а по изгибающим моментам – в меньшую сторону на 12,7%. Учитывая линейную зависимость по среднеарифметическому анализу, имеем расхождение в пределах 4,44%, т.е. результаты по деформациям и внутренним усилиям для рассматриваемой тестовой задачи практически согласуются.

3.3. Тестовая задача по Б.Г. Кореневу

Расчет на прочность неограниченной плиты загруженной полосовой равномерно распределенной нагрузкой по площади конечных размеров (по прямоугольнику)

Здесь приводится в качестве тестового примера задача расчета неограниченной плиты на упругом основании (Винклера), к которой приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q=1$ кгс/см² по полосе, ширина которой равна 35 см, а длина – 175 см (рис 3.3), из книги профессора Б.Г.Коренева [19].

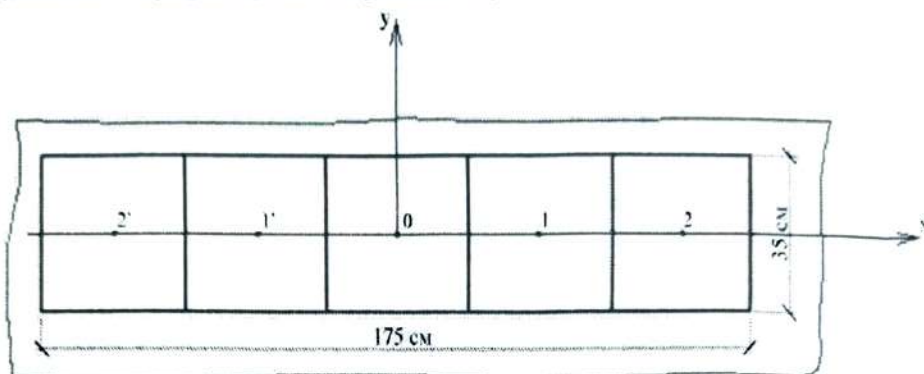


Рис.3.3. Расчетная схема неограниченной плиты от полосовой нагрузки

Геометрические и физико-механические параметры плиты следующие: толщина $h = 15$ см; модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ кгс/см², коэффициент Пуассона $\nu = \frac{1}{6}$. Для расчета приведенной на рис. 3.3 неограниченной плиты на упругом основании, коэффициент постели которого $k_0 = 1$ кгс/см³, используется математическая модель, приведенная в п. 3.1. При этом действительная область распределения нагрузки заменяется системой кругов, эквивалентной площадям отдельных квадратов с радиусом

$$r_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{35^2}{\pi}} = 19,75 \text{ см}$$

и сосредоточенными силами

$$P = 35 \cdot 35 \cdot q = 1225 \text{ кгс.}$$

При подсчете прогибов на основании принципа суперпозиции используется формула (3.12):

$$\omega = \frac{Pl^2}{4D} \sum_{k=1}^5 f_0(\xi_k), \quad (3.27)$$

где

$$D = \frac{Eh^2}{12[1-\nu^2]} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 15^3}{12 \left[1 - \left(\frac{1}{6} \right)^2 \right]} = 5,786 \cdot 10^7 \text{ кгс.см;}$$

$$l = \sqrt{\frac{D}{k_0}} = \sqrt{\frac{5,786 \cdot 10^7}{1}} = 87 \text{ см.}$$

Соответствующий приведенный радиус

$$\alpha = \frac{r_{\text{экв}}}{l} = \frac{19,75}{l} \cong 0,23.$$

При определении изгибающих моментов принцип суперпозиции в [19] принимается в виде: нагрузка, действующая по площади квадрата, в центре которого определяется момент, заменяется эквивалентной нагрузкой, распределенной по площади круга с радиусом $r_c = 19,75$ см, а нагрузка, приложенная к остальной части полосы, заменяется соответствующими сосредоточенными силами $P = 1225$ кгс. Для того чтобы воспользоваться формулами (3.14) – (3.16), вычисляются значения табулированных функций $f_0(\xi)$, $g_0^M(\xi)$ и $\tilde{g}_0^M(\xi)$ для приведенных координат центров квадратов

$$\xi_n = \frac{r_n}{l}. \quad (3.28)$$

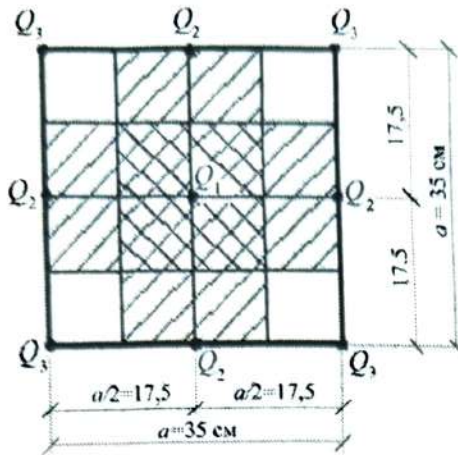
Таким образом, изгибающие моменты для рассматриваемого примера неограниченной плиты (см. рис. 3.3) в сечениях [19], нормали которых направлены по координате x , обозначены G_x , а в перпендикулярных сечениях – G_y . Моменты G_x и G_y для отдельных точек вычисляются по формулам (3.14), (3.15) в точках 0, 1, 2, – 1', – 2'.

Рассматриваемая тестовая задача из [19] с использованием аналогичных параметров была решена на основе методики, изложенной в гл. 2, с использованием моментной схемы конечных элементов [1]. В качестве расчетного фрагмента взята тонкая пластинка размером 750×750 см толщиной 15 см, опирающаяся на упругое основание с коэффициентом постели $k_0 = K_{se} = 1$ кгс/см³.

Расчетная схема и конечноэлементная модель плиты представлены на рис. 3.4. Плита подвергается внешнему воздействию по аналогии с тестовым примером из [19] полосовой нагрузкой размером 35×175 см, интенсивностью $q \equiv P_a = 1$ кгс/см², нагрузка сориентирована симметрично в продольном и поперечном направлениях осевых координатных линий $S_2 = 14$, $S_3 = 11$.

Размеры сеточной области расчетного фрагмента равны $M2 \times M2 \times M3 = 2 \times 21 \times 27$, что соответствует системе разрешающих уравнений, число которых достигает $k = 3402$ уравнения. Для достаточно точного моделирования внешнего воздействия в каждом из пяти квадратов размерами $a \times a \rightarrow 35 \times 35$ см полосовой нагрузки находится четыре конечных элемента с размерами $\frac{a}{2} = \frac{35}{2} = 17,5$ см и девять узлов.

Таким образом, равномерно распределенная нагрузка в квадрате размерами 35×35 см моделируется 9-ю узловыми нагрузками, схема распределения которых представлена на рис. 3.5. В местах стыка отдельных квадратов (см. рис. 3.4) узловые силы суммируются. Такое нагружение реализуется в специально разработанной программе, входными параметрами которой служат сеточные координаты начального и конечного узлов каждого квадрата по схеме регулярной сеточной области.



$$S_1 = 1, M1, M1 = 2;$$

$$S_2 = 1, M2, M2 = 21;$$

$$S_3 = 1, M3, M3 = 27;$$

$$Q_1 = \frac{a^2}{4} P_a = \frac{35^2}{4} \cdot 1 = 306,25 \text{ кгс};$$

$$Q_2 = \frac{a^2}{8} P_a = \frac{35^2}{8} \cdot 1 = 153,125 \text{ кгс};$$

$$Q_3 = \frac{a^2}{16} P_a = \frac{35^2}{16} \cdot 1 = 76,563 \text{ кгс};$$

$$P = a^2 \cdot P_a = 35^2 \cdot 1 = 1225 \text{ кгс};$$

$$P = Q_1 + 4Q_2 + 4Q_3 = 1225 \text{ кгс}.$$

Рис. 3.5. Схема нагружения в отдельном квадрате полосовой нагрузки с указанием грузовых площадей узловых нагрузок Q_1, Q_2, Q_3

Численные результаты расчета рассматриваемой тестовой задачи по перемещениям (прогибам) и изгибающим моментам сведены в табл. 3.2. Результаты расчета рассматриваются по площадкам в соответствующих КЭ сечения плиты 1 – 1 (см. рис. 3.4).

По данным численного расчета, приведенным в табл. 3.2, и по данным рассматриваемого примера расчета в [19] построены эпюры перемещений u_n^I и прогибов $\omega_{(n)}$, эпюры погонных изгибающих моментов M_N^{33} , кгс·м/м и G_x , кгс, а также изгибающих моментов M_N^{22} , кгс·м/м и G_y , кгс, графики которых представлены на рис. 3.6. Сплошной линией представлены графики по данным численного расчета на основе МСКЭ, а пунктирной линией – графики по данным в [19].

Анализ сравнения полученных результатов по МСКЭ с результатами тестового примера в [19] позволяет заключить:

– графики по перемещениям u_N^I практически совпадают с аналитическими расчетами прогибов $\omega_{(n)}$, максимальная погрешность по прогибам составляет

$$\Delta u, \% = \frac{(u_{567}^I - \omega_{(o)})100}{\omega_{(o)}} = \frac{(0,845 - 0,84)100}{0,84} = 0,6\%; \quad (3.29)$$

– графики по моментам M_N^{33} и G_x полностью совпадают;

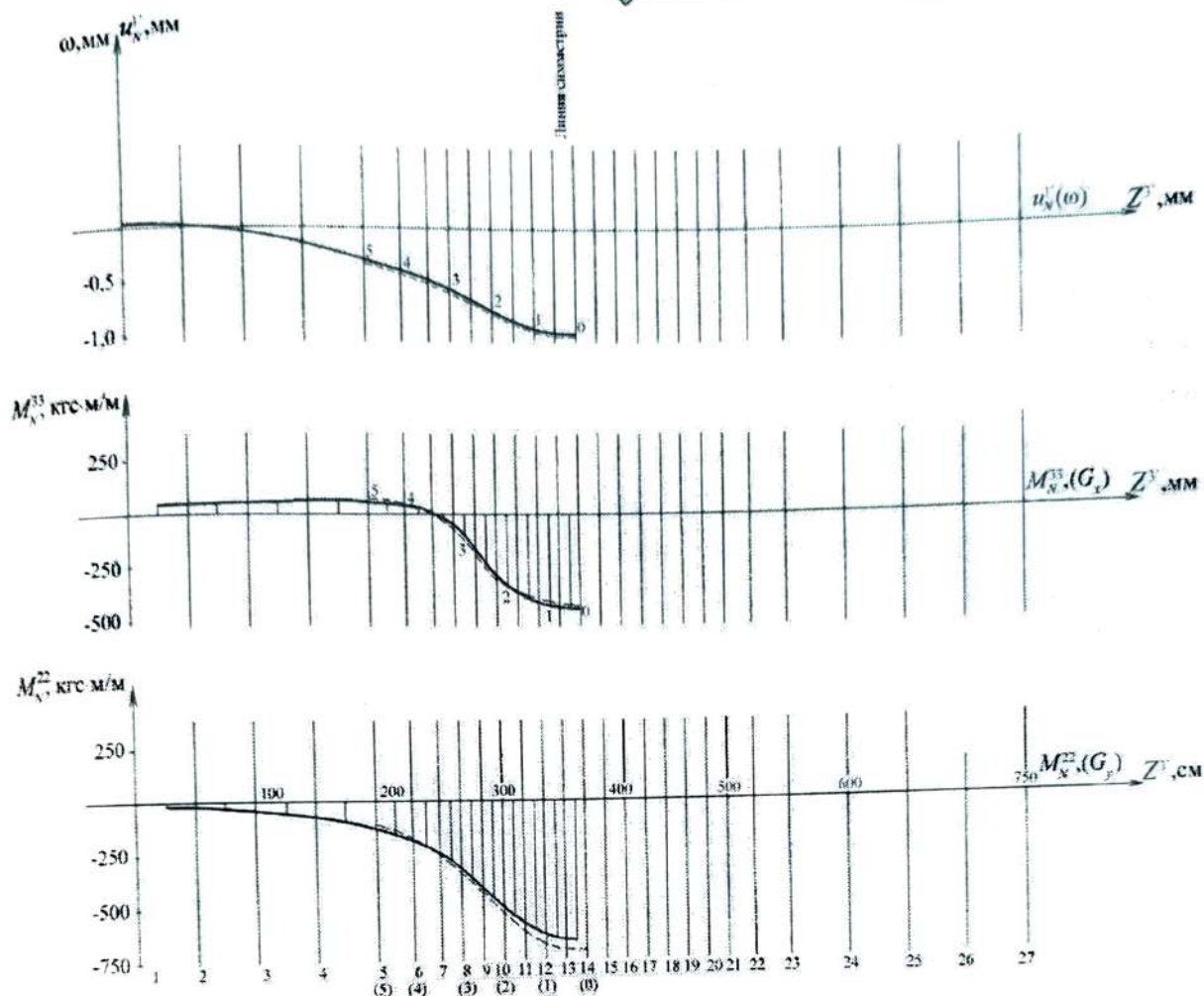
– графики по моментам M_N^{22} и G_y согласуются качественно и количественно,

максимальная погрешность в точке (0) составляет

$$\Delta M, \% = \frac{(M_{231}^{22} - G_y(4))100}{G_y(4)} = \frac{(211,9 - 193)100}{193} \cong 9,8\%. \quad (3.30)$$

Таблица 3.2

№ п/п	№ точок в примере [19]	№№ узла в сечении 1 – 1	u_N^I , мм	M_N^{22} , кгс.м/м (G_y)	M_N^{33} , кгс.м/м (G_x)	Примечание
1		21	+0,033	-18,76	72,91	
2		63	+0,016	-25,65	80,15	
3		105	-0,036	-43,90	93,38	
4		147	-0,13	-85,47	100,36	
5	(5)	189	-0,27	-145,49	84,65	
6	(4)	231	-0,38	-211,88	44,26	
7		273	-0,48	-284,53	-15,44	
8	(3)	315	-0,55	-371,70	-113,50	
9		357	-0,63	-469,80	-240,70	
10	(2)	399	-0,70	-552,29	-338,26	
11		441	-0,76	-608,62	-392,37	
12	(1)	483	-0,81	-643,47	-423,25	
13		525	-0,83	-660,14	-437,44	
14	(0)	567	-0,84	-660,14	-437,44	
15		609	-0,83	-643,49	-423,25	
16	(1')	651	-0,81	—	—	Симметр.13
17		693	-0,76	—	—	»
18	(2')	735	-0,70	—	—	»
19		777	-0,63	—	—	»
20	(3')	819	-0,55	—	—	»
21		861	-0,48	—	—	»
22	(4')	903	-0,38	—	—	»
23	(5')	945	-0,27	—	—	»
24		987	-0,13	—	—	»
25		1029	-0,036	—	—	»
26		1071	0,016	—	—	»
27		1113	0,033	—	—	»



$$M_{567}^{33} = 437,4 \rightarrow G_{(o)}^x = 438$$

$$M_{525}^{22} = 660,1 \rightarrow G_{(o)}^y = 739$$

$$M_{231}^{22} = 211,9 \rightarrow G_{(4)}^x = 193$$

$$M_{525-534} = 690 \text{ кгс.м}$$

$$\Delta\% = \frac{(739 - 690)100}{739} = 6,6\% \quad u_{567}^1 = -0,84 \text{ см}$$

$$\omega_o = -0,845$$

$$\Delta\% = \frac{(0,845 - 0,84)100}{0,845} = 0,6\%$$

Рис. 3.6. Эпюры перемещений и изгибающих моментов от ограниченной полосовой нагрузки:

$$u_N^1 = f(z^3); \quad M_N^{33} = f(z^3); \quad M_N^{22} = f(z^3); \quad (\omega = f(x)); \quad (G_x = f(x)); \quad (G_y = f(x))$$

3.4. Тестовая задача по Б.Г.Кореневу

Расчет на прочность неограниченной плиты загруженной полосовой нагрузкой треугольного профиля

Рассматривается тестовый пример расчета неограниченной плиты из книги [19] при воздействии равномерно распределенной нагрузки по площади фигуры, представляющей уголок, составленный из двух прямоугольников (рис. 3.7). Толщина плиты равна $h = 15$ см, по площади треугольной фигуры приложена нагрузка $q = 2$ кгс/см², модуль упругости материала плиты $E = 2 \cdot 10^5$ кгс/см², коэффициент Пуассона $\nu = 1/6$.

В данном тестовом примере решение получено для модели упругого основания с двумя упругими характеристиками (см. формулу (3.3)). Первая упругая характеристика $k_1 = 5,2$ кгс/см³, вторая упругая характеристика $k_2 = 6200$ кгс/см. Цилиндрическая жесткость плиты определяется по формуле (3.18):

$$D = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 15^3}{12 \left[1 - \left(\frac{1}{6} \right)^2 \right]} = 5,786 \cdot 10^7 \text{ кгс. см.}$$

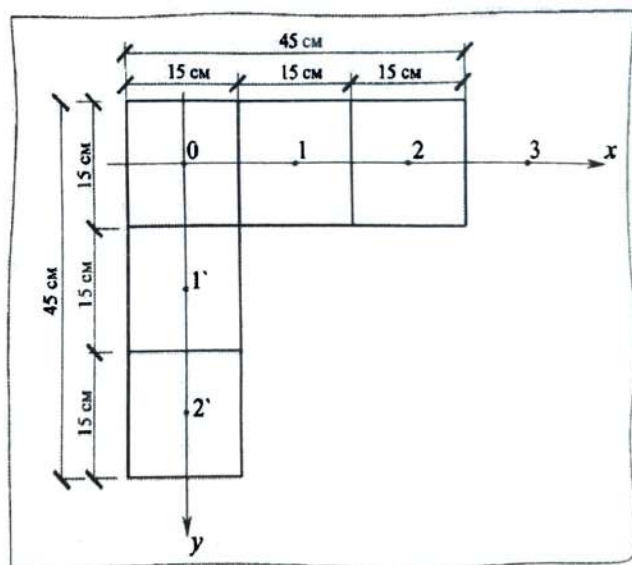


Рис. 3.7. Схема нагружения неограниченной плиты на упругом основании с двумя характеристиками

а характеристика гибкости – по формуле

$$l = \sqrt[4]{\frac{D}{k_1}} = \sqrt[4]{\frac{5,786 \cdot 10^7}{5,2}} = 57,7 \text{ см.} \quad (3.31)$$

Параметры, связанные со второй характеристикой упругого основания, определяются по формулам:

$$b_0 = \frac{1}{2\sqrt{D}} \cdot \frac{k_2}{\sqrt{k_1}} = \frac{6250}{2\sqrt{5,786 \cdot 10^7 \cdot 5,23}} = 0,18; \quad (3.32)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[-\frac{b_0}{\sqrt{1-b_0^2}} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} [-0,1835], \quad (3.33)$$

откуда $\varphi = 50^\circ$.

Нагрузка, приложенная в соответствии с рис. 3.7, по аналогии с примером в п. 3.4 разбивается по 5-ти квадратам, сторона каждого из которых $a = 15$ см, при этом эквивалентный радиус и эквивалентная нагрузка в одном квадрате равны:

$$r_{\text{экв}} = \frac{a}{\sqrt{\pi}}; \quad r_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{15 \cdot 15}{\pi}} = 8,46 \text{ см}; \quad (3.34)$$

$$P = q \cdot a^2; \quad P = 2 \cdot 15^2 = 450 \text{ кгс}.$$

Приведенный радиус эквивалентного круга

$$\alpha = \frac{r_{\text{экв}}}{l} = \frac{8,46}{57,7} \approx 0,15. \quad (3.35)$$

Прогибы при расчете, приведенном в [18], определяются по формуле

$$\omega(\xi) = \frac{Pl^2}{D} \frac{\bar{f}_0(\xi)}{4 \sin 2\varphi} \quad (3.36)$$

с использованием табулированных функций в [18] относительно параметров ξ и φ .

Изгибающие моменты G_x и G_y в точках $m = 0, 1, 2, 3, n = m - 1$ определяются по формулам [18]:

$$\begin{aligned} G_r &= -P_m G^*(0) - \sum_{k=1}^{k=n} P_k G_k^* G_{rk}^*(\xi_k); \\ G_{\xi} &= -P_m G^*(0) - \sum_{k=1}^{k=n} P_k G_k^*(\xi_k), \end{aligned} \quad (3.37)$$

где $G^*(0)$, $G_r^*(\xi)$, $G_{\xi}^*(\xi)$ – табулированные функции, приведенные в [18].

По полученным результатам расчета для рассматриваемого примера в [19] построены эпюры прогибов и изгибающих моментов, которые использованы для сравнительного анализа в качестве тестового примера в численном расчете.

Рассматриваемая задача [19] использована в качестве тестового примера для подтверждения достоверности полученных решений данного класса исследуемых объектов с помощью численной методики расчета, приведенного в гл. 2. В качестве расчетного фрагмента взята тонкая пластинка размерами 750×750 см толщиной 15 см, опирающаяся на упругое основание, с одной упругой характеристикой

$$k_0 \equiv k_1 \equiv K_{se} = 5,2 \text{ кгс/см}^3. \quad (3.38)$$

Следует обратить внимание, что в тестовом примере используется модель упругого основания с двумя упругими характеристиками, из которых первая $k_1 = 5,2 \text{ кгс/см}^3$ и в данном примере превалирует, а вторая не оказывает существенного влияния, о чем свидетельствуют результаты численного расчета.

$$Q_3 = \frac{a^2}{16} P_a = \frac{15^2}{16} \cdot 2 = 28,125 \text{ кгс};$$

$$P = a^2 \cdot P_a = 15^2 \cdot 2 = 450 \text{ кгс};$$

$$P = Q_1 + 4Q_2 + 4Q_3 = 112,57 + 4 \cdot 56,25 + 4 \cdot 28,125 = 450 \text{ кгс}.$$

Размеры сеточной области расчетного фрагмента, представленного на рис. 3.8, равны $2 \times 23 \times 27$, что соответствует системе разрешающих уравнений, число которых равно $k = 3726$ уравнений без учета накладываемых связей. Граничные условия по краям фрагмента соответствуют модели неограниченной плиты: накладываются связи на тангенциальные перемещения и углы поворота. Численные результаты расчета рассматриваемой тестовой задачи сведены в табл. 3.3. Результаты расчета рассматриваются по площадкам в соответствующих КЭ в сечении плиты 1 – 1 (см. рис. 3.8). По данным в табл. 3.3 и рассматриваемого примера расчета плиты в [19] построены эпюры погонных изгибающих моментов M_N^{22} , кгс·м/м, и G_x , кгс·м, эпюры моментов M_N^{33} , кгс·м/м, и G_y , кгс, графики которых представлены на рис. 3.9. Графики, изображенные сплошной линией, построены по результатам численного расчета, а пунктирной – по данным представленным в [19]. $u_N^1(Z^2) - \omega(x)$; $M_N^{22}(Z^2) - G_x(x)$; $M_N^{33}(Z^2) - G_y(x)$.

Сравнение полученных численных результатов расчета с результатами в тестовом примере свидетельствует о практически их полной качественной и количественной согласованности. Так, по перемещениям имеем:

$$\Delta u, \% = \frac{(u_{631}^1 - \omega_{(3)})100}{\omega_{(3)}} = \frac{(0,166 - 0,113)100}{0,113} = 2,7\%.$$

По изгибающим моментам погрешность в пределах:

$$\Delta M, \% = \frac{(M_{617-619}^{22} - G_{x(o)})100}{G_{x(o)}} = \frac{(272,2 - 276,2)100}{276,2} \cong 1,5\%;$$

$$\Delta M, \% = \frac{(M_{617-619}^{33} - G_{y(o)})100}{G_{y(o)}} = \frac{(266,7 - 276,2)100}{276,2} \cong 3,4\%.$$

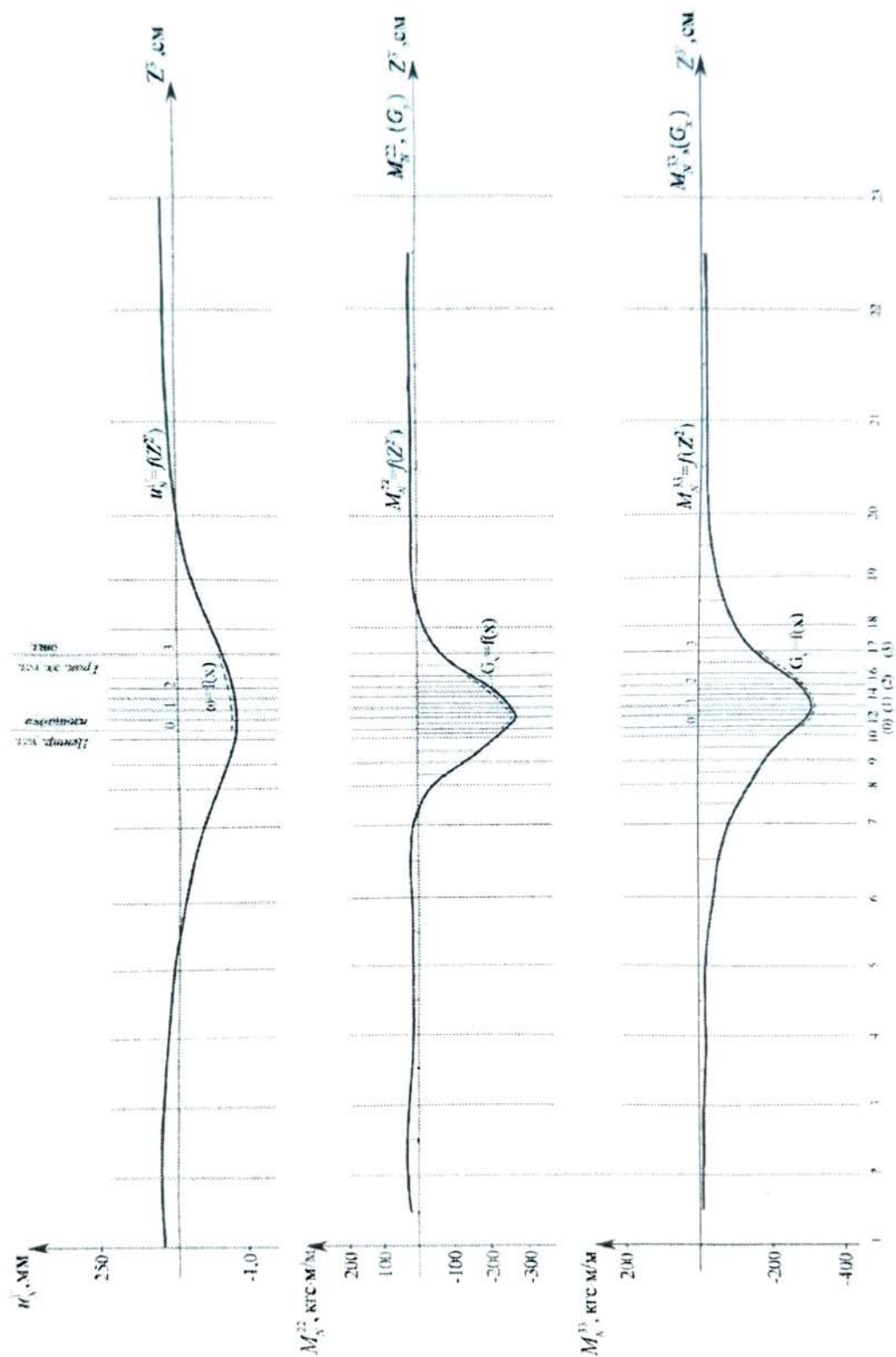


Рис. 3.9. Эпюры перемещений и изгибающих погонных моментов от ограниченной угловой нагрузки

Таблица 3.3

№ точки	№ точки в примерах [19]	№ узла в сечении 1 – 1	u_N^I , мм	M_N^{22} , кгс (G_x)	u_N^{33} , кгс (G_y)
1		599	0,050	+10,30	-2,24
2		601	0,047	11,08	-3,02
3		603	0,040	12,93	-4,88
4		605	0,027	16,87	-8,76
5		607	0,007	25,93	-17,61
6		609	-0,024	30,00	-46,40
7		611	-0,075	1,84	-95,70
8		613	-0,110	-59,26	-147,50
9		615	-0,130	-161,0	-206,50
10		617	-0,150	-254,9	-254,80
11	0	619	-0,152	-289,5	-278,50
12		621	-0,154	-290,7	-291,17
13	1	623	-0,153	-271,2	-290,80
14		625	-0,150	-237,8	-276,50
15	2	627	-0,144	-186,8	-248,60
16		629	-0,137	-100,3	-192,10
17	3	631	-0,116	-21,60	-128,40
18		633	-0,094	18,20	-76,80
19		635	-0,055	33,20	-35,30
20		637	-0,016	24,20	-14,20
21		639	0,019	14,50	-5,50
22		641	0,041	11,70	-2,80
23		643	0,048	—	—

3.5. Тестовая задача по Б.Г. Кореневу

Определение перемещений и изгибающих моментов в полубесконечной плите от равномерно распределенной нагрузки по круговому отпечатку

Рассматривается тестовый пример расчета полубесконечной плиты, лежащей на винклеровском основании [19]. На плиту действует нагрузка интенсивностью $q = 11,48$ кгс/см², равномерно распределенная по круговому отпечатку, радиус которого $r = 12,9$ см. Схема нагружения полубесконечной плиты и контролируемые точки во введенной системе координат XOY представлены на рис. 3.10.

Исходные параметры плиты на упругом основании:

- толщина $h = 20$ см;
- модуль упругости материала плиты (бетон) $E = 2,1 \cdot 10^5$ кгс/см²;
- коэффициент Пуассона $\nu = \frac{1}{6}$;

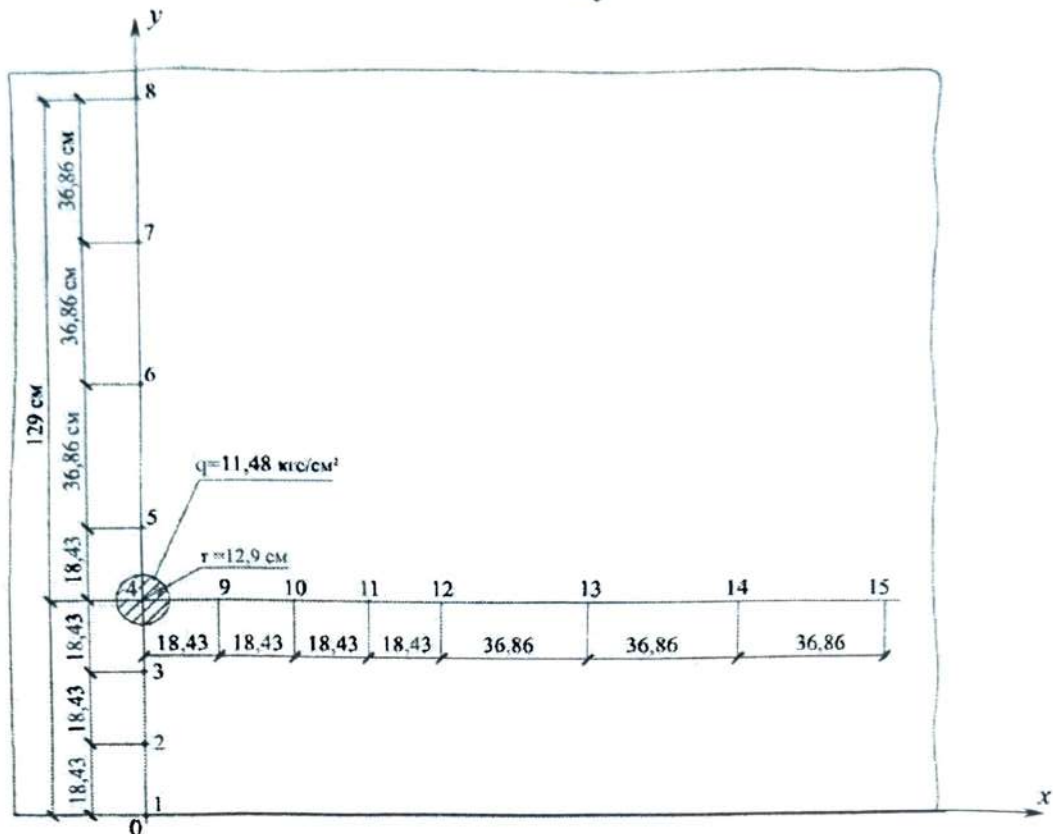


Рис. 3.10. Схема нагружения и размещения контрольных точек полубесконечной плиты на упругом основании

– расстояние от центра круга нагружения до границы полубесконечного пространства плиты 55,3 см;

– коэффициент постели упругого основания $k_o = 2 \text{ кгс/см}^3$;

– эквивалентная сосредоточенная нагрузка в центре кругового отпечатка

$$P_{\text{эkv}} = q\pi r^2 = 11,48 \cdot \pi \cdot 12,9^2 = 6000 \text{ кгс}; \quad (3.39)$$

– цилиндрическая жесткость плиты

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{2,1 \cdot 2^3 \cdot 10^8}{12 \left[1 - \left(\frac{1}{6} \right)^2 \right]} = 1,44 \cdot 10^8 \text{ кгс·см};$$

– характеристика гибкости плиты на упругом основании

$$l = \sqrt[4]{\frac{D}{k_o}} = \sqrt[4]{\frac{1,44 \cdot 10^8}{2}} = 92,17 \text{ см};$$

– приведенное расстояние от центра круга до края плиты

$$\alpha_{\text{кр}} = \frac{55,3}{92,17} = 0,6;$$

– приведенный радиус круга нагрузки

$$\alpha = \frac{r}{l} = \frac{12,9}{92,17} = 0,14.$$

Определение деформаций и внутренних усилий в полубесконечной плите, нагруженной краевой нагрузкой в [19] производится на основе следующего подхода. Строится основное решение, т.е. решение задачи для неограниченной плиты, нагруженной заданной нагрузкой q , распределенной по площади круга, и отраженной силой. Затем строится компенсирующее решение в неограниченной плите от действия только компенсирующей нагрузки (рис. 3.11).

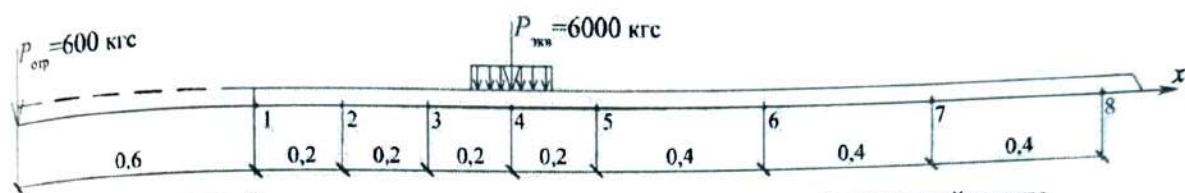


Рис. 3.11. Основная и компенсирующая схема расчета полубесконечной плиты

Прогибы в точке 4 и любой другой точке по основному решению определяются по формулам [19] соответственно:

– в точке 4

$$\omega^o = \frac{Pl^2}{4D} f_0(\xi) + \frac{q}{k_0} \left[1 - \frac{\pi\alpha}{2} g'_0(\alpha) \right]; \quad (3.40)$$

– в любой другой точке

$$\omega^o = \frac{Pl^2}{4D} [f_0(\xi_1) + f_0(\xi_2)], \quad (3.41)$$

где ξ – безразмерный параметр координаты отраженной силы $P_{отр}$ до точки 4; ξ_1, ξ_2 – безразмерные координаты (расстояния) от рассматриваемой точки до $P_{отр}$ и $P_{экв}$ соответственно; $f_0(\xi), g'_0(\alpha)$ – табулированные функции, описанные в п. 3.1 и приведенные в [19].

Изгибающие моменты в основном решении вычисляются по формулам [19]:

– в точке 4

$$G_y^o = -\frac{P}{4} g_0^{[M]}(\xi) - \frac{\alpha l^2}{4} \pi \alpha (1 + \nu) f'_0(\alpha), \quad (3.42)$$

где табулированные функции, рассматриваемые ранее;

– во всех точках, кроме 4,

$$G_y^o = -\frac{P}{4} g_0^M(\xi_1) - g_0^M(\xi_2). \quad (3.43)$$

По формулам (3.42), (3.43) вычисляются изгибающие моменты G_y^o для основного решения в точках 1 – 8. Изгибающие моменты G_φ^o в этих точках вычисляются по формуле

$$G_y^o = -\frac{P}{4} \tilde{g}_0^M(\xi). \quad (3.44)$$

Учитывая систему координат OXY для основного решения можно записать [19]:

– для точки 4

$$G_x^0 = -\frac{P}{4} \tilde{g}_0^M(\xi) - \frac{ql^2}{4} \pi \alpha (1 + \nu) f_0'(\alpha); \quad (3.45)$$

– для остальных точек

$$G_x^0 = -\frac{P}{4} [\tilde{g}_0^M(\xi_1) + \tilde{g}_0^M(\xi_2)]. \quad (3.46)$$

При компенсирующем решении вводится обозначение θ , прогибы и моменты определяются по формулам [19]:

$$\omega^\theta = \frac{Pl^2}{D} \tilde{\omega}; \quad (3.47)$$

$$G_x^\theta = p \tilde{G}_x; \quad (3.48)$$

$$G_y^\theta = p \tilde{G}_y, \quad (3.49)$$

где $\tilde{\omega}$, $\tilde{G}_x$, $\tilde{G}_y$ – безразмерные табулированные в [19] величины при заданном параметре α (в примере $\alpha = 0,6$) и соответствующих координатах точек x , y .

Полное аналитическое решение тестовой задачи расчета полубесконечной плиты на упругом основании представляет сумму основного и компенсирующего решений в соответствующих точках:

$$\omega = \omega^0 + \omega^\theta; \quad G_x = G_x^0 + G_x^\theta; \quad G_y = G_y^0 + G_y^\theta. \quad (3.50)$$

Для численной реализации рассматриваемой тестовой задачи построена дискретная КЭ- модель и расчетная схема, представленные на рис. 3.12.

Размеры расчетного фрагмента плиты 750×650 см, все исходные параметры плиты соответствуют параметрам тестовой задачи. На расчетной схеме рис. 3.12 показано положение системы координат XOY для тестовой задачи, начало которой совмещено с центром отпечатка и находится на расстоянии $z_1^* = 55,3$ см от края плиты.

Сеточная область имеет размеры $2 \times 20 \times 25$ (число уравнений $k = 2 \cdot 20 \cdot 25 \cdot 3 = 3000$) и построена так, что координаты точек 1 – 8 и 9 – 15 точно совпадают с координатами в тестовой задаче и находятся в центрах соответствующих конечных элементов (нормали площадок КЭ совпадают с нормальными сечениями в тестовой задаче). Реализованные граничные условия моделируют так: вдоль оси $OZ^{3'}$ – свободный край плиты (границу полубесконечного пространства в тестовом примере), а остальные три края плиты моделируют неограниченную плиту – наложенные связи на тангенциальные перемещения (по направлениям $Z_N^{2'}$, $Z_N^{3'}$) и углы поворота по соответствующим направлениям.

Равномерно распределенная нагрузка (давление $P_a \equiv q = 2$ кгс/см²) в КЭ-модели представлена девятью прямоугольными в плане конечными элементами по аналогии с рис. 3.5, когда размер эквивалентного квадрата отпечатка имеет размер

$$a = r\sqrt{\pi} = 12,9\sqrt{\pi} = 22,864 \text{ см} \quad (3.51)$$

и узловые силы примыкающих четвертей КЭ определяются по формулам соответственно:

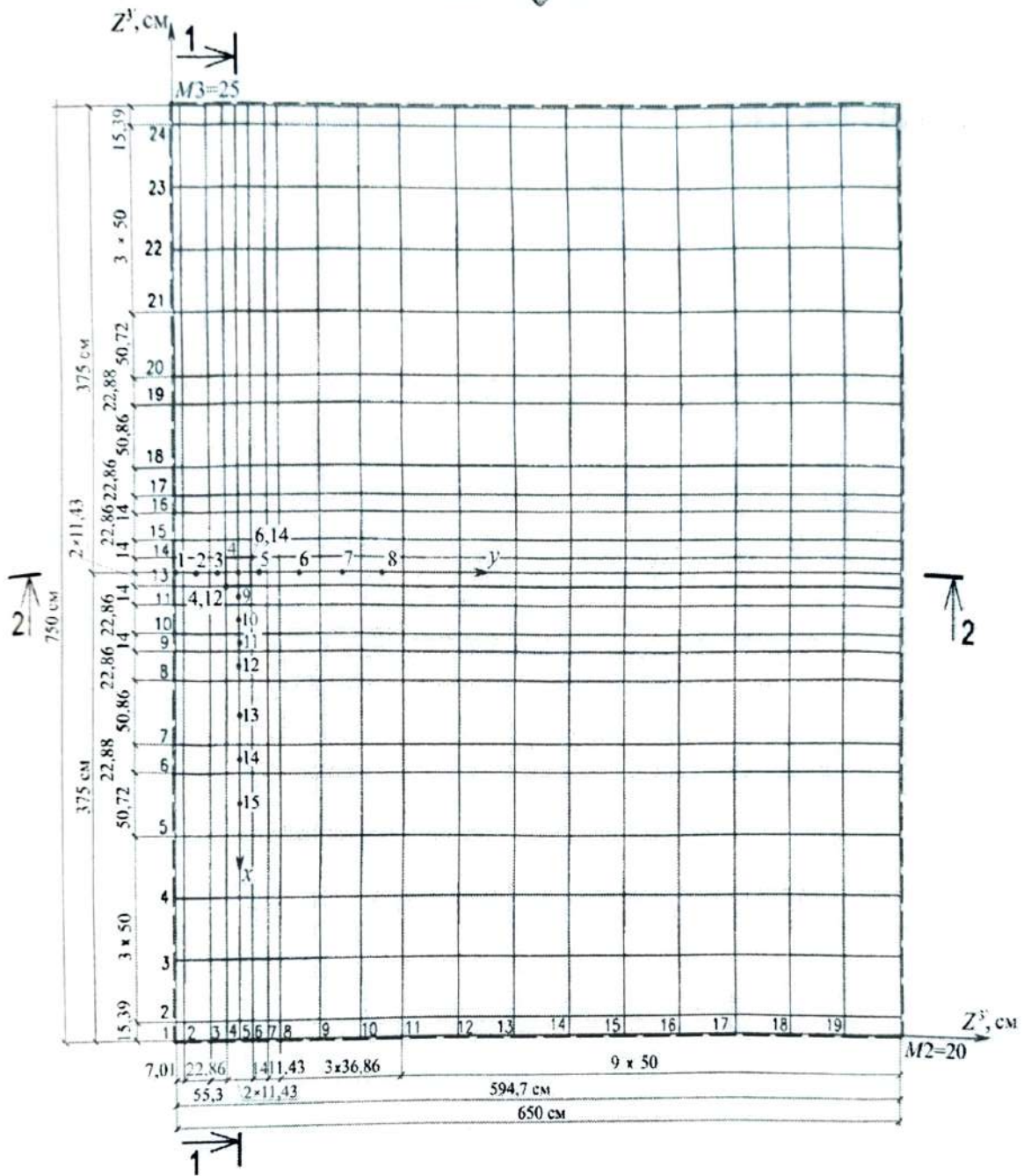


Рис. 3.12. Расчетная схема полубесконечной плиты на упругом основании от вертикального давления круглого отпечатка, расположенного у края плиты

$$Q_1 = \frac{a^2}{4} P_a = \frac{22,864^2}{4} \cdot 11,48 = 1500,328 \text{ кгс};$$

$$Q_2 = \frac{a^2}{8} P_a = \frac{22,864^2}{8} \cdot 11,48 = 750,164 \text{ кгс};$$

$$Q_3 = \frac{a^2}{16} P_a = \frac{22,864^2}{16} \cdot 11,48 = 375,082 \text{ кгс};$$

$$P = qa^2 = 22,864^2 \cdot 11,48 = 6001,3 \approx P_{\text{кв}} = 6000 \text{ кгс};$$

$$P = Q_1 + 4Q_2 + 4Q_3 = 1500,328 + 4 \cdot 750,164 + 4 \cdot 375,082 = 6001,3 \text{ кгс}.$$

Численные результаты расчета рассматриваемой тестовой задачи из [19] сведены в табл. 3.4 и 3.5 для конечных элементов (и соответствующих узлов) соответственно по сечениям 1 – 1 и 2 – 2 (см. рис. 3.12).

По данным в табл. 3.4 и 3.5, а также по табличным данным в [19] построены эпюры перемещений u_N^I (для КЭ - модели) и прогибов $\omega_{(n)}$ (n – номера точек 1 – 15 в текстовом примере), эпюры погонных изгибающих моментов M_N^{33} , кгс·м/м и $G_x(x, y)$, кгс, эпюры моментов M_N^{22} , кгс·м/м и $G_y(x, y)$, кгс. В табл. 3.4 приведено сравнение по сечению 1 – 1 вдоль оси x при значениях $R_e = 12,9$ см, $P_a = 11,48$ кгс/см² в точках 4, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Таблица 3.4

№ точки	№ точек в примере [19]	№ узлов в сечении 1 – 1	u_N^I , мм	M_N^{22} , кгс (G_x)	M_N^{33} , кгс (G_y)
1	–	9	0,020	22,70	180,9
2	–	49	0,019	24,0	185,1
3	–	89	–0,007	28,4	197,4
4	–	129	–0,067	34,4	212,1
5	–	169	–0,164	32,1	204,8
6	15	209	–0,300	18,5	166,9
7	14	249	–0,370	–42,0	35,9
8	13	289	–0,550	–146,4	–165,3
9	12	329	–0,630	–248,6	–338,3
10	11	369	–0,670	–428,9	–608,7
11	10	409	–0,730	–691,5	–1055,3
12	9	449	–0,760	–886,1	–1456,3
13	4	489	–0,770	–886,1	–1456,3
14		529	–0,760	–691,5	–1055,3
15		569	–0,730	–428,9	–608,7
16		609	–0,670	–248,6	–338,3
17		649	–0,630	–146,4	–165,3
18		689	–0,550	–42,0	35,9
19		729	–0,370	18,5	166,9
20		769	–0,300	32,1	204,8
21		809	–0,160	34,4	212,1
22		849	–0,067	28,4	197,4
23		889	–0,007	24,0	185,1
24		929	0,019	22,7	180,9
25		969	0,020	–	–

В табл. 3.5. приведено сравнение по сечению 2 – 2 вдоль оси OY в точках 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Таблица 3.5

№ точек	№ точек в примере [19]	№ узлов в сечении 1 – 1	u_N^I , мм	M_N^{22} , кгс (G_x)	M_N^{33} , кгс (G_y)
1	1	481	-0,97	-6,50	-1110,9
2	2	483	-0,94	-134,6	-1184,8
3	3	485	-0,86	-495,6	-1356,4
4		487	-0,81	-879,8	-1498,9
5	4	489	-0,77	-886,1	-1456,3
6	5	491	-0,71	-512,5	-1218,1
7		493	-0,64	-186,4	-968,5
8	6	495	-0,58	25,3	-688,2
9	7	497	-0,39	169,8	-406,8
10	8	499	-0,22	186,5	-256,7
11		501	-0,08	160,8	-161,3
12		503	0,09	132,0	-96,9
13		505	0,22	114,5	-59,3
14		507	0,33	102,9	-35,9
15		509	0,42	95,1	-20,8
16		511	0,49	89,7	-11,0
17		513	0,54	86,2	-4,8
18		515	0,58	84,0	-1,2
19		517	0,60	83,0	0,48
20		519	0,61	–	–

На рис. 3.13 и рис. 3.14 представлены графики перечисленных эпюр для сечения 1 – 1 и 2 – 2 соответственно. Графики, изображенные сплошной линией, иллюстрируют результаты численного расчета по МСКЭ, а графики, изображенные пунктирной линией, – результаты тестового примера в [19].

Сравнение полученных численных результатов при исследовании НДС фрагмента полубесконечной плиты на упругом основании с результатами соответственного тестового примера из [19] подтверждают, что численные результаты качественно и количественно практически совпадают с аналитическими в [19]. Так, по перемещениям имеем:

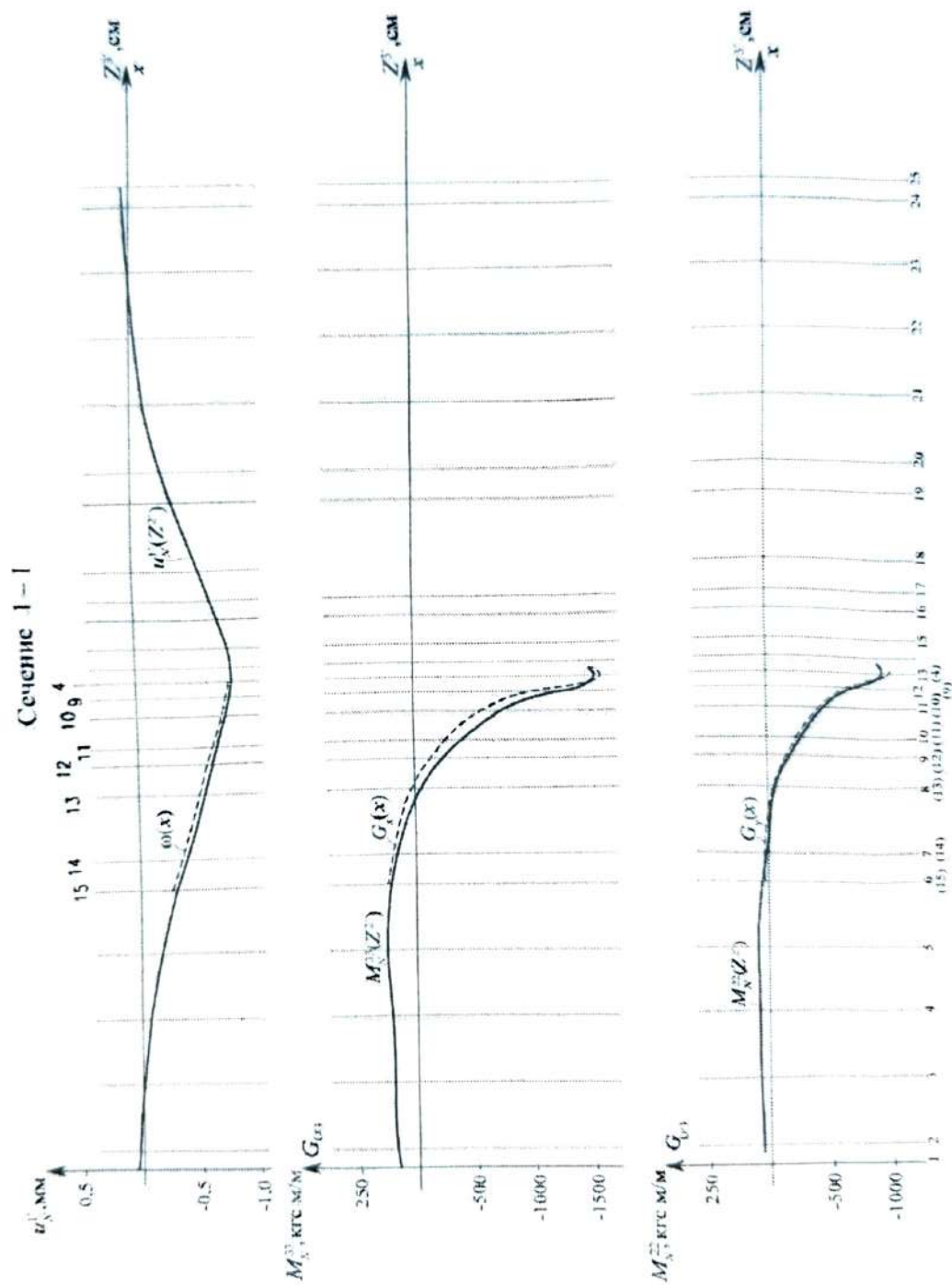


Рис. 3.13. Эпюры перемещений и изгибающих моментов в полубесконечной плите от нагрузки пневматика

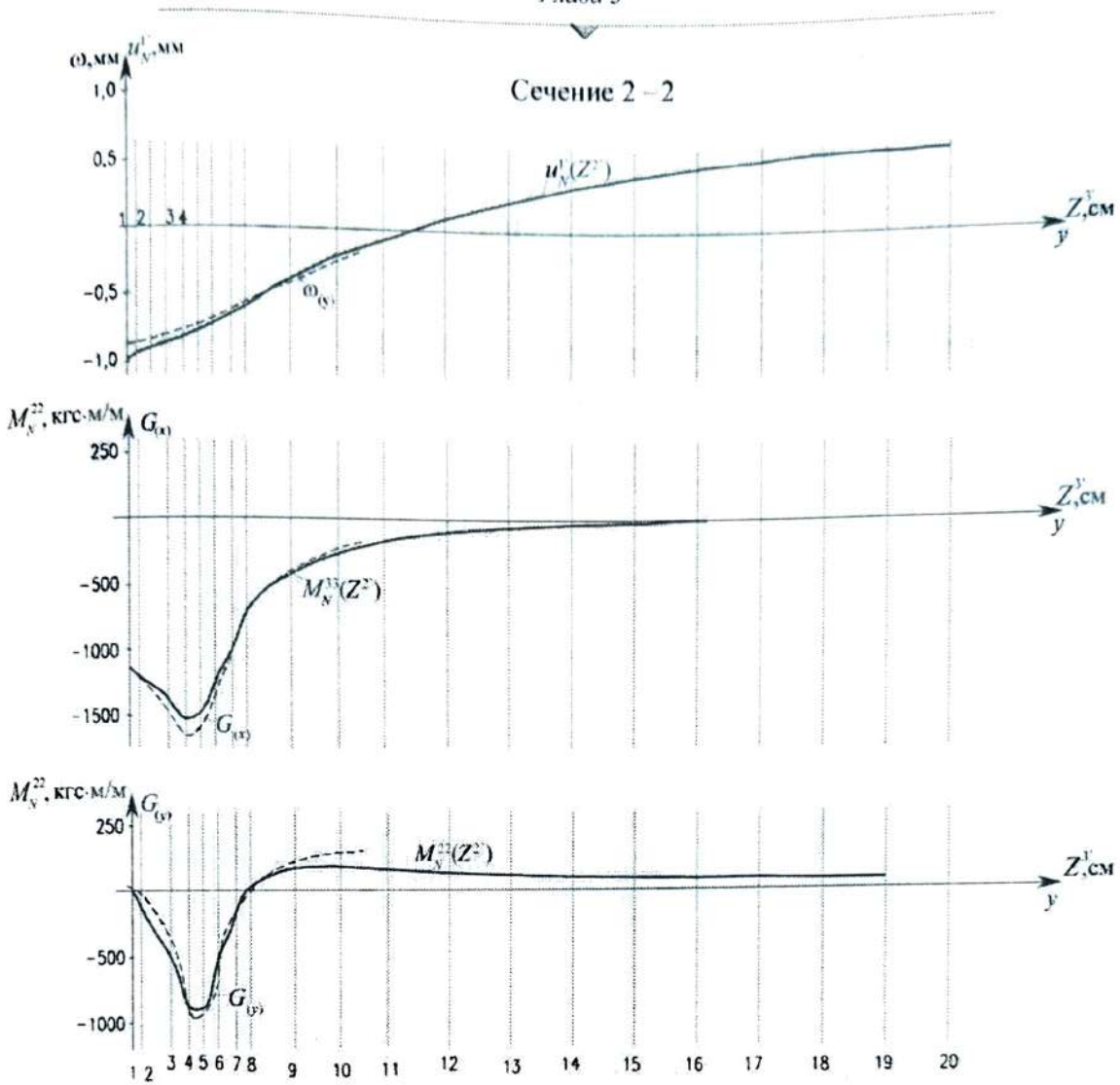


Рис.3.14. Эпюры перемещений и изгибающих моментов в полубесконечной плите от нагрузки пневматика колесного отпечатка:

$$u_N^I = f(Z^I), \quad M_N^{33} = f(Z^I), \quad M_N^{22} = f(Z^I), \quad (\omega = f(y), G_x(y), G_y(y))$$

- в сечении 1 - 1

$$\Delta u_{1-1}, \% = \frac{(u_{489}^I - \omega_{(4)})100}{\omega_{(4)}} = \frac{(0,77 - 0,741)100}{0,741} = 3,9\%;$$

- в сечении 2 - 2

$$\Delta u_{2-2}, \% = \frac{(u_1^I - \omega_{(1)})100}{\omega_{(1)}} = \frac{(0,97 - 0,903)100}{0,903} = 7,4\%.$$

По изгибающим моментам имеем:

- в сечении 1 - 1

$$\Delta M_{1-1}^{33}, \% = \frac{(M_{489-449}^{33} - G_{x(4)})100}{G_{x(4)}} = \frac{|(-1570 + 1510)|}{|-1570|} \approx 14\%;$$

$$\Delta M_{1-1}^{22}, \% = \frac{(M_{489-449}^{22} - G_{y(4)})100}{G_{y(4)}} = \frac{(1079,8 - 935)100}{1079} \approx 13\%;$$

– в сечении 2 – 2

$$\Delta M_{2-2}^{33}, \% = \frac{(M_{487-489}^{33} - G_{x(4)})100}{G_{x(4)}} = \frac{(-1670 + 1540)100}{-1670} \cong 7,8\%;$$

$$\Delta M_{2-2}^{22}, \% = \frac{(M_{487-489}^{22} - G_{y(4)})100}{G_{y(4)}} = \frac{(1079,8 - 920)100}{1079,8} \cong 14,7\%.$$

Погрешности по моментам M_N^{22} и G_y в 13 – 15% объясняются сглаживающим влиянием в дискретных моделях в местах пиков эпюр (см. рис. 3.13 и 3.14).

ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ МНОГОСЛОЙНОЙ ПЛИТЫ ДЛЯ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ. АНАЛИЗ СХОДИМОСТИ ПОЛУЧАЕМЫХ РЕШЕНИЙ И ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ

4.1. Определение входных и выходных параметров условной плиты для реализации численного расчета многослойных плит на упругом основании

Сравнительный анализ результатов расчета тестовых задач, приведенных в гл. 3, позволяет заключить, что предлагаемая методика и программный комплекс автоматизированных расчетов тонкостенных пространственных конструкций – KARTPK – обеспечивают высокую степень достоверности получаемых численных решений для класса задач расчета тонких упругих пластинок любой конфигурации (при наличии ребер, вставок и прочих конструктивных особенностей) на упругом основании, коэффициент постели которого может быть представлен в виде функционального двухмерного сплайна в нейтральной плоскости гибкой оболочки [45]. На основе доказанной достоверности и обеспечения достаточно точных получаемых численных решений проведем анализ расчетов отдельной плиты реального покрытия перрона нового терминала в аэропорту Борисполь от воздействия основной опоры широкофюзеляжного самолета A380-800. Конструкция этого покрытия и состав активной части грунтового основания приведены на рис. 1.1 (гл. 1). При проведении численного расчета будем исходить из требований СНиП 2.03.01 – 84* [35] при определении физико-механических характеристик бетона двухслойного покрытия на жестком основании. В соответствии с вышеуказанным отметим характеристики слоев бетонного покрытия перрона в аэропорту Борисполь:

– 1-й верхний слой из тяжелого бетона, плотность $\gamma_1 = 2500 \text{ кг/м}^3$, марка бетона В40, расчетное сопротивление для предельных состояний 1 группы $R_{bn} = 29,0 \text{ МПа}$ (296 кгс/см^2); $R_{bt} = 2,1 \text{ МПа}$ ($21,4 \text{ кгс/см}^2$); начальный модуль упругости при естественном твердении $E_b = 3,6 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ($3,67 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$), $\nu_1 = 0,22$;

– 2-й средний слой из тяжелого бетона, плотность $\gamma_2 = 2400 \text{ кг/м}^3$, марка бетона В15, расчетное сопротивление для предельных состояний 1 группы $R_{bn} = 11,0 \text{ МПа}$ (112 кгс/см^2); $R_{bt} = 1,15 \text{ МПа}$ ($11,7 \text{ кгс/см}^2$); начальный модуль упругости при естественном твердении $E_b = 2,3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ($2,35 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$), $\nu_2 = 0,23$;

– 3-й нижний слой – жесткое основание из тощего бетона (пескоцемента), плотность $\gamma_3 = 1800 \text{ кг/м}^3$, марка бетона В5, расчетное сопротивление для предельных состояний 1 группы $R_{bn} = 3,5 \text{ МПа}$ ($35,7 \text{ кгс/см}^2$); $R_{bt} = 0,55 \text{ МПа}$ ($5,61 \text{ кгс/см}^2$); начальный модуль упругости при естественном твердении $E_b = 1,0 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ($1,02 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$), $\nu_3 = 0,27$.

Характеристики инженерно-геологических элементов активного грунтового основания принимаем такими же, как в гл. 1, поэтому и коэффициент постели принимаем таким же – постоянной величиной в пределах расчетного фрагмента покрытия – $K_{se} = 4,13 \text{ кгс/см}^3$.

На основе дискретной модели рассматриваемого покрытия строим ее эквивалентный аналог (рис. 4.1).

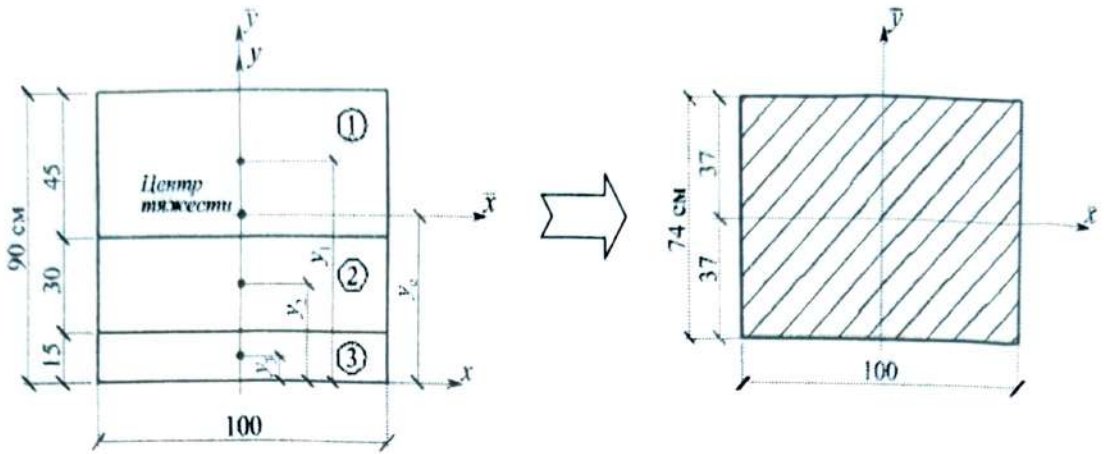


Рис. 4.1. Редукция сечения реальной плиты к сечению условной плиты

Определяем центр тяжести сечения дискретной модели реальной плиты относительно координат $хоу$, помещаем в него систему координат $\bar{x}_o\bar{y}$ и вычисляем геометрические и физико-механические параметры условной плиты, эквивалентной реальной конструктивной модели по продольной и изгибной жесткостям:

$$t_1 = 45 \text{ см}; t_2 = 30 \text{ см}; t_3 = 15 \text{ см}; t_{\text{tot}} = t_1 + t_2 + t_3 = 45 + 30 + 15 = 90 \text{ см};$$

$$S_x^o = F^o \cdot y_c; \quad F^o = F_1 + F_2 + F_3 = 100 = (45 + 30 + 15) = 9000 \text{ см}^2; \quad (4.1)$$

$$\gamma_1 = 0,0025 \text{ кгс/см}^3; \quad \gamma_2 = 0,0024 \text{ кгс/см}^3; \quad \gamma_3 = 0,0018 \text{ кгс/см}^3;$$

$$\tilde{F}_o = F^o \cdot \gamma_{\text{cp}}; \quad (4.2)$$

$$\gamma_{\text{cp}} = \frac{t_1 \gamma_1 + t_2 \gamma_2 + t_3 \gamma_3}{t_{\text{tot}}} = \frac{45 \cdot 0,0025 + 30 \cdot 0,0024 + 15 \cdot 0,0018}{90} = 0,0235;$$

$$y_c = \frac{S_x^o}{\tilde{F}_o}; \quad S_x^o = S_x^1 \gamma_1 + S_x^2 \gamma_2 + S_x^3 \gamma_3; \quad (4.3)$$

$$y_1 = 67,5 \text{ см}; \quad y_2 = 30 \text{ см}; \quad y_3 = 7,5 \text{ см};$$

$$S_x^1 = 45 \cdot 100 \cdot 67,5 = 30,375 \cdot 10^4 \text{ см}^3;$$

$$S_x^2 = 30 \cdot 100 \cdot 30,0 = 9,0 \cdot 10^4 \text{ см}^3; \quad (4.4)$$

$$S_x^3 = 15 \cdot 100 \cdot 7,5 = 1,125 \cdot 10^4 \text{ см}^3;$$

$$S_x^o = 10^4 (30,375 \cdot 0,0025 + 9 \cdot 0,0024 + 1,125 \cdot 0,0018) = 995,625 \text{ кг}; \quad (4.5)$$

$$y_c = \frac{995,625}{9 \cdot 10^3 \cdot 0,00235} = 47,0745 \text{ см}. \quad (4.6)$$

Определяем моменты инерции дискретной модели реального сечения относительно координат $\bar{x}_o\bar{y}$ с началом в центре тяжести сечения:

$$I_{o\bar{x}}^0 = I_{o\bar{x}}^1 + I_{o\bar{x}}^2 + I_{o\bar{x}}^3; \quad (4.7)$$

$$y_{ox}^1 = \frac{bt_1^3}{12} + F_1(y_1 - y_c)^2; \quad (4.8)$$

$$I_{ox}^2 = \frac{bt_2^3}{12} + F_2(y_2 - y_c)^2; \quad I_{ox}^3 = \frac{bt_3^3}{12} + F_3(y_3 - y_c)^2;$$

$$I_{ox}^1 = \frac{100 \cdot 45^3}{12} + 100 \cdot 45(67,5 - 47,075)^2 = 2,637 \cdot 10^6 \text{ см}^4;$$

$$I_{ox}^2 = \frac{100 \cdot 30^3}{12} + 100 \cdot 30(30 - 47,075)^2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ см}^4;$$

$$I_{ox}^3 = \frac{100 \cdot 15^3}{12} + 100 \cdot 15(7,5 - 47,075)^2 = 2,38 \cdot 10^6 \text{ см}^4;$$

$$I_{ox}^0 = (2,637 + 1,10 + 2,377) \cdot 10^6 = 6,114 \cdot 10^6 \text{ см}^4;$$

$$EI_{(ox)}^0 = E_1 I_{ox}^1 + E_2 I_{ox}^2 + E_3 I_{ox}^3 = 3,67 \cdot 10^5 \cdot 2,637 \cdot 10^6 + 2,35 \cdot 10^5 \cdot 1,1 \cdot 10^6 + \\ + 1,02 \cdot 10^5 \cdot 2,38 \cdot 10^6 = 11,32 \cdot 10^{11} \text{ кгсм}^2;$$

$$EF^0 = E_1 F_1 + E_2 F_2 + E_3 F_3 = 3,67 \cdot 10^5 \cdot 100 \cdot 45 + 2,35 \cdot 10^5 \cdot 100 \cdot 30 + \\ + 1,02 \cdot 10^5 \cdot 100 \cdot 15 = 2,51 \cdot 10^9 \text{ кгс.}$$

Из условия эквивалентности по продольной и изгибной жесткостям сечений реальной и условной плит покрытия на единицу ширины $b = 1 \text{ м} = 100 \text{ см}$ получим два уравнения с двумя неизвестными $t_{(e)}$ – толщина условной плиты, $E_{(e)}$ – эквивалентный модуль упругости материала условной плиты:

$$\begin{cases} E_{(e)} \frac{t_e^3}{12} \cdot 100 = EI_{(ox)}^0; & (1) \\ E_{(e)} \cdot 100 \cdot t_{(e)} = EF^0. & (2) \end{cases} \quad (4.9)$$

Подставив (2) в (1), получим:

$$EF^0 \frac{t_{(e)}^2}{12} = EI_{(ox)}^0; \quad t_{(e)} = \sqrt{\frac{12EI_{(ox)}^0}{EF^0}}. \quad (4.10)$$

Тогда

$$t_{(e)} = \sqrt{\frac{12 \cdot 1132 \cdot 10^{11}}{2,51 \cdot 10^9}} = 10 \cdot 7,36 = 73,6 \text{ см}, \quad (4.11)$$

принимаем $t_{(e)} = 74,0 \text{ см}$;

$$E_{(e)} = \frac{EF^0}{100 \cdot t_{(e)}} = \frac{2,51 \cdot 10^9}{100 \cdot 74,0} = 3,392 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2.$$

Определяем эквивалентный коэффициент Пуассона для материала условной плиты:

$$\nu_{(e)} = \frac{0,22 \cdot 45 + 0,23 \cdot 30 + 0,27 \cdot 15}{90} = 0,2317. \quad (4.12)$$

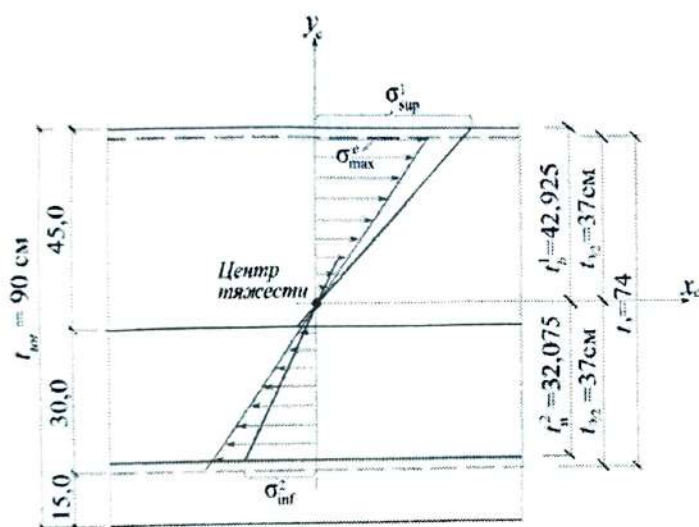
Определяем средний объемный вес для материала условной плиты:

$$\gamma_{\text{cp}}^{(e)} t_{(e)} = \gamma_1 t_1 + \gamma_2 t_2 + \gamma_3 t_3; \quad (4.13)$$

$$\gamma_{\text{cp}}^{(e)} = \frac{\gamma_1 t_1 + \gamma_2 t_2 + \gamma_3 t_3}{t_{(e)}} = \frac{0,0025 \cdot 45 + 0,0024 \cdot 30 + 0,0018 \cdot 15}{74} = 0,002858 \text{ кгс/см}^3.$$

На основе полученных значений параметров условной однослойной плиты, которая эквивалентна по условиям жесткостей реальному двухслойному покрытию, выполняется численный расчет на основе МСКЭ [2, 45, 48]. В результате численного расчета в каждом конечном элементе условной плиты могут быть получены значения напряжений на главных площадках КЭ: σ_{max} и σ_{min} , которые определяют граничные значения изгибающих погонных моментов. По значениям σ_{max} и σ_{min} в условной плите следует получить допустимые напряжения в реальной плите, с учетом предельных растягивающих усилий при изгибе, для каждого из реальных слоев – $R_{\text{btн}}^{\text{sup}}$ и $R_{\text{btн}}^{\text{inf}}$.

Представим распределение изгибных погонных эпюр напряжений в эквивалентном сечении, которое накладывается на реальное (рис. 4.2) сечение. Исходя из формул



$$\sigma_{\text{sup}}^1 = \sigma_{\text{max}} \frac{E_{\text{sup}}}{E_e} \frac{2t_H^1}{t_e} \frac{(1 - \nu_e^2)}{(1 - \nu_1^2)},$$

$$\sigma_{\text{inf}}^2 = \sigma_{\text{max}} \frac{E_{\text{inf}}}{E_e} \frac{2t_H^2}{t_e} \frac{(1 - \nu_e^2)}{(1 - \nu_2^2)},$$

$$\sigma_{\text{sup}}^1 = 1,248 \cdot 19,7 = 24,58 \text{ кгс/см};$$

$$\sigma_{\text{inf}}^2 = 0,643 \cdot 19,7 = 12,67 \text{ кгс/см}$$

Рис. 4.2. Эпюры напряжений в эквивалентном и реальном сечениях

определения нормальных изгибных напряжений в тонкой пластинке [15]

$$\sigma_{x(y)} = \frac{Ez}{1 - \nu^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) = \frac{Ez}{1 - \nu^2} \chi(x, y). \quad (4.14)$$

имеем решение для условной плиты, т.е. зная значения $\sigma_{\text{max}}^{(e)}$ (см. рис. 4.2) и учитывая требование совместности деформаций условной и реальной плиты, имеем (при $z = t_{(e)}$)

$$\chi(x, y) = \frac{\sigma_{\text{max}} (1 - \nu^2)}{Ez} = \frac{\sigma_i (1 - \nu_i^2)}{E_i 2y_i}, \quad (4.15)$$

откуда получим, что усилие в i -м волокне сечения на рис. 4.2 будет определяться по формуле

$$\sigma_i = \sigma_{\max} \frac{E_{(i)} \frac{2\bar{y}_{(i)}}{E_{(e)}} \frac{(1 - \nu_{(e)}^2)}{(1 - \nu_{(i)}^2)}}{t_{(e)}} \quad (4.16)$$

С учетом характера эпюр изгибных напряжений в условном и реальном сечениях наиболее критическими напряжениями растяжения будут $\sigma_{1,\text{sup}}$ и $\sigma_{2,\text{inf}}$ (см. рис. 4.2):

$$\sigma_{1,\text{sup}} = \sigma_{\max} \frac{E_{\text{sup}}}{E_{(e)}} \frac{2t_{(b)}^1}{t_{(e)}} \frac{(1 - \nu_{(e)}^2)}{(1 - \nu_{(i)}^2)}, \quad t_{(e)}^1 \equiv t_1; \quad (4.17)$$

$$\sigma_{1,\text{inf}} = \sigma_{\max} \frac{E_{\text{inf}}}{E_{(e)}} \frac{2t_{(n)}^1}{t_{(e)}} \frac{(1 - \nu_{(e)}^2)}{(1 - \nu_{(i)}^2)}, \quad t_{(n)}^1 \equiv t_2. \quad (4.18)$$

Для параметров рассматриваемой плиты покрытия окончательно имеем:

$$\sigma_{1,\text{sup}} = \sigma_{\max} \frac{3,67 \cdot 10^5}{3,39 \cdot 10^5} \frac{2 \cdot 42 \cdot 925}{74} \frac{(1 - 0,23 + 7^2)}{(1 - 0,22^2)} = 1,248 \cdot \sigma_{\max}; \quad (4.19)$$

$$\sigma_{2,\text{inf}} = \sigma_{\max} \frac{2,35 \cdot 10^5}{3,392 \cdot 10^5} \frac{2 \cdot 32,075}{74} \frac{(1 - 0,2317^2)}{(1 - 0,23^2)} = 0,643 \cdot \sigma_{\max}. \quad (4.20)$$

Учитывая выражения (4.19), (4.20) в предельном состоянии по значениям $R_{\text{btm}}^{\text{sup}}$ и $R_{\text{btm}}^{\text{inf}}$, можно записать:

$$1,248 \sigma_{\max} \leq R_{\text{btm}}^{\text{sup}} \cdot \gamma_c \cdot k_u, \quad (4.21)$$

где $\gamma_c = 0,9$; $k_u = 1,244$ (см. гл. 1).

Аналогично получим:

$$0,643 \cdot \sigma_{\max} \leq R_{\text{btm}}^{\text{inf}} \cdot \gamma_c \cdot k_u. \quad (4.22)$$

Таким образом, получим удобные формулы допускаемых напряжений в условной плите при численном расчете:

$$\sigma_{\max} \leq 0,897 R_{\text{btm}}^{\text{sup}} = 21,4 \cdot 0,897 = 19,2 \text{ кгс/см}^2; \quad (4.23)$$

$$\sigma_{1,\text{sup}} \leq 1,248 \sigma_{\max}; \quad (4.24)$$

$$\sigma_{2,\text{inf}} \leq 0,643 \sigma_{\max}. \quad (4.25)$$

4.2. Анализ сходимости решений для дискретных моделей плит конечных размеров при увеличении сеточной области

Рассматриваем конструкцию покрытия перрона, представленную в гл. 1 и в первом параграфе настоящей главы. Проведем исследование на сходимость решений, полученных различными методами, когда в качестве дискретной модели принят один основной конструктивный элемент – одна ячейка покрытия – монолитная бетонная плита размерами $7,5 \times 7,5$ м при воздействии основной опоры широкофюзеляжного самолета А380-800 под крыльями самолета, т.е. четырехколесной основной опоры с нормативной нагрузкой $F_n^1 = 1140$ кН (под фюзеляжем – две шестиколесные опоры с $F_n^1 = 1710$ кН).

Для проведения анализа сходимости рассматриваем шасси четырехколесной опоры, размещенной традиционно, – ось главного колеса совпадает с центром плиты (см. схему нагружения на рис. 1.3): $a_T = 1,35$ м; $b_T = 1,7$ м.

Параметры колесного отпечатка аналогичны представленным в гл. 1:

$$F_d = 327,75 \text{ кН}; \quad R_e = 0,264 \text{ м}; \quad P_a = 1,5 \text{ МПа}.$$

Модель вертикального воздействия от колесного отпечатка реализуется в соответствии с рис. 3.5, при этом

$$a = R_e \sqrt{\pi} = 26,4 \sqrt{\pi} = 46,8 \text{ см}.$$

Принимаем для дискретной модели $a = 47,0$ см, $P_a = 15$ кгс/см², так что величины девяти узловых нагрузок колесного отпечатка в соответствии с рис. 3.5 следующие:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{a^2}{4} P_a = \frac{47^2}{4} \cdot 15,0 = 8283,75 \text{ кгс}; \\ Q_2 &= \frac{a^2}{8} P_a = \frac{47^2}{8} \cdot 15,0 = 4141,875 \text{ кгс}; \\ Q_3 &= \frac{a^2}{16} P_a = \frac{47^2}{16} \cdot 15,0 = 2070,9375 \text{ кгс}; \\ P &= a^2 \cdot P_a = 47,0^2 \cdot 15,0 = 33135 \text{ кгс}; \\ P &= Q_1 + 4Q_2 + 4Q_3 = 33135 \text{ кгс}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Расчетная схема фрагмента отдельно взятой плиты покрытия представлена на рис. 4.3. Сеточная область имеет регулярную неравномерную структуру с сеточными координатами S_1, S_2, S_3 , которые изменяются в пределах $S_1 = 1, M1(2)$; $S_2 = 1, M2(19)$ и $S_3 = 1, M3(21)$. Сеточная область построена так, что включает дискретные модели четырехколесных отпечатков шасси самолета А380-800. Эти фрагменты топологической модели имеют сеточные координаты начала – S_2^N, S_3^N и концов фрагмента – S_2^k, S_3^k :

- 1) $N_2^1 = 8$; $N_3^1 = 9$; $k_2^1 = 10$; $k_3^1 = 11$;
- 2) $N_2^2 = 12$; $N_3^2 = 9$; $k_2^2 = 14$; $k_3^2 = 11$;
- 3) $N_2^3 = 8$; $N_3^3 = 14$; $k_2^3 = 10$; $k_3^3 = 16$;
- 4) $N_2^4 = 12$; $N_3^4 = 14$; $k_2^4 = 14$; $k_3^4 = 16$.

Начало сеточных S_i и глобальных координат $OZ^1 Z^2 Z^3$ связано с узлом $N = 1$ на нижней ограничивающей поверхности плиты. Размеры сеточной области $M1 \times M2 \times M3$, т.е. $2 \times 19 \times 21$, всего узлов $N_u = 798$, что соответствует системе уравнений равновесия $k = N_u \cdot 3 = 798 \cdot 3 = 2394$ (без учета накладываемых связей) и числу конечных элементов $M_e = 360$.

Результаты расчета плиты по расчетной схеме на рис. 4.3 при моделировании стыковых соединений неразрезной схемы за счет граничных условий представлены на рис. 4.4 в виде эпюр в сечении плиты $1-1$ – перемещений $u_N^1(z^2)$, изгибающих погонных моментов

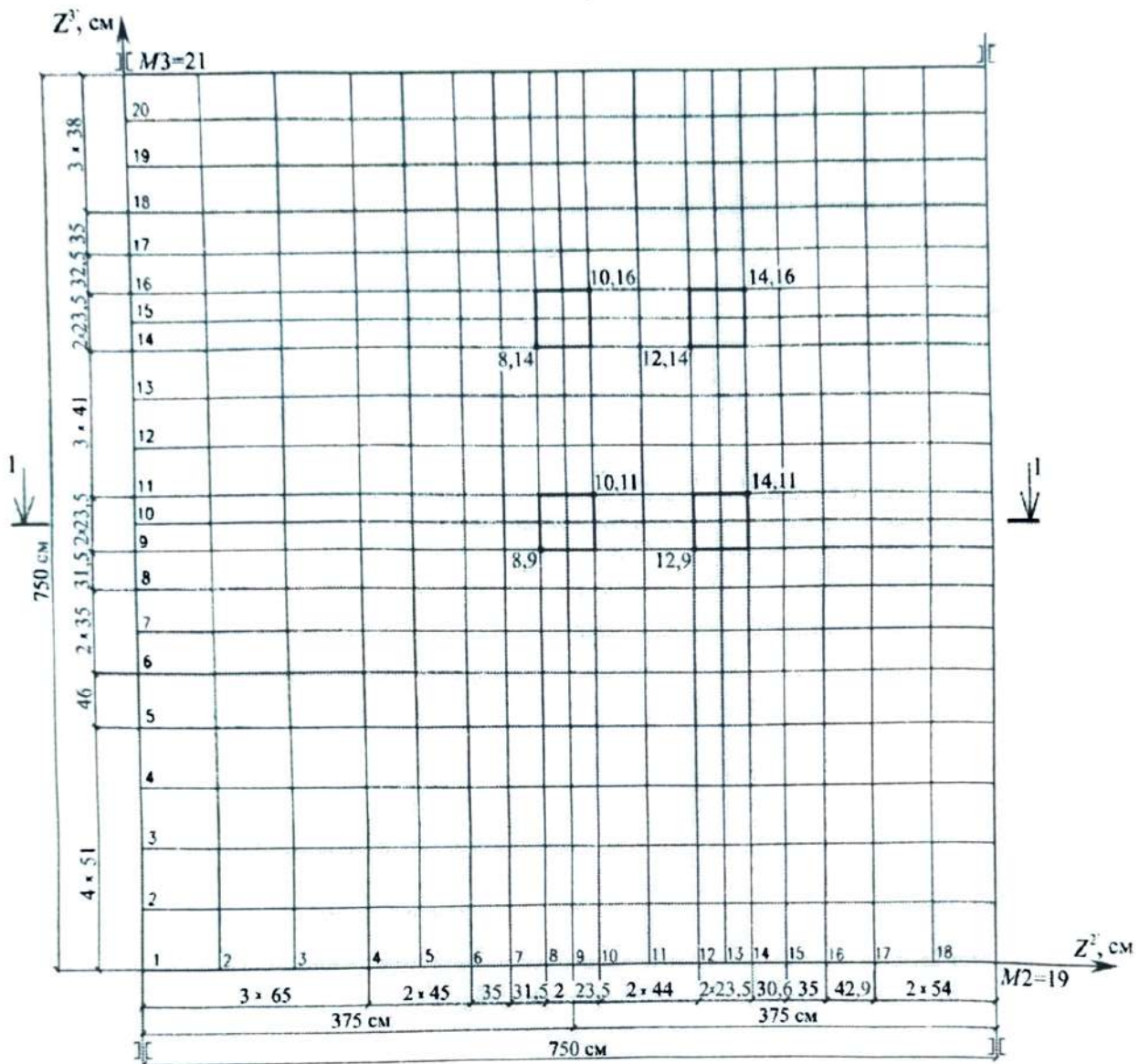


Рис. 4.3. Расчетная схема плиты конечных размеров 7,5×7,5 м с моделированием различных граничных условий

$M_N^{22}(z^2)$ и реакций основания. Эпюра узловых реакций упругого основания имеет неравномерный характер, соответствующий воздействию сосредоточенных сил от колесной нагрузки. Максимальное значение узловой реакции в сечении 1 – 1 составляет $R_{377}^1 = 786,0$ кгс, что составляет на 1 м $\frac{786}{0,54} = 1455,6$ кгс. При шаге штыревых соединений 350 мм максимальная реакция на штырь составляет

$$R_{шт}^1 = 1455,6 \cdot 0,35 = 509,4 \text{ кгс},$$

напряжение сжатия на бетон при заделке штыря на 240 мм составляет

$$\sigma_{сж} = \frac{509,4}{24 \cdot 2,2 \cdot 0,8} \cong 12,0 \text{ кгс/см}^2,$$

что не нарушает условия прочности бетона марки В15: $|\sigma| = 20 \text{ кгс/см}^2$.

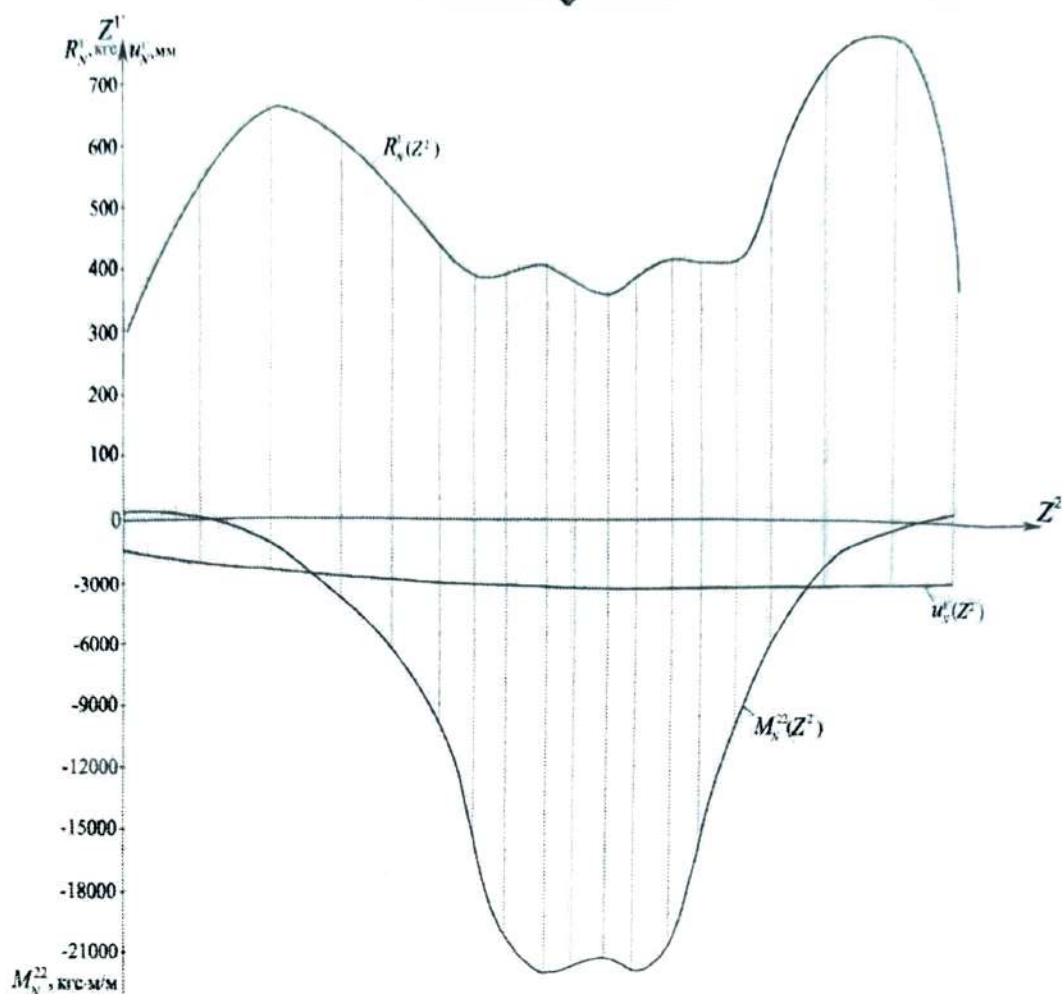


Рис. 4.4. Эпюры максимальных внутренних усилий при моделировании граничных условий по неразрезной схеме

Для анализа проблемы учета работы плиты конечных размеров по разрезной схеме при наличии сквозных швов и стыковых соединений (особенно при двухслойном жестком покрытии) разработана следующая модель стыкового соединения тонких плит с эквивалентным сечением по условиям изгибной и продольной жесткостей. В предлагаемой модели исходим из реального соединения плит, когда в нижнем слое реализовано стыковое соединение из штырей, а в верхнем слое – сквозной шов с краевым армированием (рис. 4.5). В соответствии с рисунком 4.5 реальное стыковое соединение двухслойного покрытия на жестком основании моделируется условной плитой (эквивалентного сечения с эквивалентными физико-механическими характеристиками) с узкой полостью и вставкой из неоднородного материала: материал плиты с $E = 3,392 \cdot 10^5$, материал вставки – $E = 2,6 \cdot 10^3$ кгс/см².

Модель стыка эквивалентной плиты строим из условия обеспечения разрезной схемы по эпюре моментов, т.е. на стыке необходимо обеспечить максимальный угол поворота сечения плиты без нарушения совместности деформаций на границе конечных элементов. Угол поворота устраиваем за счет полости на половину толщины плиты и снижения жесткости включения в плите на порядок или более по сравнению с расчетной жесткостью плиты.

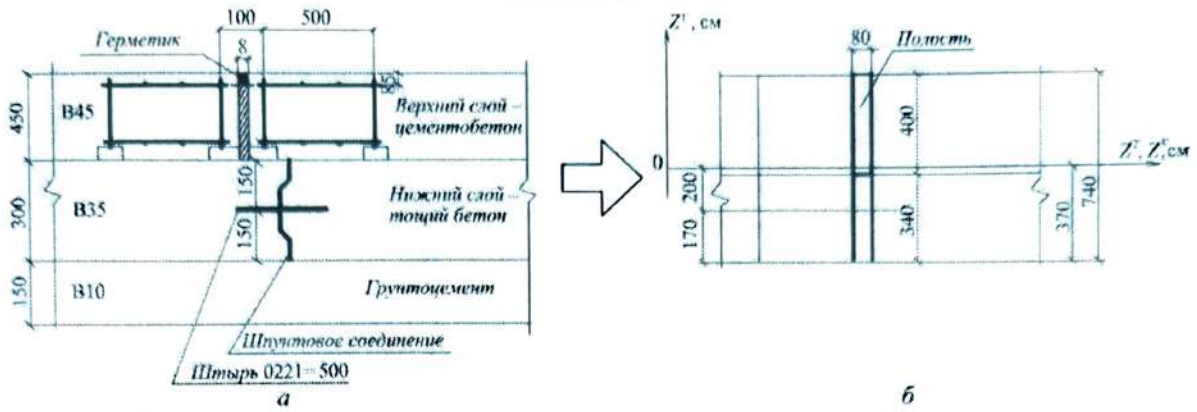


Рис. 4.5. Расчетная модель для разрезной схемы стыкового соединения плит с учетом двухслойного покрытия на жестком основании: *а* – реальное стыковое соединение с армированием; *б* – модель стыка эквивалентной тонкой плиты

Параметры ребра-врезки и вставки в соответствии со схемой на рис. 4.5 следующие:

$$h_p = 34 \text{ см}; \quad b_p = 8 \text{ см}; \quad \frac{h_p}{h_o} = \frac{34}{74} = 0,46. \quad (4.27)$$

Эксцентриситет ребра

$$e_x = -20 \text{ см}; \quad \frac{e_x}{h_o} = -\frac{20}{74} = -0,27. \quad (4.28)$$

Параметры вставки:

$$E_p = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2; \quad \nu_p = 0,3; \quad \frac{\gamma_p}{\gamma_o} = \frac{0,0016}{0,002858} = 0,56.$$

Результаты расчета плиты конечных размеров $7,5 \times 7,5$ м в соответствии с расчетной схемой, представленной на рис. 4.3, с различными граничными условиями и различными по прочности грунтовыми основаниями сведены в табл. 4.1. В таблице приведены три типа расчетной модели и граничных условий и два типа – по прочности грунтовых оснований: слабое при $K_{se} = 4,13 \text{ кгс/см}^2$ и среднее – $6,0 \text{ кгс/см}^2$. Результаты получены на основе аналитического расчета (см. гл. 1, соответствуют действующим нормативным), а также численных расчетов с использованием комплекса „ЛИРА” [21] и разработанного комплекса по предложенной в этой книге методике – KARTPK. Приведенные результаты расчета рассматриваемой плиты на грунтовом основании показывают, что для модели неограниченной пластинки значения максимальных прогибов и максимальных погонных моментов, полученные по всем трем методикам, практически совпадают. Это еще раз свидетельствует о достоверности разработанной методики и комплекса KARTPK при сравнении с аналитическими решениями и решениями, полученными на основе известной промышленной автоматизированной системы „ЛИРА”. Однако при изменении граничных условий наблюдается существенная несогласованность получаемых численных результатов.

В связи с проблемой адекватного учета граничных условий при расчете тонких пластинок конечных размеров на упругом основании проведены исследования по увеличению числа учитываемых в расчетных моделях отдельных плит покрытия аэродромов. Для этого рассмотрим симметричную расчетную модель нагружения отдельной плиты.

Таблица 4.1

Грунтовое основание	Методы расчета	Параметры внутренних усилий и деформаций	Тип расчетной модели и граничных условий		
			Неограниченная пластинка на упругом основании (для пластинок 7,5×7,5 м по краям наложены связи на тангенциальные перемещения и углы поворота)	Пластинка конечных размеров 7,5×7,5 м на упругом основании	
				со свободными краями	с жесткими кромками (связи на прогибы при стыковых соединениях)
Слабое основание, $K_{se}=4,13$ кгс/см ²	По нормативным документам	Макс. прогиб, мм	1,05	—	1,05
		Макс. изгиб. момент, кНм/м	100,01	—	120,01
	Комплекс KARTPK	Макс. прогиб, мм	1,37	1,52	0,64
		Макс. изгиб. момент, кНм/м	103,9	134,3	194,2
Среднее основание, $K_{se}=6,0$ кгс/см ²	По нормативным документам	Макс. прогиб, мм	0,84	—	0,84
		Макс. изгиб. момент, кНм/м	91,94	—	110,33
	Комплекс ЛИРА	Макс. прогиб, мм	1,6	3,1	—
		Макс. изгиб. момент, кНм/м	99,5	104,8	—
	Комплекс KARTPK	Макс. прогиб, мм	1,0	1,08	0,58
		Макс. изгиб. момент, кНм/м	100,7	128,3	181,3

Расчетная модель включает $\frac{1}{4}$ часть плиты с учетом симметричного нагружения от четырехколесной основной опоры самолета А380-800. Вариант симметрии расположения четырехколесной опоры на плите размером $7,5 \times 7,5$ м представлен на рис. 4.6. Далее, имея симметричную модель, увеличим число плит относительно плоскостей симметрии $Z^1 O Z^2$ и $Z^1 O Z^3$, добавив симметрично по две плиты с использованием модели стыков отдельных плит, которая представлена на рис. 4.5. Таким образом, получим расчетную схему из 9-ти фрагментов отдельных плит, а с учетом симметрии в расчетной модели работают 25 плит покрытия размером $37,5 \times 37,5$ м. Размеры сеточной области симметричной части расчетного фрагмента покрытия составляют $2 \times 32 \times 32$, что соответствует конечноэлементной модели из 961 конечного элемента и системе разрешающих уравнений с количеством $k = 2 \times 32 \times 32 \times 3 = 6144$ без учета накладываемых связей. На топологической модели расчетной схемы указаны сеточные координаты начальных и конечных узлов сеточных областей, описывающих фрагменты колесного отпечатка и восьми врезок стыковых соединений отдельных плит покрытия (рис. 4.7):

— колесный отпечаток

$$N_2^1 = 3; \quad N_3^1 = 3; \quad k_2^1 = 5; \quad k_3^1 = 5;$$

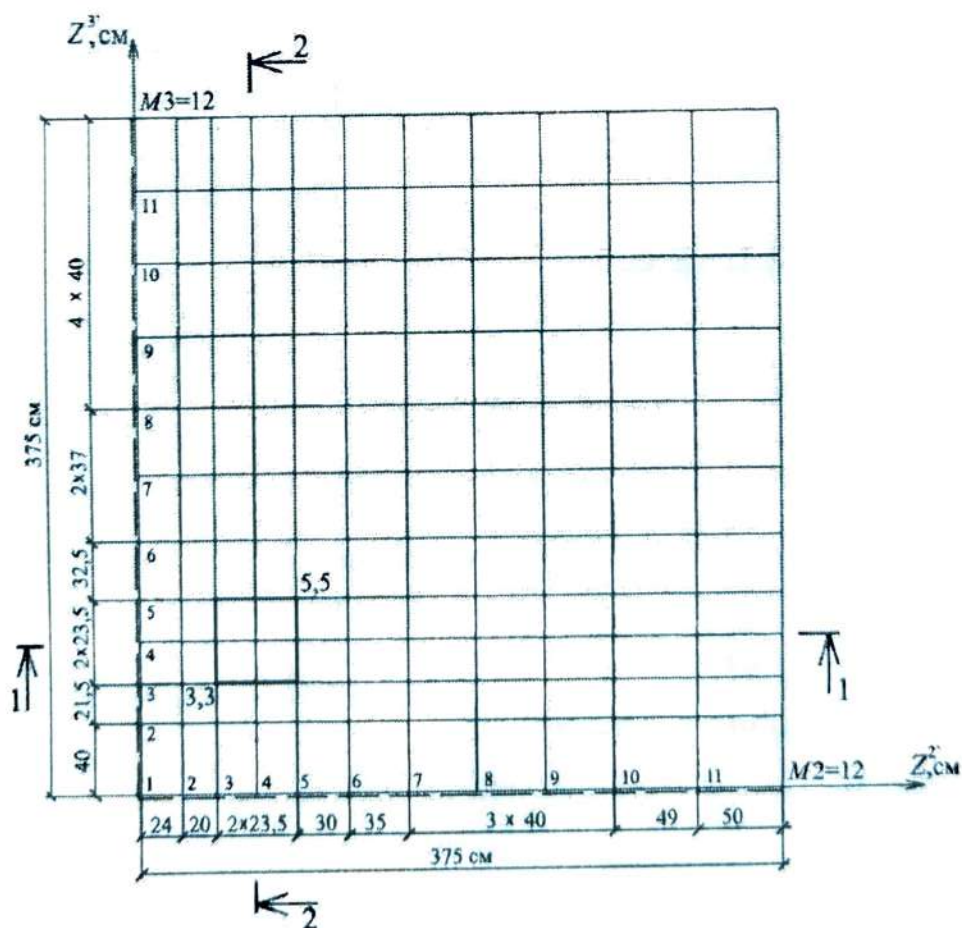


Рис. 4.6. Расчетная схема плиты с учетом симметрии (¼ части) нагружения

Результаты расчета для $\frac{1}{4}$ части плиты согласно расчетной схеме на рис. 4.6 и для 9-фрагментного расчетного объекта покрытия согласно расчетной схеме на рис. 4.7 сведены в табл. 4.2. При сравнении первых трех типов расчетной модели для $\frac{1}{4}$ части плиты, для

Таблица 4.2

№ п/п	Тип расчетной модели и граничных условий	Слабое основание, $K_{se}=4,13 \text{ кгс/см}^2$		Среднее основание, $K_{se}=60 \text{ кгс/см}^2$	
		Макс. прогиб, мм	Макс. изгиб. момент, кНм/м	Макс. прогиб, мм	Макс. изгиб. момент, кНм/м
1	Симметричная, $\frac{1}{4}$ часть плиты на упругом основании – неограниченная плита –по граничным условиям	1,23	100,2	0,88	98,3
2	Симметричная, $\frac{1}{4}$ часть плиты на упругом основании – со свободными краями	1,34	137,4	0,98	131,1
3	Симметричная, $\frac{1}{4}$ часть плиты на упругом основании – с жесткими кромками (стыковые соединения)	0,66	198,1	0,60	183,01
4	Симметричная, 9-фрагмент- ная плита на упругом основании – неограниченная плита –по неразрезной схеме	1,15	137,9	0,87	127,2
5	Симметричная, 9-фрагмент- ная плита на упругом основании – со свободными краями –по неразрезной схеме	1,15	137,9	0,87	127,2
6	Симметричная, 9- фрагментная плита на упругом основании – с жесткими кромками –по неразрезной схеме	1,15	137,9	0,87	127,2
7	Симметричная, 9- фрагментная плита на упругом основании – неограниченная плита –по разрезной схеме	1,19	150,2	0,91	139,2
8	Симметричная, 9- фрагментная плита на упругом основании – со свободными краями –по разрезной схеме	1,19	150,5	0,91	139,5
9	Симметричная, 9-фрагмент- ная плита на упругом основании – с жесткими кромками –по разрезной схеме	1,19	150,4	0,91	139,96

полной плиты (табл. 4.1) и для $\frac{1}{4}$ части плиты (табл. 4.2) можно отметить, что эти результаты практически не различаются, т.е. для получения результатов расчета отдельных плит по максимальным внутренним усилиям и деформациям достаточно пользоваться симметричной схемой нагружения. Занижение результатов от смещения шасси по центру плиты составляет по изгибающим погонным моментам

$$\Delta m, \% = \frac{(103,9 - 100,2) \cdot 100}{103,9} = 3,56 \, \%$$

На основе результатов расчета при расширении сеточной области в соответствии с расчетной схемой на рис. 4.7 можно сделать вывод, что для рассмотренных сеточных областей на результаты расчета влияют не граничные краевые условия, а адекватность моделирования стыковых соединений и степень достоверности моделирования разрезной схемы взаимной работы отдельных плит сплошного аэродромного покрытия. Кроме того, следует заметить, что введенная модель стыкового соединения плит двухслойного покрытия обеспечивает достаточно точное определение усилий и фактически описывает работу упругоподатливых связей на краю расчетного фрагмента отдельной плиты; при этом увеличение значений прогибов и изгибающих моментов составляет

$$\Delta u, \% = \frac{(1,19 - 1,15) \cdot 100}{1,15} = 3,5 \, \%;$$

$$\Delta m, \% = \frac{(151,4 - 137,9) \cdot 100}{137,9} = 9,8 \, \%.$$

4.3. Анализ напряженно-деформированного состояния и рекомендации по определению переходного коэффициента для расчетного изгибающего момента в зависимости от граничных условий плиты конечных размеров

Проведем анализ напряженно-деформированного состояния при численном исследовании плиты конечных размеров ($7,5 \times 7,5$), расчетная схема которой представлена на рис. 4.3, от воздействия колесного шасси основной опоры (под крыльями) самолета АЗ80-800. Исследование на вертикальное воздействие от четырехколесной опоры на жесткое покрытие проводим для возможных трех типов грунтового основания покрытия перрона (берутся минимальные значения в интервалах нормативной классификации) нового терминала аэропорта Борисполь [15, 28]: слабого – $K_{se} = 41,3$ МПа/м; среднего – $K_{se} = 60,0$ МПа/м и прочного – $K_{se} = 90,0$ МПа/м, при этом рассматривается шесть вариантов граничных условий:

1) плита конечных размеров по заданным граничным условиям моделирует неограниченную неразрезную пластинку на упругом основании;

- 2) плита конечных размеров на упругом основании с шарнирным опиранием по периметру моделирует стыковые соединения по продольным и поперечным швам, допускающим на краю свободу поворотов поперечных сечений;
- 3) плита конечных размеров со свободными краями по периметру моделирует сквозные поперечные и продольные швы;
- 4) плита конечных размеров с шарнирным опиранием по двум параллельным сторонам и свободным краем по двум другим сторонам моделирует стыковое соединение в продольных швах (например, шпунтовое соединение) и сквозные швы в поперечных швах;
- 5) плита конечных размеров с двумя сторонами с шарнирными и двумя сторонами с жесткими кромками моделирует шпунтовое соединение в продольных швах и опирание на жесткое основание (скала, поперечная конструкция в покрытии);
- 6) плита конечных размеров с жесткими кромками (связи по нормали к срединной поверхности на краях плиты) моделирует опирание в местах стыков со скалистым основанием и искусственными жесткими конструкциями.

В рассматриваемых исследованиях на прочность плиты конечных размеров кроме традиционной схемы нагружения, представленной на рис. 4.3, рассматривается еще две расчетные схемы:

- плита конечных размеров (7,5×7,5 м) при расположении колесного шасси четырехколесной основной опоры А380-800 на краю плиты (рис. 4.8);
- плита конечных размеров (7,5×7,5 м) при расположении колесного шасси четырехколесной основной опоры А380-800 в углу плиты (рис. 4.9).

В представленных расчетных схемах расстояние от крайних колес шасси до края плиты составляет:

$$\frac{d_{\text{кол}}}{l} = \frac{0,541}{1,636} = 0,33,$$

т.е. краевое воздействие рассматривается в краевой полосе воздействия:

$$\frac{1,082}{1,636} \cong 0,66l.$$

Цель предлагаемого исследования – определение переходного коэффициента ρ от центрального максимального изгибающего погонного момента $m_{c,\max}$, определяемого по формуле (1.4) [17, 18, 36], к расчетному (предельному) погонному моменту m_d рассматриваемого сечения в плите конечных размеров с теми или иными граничными условиями.

На основе полученного по (1.4) научно обоснованного значения переходного коэффициента ρ можно рекомендовать уточнение коэффициента k (см. формулу (1.17)), который в соответствии с нормативными документами [36] учитывает влияние плиты конечных размеров с устройством стыковых соединений плиты. В существующих нормах рекомендуется принимать $k = 1,2$, причем нет никаких оговорок о влиянии характеристики грунтового основания, граничных условий, жесткости и размеров плиты и прочих условий.

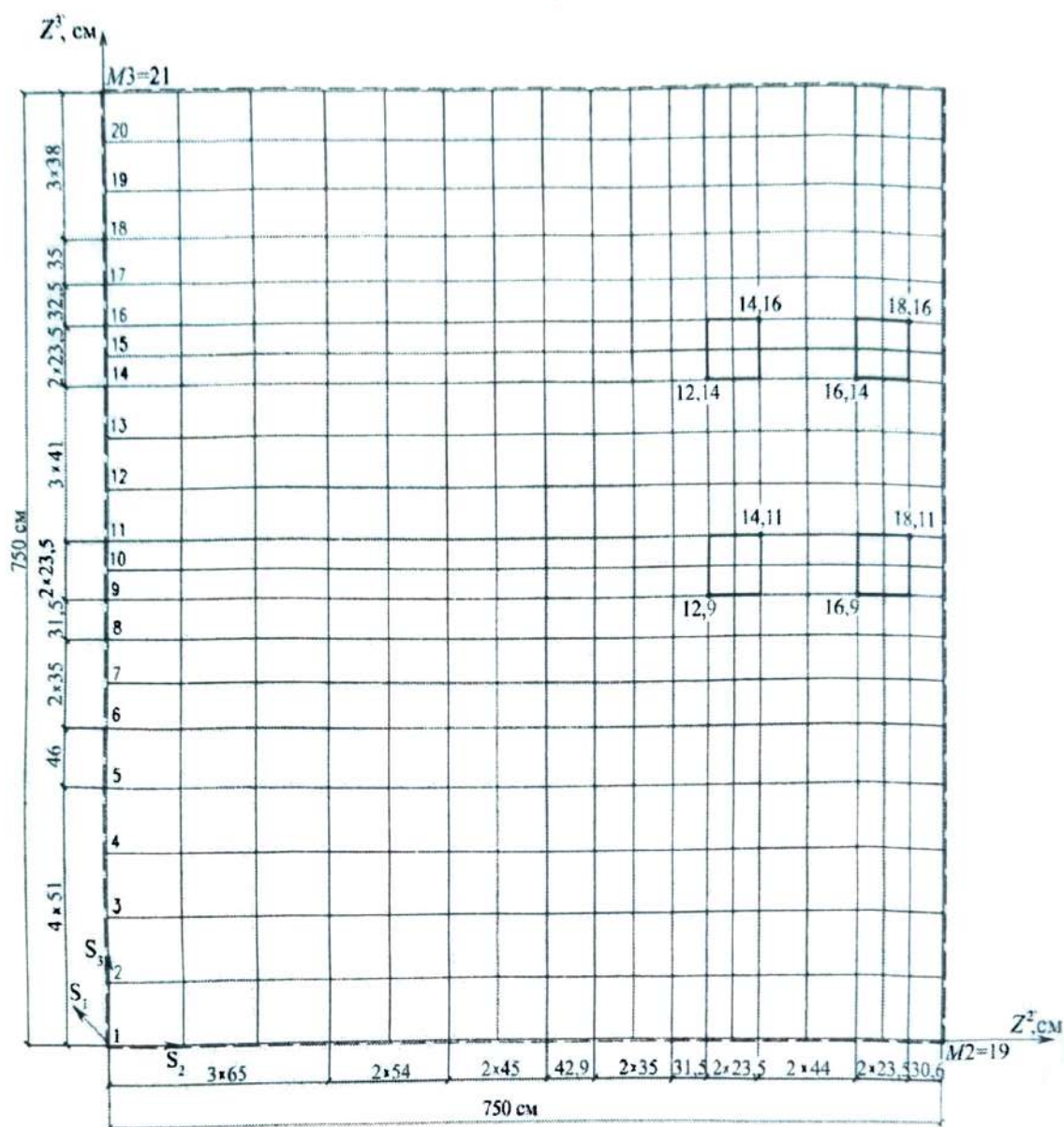


Рис. 4.8. Расчетная схема плиты конечных размеров при расположении шасси на боковом краю плиты

В рассматриваемом исследовании при варьировании параметров проектирования и граничных условий по рассматриваемым расчетным схемам (см. рис. 4.3, 4.8, 4.9) было просчитано более шестидесяти вариантов прочностного расчета с тщательным анализом отбора основных результатов, при этом были проверены условия сходимости численных результатов в соответствии с п. 4.2. Результаты были сведены в табл. 4.3.

После анализа данных табл. 4.3 были составлены схемы нагружения плиты конечных размеров с различными граничными условиями для трех типов грунтовых оснований, и по максимальным изгибающим погонным моментам показаны соответствующие значения переходного коэффициента ρ (рис. 4.10).

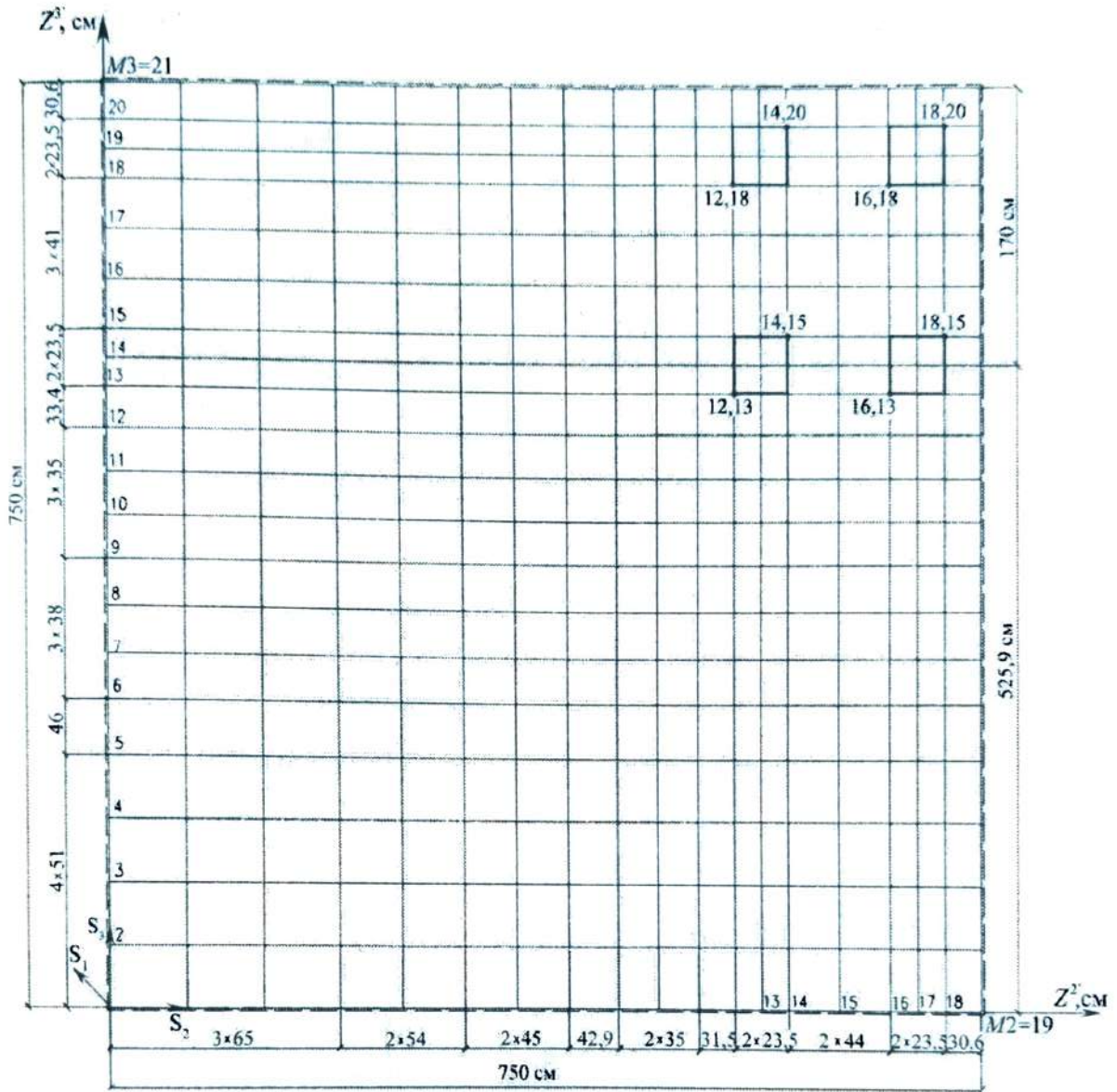


Рис. 4.9. Расчетная схема плиты конечных размеров при расположении шасси в углу плиты

После анализа этих схем можно утверждать, что для крупнофюзеляжных самолетов рассматриваемого класса при проектировании перронов (или взлетно-посадочных полос) для жестких покрытий следует в формулах (1.4) принимать следующие значения переходного коэффициента ρ в центре расчетного фрагмента плиты:

- для слабых грунтовых оснований $\rho = 1,33$;
- для средних грунтовых оснований $\rho = 1,29$;
- для прочих грунтовых оснований $\rho = 1,24$.

Для расчета двухслойных бетонных покрытий при построении условной плиты расчетный центральный момент можно определять по формуле (1.17) с учетом значения коэффициента $k = 1,3$.

Эти рекомендации на основе приведенных научных исследований будут представлены в государственные учреждения для формирования новых стандартов.

Анализ расчетной модели плиты жесткого покрытия размером $7,5 \times 7,5$ м от воздействия четырехколесной основной опоры самолета А380-800, нормативная схема нагружения

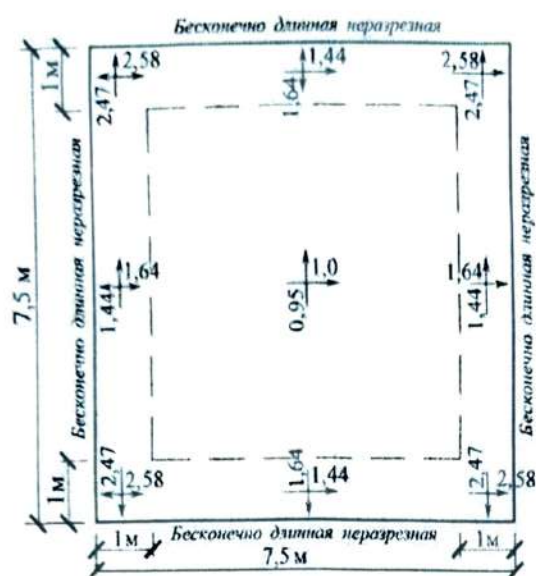
Таблица 4.3

Грун- товое осно- вание	Пара- метры внут- ренних усилий и дефор- маций	Тип расчетной модели плиты жесткого аэродромного покрытия					
		Бесконечно длинная сплошная пластинка на упругом основании (неразрезная конструкция)	Пластинка на упругом основании конечных размеров $7,5 \times 7,5$ м				
			с шарнирным опиранием по периметру (со стыковым соединением)	со свободным опиранием по периметру (сквозные швы)	две стороны, шарнирное опирание, две стороны со свободными краями	две стороны с шарни- рами, две стороны – жесткие кромки	с четы- рех сторон жесткие кромки
1	2	3	4	5	6	7	8
По действующим нормативам (решения Б.Г. Коренева)							
Слабое $K_{se} =$ $= 41,3$ МН/м ³	$m_{e(x)},$ кНм/м	100,01	–	–	–	–	–
	$m_{e(y)},$ кНм/м	98,67	–	–	–	–	–
	ρ_c	1,0	1,15	1,15	1,15	–	–
	$m_d^P,$ кНм/м	100,01	115,01	115,01	115,01	–	–
	ω_c , мм	1,05	1,05	1,05	1,05	–	–
Среднее $K_{se} =$ $= 60,0$ МН/м ³	$m_{e(x)},$ кНм/м	91,94	–	–	–	–	–
	$m_{e(y)},$ кНм/м	88,84	–	–	–	–	–
	ρ_c	1,0	1,15	1,15	1,15	–	–
	$m_d^P,$ кНм/м	91,94	105,73	105,73	105,73	–	–
	ω_c , мм	0,84	0,84	0,84	0,84	–	–
Прочное $K_{se} =$ $= 90,0$ МН/м ³	$m_{e(x)},$ кНм/м	83,7	–	–	–	–	–
	$m_{e(y)},$ кНм/м	86,3	–	–	–	–	–
	ρ_c	1,0	1,15	1,15	1,15	–	–
	$m_d^P,$ кНм/м	86,3	99,25	99,25	99,25	–	–
	ω_c , мм	0,64	0,64	0,64	0,64	–	–

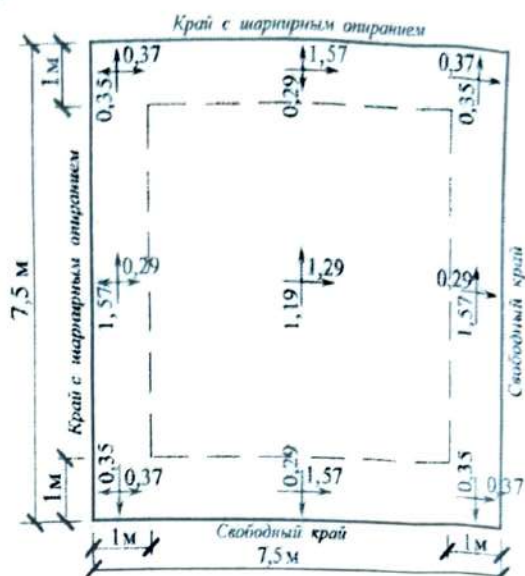
Продолжение табл. 4.3

1	2	3	4	5	6	7	8
Комплекс автоматизированных расчетов тонкостенных пространственных конструкций (KARTPK)							
Слабое $K_{se} =$ $= 41,3$ МН/м ³	M_N^{22} , кНм/м	N=359 (N=375) [N=717] 99,7 (181,7) [285,6]	N=359 (N=375) [285,6] 131,2 (28,6)	N=359 (N=375) 131,2 (28,6)	N=359 (N=375) 131,2 (28,6)	(N=375) 132,3 (73,9)	198,2
	M_N^{33} , кНм/м	N=359 (N=375) [273,5] 94,4 (147,4)	N=359 (N=375) 121,5 (160,9)	N=359 (N=375) 121,5 (160,9)	N=359 (N=375) 121,5 (160,9)	N=375 246,6 (306,9)	196,0
	ρ_c	1,0 (1,82) [2,96]	1,316 (1,61)	1,316 (1,61)	1,32 (1,61)	2,47 (3,08)	1,99
	m_d^P , кНм/м	N=359 (N=375) [285,6] 99,7 (181,7)	N=359 (N=375) 131,2 (160,9)	N=359 (N=375) 131,2 (160,9)	N=359 (N=375) 131,2 (160,9)	N=375 (306,9) 246,6	198,0
	u_N^I , мм	N=359 (N=375) [2,46] 1,21 (1,72)	N=359 (N=375) 1,31 (2,37)	N=359 (N=375) 1,31 (2,37)	N=359 (N=375) 1,31 (2,37)	N=375 (1,31) 0,96	0,64
Среднее $K_{se} =$ $= 60,0$ МН/м ³	M_N^{22} , кНм/м	N=359 (N=375) [251,6] 97,5 (159,8)	N=359 (N=375) 125,3 (28,5)	N=359 (N=375) 125,3 (28,5)	N=359 (N=375) 125,3 (28,5)	124,4	183,0
	M_N^{33} , кНм/м	N=359 (N=375) [241,0] 92,3 (140,0)	N=359 (N=375) 116,5 (153,1)	N=359 (N=375) 116,5 (153,1)	N=359 (N=375) 116,5 (153,1)	211,6	180,9
	ρ_c	1,0 (1,64) [2,58]	1,29 (1,57)	1,29 (1,57)	1,29 (1,57)	2,17	1,88
	m_d^P , кНм/м	N=359 (N=375) [251,9] 97,5 (159,8)	N=359 (N=375) 125,3 (153,1)	N=359 (N=375) 125,3 (153,1)	N=359 (N=375) 125,3 (153,1)	211,6	183,0
	u_N^I , мм	N=359 (N=375) [1,91] 0,87 (1,28)	N=359 (N=375) 0,96 (1,7)	N=359 (N=375) 0,96 (1,7)	N=359 (N=375) 0,96 (1,7)	0,79	0,58
Прочное $K_{se} =$ $= 90,0$ МН/м ³	M_N^{22} , кНм/м	N=359 (N=375) [215,7] 94,4 (137,4)	N=359 (N=375) 117,4 (28,3)	N=359 (N=375) 117,4 (28,3)	N=359 (N=375) 117,4 (28,3)	115,3	163,9
	M_N^{33} , кНм/м	N=359 (N=375) [206,2] 89,5 (137,5)	N=359 (N=375) 109,6 (142,9)	N=359 (N=375) 109,6 (142,9)	N=359 (N=375) 109,6 (142,9)	176,2	161,9
	ρ_c	1,0 (1,46) [2,28]	1,24 (1,51)	1,24 (1,51)	1,24 (1,51)	1,87	1,74
	m_d^P , кНм/м	N=359 (N=375) [215,7] 94,4 (137,4)	N=359 (N=375) 117,4 (142,9)	N=359 (N=375) 117,4 (142,9)	N=359 (N=375) 117,4 (142,9)	176,2	163,9
	u_N^I , мм	N=359 (N=375) [1,44] 0,62 (0,94)	N=359 (N=375) 0,69 (1,2)	N=359 (N=375) 0,69 (1,2)	N=359 (N=375) 0,69 (1,2)	0,62	0,51

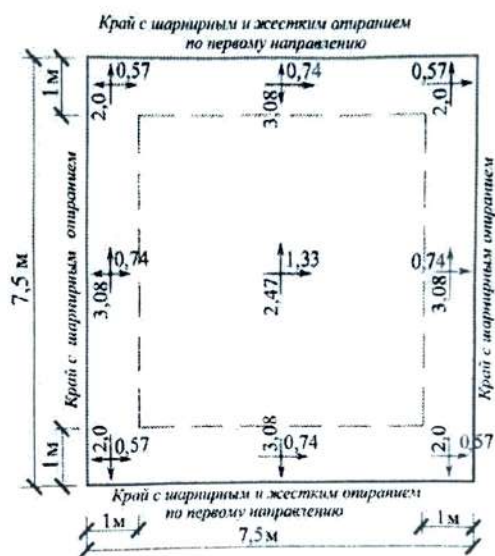
Примечание: Узловые значения номеров КЭ и соответствующие параметры внутренних усилий и деформаций соответствуют расчетным схемам: 1 без скобок – на рис.4.3; 2 в круглых скобках – на рис.4.8; 3 в квадратных скобках – на рис. 4.9 ; для некоторых пунктов таблицы номера КЭ опущены, они для всех типов плит одинаковы в соответствии с 3-мя расчетными схемами - N=359 (N=375) [N=717].



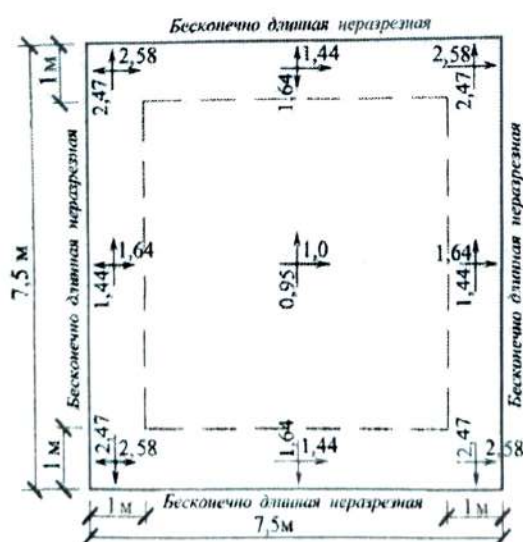
а



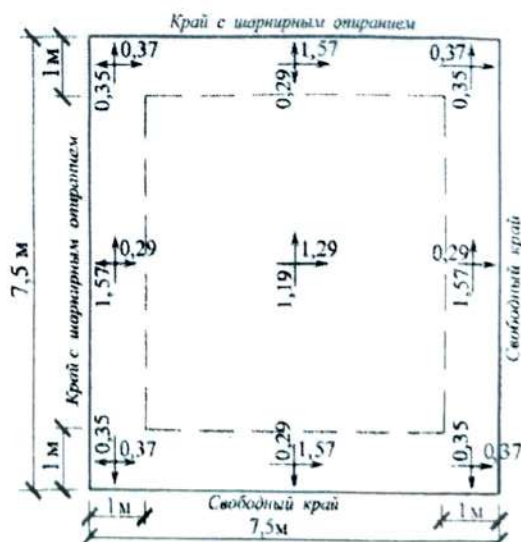
б



в



з



д

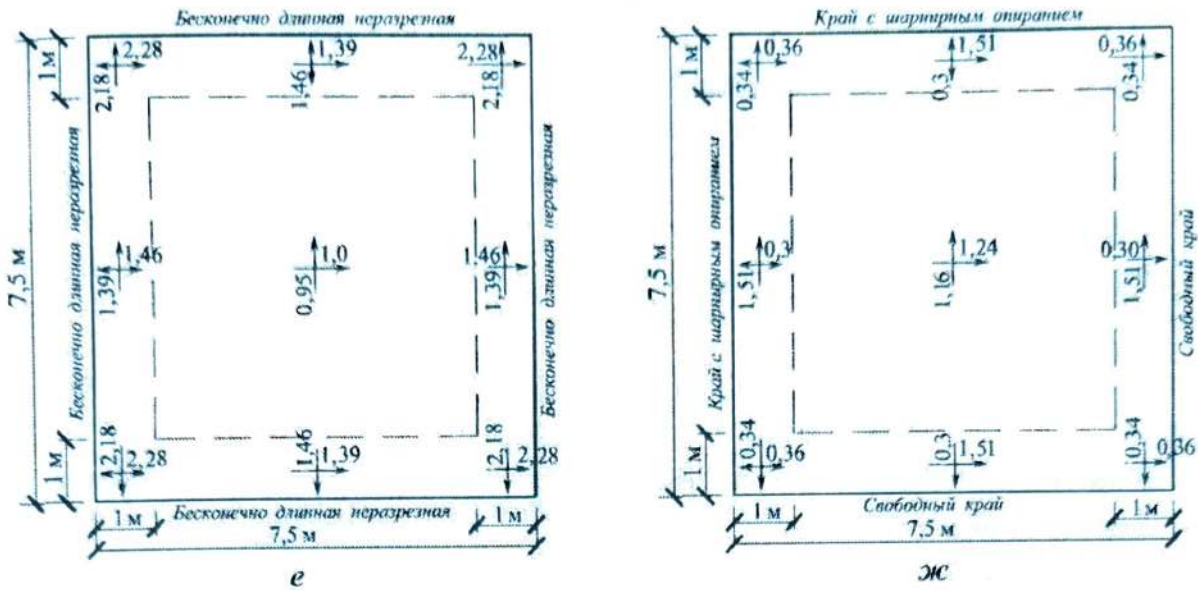


Рис. 4.10. Значения переходных коэффициентов ρ для изгибающих моментов в центральном сечении неразрезной сплошной плиты: а, б, в – слабое грунтовое основание ($K_{se} = 4,13 \text{ кгс/см}^3$), $m_{c,\max} = 99,7 \text{ кНм/м}$; г, д – среднее грунтовое основание (60 кг/см^3), $m_{c,\max} = 97,5 \text{ кНм/м}$; е, ж – прочное грунтовое основание (90 кг/см^3), $m_{c,\max} = 94,4 \text{ кНм/м}$

4.4. Общий анализ напряженно-деформированного состояния плиты конечных размеров на упругом основании с переменными значениями функции коэффициента постели

Исследования, проведенные многими учеными [9, 14, 15, 18, 20], свидетельствуют о том, что гипотеза Винклера о пропорциональности между осадками и нагрузками в каждой точке на поверхности упругого основания дает значительные погрешности, однако можно получать правильные результаты, если при ее использовании вводить более точные эквивалентные коэффициенты постели [4, 5, 14, 27]. Эквивалентные коэффициенты постели можно получить по наибольшей реакции основания (которые дадут по классической теории правильное значение наибольшей ординаты эпюры реакции основания), по наибольшему изгибающему моменту, по осадке и т.д. Например, в [14] для бесконечно длинной балки единичной ширины, нагруженной сосредоточенным грузом, по максимальной реакции получены следующие соотношения для определения эквивалентного коэффициента постели $c_{(e)}$ однородного изотропного упругого основания:

$$c_{(e)} = c_o \frac{E_o}{1 - \nu^2} \sqrt[3]{\frac{E_o}{(1 - \nu^2)EI}}, \quad (4.29)$$

где c_o – начальный приведенный коэффициент постели, рекомендуется $C_o = 0,3 \dots 0,7$; E_o – эквивалентный модуль общей деформации активной зоны грунтового основания; EI – изгибная жесткость плиты единичной ширины.

Таким образом, лучше опытным путем определять не коэффициент постели $C_{(o)}$, а физические характеристики основания: модуль общей деформации основания E_o и коэффициент Пуассона ν , и уже по этим величинам устанавливать величину коэффициента постели. Само собой разумеется, что нельзя дать одну пригодную для всех случаев формулу, следует рассматривать несколько подходов, учитывая особенности конструкции покрытия, и в результате сравнительного анализа использовать оптимальные соотношения. Рассмотрим возможность получения значения эквивалентного коэффициента постели $c_{(o)}$ по осадке упругого основания, считая плиту при воздействии круглого колесного отпечатка с равномерным давлением p от жесткого штампа. Используя соотношения для задачи Буссинеска и интегрируя результаты решения для сосредоточенной силы в элементарной площадке, можно получить [15]:

– реакцию основания

$$q_o = \frac{R_e P_a}{2\sqrt{R_e^2 - r^2}}, \quad (4.30)$$

где r – координаты точки для максимальной эпюры распределения вертикального напряжения в плоскости подошвы штампа (плиты); принимая $r = \frac{2}{3} R_e$, получим

$$q_o = \frac{3P_a}{2\sqrt{5}}; \quad (4.31)$$

– осадку штампа

$$\omega = \frac{P_a \pi (1 - \nu^2) R_e}{2E_o}. \quad (4.32)$$

Учитывая гипотезу Винклера

$$q_o = c_{(e)} \omega, \quad (4.33)$$

получим

$$c_{(e)} = \frac{3E_o}{\sqrt{5}\pi R_e (1 - \nu^2)}. \quad (4.34)$$

Для нагрузки, распределенной по площади круга и действующей непосредственно на однородное грунтовое изотропное полупространство, эквивалентный коэффициент постели по осадке упругого основания будет получен, исходя из выражения

$$\omega_{\max} = \frac{(1 - \nu^2) p_a R_e}{E_o}. \quad (4.35)$$

С учетом (4.35) получим [42]:

$$c_{(e)} = \frac{\pi E_o}{(2 + \pi)(1 - \nu^2) R_{(e)}}. \quad (4.36)$$

Сравнивая формулы (4.33) и (4.34), можно записать:

$$c_{(e)} = c \frac{E_o}{(1 - \nu^2) R_{(e)}}, \quad (4.37)$$

где c — переменный коэффициент, зависящий от исходного выражения осадки полупространства.

Для жесткого штампа (см. формулу (4.34))

$$c = \frac{3}{\sqrt{5}\pi} = 0,427, \quad (4.38)$$

а для упругого полупространства с круговой распределенной нагрузкой (применительно к нежестким покрытиям) имеем (см. формулу (4.36)):

$$c = \frac{\pi}{(2 + \pi)} = 0,611. \quad (4.39)$$

Таким образом, можно заключить, что начальный коэффициент постели c изменяется в тех же пределах, что и c_0 в формуле (4.29).

Для рассматриваемого в гл. 1 примера при

$$\begin{aligned} E_o^3 &= \frac{E_1 t_1 + E_2 t_2 + E_3 t_3 + E_4 t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} = \\ &= \frac{108 \cdot 170 + 73 \cdot 120 + 471 \cdot 150 + 73 \cdot 160}{600} = 182,41 \text{ кгс/см}^2; \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$v_3 = 0,32, \quad R_{(e)} = 26,4 \text{ см}, \quad K_{se} \equiv c_{(e)}^3 = 4,13 \text{ кгс/см}^3;$$

$$c = \frac{K_{se}(1 - v^2)R_{(e)}}{E_o} = \frac{4,13(1 - 0,32^2)26,4}{182,41} \cong 0,537. \quad (4.41)$$

По значению $c = 0,537$ видим, что результат находится в интервале между значениями приведенными в (4.38) и (4.39) — (0,427...0,611).

На основании изложенного и учитывая рекомендации в [4, 5, 14, 15, 20, 27] о том, что гипотеза Винклера о пропорциональности между осадками и нагрузками в каждой точке на поверхности упругого основания может давать приемлемые результаты, если только в каждом отдельном случае подобрать соответствующий коэффициент постели, можно сделать следующие выводы:

1) коэффициент постели упругого основания представляет совершенно условную величину, зависит от величины площадки, передающей давление поверхности, от жесткости и формы штампа при проведении экспериментов, различен для различных точек упругого основания; а результаты экспериментов имеют практически неприемлемый разброс;

2) гипотезу прямой пропорциональности при взаимодействии тонких и гибких пластинок на упругом основании можно использовать для вычисления локальных величин эквивалентных коэффициентов постели с использованием интегральных характеристик изотропного однородного упругого грунтового полупространства;

3) наиболее точный подход для описания поведения тонких и гибких пластинок на основе расширенных дискретных моделей при использовании МКЭ — это введение сплайновой аппроксимации значений эквивалентных коэффициентов постели в отдельных точках поверхности полупространства, особенно при наличии включений линз слабых слоев грунта.

Рассмотрим один из наиболее простых примеров использования двумерной сплайновой аппроксимации функции коэффициента постели на основе тригонометрических функций, т.е. для каждой узловой точки N дискретной модели плиты (на нижней ограничивающей поверхности, отображающей поверхность грунтового полупространства) предложим следующую функцию эквивалентного коэффициента постели:

$$c_N(x^2, x^3) = c_o - (c_{\max} - c_o) \sin \frac{\pi x_N^2}{l^{(2)}} \cdot \sin \frac{\pi x_N^3}{l^{(3)}}, \quad (4.42)$$

где x_N^2, x_N^3 – текущие координаты узлов расчетного фрагмента в глобальной системе координат (см. рис. 4.3); $l^{(2)}, l^{(3)}$ – размеры расчетного фрагмента соответственно по Z^2, Z^3 глобальной системы координат; $c_o, c_{\max}$ – граничные параметры эквивалентного коэффициента постели при моделировании конкретной линзообразной грунтовой прослойки, залегающей симметрично расчетной модели, или граничные значения начального коэффициента постели в соответствии с формулами (4.30) – (4.41).

Рассматривая конструкцию покрытия перрона, представленную в первом параграфе гл. 4, проведем анализ напряженно-деформированного состояния с расчетной схемой, изображенной на рис. 4.3, при этом используем аппроксимацию функции эквивалентного коэффициента постели в соответствии с формулой (4.42). Исследование НДС рассматриваемой плиты выполняется для двух вариантов переменного коэффициента постели:

- 1) $c_o = 4,13 \text{ кгс/см}^3$; $c_{\max} = 6,0 \text{ кгс/см}^3$;
- 2) $c_o = 4,13 \text{ кгс/см}^3$; $c_{\max} = 9,0 \text{ кгс/см}^3$.

При этом рассматривается два варианта граничных условий:

- плита конечных размеров по заданным граничным условиям моделирует неограниченную неразрезную пластинку на упругом основании;
- плита конечных размеров на упругом основании с шарнирным опиранием по периметру (безусловные связи в тангенциальном направлении и упругоподатливые в нормальном направлении) моделирует стыковые соединения по продольным и поперечным швам, допускающим на краю свободу поворотов поперечных сечений.

Результаты исследования НДС по рассматриваемым вариантам расчета плиты конечных размеров (7,5×7,5 м) на упругом основании с переменным коэффициентом постели сведены в табл. 4.4. После анализа данных табл. 4.4 можно заключить:

- чем больше разница амплитудных значений коэффициента постели $c_o, c_{\max}$, тем выше значения максимальных перемещений и максимальных изгибающих моментов;
- значения переходного коэффициента „ ρ ” в центре расчетного фрагмента плиты по сравнению с постоянным, равным значению c_o , также увеличивается: для неразрезной схемы – на 7...13% и разрезной – на 42...49%;
- при наличии в грунтовом основании включений локальных линз слабых грунтовых слоев следует обязательно учитывать переменность эквивалентного коэффициента постели активной толщины грунтового основания жестких покрытий.

Таблица 4.4

[illegible]

4.5. Расчет бетонного покрытия перрона от колесного воздействия воздушного судна В747-400

Рассмотрим один из реальных примеров расчета жесткого аэродромного покрытия перрона аэропорта Борисполь, который выполнялся на стадии вариантного проектирования и описан в [28, 45]. Конструктивная схема двухслойного бетонного покрытия перрона на жестком искусственном основании из грунтоцемента с активной зоной сжатия грунтового основания представлена на рис. 4.11. Для построения расчетной схемы фрагмента покрытия

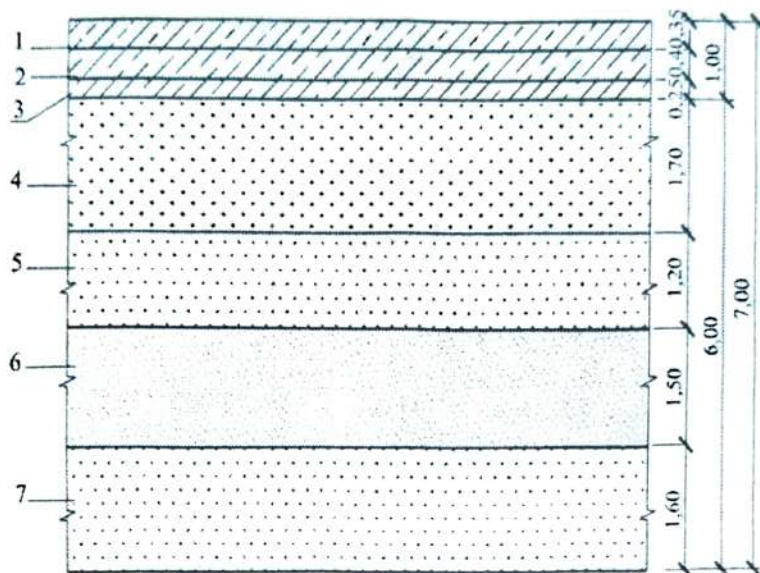


Рис. 4.11. Конструктивная схема аэродромного покрытия:

- 1 — цементобетон марки В45; 2 — тощий бетон марки В35; 3 — грунтоцемент марки В10;
4 — супесь лессовидная; 5 — супесь пылеватая; 6 — песок мелкий; 7 — супесь пылеватая

предварительно были получены эквивалентные геометрические параметры и физико-механические характеристики трехслойной конструкции (с учетом жесткого основания) аэродромного покрытия перрона по формулам (4.9) – (4.10). Схема построения эквивалентного сечения покрытия и модели стыкового соединения тонких плит для разрезной схемы по условию минимальной (или нулевой) изгибной жесткости приведены на рис. 4.12.

В процессе анализа напряженно-деформированного состояния рассматриваемой реальной конструкции покрытия перрона расчеты выполнялись по двум вариантам моделирования упругого основания в пределах расчетного фрагмента:

1) $c \equiv K_{se} = 4,13 \text{ кгс/см}^3$;

2) с переменным коэффициентом постели (для отдельных участков реального инженерно-геологического разреза на площадке размещения перрона нового терминала в аэропорту Борисполь) по закону синуса для модели линзообразной прослойки со значениями коэффициентов $c_o = 4,64 \text{ кгс/см}^3$, $c_{min} = 2,63 \text{ кгс/см}^3$ в соответствии с формулой (по аналогии с (4.41)):

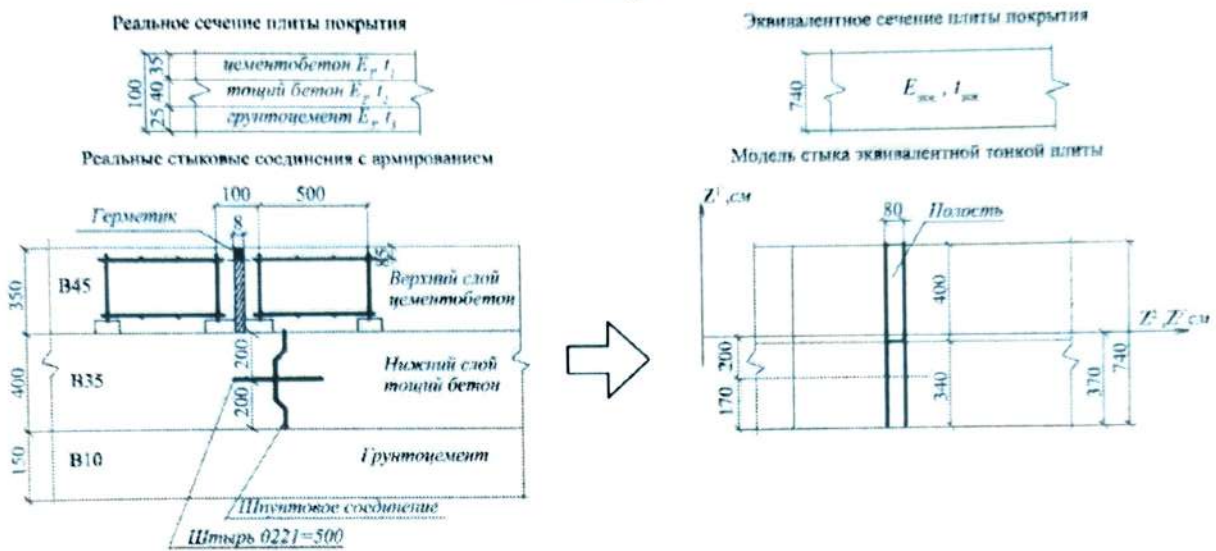


Рис. 4.12. Моделирование расчетной схемы покрытия и стыков отдельных плит

$$c_N(x^2, x^3) = c_o - (c_o - c_{\min}) \sin \frac{\pi x_N^2}{l^{(2)}} \cdot \sin \frac{\pi x_N^3}{l^{(3)}}. \quad (4.43)$$

В соответствии с (4.42) линза слабой грунтовой прослойки расположена симметрично осям, проходящим через центр расчетного фрагмента.

Дискретная конечноэлементная модель и расчетная схема покрытия с эквивалентной изотропной физической моделью с параметрами: $E_e = 3,027 \cdot 10^5$ кгс/см²; $h_e = 74$ см; $\nu_e = 0,231$ представлены на рис. 4.13.

Конечноэлементная модель с учетом плоскости симметрии (вдоль оси фюзеляжа воздушного судна) включает шесть плит покрытия. Размеры проектной монолитной бетонной плиты покрытия перрона составляют $750 \times 750 \times 75$ см. Сеточная область расчетного фрагмента перрона построена так, что включает дискретные модели пневматических отпечатков колес основных опор самолета В747-400 – четыре КЭ для каждого отпечатка, что соответствует девяти узловым воздействиям (рис. 4.14). Геометрия и топология колесного воздействия увязана с параметрами колесного шасси В747-400:

- эквивалентный радиус круга отпечатка колеса $R_e = 27,5$ см;
- давление в пневматике $P_a = 14,4$ кгс/см²;
- размеры колесного шасси $a_1 = 112$ см, $b_1 = 147$ см;
- эквивалентный квадратный отпечаток имеет параметры из условия (см. рис. 4.14):

$$\pi R_e^2 = a^2;$$

$$a = R_e \sqrt{\pi} = 27,5 \sqrt{\pi} = 48,74 \text{ см} \approx 48,8 \text{ см (см. рис. 4.14 и расчетную схему на рис. 4.13)}.$$

Вычисление величины узловых сил дискретной модели отпечатка колеса (пневматика) при воздействии давления P_a выполнено из условия примыкания к узлу четвертей смежных конечных элементов модели отпечатка (см. рис. 4.14):

$$Q_o = Q_1 + 4Q_2 + 4Q_3;$$

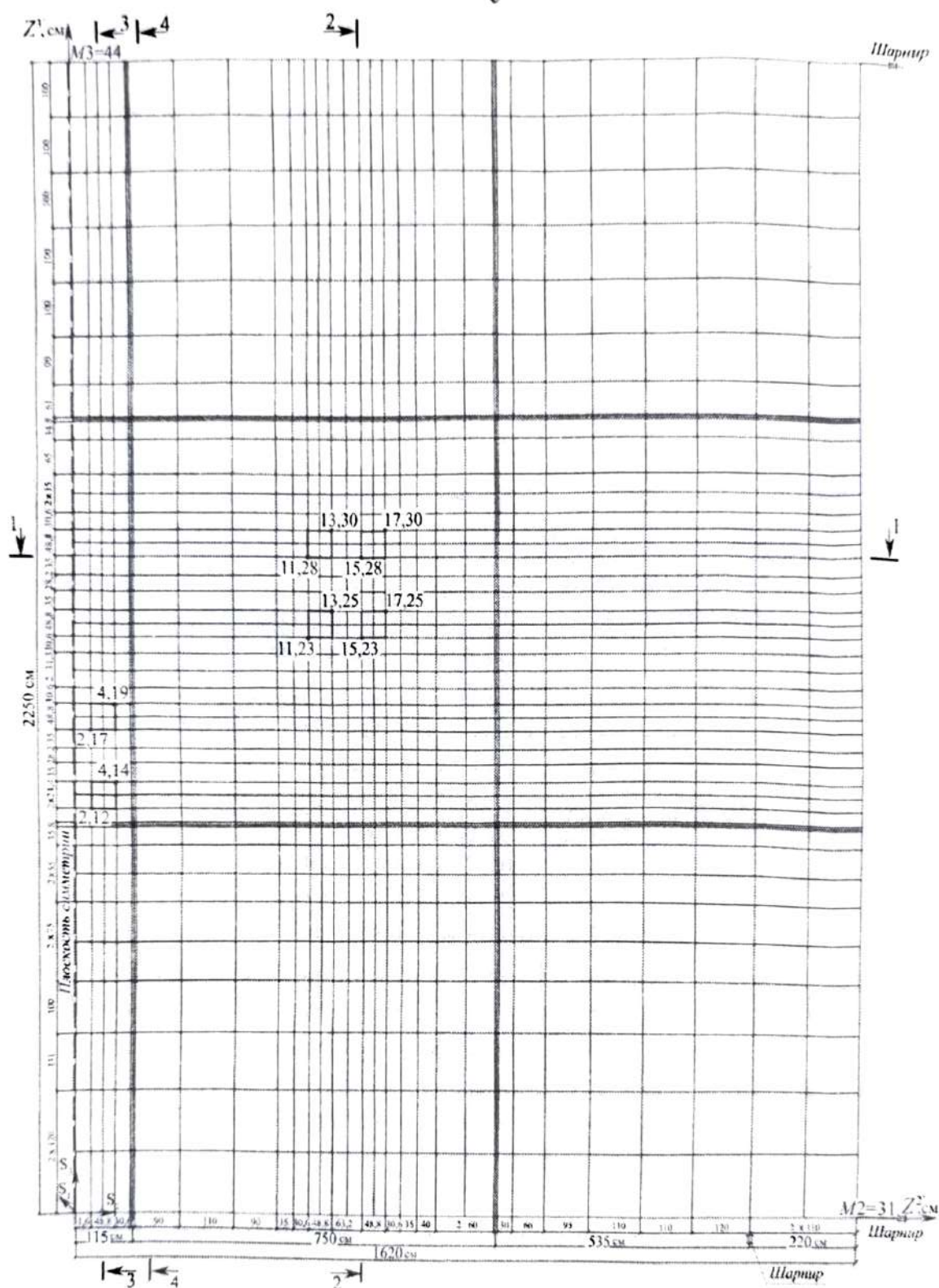


Рис. 4.13. Расчетная схема покрытия перрона

$$Q_0 = P_a a^2; \quad Q_1 = \frac{a^2}{4} P_a; \quad Q_2 = \frac{a^2}{8} P_a; \quad Q_3 = \frac{a^2}{16} P_a; \quad (4.44)$$

$$Q_0 = P_a \left(\frac{a^2}{4} + \frac{4a^2}{8} + \frac{4a^2}{16} \right) = \frac{4a^2}{4} P_a = P_a a^2.$$

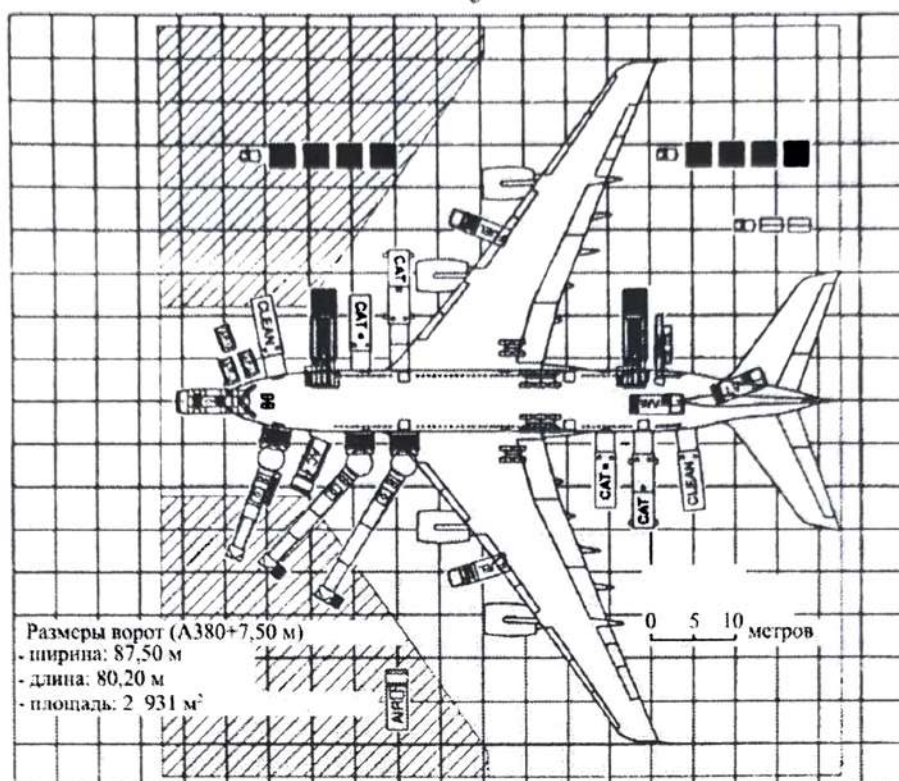


Рис. 4.14. Схема отпечатков колес основных опор самолета B747-400

Значения узловых воздействий получим в соответствии с (4.43):

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= 14,4 \frac{48,8^2}{4} = 8552,12 \text{ кгс;} \\
 Q_2 &= 14,4 \frac{48,8^2}{8} = 4276,06 \text{ кгс;} \\
 Q_3 &= 14,4 \frac{48,8^2}{16} = 2138,05 \text{ кгс;} \\
 Q_0 &= 14,4 \cdot 48,8^2 = 34208,46 \text{ кгс;} \\
 Q_0 &= 8552,12 + 4 \cdot 4276,06 + 4 \cdot 2138,03 = 34208,48 \text{ кг.}
 \end{aligned}
 \tag{4.45}$$

Численный расчет выполняется на основе методов продолжения по параметру возмущения (колесной нагрузки) и Ньютона – Канторовича [2]. Решение системы уравнений при учете полной вертикальной колесной нагрузки и собственного веса плиты с использованием модели основания по Винклеру с постоянным и переменным коэффициентом постели в области расчетного фрагмента осуществляется за десять равномерных шагов по нагрузке. Для контроля влияния отброшенных плит в расчетных схемах без накладывания жестких связей по первому направлению глобальной системы координат $OZ^1Z^2Z^3$ было просчитано три варианта – расчетные схемы с размерами сеточной области ($M1 \times M2 \times M3$): $2 \times 29 \times 39$, $2 \times 29 \times 44$ и $2 \times 31 \times 44$ с размещением колесного шасси (с учетом симметрии) – на одной плите и двух плитах. На рис. 4.13 представлена расчетная схема с размерами сеточной области $2 \times 31 \times 44$. Результаты расчета в этих

вариантах различаются на 1,5...4 % и свидетельствуют об обеспечении приемлемой сходимости в зависимости от сгущения сеточной области.

Результаты расчета по узловым перемещениям, реакциям основания и погонным изгибающим моментам в характерных сечениях – 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3, 4 – 4 – сведены в табл. 4.5 – 4.8. Соответственно представлены эпюры перемещений, изгибающих погонных моментов и реакций основания в сечениях 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3, 4 – 4 (рис. 4.15 – 4.18). На рис. 4.19 представлены изолинии погонных изгибающих моментов. По характеру этих изолиний можно судить о распространении внутренних усилий в плите (изгибающих моментов) и взаимного влияния усилий от основных опор самолета В747-400.

К сечению 1 – 1

Таблица 4.5

№ п/п	№ узлов КЭ	Перемещения u_N^I , мм	Погонные изгибающие моменты M_N^{33} , кгс·м/м	Реакция основания R_N^I , кгс
1	1335	-0,92	+2437,3	+182,4
2	1337	-0,92	+2401,7	+323,2
3	1339	-0,92	+2345,5	+281,7
4	1341	-0,92	+2280,6	+317,6
5	1343	-0,92	+30,5	+223,0
6	1345	-0,94	-1720,3	+580,4
7	1347	-0,99	-3877,6	+1248,3
8	1349	-1,08	-7239,6	+1351,7
9	1351	-1,16	-10087,0	+907,4
10	1353	-1,19	-12334,0	+488,7
11	1355	-1,21	-14296,0	+417,6
12	1357	-1,22	-15015,0	+374,1
13	1359	-1,22	-14736,0	+430,2
14	1361	-1,22	-14802,0	+482,8
15	1363	-1,26	-15199,0	+422,4
16	1365	-1,18	-14587,0	+362,0
17	1367	-1,15	-12752,0	+397,8
18	1369	-1,11	-10677,0	+455,7
19	1371	-1,11	-8950,4	+493,9
20	1373	-0,98	-7247,7	+614,9
21	1375	-0,87	-5919,2	+657,7
22	1377	-0,77	+35,0	+328,1
23	1379	-0,69	-2145,1	+165,1
24	1381	-0,66	-1767,9	+399,8
25	1383	-0,60	-1144,3	+611,6
26	1385	-0,53	-631,16	+688,3
27	1387	-0,47	-324,6	+650,6
28	1389	-0,42	-172,5	+607,6
29	1391	-0,37	–	+281,2

По представленным результатам расчета можно сделать следующие выводы:

– эпюры прогибов имеют плавный характер, максимальное значение прогибов при постоянном коэффициенте постели ($c = 4,13 \text{ кгс/см}^3$) в узле $N = 1267$ составляет $-u_{1267}^I = -1,23 \text{ мм}$, а при переходном ($c_o = 4,63 \text{ кгс/см}^3$, $c_{\max} = 2,63 \text{ кгс/см}^3$) в узле $N = 1579$ составляет $-u_{1579}^I = -1,55 \text{ мм}$;

К сечению 2 – 2

Таблица 4.6

№ п/п	№ узлов КЭ	Перемещения u_N^I , мм	Погонные изгибающие моменты M_N^{33} , кгс·м/м	Реакция основания Q_N^I , кгс
1	29	-0,34	+55,4	+235,5
2	145	-0,40	+883,1	+535,0
3	261	-0,48	+1682,9	+487,8
4	377	-0,58	+1452,4	+433,7
5	435	-0,62	+1028,7	+394,5
6	493	-0,67	+639,0	+331,5
7	609	-0,72	+435,3	+143,6
8	667	-0,76	+442,3	+223,5
9	783	-0,83	+360,3	+285,9
10	899	-0,93	-431,3	+340,4
11	1015	-1,03	-1981,3	+289,7
12	1131	-1,11	-5127,2	+400,0
13	1247	-1,21	-11367,0	+432,8
14	1305	-1,24	-14900,0	+395,1
15	1363	-1,26	-15199,0	+356,5
16	1421	-1,27	-14363,0	+437,5
17	1479	-1,27	-13336,0	+409,7
18	1537	-1,27	-14362,0	+463,2
19	1595	-1,25	-15814,0	+428,6
20	1653	-1,22	-14892,0	+345,6
21	1711	-1,19	-11346,0	+378,7
22	1769	-1,14	-7515,9	+431,7
23	1885	-1,00	-2169,7	+578,9
24	1943	-0,87	-324,7	+496,9
25	2059	-0,72	+942,9	+287,5
26	2117	-0,66	+1705,9	+287,5
27	2175	-0,59	+1897,4	+642,9
28	2291	-0,47	+1178,7	+547,7
29	2407	-0,42	+308,3	+483,1
30	2465	-0,40	+70,6	+440,9
31	2523	-0,38	–	+202,0

К сечению 3 – 3

Таблица 4.7

№ п/п	№ узлов КЭ	Перемещения u_N^I , мм	Погонные изгибающие моменты M_N^{33} , кгс·м/м	Реакция основания R_N^I , кгс
1	5	-0,33	+610,2	+127,7
2	63	-0,61	+2122,2	+474,3
3	121	-0,90	+3107,7	+606,0
4	179	-1,13	+2210,9	+639,8
5	237	-1,36	+14,2	+604,5
6	295	-1,50	-883,4	+301,6
7	353	-1,73	-4079,8	+309,2
8	411	-1,73	-7578,1	+454,4
9	469	-1,72	-8924,0	+432,9
10	527	-1,70	-8167,2	+521,8
11	585	-1,67	-7952,6	+544,7
12	643	-1,64	-9760,6	+535,4
13	701	-1,60	-11858,0	+490,8
14	759	-1,57	-11323,0	+394,3
15	817	-1,52	-8053,3	+431,0
16	875	-1,45	-4448,0	+465,1
17	933	-1,39	-1871,5	+448,4
18	991	-1,31	-44,8	+418,4
19	1049	-1,23	+3091,9	+350,4
20	1107	-1,18	+1761,0	+296,8
21	1165	-1,12	+2227,5	+344,5
22	1223	-1,05	+2472,0	+341,8
23	1281	-0,99	+2470,6	+322,6
24	1339	-0,92	+2345,5	+281,7
25	1397	-0,87	+2162,8	+219,6
26	1455	-0,83	+1904,4	+234,4
27	1513	-0,77	+1558,	+260,7
28	1571	-0,71	+1166,8	+255,7
29	1629	-0,65	+654,8	+333,9
30	1687	-0,54	+221,9	+273,9
31	1745	-0,48	+284,6	+103,7
32	1803	-0,48	-44,75	+172,3
33	1861	-0,47	-75,9	+367,4
34	1919	-0,45	+72,5	+442,6
35	1977	-0,43	+197,7	+442,0
36	2035	-0,41	+179,3	+419,0
37	2093	-0,39	+101,3	+379,9
38	2151	-0,37	+24,7	+378,2
39	2209	-0,35	—	+179,6

К сечению 4 – 4

Таблица 4.8

№ п/п	№ узлов КЭ	Перемещения u_N^I , мм	Погонные изгибающие моменты M_N^{33} , кгс·м/м	Реакция основания R_N^I , кгс
1	11	-0,44	+409,7	+339,8
2	69	-0,64	+771,4	+1002,8
3	127	-0,86	+433,1	+1161,5
4	185	-1,02	-27,3	+1168,2
5	243	-1,19	-529,1	+1057,6
6	301	-1,28	-425,4	+516,1
7	359	-1,38	-1730,3	+494,2
8	417	-1,39	-2783,6	+734,1
9	475	-1,40	-3675,8	+705,9
10	533	-1,40	-4414,3	+861,4
11	591	-1,40	-4913,8	+915,4
12	649	-1,39	-5120,0	+910,5
13	707	-1,37	-5153,2	+845,3
14	765	-1,36	-5057,2	+686,0
15	823	-1,34	-4849,3	+761,4
16	881	-1,30	-4534,7	+839,8
17	939	-1,27	-4164,3	+827,8
18	997	-1,23	-3780,7	+789,4
19	1055	-1,18	-3441,0	+674,2
20	1113	-1,15	-3145,0	+579,5
21	1171	-1,11	-2793,6	+681,7
22	1229	-1,05	-2425,7	+687,9
23	1287	-1,0	-2061,7	+656,8
24	1345	-0,94	-1720,3	+580,4
25	1403	-0,90	-1439,2	+455,5
26	1461	-0,86	-1125,0	+489,1
27	1519	-0,80	-759,6	+547,0
28	1577	-0,74	-389,7	+539,3
29	1635	-0,68	+19,9	+707,4
30	1693	-0,57	+274,7	+586,2
31	1751	-0,51	+219,4	+223,8
32	1809	-0,52	+470,4	+375,4
33	1867	-0,50	+864,5	+776,9
34	1925	-0,46	+984,6	+905,8
35	1983	-0,43	+758,0	+887,0
36	2041	-0,40	-0,53	+835,5
37	2099	-0,38	+134,9	+792,9
38	2157	-0,36	+8,19	+753,2
39	2215	-0,34	—	+356,2

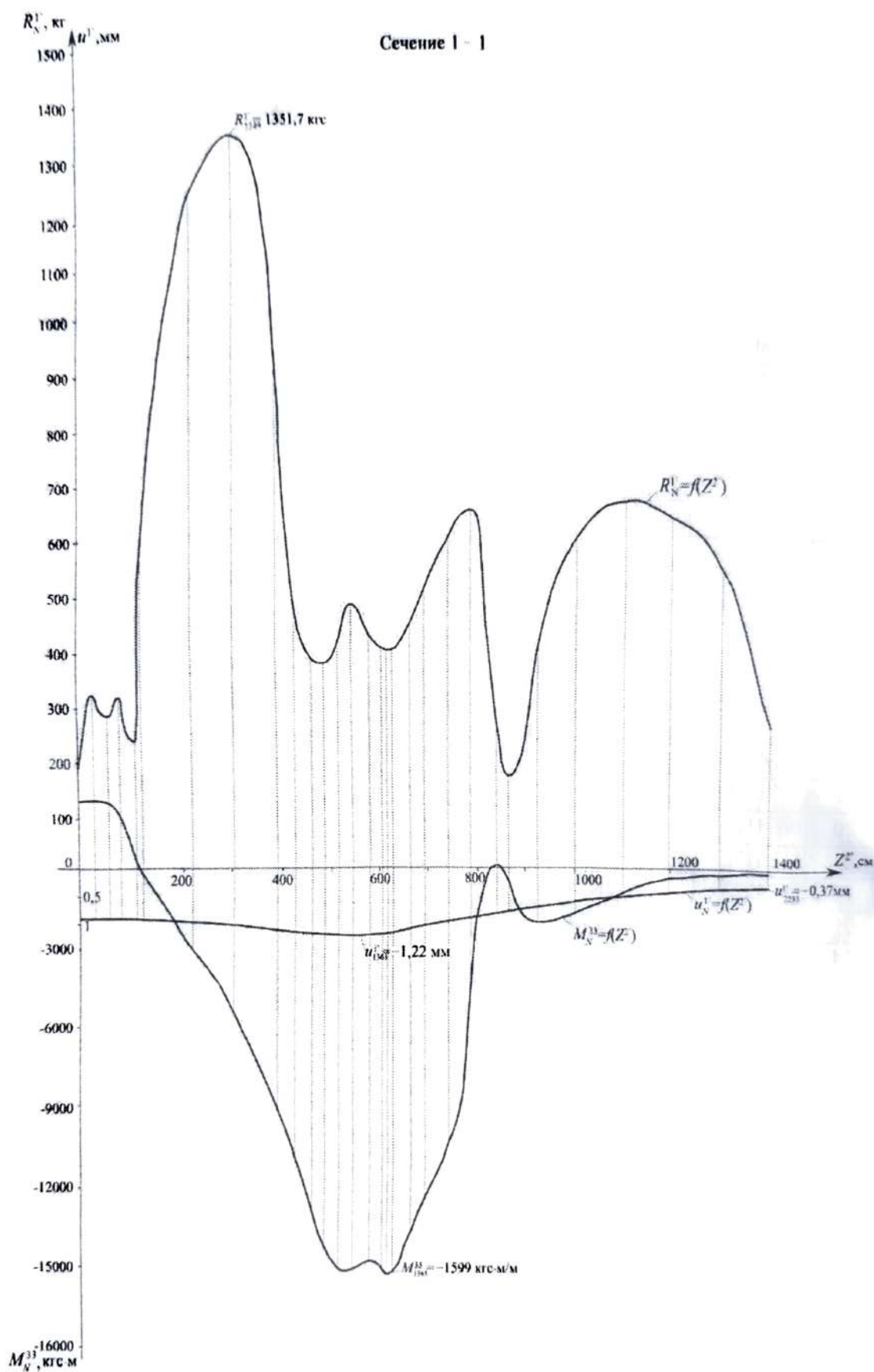


Рис. 4.15. Эпюры в сечении 1 - 1: перемещений u_N^I , мм, погонных изгибающих моментов

$$M_N^{23}, \alpha, \beta = 2,3$$

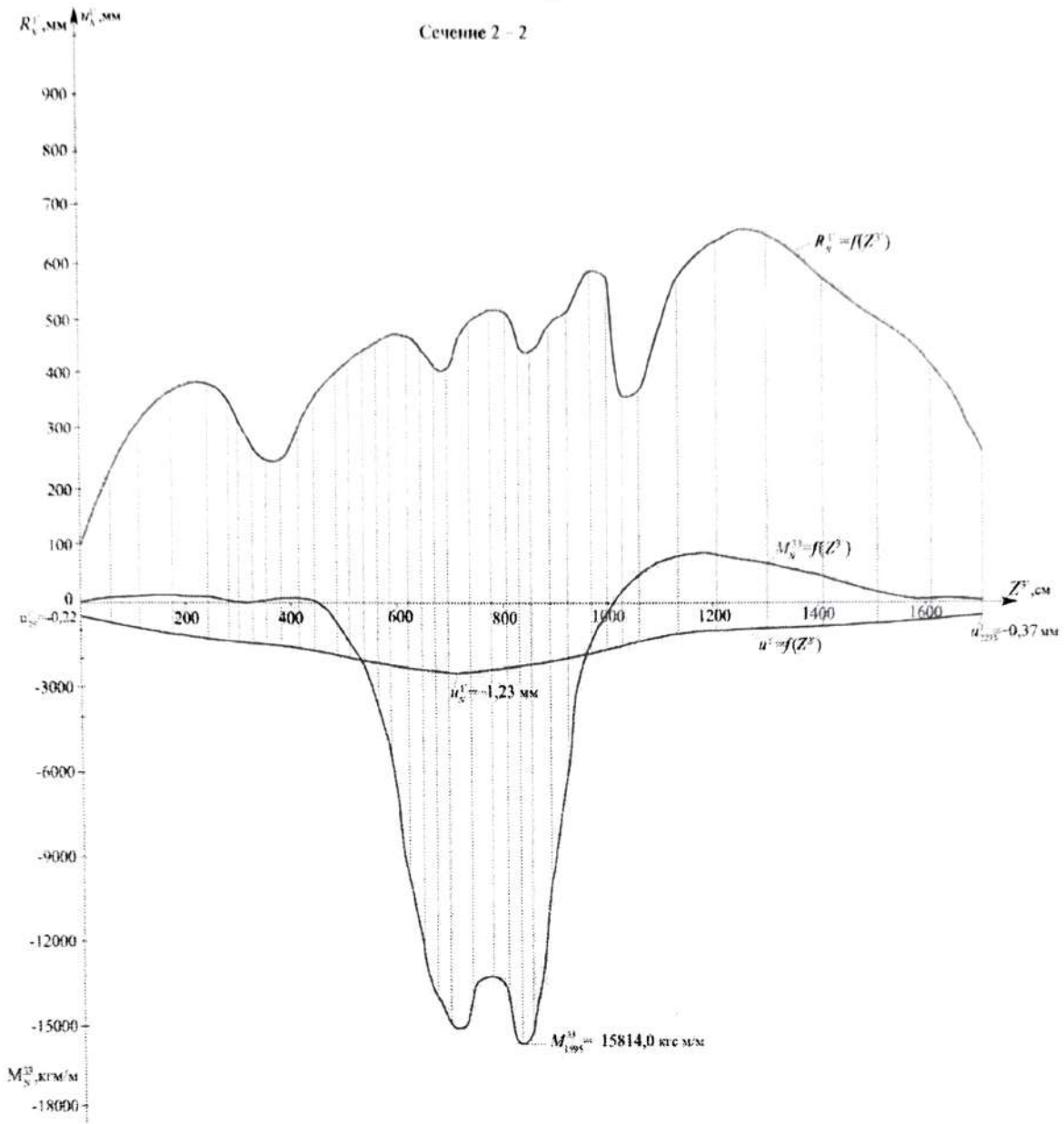


Рис. 4.16. Эпюры узловых перемещений, реакций упругого основания и изгибающих погонных моментов в сечении 2 – 2

– эпюры погонных изгибающих моментов имеют ярко выраженный синусоидальный характер с локальным импульсом в области колесного отпечатка крайней основной опоры. Ординаты максимальных значений изгибающих моментов на площадках с нормалью по направлению x^3 местной системы координат при постоянном коэффициенте постели: $M_{1363}^{33} = -15139 \text{ кгс·м/м}$, а при переменном – $M_{1455}^{33} = -17038 \text{ кгс·м/м}$;

– в области стыковых соединений плит значения изгибающих моментов практически равны нулю, что свидетельствует об адекватном моделировании стыковых соединений бетонных плит покрытия перрона в расчетной схеме;

– по эпюре узловых реакций упругого основания можно определить максимальную реакцию на штыре стыкового соединения плит покрытия.

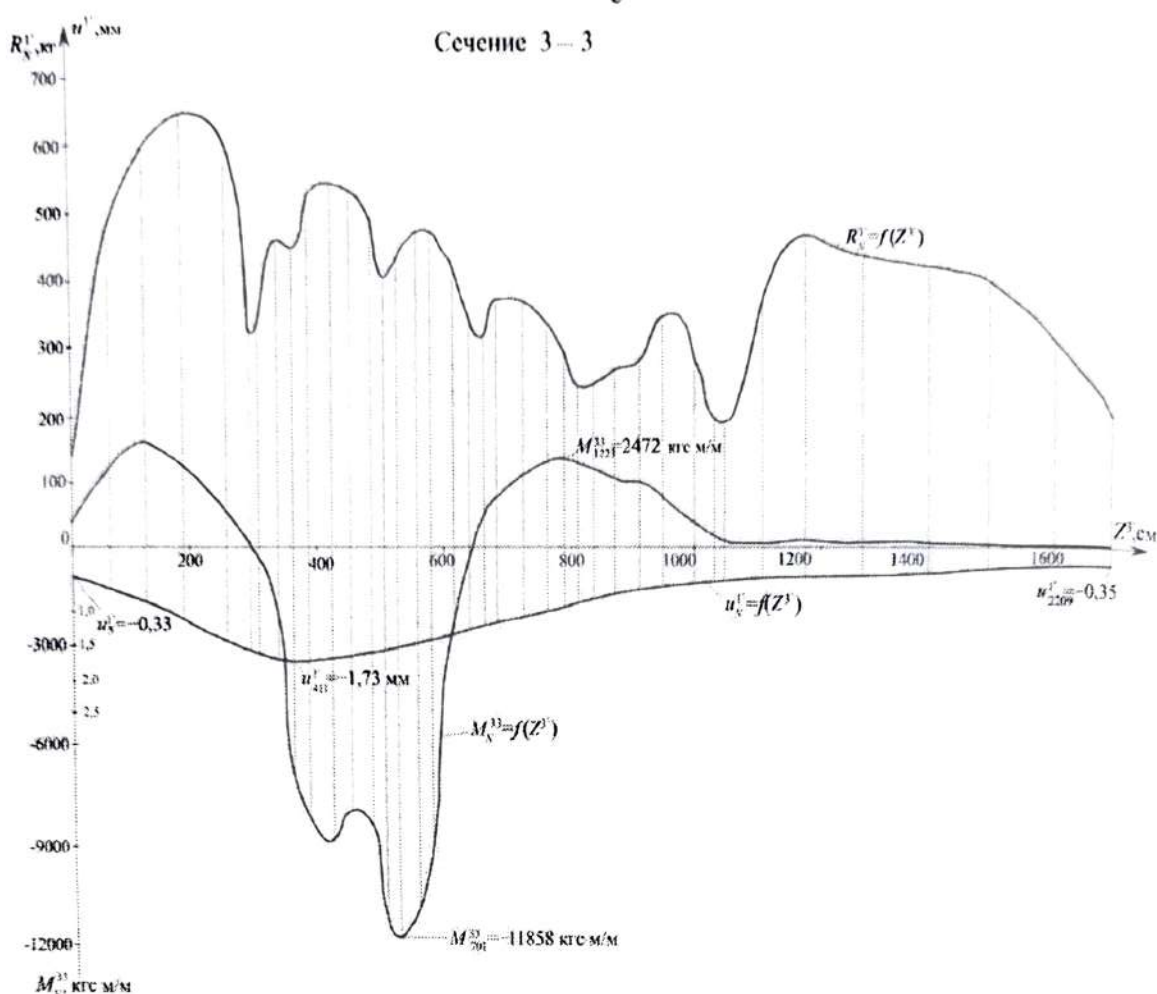


Рис. 4.17. Эпюры в сечении 3—3: перемещений u_N^1 , изгибающих моментов M_N^{23} и реакций основания R_N^1

Максимальные значения ординат в эпюрах реакций грунтового основания наблюдаются в сечениях 1—1: $R_{1349}^1 = +1351,7$ кг и 4—4: $R_{185}^1 = +1168,2$ кг, что составляет на 1 м стыка плит соответственно $\frac{1351,7}{1,0} = 1351,7$ кг и $\frac{1168,2}{0,55} = 2123,6$ кг. Тогда максимальная реакция на штырь в стыковом соединении при шаге штырей 350 мм составляет

$$R_{шт}^1 = \frac{2123,6 \cdot 35}{100} = 743,3 \text{ кгс.} \quad (4.46)$$

Напряжение сжатия в заделках штырей $\varnothing 22$ мм длиной $l_{шт} = 240$ мм составляет

$$\sigma_{см} = \frac{743,3}{24 \cdot 2,2} = 14,07 \text{ кгс/см}^2;$$

что не нарушает условия прочности бетона марки В15: $|\sigma_{см}| = 65,0 \text{ кгс/см}^2$.

Результаты прочностного расчета рассматриваемого двухслойного бетонного покрытия перрона нового терминала в аэропорту Борисполь свидетельствуют об универсальности предложенной численной методики исследования НДС тонких плит на упругом однородном и неоднородном грунтовом основании, которая позволяет учитывать:

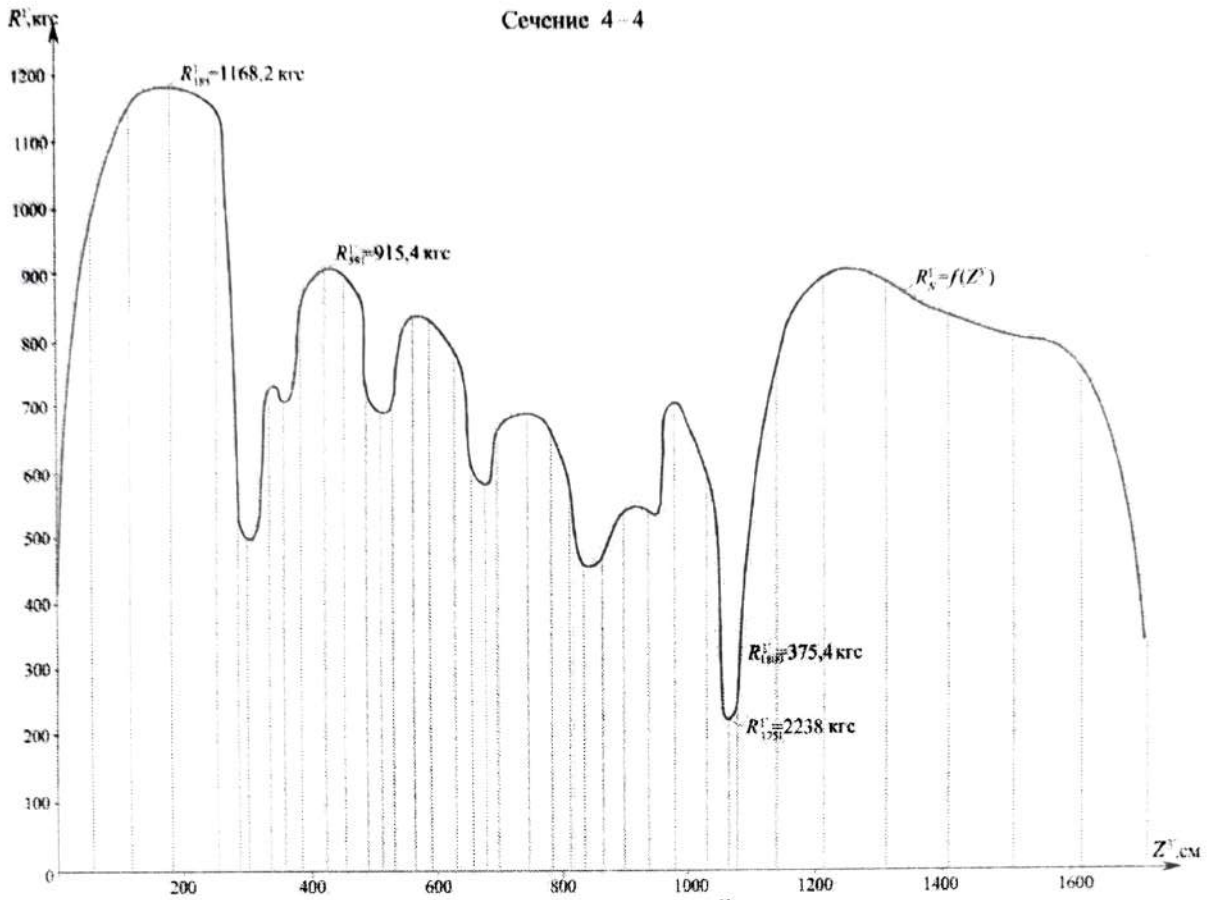


Рис. 4.18. Эпюра реакций оснований R_N^I , кгс, в сечении 4-4

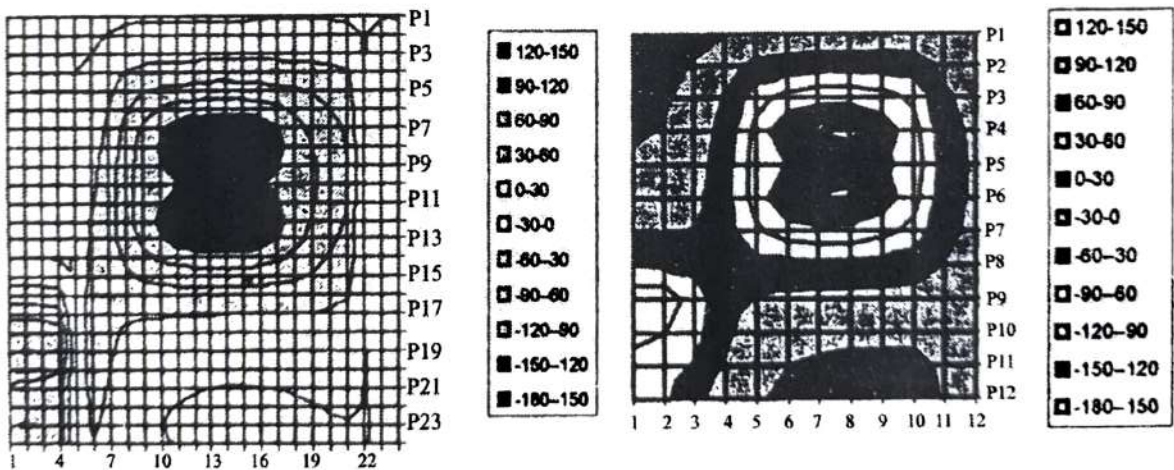


Рис. 4.19. Изолинии изгибных погонных напряжений M^{33} в плите бетонного покрытия

- 1) адекватность стыковых соединений плит на распределение внутренних усилий;
- 2) неравномерность распределения коэффициента постели в пределах расчетного фрагмента, включающего девять и больше взаимосвязанных плит покрытия;
- 3) концентрацию нормальных и сдвиговых напряжений в плите;
- 4) произвольную схему воздействия колесного шасси любого типа воздушного судна, а также оценить характер распределения внутренних усилий в плите и реакций упругого неоднородного грунтового основания.

4.6. Анализ НДС бетонного покрытия перрона от колесного воздействия крупнофюзеляжного воздушного судна А380-800

Рассмотрим один из основных примеров расчета рассматриваемого покрытия перрона в аэропорту Борисполь, который использован в этой книге. Конструкция покрытия представлена на рис. 1.1, а физико-механические характеристики слоев для использования в численном расчете описаны в п. 4.1 на основе [35]. Дискретный аналог конструкции покрытия, сведенный к условной эквивалентной плите, представлен на рис. 4.1 с использованием соотношений (4.9) – (4.13):

- эквивалентная толщина $t_{(e)} = 74,0$ см;
- эквивалентный модуль упругости Юнга $E_{(e)} = 3,39 \cdot 10^5$ кгс/см²;
- эквивалентный коэффициент Пуассона $\nu_{(e)} = 0,23$;
- эквивалентный объемный вес условной плиты $\gamma_{cp}^{(e)} = 0,002858$ кгс/см³.

В соответствии с геологическим разрезом активной зоны грунтового основания, представленным на рис. 1.1, принимаем эквивалентный постоянный коэффициент постели $K_{se} = 4,13$ кгс/см³ (см. рис. 1.2 и табл. 1.1), для рассматриваемого варианта с использованием переменного коэффициента постели в соответствии с формулой (4.41) в пределах расчетного фрагмента принимаем значения:

$$c_o = 4,13 \text{ кгс/см}^3; c_{\min} = 2,63 \text{ кгс/см}^3.$$

Моделирование стыкового соединения отдельных плит покрытия принято по аналогии п. 4.5 (см. рис. 4.12).

Размещение опор в горизонтальной проекции и схема колесного шасси воздушного судна А380-800 представлена на рис. 4.14 и 4.20 соответственно. С учетом симметрии 00' на схеме шасси (см. рис. 4.20) и основных опор самолета А380-800 построена дискретная модель покрытия, включающая девять плит покрытия перрона размерами 7,5×7,5 м каждая с учетом симметрии по фюзеляжу самолета. Расчетная схема и конечноэлементная модель расчетного фрагмента покрытия представлены на рис. 4.21. Эквивалентные дискретные отпечатки колесных пневматиков с давлением $P_a = 1,5$ МПа (15,0 кгс/см²) согласно представленной КЭ-модели размещены на одной средней плите, т.е. на десяти дискретных областях равномерной поверхностной нагрузки, приведенной к узловой по формулам (4.26). Дискретная модель построена так, что основная шестиколесная опора (под фюзеляжем самолета А380-800) расположена в углу средней плиты расчетного фрагмента, а основная четырехколесная опора размещена с соблюдением параметров шасси самолета (см. рис. 4.20). Фрагменты топологической модели колесных отпечатков в расчетной схеме покрытия (см. рис. 4.21) имеют следующие сеточные координаты S_2 , S_3 – начала и конца колесного нагружения:

- дискретные модели отпечатков пневматиков шестиколесной основной опоры:

$$1) N_2^1 = 6; N_3^1 = 10; k_2^1 = 8; k_3^1 = 12;$$

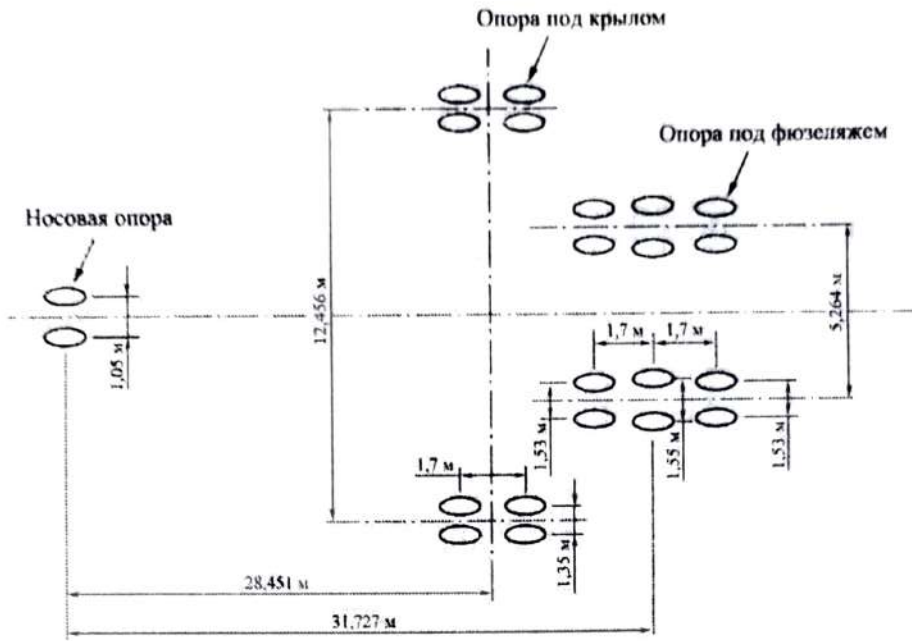


Рис. 4.20. Схема шасси самолета

- 2) $N_2^2 = 6$; $N_3^2 = 12$; $k_2^2 = 8$; $k_3^2 = 17$;
- 3) $N_2^3 = 6$; $N_3^3 = 20$; $k_2^3 = 8$; $k_3^3 = 22$;
- 4) $N_2^4 = 10$; $N_3^4 = 10$; $k_2^4 = 12$; $k_3^4 = 12$;
- 5) $N_2^5 = 10$; $N_3^5 = 15$; $k_2^5 = 12$; $k_3^5 = 17$;
- 6) $N_2^6 = 10$; $N_3^6 = 20$; $k_2^6 = 12$; $k_3^6 = 22$;

– дискретные модели отпечатков пневматиков четырехколесной основной опоры:

- 7) $N_2^7 = 14$; $N_3^7 = 23$; $k_2^7 = 16$; $k_3^7 = 25$;
- 8) $N_2^8 = 14$; $N_3^8 = 28$; $k_2^8 = 16$; $k_3^8 = 30$;
- 9) $N_2^9 = 18$; $N_3^9 = 23$; $k_2^9 = 20$; $k_3^9 = 25$;
- 10) $N_2^{10} = 18$; $N_3^{10} = 28$; $k_2^{10} = 20$; $k_3^{10} = 30$.

Начало сеточных координат S_1, S_2, S_3 и глобальных координат $OZ^1 Z^2 Z^3$ расчетного фрагмента связано с узлом №1 – на пересечении оси симметрии (слева) и нижней кромки модели: $S_1^1 = 1$; $S_2^1 = 1$; $S_3^1 = 1$ – $Z_1^1 = 0$; $Z_1^2 = 0$; $Z_1^3 = 0$. Размеры сеточной области составляют: $M1 \times M2 \times M3$, т.е. $2 \times 35 \times 41$, а размеры расчетного фрагмента – 16310×22500 мм. Всего узлов в КЭ-модели, представленной на рис. 4.21, $N_u = 2 \cdot 35 \cdot 41 = 2870$, что соответствует системе уравнений равновесия $k = N_u \cdot 3 = 2870 \cdot 3 = 8610$ (без учета накладываемых связей) и числу конечных элементов –

$$M_e = (M2 - 1) \times (M3 - 1) = (35 - 1) \cdot (41 - 1) = 1360.$$

В соответствии с принятой моделью стыкового соединения плит покрытия (см. рис. 4.5) в структуре представленной дискретной модели (см. рис. 4.21) на границах плит введены врезки (ребра)-вставки, фрагменты которых описываются также сеточными координатами S_2, S_3 – всего восемь фрагментов со следующими сеточными координатами начал и концов:

- 1) $N_2^1 = 1; N_3^1 = 8; k_2^1 = 35; k_3^1 = 9;$
- 2) $N_2^2 = 1; N_3^2 = 32; k_2^2 = 35; k_3^2 = 33;$
- 3) $N_2^3 = 4; N_3^3 = 1; k_2^3 = 5; k_3^3 = 8;$
- 4) $N_2^4 = 4; N_3^4 = 9; k_2^4 = 5; k_3^4 = 32;$
- 5) $N_2^5 = 4; N_3^5 = 33; k_2^5 = 5; k_3^5 = 41;$
- 6) $N_2^6 = 26; N_3^6 = 1; k_2^6 = 26; k_3^6 = 8;$
- 7) $N_2^7 = 26; N_3^7 = 9; k_2^7 = 27; k_3^7 = 32;$
- 8) $N_2^8 = 26; N_3^8 = 33; k_2^8 = 27; k_3^8 = 41.$

Врезки (ребра)-вставки во всех фрагментах одного типа (первого) имеют следующие параметры:

- отношение высоты врезки (ребра) к толщине оболочки

$$\frac{h_{(r)}}{t_{(e)}} = \frac{34}{74} = 0,46;$$

- отношение эксцентриситета (по отношению к местной системе координат на срединной поверхности плиты) к толщине оболочки

$$\frac{l_{x'}}{t_{(e)}} = -\frac{20}{74} = -0,27;$$

- модуль упругости материала вставки

$$E_{b(r)} = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кгс/см}^2;$$

- коэффициент Пуассона материала вставки

$$\nu_{b(r)} = 0,3;$$

- отношение удельного веса материала вставки к удельному весу материала оболочки (плиты)

$$\frac{\gamma_{b(r)}}{\gamma_o} = \frac{0,0016}{0,002858} = 0,56;$$

- ширина врезки ($b_r^{\text{пр}}$ – приведенная ширина ребра) обусловлена граничными соотношениями размеров конечного элемента (превышает действительную ширину сквозных швов в два раза), $b_r^{\text{пр}} = 8 \text{ см}.$

В соответствии с расчетной схемой дискретной модели плиты на рис. 4.21 введены граничные (краевые) кинематические условия связи в глобальной системе координат $OZ^1 Z^2 Z^3$ накладываются:

- по координатной линии $OZ^{1'}$ – плоскость симметрии – накладываются связи на перемещения $u_N^{1'}$ и углы поворота $v_N^{1'}$;
- по координатной линии $OZ^{2'}$ – модель шарнирных тангенциальных закреплений – накладываются связи на перемещения $u_N^{2'}$, $u_N^{3'}$;
- по краям расчетного фрагмента – при $Z_N^{2'} = 1631$ см и $Z_N^{3'} = 2250$ см реализована модель шарнирных тангенциальных закреплений – связи на $u_N^{3'}$, $u_N^{2'}$.

Численный расчет дискретной модели покрытия перрона, представленной на рис. 4. 21, выполнен по специальному алгоритму, разработанному в [2], с теми же управляющими параметрами, что и в п. 4.5, с учетом анализа сходимости при изменении сеточной области и топологической структуры, приведенного там же.

Результаты численного расчета по узловым перемещениям и погонным изгибающим моментам в характерных сечениях – 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3, 4 – 4 – представлены на рис. 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 соответственно. На рис. 4.26 и 4.27 представлены изолинии погонных изгибающих моментов M_N^{22} и M_N^{33} соответственно в пределах центральной плиты расчетного фрагмента покрытия перрона (см. рис. 4.21).

Анализ полученных численных результатов исследования НДС покрытия перрона позволяет заключить:

- значение максимального погонного изгибающего момента под левым верхним колесом основной опоры под фюзеляжем самолета А380-800 достигает величины $M_{1349}^{33} = -163,08$ кНм/м (знак минус указывает, что нижнее волокно эквивалентного сечения условной плиты растянуто, а верхнее сжато), что соответствует напряжению в нижнем волокне условной плиты (по данным того же численного расчета):

$$\sigma_{1349}^{\max} = 20,2 \text{ кгс/см}^2, \quad (4.47)$$

а в реальной плите, согласно разработанной методике перехода от реального деформируемого сечения пластинки к условному и наоборот – по формулам (4.17) и (4.18):

$$\sigma_{2,inf} = 0,643 \sigma_{\max} = 0,643 \cdot 20,2 \approx 13 \text{ кгс/см}^2.$$

Расчетное сопротивление прочности бетона нижнего слоя (второго) для марки В15 составляет $R_{bm} = 11,7$ кгс/см² (см. СНиП 2.03.01 – 84*), т.е. превышение расчетного значения на растяжение бетона по сравнению с нормативным равно 11% (для нижнего слоя это можно допустить), кроме того, пока действующий СНиП 2.05.08 – 85 (Аэродромы) предусматривает снижение на одну марку бетона по сравнению со СНиП 2.03.01 – 84*, т.е. можно считать, что для второго слоя бетон марки В20 (без изменения модуля упругости E_b), для которого

$$R_{bm} = 14,3 \text{ кгс/см}^2 > \sigma_{2,inf} = 13,0 \text{ кгс/см}^2; \quad (4.48)$$

- эпюры прогибов имеют плавный характер, максимальное значение прогиба при постоянном коэффициенте постели ($c = 4,13$ кгс/см³) составляет 1,63 мм, а при переменном ($c_o = 4,63$ кгс/см³, $c_{\max} = 2,63$ кгс/см³) – 2,08 мм;

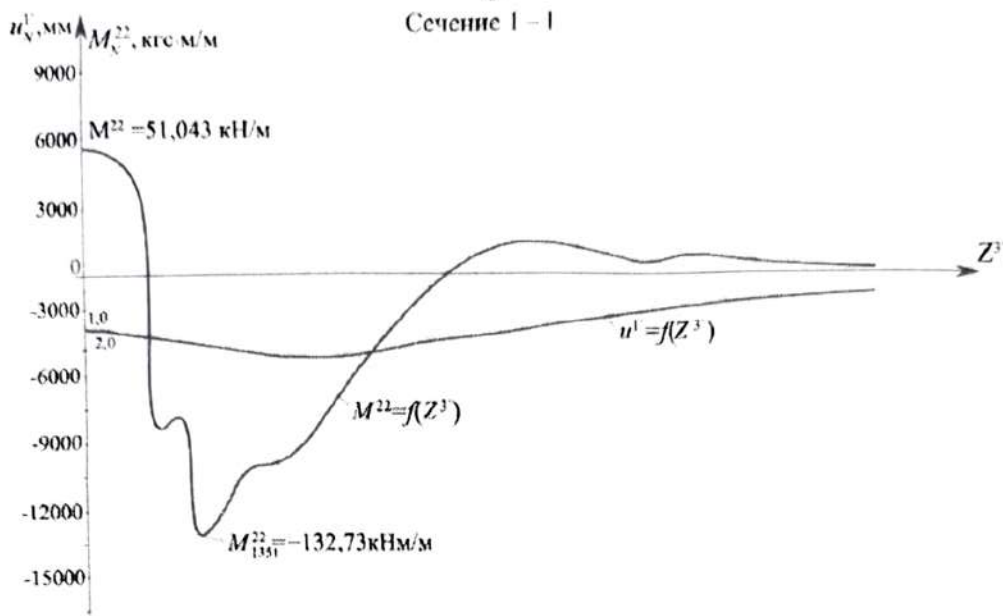


Рис. 4.22. Эпюры узловых перемещений u_N^I и погонных изгибающих моментов M_N^{22} в сечении 1 – 1

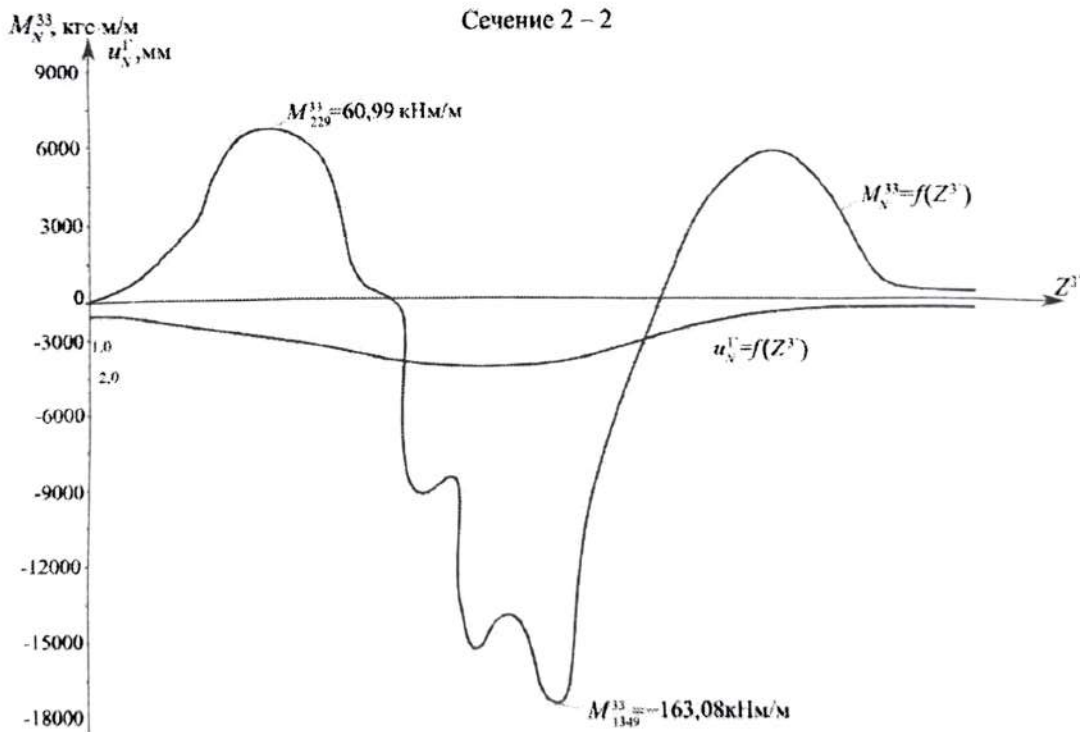


Рис. 4.23. Эпюры узловых перемещений u_N^I и погонных изгибающих моментов M_N^{33} в сечении 2 – 2

– покрытие перрона нового терминала аэропорта Борисполь из двухслойной бетонной конструкции на жестком основании (при редуцировании для проведения численного расчета фактически приходится рассматривать трехслойную конструкцию: первый слой – бетон В45 – $t_1 = 45$ см; второй – бетон В15(В20) – $t_2 = 30$ см; третий – грунтоцемент В5 (В10) –

$t_3 = 15$ см) удовлетворяет условиям прочности при вертикальном колесном воздействии воздушного судна А380-800.

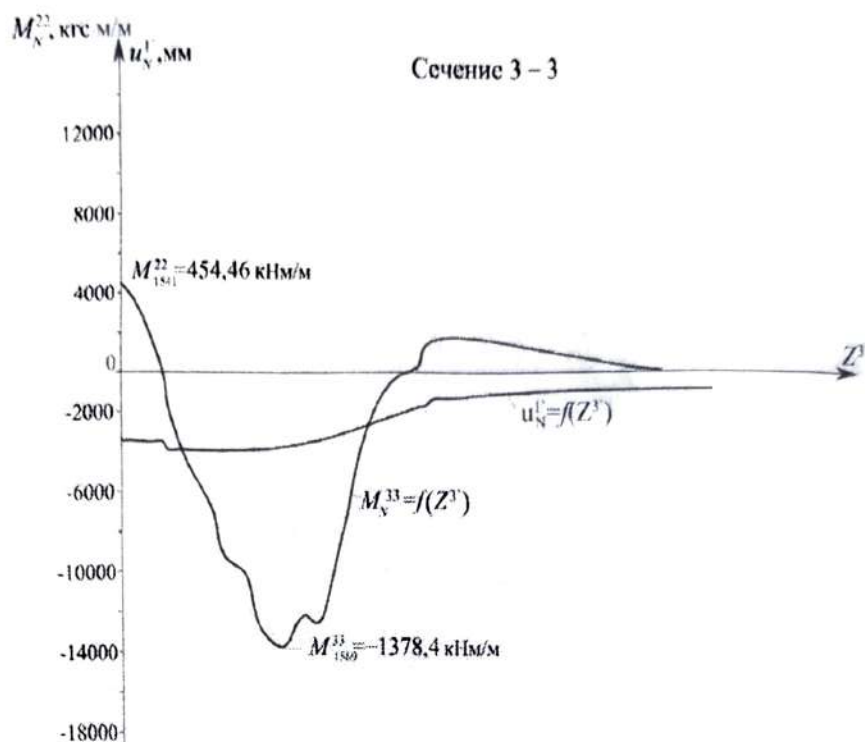


Рис. 4.24. Эпюры узловых перемещений u_N^I и погонных изгибающих моментов M_N^{22} в сечении 3 – 3

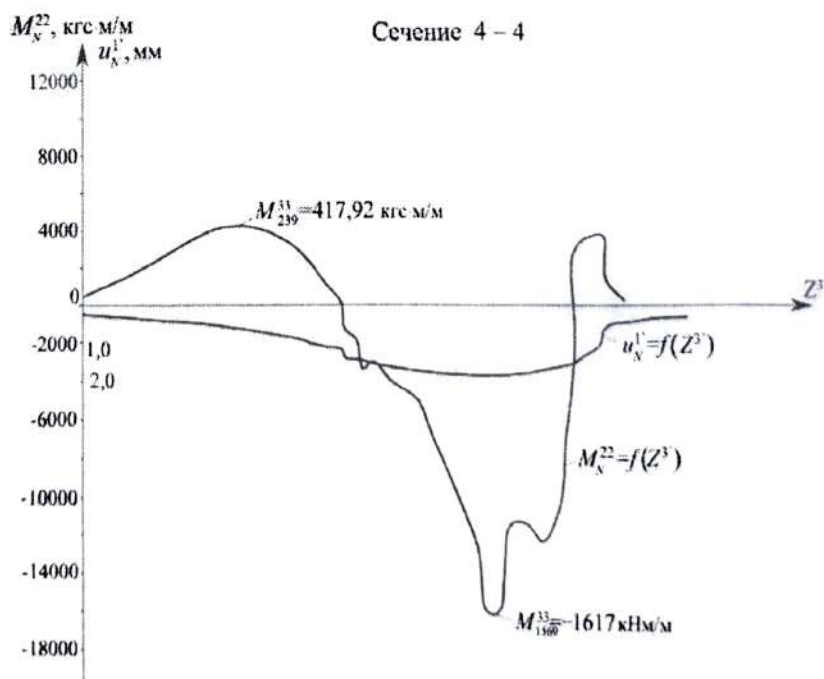


Рис. 4.25. Эпюры узловых перемещений u_N^I и погонных изгибающих моментов M_N^{33} в сечении 4 – 4

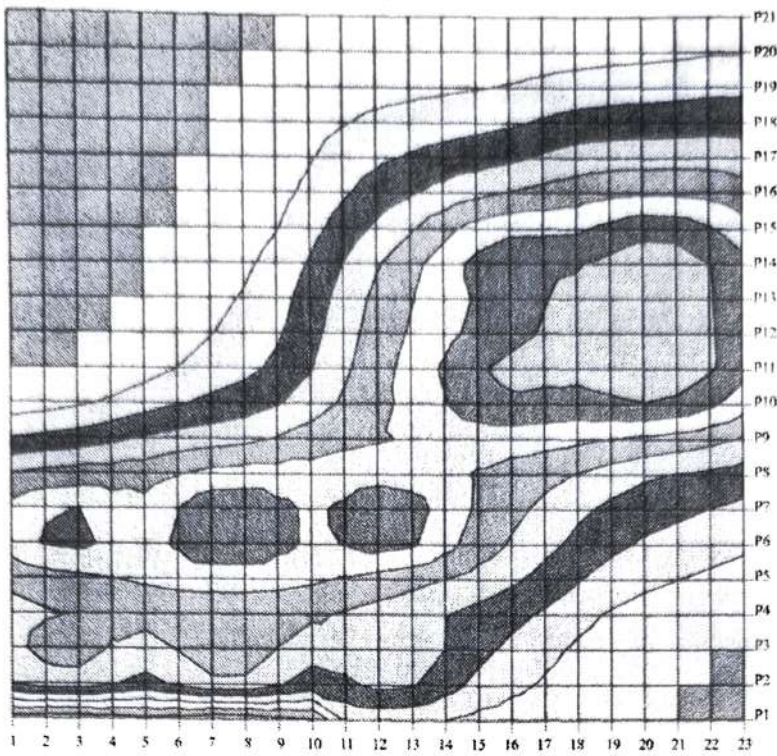


Рис. 4.26. Эпюры изгибающих погонных моментов M_N^{22} в пределах центральной плиты расчетного фрагмента (см. рис. 4.21)

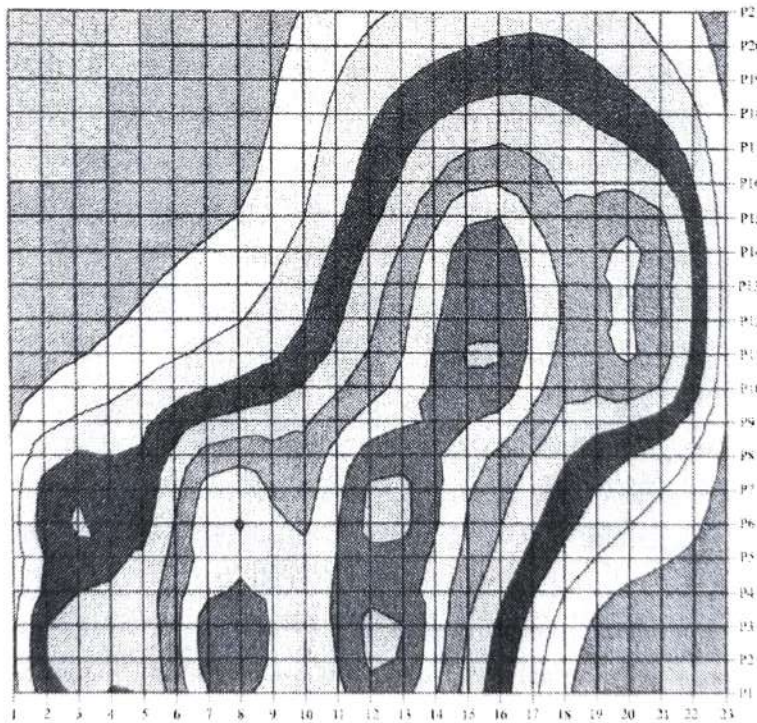


Рис. 4.27. Эпюры погонных изгибающих моментов M_N^{33} в пределах центральной плиты расчетного фрагмента (см. рис. 4.21)

4.7. Определение показателя несущей способности покрытия по методу ACN – PCN Международной ассоциации ICAO

Сущность метода ACN – PCN, используемого по рекомендации международной ассоциации, состоит в следующем. Несущая способность искусственного аэродромного покрытия, предназначенного для воздушных судов с массой более 5700 кг, определяется по методу «Классификационное число воздушного судна» – классификационное число покрытия (ACN – PCN), т.е. $\frac{ACN}{PCN} \leq 1$ – эксплуатация покрытия для рассматриваемого воздушного судна допустима. Метод ACN – PCN предназначен только для публикации данных о несущей способности существующего покрытия и не предназначен для проектирования или оценки состояния покрытия. В данном методе особое значение придается не оценке покрытия как работающей конструкции, а оценке номинальной нагрузки, создаваемой воздушными судами (ACN), а также по данному методу данные о прочности покрытия представляются в виде номинальной нагрузки от воздушного судна, которую покрытие может принимать без ограничений (PCN). Значение PCN для наиболее критического воздушного судна, имеющегося в перечне эксплуатации в данном аэропорте, означает, что воздушное судно может использовать данное покрытие с учетом ограничений давления пневматика, если значение его ACN равно данной величине или меньше ее.

В соответствии с методом ACN – PCN для успешной эксплуатации представляются данные о запроектированном покрытии на основании расчетов приведенных в гл. 1 – 4:

а) тип покрытия – жесткое бетонное (двухслойное на жестком основании) – допускающее нагрузку на основную опору по высшей категории нормативных нагрузок по СНиП 2.05.08 – 85 (до 1200 кН) и максимальное давление в пневматике 1,5 МПа;

б) основание (грунтовое) покрытия перрона характеризуется низкой прочностью $K = 40 \text{ МН/м}^3$ и соответствует значению калифорнийского безразмерного параметра по несущей способности $\text{CBR} = 6$;

в) по максимально допустимому давлению в пневматике покрытие относится к средней категории: $P_a \leq 1,5 \text{ МПа}$;

г) оценка несущей способности покрытия определяется по методу ACN – PCN.

В соответствии с принятыми нормами по методу ACN – PCN для наиболее критического воздушного судна в расчете следует принять значение $\text{ACN}=67$ (см. Руководство для проектирования аэродромов ICAO [30] и программу FAA[49]).

На основании зложенного рекомендуется определять классификационное число PCN для запроектированного покрытия тем методом, который использован в проекте, т.е. применительно к рассматриваемым методикам можно воспользоваться двумя методами: инженерным и численным методом на основе МКЭ.

Рассмотрим инженерный метод и параметры расчета для четырехколесной главной опоры самолета A380-800 (см. гл. 1). Определим несущую способность покрытия для эквивалентной одноколесной опоры (аналог четырехколесной) при давлении в пневматике

$P_a = 1,25$ МПа (см. [30, 49], из условия допустимого погонного изгибающего момента для рассматриваемого покрытия перрона в аэропорту Борисполь (см. гл. 1)):

$$m_u = m_{u,\text{sup}} = 143,12 \text{ кНм/м.} \quad (4.49)$$

Воспользуемся методом варьирования значения допустимой нагрузки на одноколенной опоре как величины (см. п. 1.2)

$$F_d^o = \delta k F d = \delta k \cdot 327,75; \quad (4.50)$$

как правило, для четырехколенной опоры δk колеблется в пределах 2...3, принимаем $\delta k = 2,4$ и проверяем значение расчетного погонного изгибающего момента $m_{c,\text{max}}^o$ в плите при центральном нагружении одноколенной опоры с величиной нагрузки

$$F_d^o = 2,4 \cdot 327,75 = 786 \text{ кН.} \quad (4.51)$$

При $P_o = 1,25$ МПа получим:

$$R_e \sqrt{\frac{F_d^o}{\pi \rho_a}} = \sqrt{\frac{786 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1,25 \cdot 10^6}} = 0,447 \text{ м;}$$

$$\alpha = \frac{R_e}{l} = \frac{0,447}{1,69} = 0,264.$$

По значению параметра по таблицам в [36] находим значение функции $f(\alpha)$ (см. 1.2):

$$\alpha = 0,264 \rightarrow f^o(\alpha) = 0,1818,$$

при этом для одноколенной опоры имеем:

$$m_d^o = m_{c,\text{max}} = F_d^o \cdot f^o(\alpha) = 786,6 \cdot 0,1818 = 143 \text{ кНм/м.}$$

Так как значение расчетного погонного изгибающего момента не превышает значение допустимого погонного изгибающего момента

$$m_d^o \approx m_{u,\text{sup}} \rightarrow 143 \approx 143,12 \text{ кНм/м,}$$

то это нагружение является номинальным и допустимым для определения классификационного числа PCN:

$$F_d^o = 786,6 \text{ кН} \rightarrow \text{PCN} = 79, \text{ что обеспечивает условие } \text{PCN} > \text{ACN} = 67.$$

Рассмотрим численный метод расчета отдельно взятой плиты с нагружением эквивалентной одноколенной опорой по аналогии с методикой численного расчета в пп. 4.1, 4.2 с расширением сеточной области для реализации адекватных реальному покрытию граничных условий. Таким образом, показатель несущей способности покрытия – классификационное число PCN – определяется по методу, который является ведущим при проведении расчета на прочность и деформативность покрытия, т.е. в данном случае таковыми являются численный расчет по методу конечных элементов. В соответствии с методикой ИКАО в качестве нагрузки следует принимать эквивалентную одноколенную нагрузку в числовом измерении классификационного числа – единица – 100 кН (1 тс), которая вызывает адекватное напряженно-деформированное состояние, полученное от воздействия по схеме реального шасси самолета. Для бетонного покрытия (см. п. 4.6) за максимальное значение принимаем погонные изгибающие моменты и перемещения:

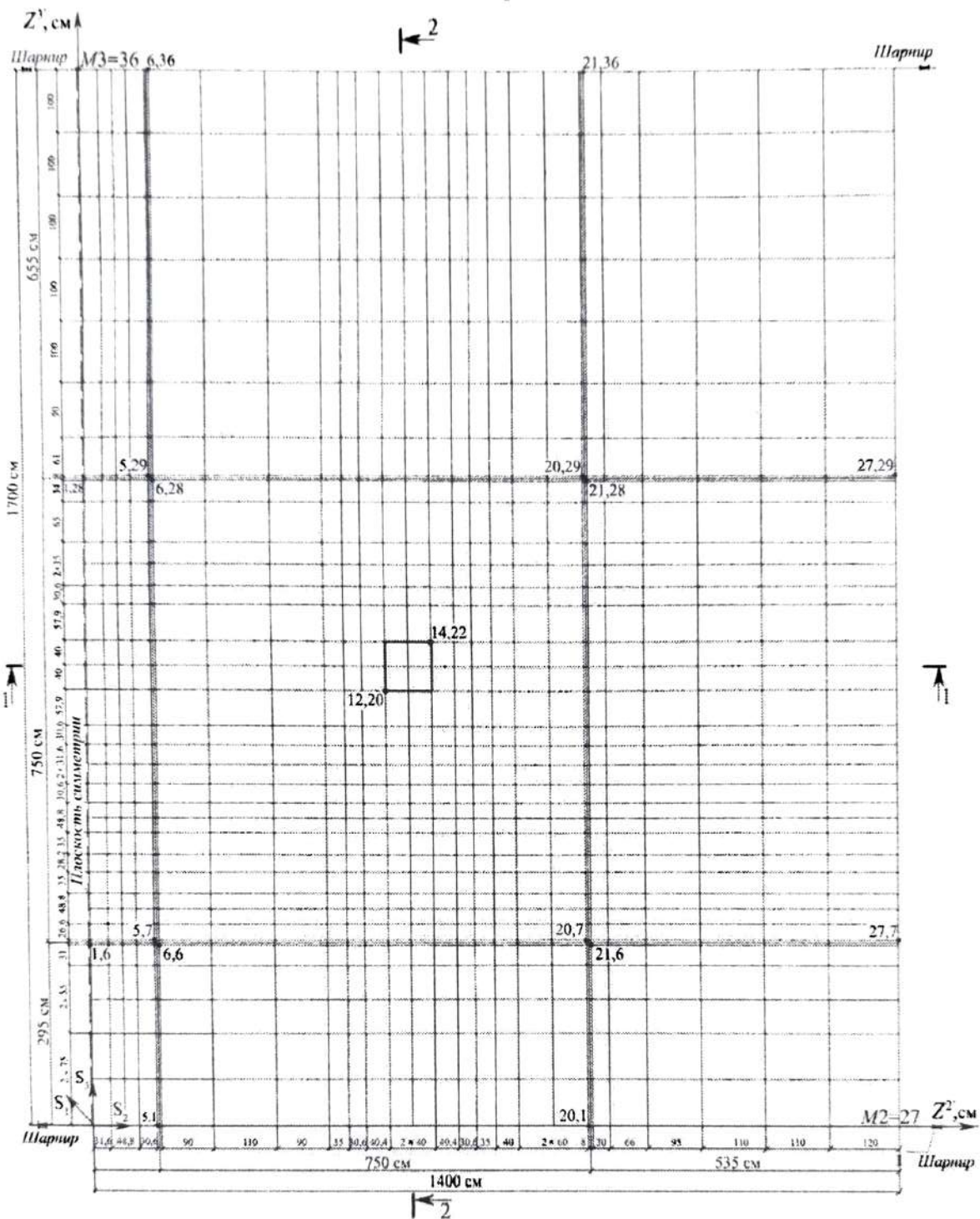


Рис. 4.28. Расчетная схема для определения эквивалентной одноколенной нагрузки с обеспечением расчетной прочности

– по перемещениям в сторону уменьшения

$$\frac{(-1,56 + 0,92)100}{-1,56} \approx 41\%.$$

Таблица 4.9

№ п/п	№ узла	M_N^{22} , кгс·м/м	Масштаб 1мм – 200 кгс·м/м, мм
1	1081	657,5	3,3
2	1083	629,4	3,1
3	1085	576,5	2,9
4	1087	465,1	2,3
5	1089	154,8	0,8
6	1091	289,3	1,4
7	1093	-225,8	-1,1
8	1095	-2011,5	-10,1
9	1097	-4263,1	-21,3
10	1099	-6413,7	-32,1
11	1101	-10471,0	-52,4
12	1103	-15229,0	-76,1
13	1105	-15221,0	-76,1
14	1107	-10449,0	-52,2
15	1109	-6388,6	-31,9
16	1111	-4249,8	-21,2
17	1113	-2592,7	-13,0
18	1115	-1265,4	-6,3
19	1117	-270,8	-1,4
20	1119	48,7	0,2
21	1121	512,6	2,6
22	1123	880,8	4,4
23	1125	1030,4	5,2
24	1127	873,7	4,4
25	1129	526,9	2,6
26	1131	164,8	0,8

Таблица 4.10

№ п/п	№ узла	M_N^{22} , кгс·м/м	Масштаб 1мм – 200 кгс·м/м, мм
1	25	66,2	0,3
2	79	212,8	1,1
3	133	335,0	1,7
4	187	384,3	1,9
5	241	335,2	1,7
6	295	104,3	0,5
7	349	177,8	0,9
8	403	149,0	0,7
9	457	160,77	0,8
10	511	126,0	0,6
11	565	14,0	0
12	619	-221,5	-1,1
13	673	-546,6	-2,7
14	727	-927,4	-4,6
15	781	-1501,7	-7,5
16	835	-2357,8	-11,8
17	889	-3530,8	-17,7
18	943	-5111,1	-25,6
19	997	-9644,9	-48,2
20	1051	-15229,0	-76,1
21	1105	-15207,0	-76,0
22	1159	-9571,0	-47,9
23	1213	-4995,3	-25,0
24	1267	-3332,3	-16,7
25	1321	-2067,0	-10,3
26	1375	-999,0	-5,0
27	1429	-182,1	-0,9
28	1483	54	0,3
29	1537	617,8	3,1
30	1591	1063,4	5,3
31	1645	1118,5	5,6
32	1699	923,8	4,6
33	1753	618,4	3,1
34	1807	311,8	1,6
35	1861	84,3	0,4

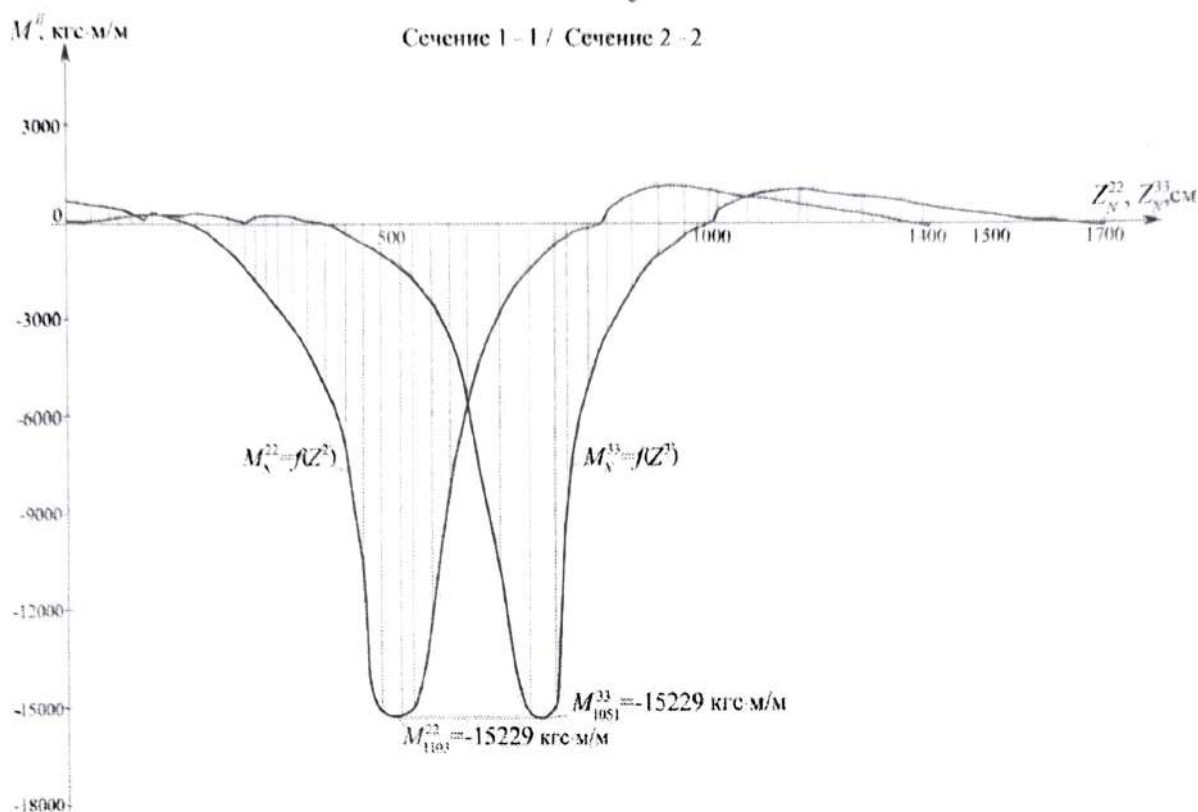


Рис. 4.29. Эшоры изгибающих погонных моментов при воздействии одноколесной эквивалентной нагрузки, соответствующей значению PCN = 85

Таким образом, при величине одноколесной эквивалентной нагрузки 82 тс НДС покрытия близко к расчетному. Отсюда следует, что расчетное значение PCN = 82 по данным сертификации аэропорта Борисполь. Для самолета типа A380-800 ACN = 80. Отношение $\frac{ACN}{PCN} = \frac{80}{82} < 1$, следовательно, покрытие проектируемого перрона нового терминала аэропорта Борисполь соответствуют требованиям эксплуатации самолетов типа A380-800.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОКРЫТИЙ ИЗ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА И ОБЛЕГЧЕННЫХ МЕТАЛЛОЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПОКРЫТИЙ

Здесь представлены расчеты железобетонных покрытий в предельном состоянии по величине максимального раскрытия трещин $\delta = 0,3$ мм, а для непрерывно армированных бесшовных покрытий (НАБП) – до $\delta = 0,4$ мм [31]. Внимание уделяется тем же конструкциям жестких покрытий для перрона с ориентацией на максимальные колесные нагрузки от крупнофюзеляжных воздушных судов.

Конструкции железобетонных покрытий в различных вариантах становятся более эффективными при существенном возрастании взлетной массы воздушных судов и, соответственно, увеличении нагрузок на колесные шасси, избыточного давления в пневматиках. Это связано с резким увеличением материалоемкости и капитальных затрат при устройстве конструкций из бетона, когда предельное состояние регламентирует только появление трещин, т.е. фактически исключает их. В данной главе рассмотрены три основных типа использования железобетона:

- двухслойное покрытие, состоящее из верхнего железобетонного слоя с двухрядным армированием и нижнего бетонного (из тощего бетона) на жестком грунтоцементном искусственном основании;

- сборное железобетонное покрытие из предварительно напряженных плит на жестком искусственном основании из пескоцемента со слабой и средней прочностью грунтового основания при $K_{se} = 4,13 \dots 6,0$ кгс/см³.

- облегченное металложелезобетонное покрытие с жестким искусственным основанием из пескоцемента на достаточно прочном грунтовом основании при $K_{se} = 9,0$ кгс/см³.

Каждая из рассматриваемых конструкций покрытия имеет свои преимущества и недостатки, но если рассматривать их как альтернативный вариант традиционным бетонным и армобетонным покрытиям с хорошо отлаженной технологией производства работ, то они имеют преимущества по критерию снижения материалоемкости и капитальных затрат. Кроме того, в экстремальных условиях при необходимости сооружения мобильных взлетно-посадочных полос последние два типа имеют явное преимущество.

В связи с изложенным считаем вполне целесообразным провести детальное исследование напряженно-деформированного состояния предлагаемых конструкций, тем более, что для последних двух с точки зрения строительной механики следует использовать нелинейный подход, как для гибких оболочек, когда вертикальное перемещение гибкой пластинки может превышать одну четвертую ее толщины.

5.1. Инженерный расчет железобетонных покрытий перрона нового терминала аэропорта Борисполь при колесном воздействии самолета В747-400

В качестве некоторых исходных данных для инженерного расчета в соответствии с действующими нормативными документами [36] используются параметры конструкции покрытия в п. 4.5 с необходимыми дополнениями и изменениями. Эквивалентный коэффициент постели практически такой же, как и при расчете бетонных покрытий. Расчетная колесная нагрузка F_d , эквивалентный радиус отпечатка пневматика R_e и давление в пневматике имеют те же значения, что и для расчета бетонных покрытий (см. п. 4.5).

Принимаем следующую конструкцию жестких железобетонных покрытий. Верхний слой из железобетона назначаем исходя из нормативных рекомендаций [31, 34] со следующими параметрами проектирования:

- монолитный бетон марки В40: по [35] $R_{btb} = 3,43$ МПа; по [36] (по прочности на растяжение) $E_b = 3,24 \cdot 10^4$ МПа; по [36] (по образованию трещин) $R_{btb} = 4,0$ МПа;
- толщина верхнего слоя $t = 300$ мм;
- армирование – двухрядное, схема армирования на 1 м ширины (длины) представлена на рис. 5.1, на 1 м погонного сечения плиты приняты в двух рядах продольные и поперечные стержни одного диаметра (с соответствующим шагом $l_s = 250$ мм) – 8 Ø16 АII площадью $A_s = 16,088$ см²; рабочая высота сечения железобетонного слоя

$$t_o = t - t_{\text{пр}} - \frac{d}{2}; \quad t_o = 300 - 30 - \frac{16}{2} = 262 \text{ мм} = 26,2 \text{ см}, \quad (5.1)$$

где $t_{\text{пр}}$ – толщина защитного слоя.

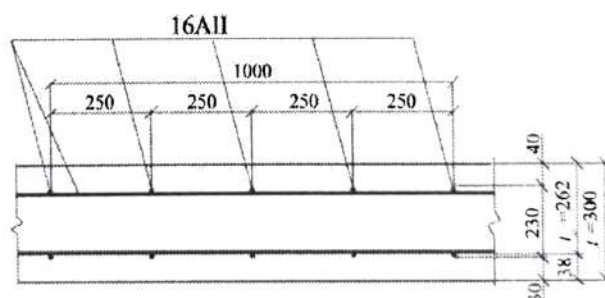


Рис 5.1. Схема армирования железобетонного слоя жесткого покрытия перрона

Шаг продольных стержней и поперечных в пределах средней части пролета (в крайних пролетах изменениями пренебрегаем) составляет $l_s = 250$ мм; процент армирования

$$\mu = \frac{A_s \cdot 100}{h \cdot 100}; \quad \mu = \frac{16,088 \cdot 100}{30 \cdot 100} = 0,536\%. \quad (5.2)$$

Модуль упругости арматуры $E_s = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, расчетное сопротивление $R_s = 270$ МПа; при отношении $\frac{l_s}{t} = 0,833$ коэффициент, учитывающий неравномерность распределения

деформаций крайнего волокна сжатой зоны сечения на участке между трещинами в соответствии со СНиП 2.05.08 – 85 [36]:

$$\psi_s = 0,643. \quad (5.3)$$

Нижний слой плиты покрытия принят бетонным из тощего бетона марки В20 по [5] с растяжением при изгибе $R_{btb} = 2,26$ МПа по [36], $E_b = 2,6 \cdot 10^4$ МПа, толщина слоя 350 мм.

Подстилающий жесткий слой принят из грунтоцемента марки В10 с растяжением при изгибе $R_{btb} = 0,6$ МПа, $E_b = 2,9 \cdot 10^3$ МПа, толщина слоя 250 мм.

Грунтовое основание в пределах активной толщины включает:

4 – супесь лессовидную толщиной 1,7 м: $E = 10,8$ МПа;

5 – супесь пылеватую толщиной 1,2 м: $E = 7,3$ МПа;

6 – песок мелкий толщиной 1,5 м: $E = 47,1$ МПа;

7 – супесь пылеватую толщиной 1,6 м: $E = 7,3$ МПа.

Принятая схема конструкции железобетонного покрытия с искусственным и грунтовым основанием представлена на рис. 5.2.

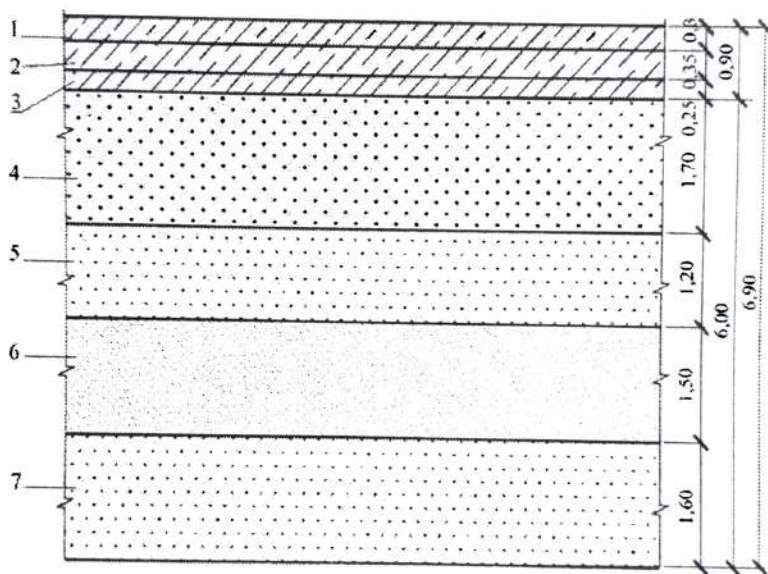


Рис. 5.2. Конструкция покрытия:

1 – монолитный бетон марки В40, $R_{btb} = 3,43$ МПа (по прочности), $E_b = 3,24 \cdot 10^4$ МПа; $R_{btb} = 4,0$ МПа (по образованию трещин); 2 – тощий бетон марки В20 с растяжением при изгибе $R_{btb} = 2,26$ МПа, $E_b = 2,6 \cdot 10^4$ МПа; 3 – грунтоцемент марки В10 на растяжение при изгибе $R_{btb} = 0,6/6$, $E_b = 2,9 \cdot 10^4$ кгс/см²; 4 – супесь лессовидная $E = 10,8$ МПа; 5 – супесь пылеватая $E = 7,3$ МПа; 6 – песок мелкий $E = 47,1$ МПа; 7 – супесь пылеватая $E = 7,3$ МПа

Расчет выполняется для участков группы Б в соответствии со СНиП 2.05.08 – 85 [36].

Значение эквивалентного коэффициента постели аналогично значению для бетонного покрытия в п. 4.5, т.е. $K_{se} = 41,3$ МН/м³.

Определяем суммарную жесткость условной плиты в соответствии с формулой

$$B_{tot} = B_{sup} + B_{inf} + B_f. \quad (5.4)$$

Вычисление цилиндрической жесткости железобетонного слоя в соответствии с [36]:

$$B_{sup} = \frac{E_s \cdot A_s}{\psi_b} \left(t_o - \frac{x}{3} \right) \cdot (t_o - x); \quad (5.5)$$

$E_s = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\psi_b = 0,2$ (при расчете на прочность); $t_o = 0,262$ м;

$$x = \left(-Q_o + \sqrt{Q_o^2 + 2Q_o} \right) \cdot t_o, \quad (5.6)$$

где
$$Q_o = \frac{E_s \psi_s}{E_b \psi_b} \mu; \quad (5.7)$$

$$Q_o = \frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,643 \cdot 0,54}{3,24 \cdot 10^4 \cdot 0,2 \cdot 10^2} = 0,1125;$$

$$x = \left(-0,1125 + \sqrt{0,1125^2 + 2 \cdot 0,1125} \right) \cdot 0,262 = 0,09825 \text{ м};$$

$$B_{sup} = \frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 16,088 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6}{0,2} \cdot \left(0,262 - \frac{0,09825}{3} \right) \cdot (0,262 - 0,09825) = 6,34 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}. \quad (5.8)$$

По аналогии с формулами п. 4.5 определяем цилиндрическую жесткость нижнего слоя и жесткого искусственного основания:

$$B_{inf} = 0,085 \cdot 2,6 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 0,35^3 = 9,48 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}; \quad (5.9)$$

$$B = B_{sup} + B_{inf} = (6,34 + 9,48) \cdot 10^7 = 15,82 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}; \quad (5.10)$$

$$B_f = 0,085 \cdot 2,9 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 0,25^3 = 0,385 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}. \quad (5.11)$$

Окончательно значение суммарной цилиндрической жесткости условной плиты B_{tot} равно:

$$B_{tot} = 15,82 \cdot 10^7 + 0,385 \cdot 10^7 = 16,205 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}. \quad (5.12)$$

Определяем упругую характеристику условной плиты по формулам:

$$l = \sqrt[4]{\frac{B_{tot}}{K_{se}}} = \sqrt[4]{\frac{16,205 \cdot 10^7}{41,3 \cdot 10^6}} = 1,407 \approx 1,41 \text{ м}; \quad (5.13)$$

$$\alpha = \frac{R_e}{l}; \quad R_e = 0,275 \text{ (см. п. 4.5);} \quad \alpha = \frac{0,275}{1,41} = 0,195.$$

Вычисление максимального изгибающего погонного момента в условной плите с учетом геометрических характеристик основной опоры расчетного типа самолета выполняем в соответствии со схемой колесного нагружения на рис. 5.3 и табл. 5.1.

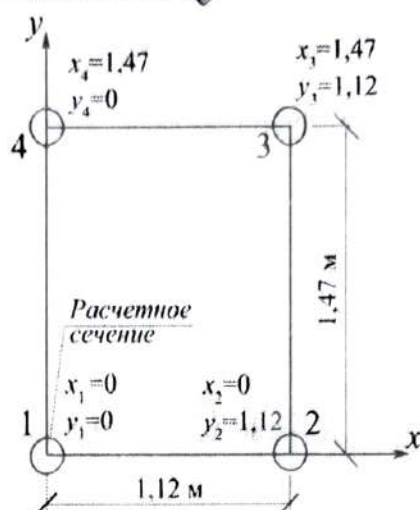


Рис. 5.3. Схема колесного шасси основной опоры В747-400

Таблица 5.1

Колесо	$\alpha = \frac{R_e}{l}$	$f(\alpha)$	$\xi_i = \frac{y_i}{l}$	$\eta_i = \frac{x_i}{l}$	$\bar{m}_{xi}$	$\bar{m}_{yi}$
Первое	0,195	0,21	0	0	—	—
Второе	—	—	0,85	0	0,009	0,0668
Третье	—	—	0,85	1,04	0,0147	0,0047
Четвертое	—	—	0	1,04	0,051	-0,0023

Определяем максимальные изгибающие погонные моменты в условной плите при центральном нагружении плиты согласно [36]:

$$m_{c,\max}(x) = m_1 + \sum_{i=2}^{n_k} m_{xi} = F_d f(\alpha) + \sum_{i=2}^{n_k} \bar{m}_{xi} \cdot F_d; \quad (5.14)$$

$$m_{c,\max}(x) = 341,1 \cdot 0,21 + 341,1 \cdot 0,009 + 341,1 \cdot 0,0147 + 341,1 \cdot 0,051 = 97,2 \text{ кНм/м.}$$

В соответствии с п. 5.52 СНиП 5.02.08 – 85 при определении $m_{c,\max}(y)$ сумма моментов m_{y4} не учитывалась как дающая отрицательное значение:

$$m_{c,\max}(y) = m_1 + \sum_{i=2}^{n_k} m_{yi} = F_d f(\alpha) + \sum_{i=2}^{n_k} \bar{m}_{yi} \cdot F_d;$$

$$m_{c,\max}(y) = 341,1 \cdot 0,21 + 341,1 \cdot 0,0668 + 341,1 \cdot 0,0047 + 341,1 \cdot 0 = 95,85 \text{ кНм/м.}$$

Окончательно определяем расчетные изгибающие моменты в верхнем и нижнем слоях плиты, исходя из жесткости в соответствующей условной плите $B = 15,98 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}$, лежащей на жестком основании с $B_f = 0,385 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}$, и используя формулы в [36] для несовмещенных швов:

– верхний слой –

$$m_{d,\text{sup}} = \frac{B_{\text{sup}}}{B_{\text{tot}}} m_{c,\text{max}} k_1; \quad (5.15)$$

$$m_{d,\text{sup}} = \frac{6,34 \cdot 10^7}{16,205 \cdot 10^7} 97,2 \cdot 1,37 = 52,1 \text{ кНм/м},$$

где $k_1 = 1,37$ – коэффициент, учитывающий концентрацию изгибающих моментов в верхнем слое двухслойного покрытия;

– нижний слой –

$$m_{d,\text{inf}} = \frac{B_{\text{inf}}}{B_{\text{tot}}} m_{c,\text{max}}; \quad (5.16)$$

$$m_{d,\text{inf}} = \frac{9,48 \cdot 10^7}{16,205 \cdot 10^7} 97,2 = 56,86 \text{ кНм/м}.$$

Определяем значение допустимых изгибающих погонных моментов для верхнего и нижнего слоев плиты покрытия:

– для верхнего слоя железобетона с ненапрягаемой арматурой –

$$m_{u,\text{sup}} = \gamma_c \cdot A_s \cdot R_s \left(t_o - \frac{x}{3} \right),$$

где $\gamma_c = 1,1$ – коэффициент условий работы, принимаемый для железобетонного покрытия и группы участков Б равным 1,1;

$$m_{u,\text{sup}} = 1,1 \cdot 0,0016088 \cdot 270 \cdot 10^6 \left(0,262 - \frac{0,0947}{3} \right) = 109,9 \text{ кНм/м};$$

$$m_{u,\text{inf}} = \gamma_c \cdot R_{btb} \frac{t_{\text{inf}}^2}{6} k_u \cdot k_m, \quad (5.17)$$

где $\gamma_c = 0,9$, $R_{btb} = 3,43 \text{ кгс/см}^2$; $k_u = 1,248$, $k_m = 1,27$ (см. рис. 17.11 в [6]);

$$k_u = 2 - 0,167 \lg U_d = 2 - 0,167 \lg (3,333 \cdot 10^4) = 1,248;$$

$$m_{u,\text{inf}} = 0,9 \cdot 2,26 \frac{35^2}{6} 1,248 \cdot 1,27 = 65,8 \text{ кНм}.$$

По формуле 10 в [36] с учетом указаний проверяем прочность покрытия:

$$m_{d,\text{sup}} = 52,1 < m_{u,\text{sup}} = 109,9 \text{ кНм/м};$$

$$m_{d,\text{inf}} = 56,9 < m_{u,\text{inf}} = 65,8 \text{ кНм/м} \quad (5.18)$$

и убеждаемся, что принятая конструкция двухслойной плиты покрытия удовлетворяет условиям прочности по изгибающим погонным моментам (ориентируемся на нижний слой, где наблюдаются максимальные растягивающие усилия).

5.2. Численный расчет двухслойного покрытия перрона, включающего железобетонный и бетонный слой на жестком искусственном основании

Для дискретного моделирования расчетного фрагмента плит покрытия перрона с использованием МКЭ построена эквивалентная конструктивная схема условной тонкой плиты на упругом основании при условии обеспечения эквивалентных продольной и изгибной жесткости реальной конструкции покрытия (см. рис. 5.1, 5.2) в соответствии со схемой, показанной на рис. 5.4.

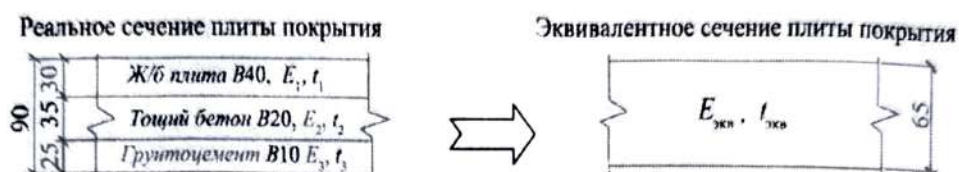


Рис. 5.4. Приведенное (расчетное) сечение тонкой плиты на упругом основании, эквивалентное по продольной и изгибной жесткостям

Определение эквивалентных характеристик первого слоя как для отдельно взятой железобетонной плиты толщиной $t_1 = 30$ см состоит в „размазывании” физико-механических характеристик бетона и арматурного каркаса в поперечном единичном сечении согласно схеме на рис. 5.5.

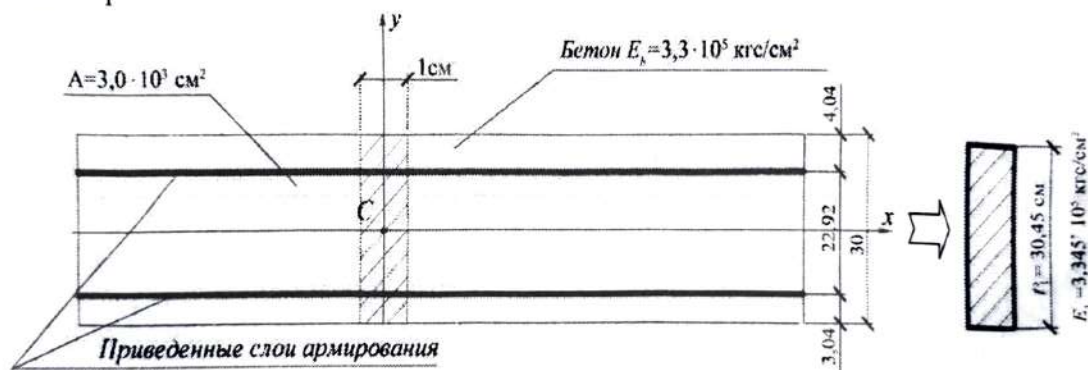


Рис. 5.5. Железобетонная плита – конструктивная схема и эквивалентный аналог

Определение толщины приведенных слоев армирования железобетонной плиты:

$$\delta_a = \frac{8,044}{100} = 0,08044 \text{ см.} \quad (5.19)$$

Определение координаты y_c – центра тяжести сечения железобетонной плиты:

$$S_x = 8,044 \cdot 10,96 - 8,044 \cdot 11,96 = -8,044 \text{ см}^3; \\ S_x = A \cdot x_c; \quad (5.20)$$

$$x_c = -\frac{8,044}{3 \cdot 10^3} = -2,68 \cdot 10^{-3} \text{ см.}$$

Определение приведенного модуля упругости железобетонной плиты:

$$E_1 I_1 = E_b I_b + E_{ct} I_{ct}; \quad (5.21) \\ E_1 A_1 = E_b A_b + E_{ct} A_{ct};$$

$$\begin{aligned}
 E_1 I_1 &= E_b \frac{bt^3}{12} + E_{ст} A_s (10,9627^2 + 11,9573^2) = 3,3 \cdot 10^5 \frac{100 \cdot 30^3}{12} + \\
 &+ 2,6 \cdot 10^6 \cdot 8,044 \cdot (10,9627^2 + 11,9573^2) = 7,869 \cdot 10^{10} \text{ кгс} \cdot \text{см}^2; \\
 E_1 A_1 &= 3,3 \cdot 10^5 (3 \cdot 10^3 - 16,088) + 2,1 \cdot 10^6 \cdot 16,088 = 10,185 \cdot 10^8; \\
 i_1^3 &= \sqrt{\frac{12 E_1 I_1}{E_1 A_1}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 7,869 \cdot 10^{10}}{10,185 \cdot 10^8}} = 30,45 \text{ см}; \\
 E_{13} &= \frac{E_1 A_1}{i_1^3} = \frac{10,185 \cdot 10^8}{30,45 \cdot 10^2} = 3,345 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2.
 \end{aligned}$$

Определение эквивалентных характеристик единичного сечения двухслойной плиты покрытия (1 – железобетонного, 2 – бетонного) осуществляется в соответствии со схемой на рис. 5.6.

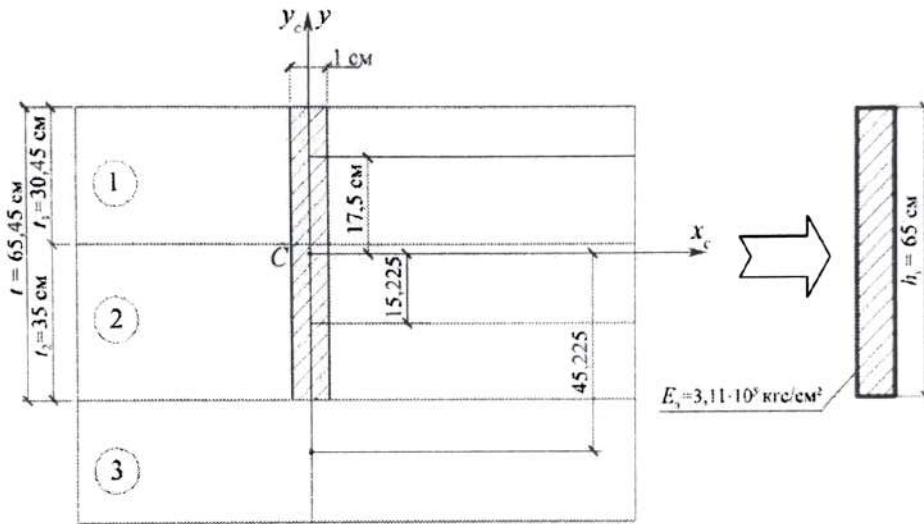


Рис. 5.6. Определение эквивалентной модели сечения плиты реального покрытия с приведением к сечению общей условной плиты

$$I_{x_c} = I_1^{x_c} + I_2^{x_c}; \quad (5.22)$$

$$I_{x_c} = I_1^o + a_1^2 \cdot F_1 + I_2^o + a_2^2 \cdot F_2; \quad (5.23)$$

где

$$F_1 = i_1^3 \cdot 1 \equiv i_1^3; \quad F_2 = t_2 \cdot 1 \equiv t_2; \quad (5.24)$$

$$I_1^{x_c} = \frac{i_1^3}{12} + a_1^2 \cdot i_1^3 = \frac{30,45^3}{12} + 17,5^2 \cdot 30,45 = 11,678 \cdot 10^3 \text{ см}^4; \quad (5.25)$$

$$I_2^{x_c} = \frac{t_2^3}{12} + a_2^2 \cdot t_2 = \frac{35^3}{12} + 15,225^2 \cdot 35 = 11,686 \cdot 10^3 \text{ см}^4; \quad (5.26)$$

$$I_{x_c} = (11,678 + 11,686) \cdot 10^3 = 23,364 \cdot 10^3 \text{ см}^4.$$

Определение реальной изгибной (цилиндрической) жесткости (двухслойной плиты) и продольной жесткости плиты, лежащей на жестком основании:

– изгибная жесткость:

$$EI = E_1^3 \cdot I_1^{xc} + E_2 \cdot I_2^{xc} \quad (5.27)$$

$$EI = 3,345 \cdot 10^5 \cdot 11,678 \cdot 10^3 + 2,65 \cdot 10^5 \cdot 11,686 \cdot 10^3 = 7,01 \cdot 10^9 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2;$$

— продольная жесткость

$$EA = E_1^3 \cdot t_1^3 + E_2 \cdot t_2 + E_3 \cdot t_3; \quad (5.28)$$

$$EA = 3,345 \cdot 10^5 \cdot 30,45 + 2,65 \cdot 10^5 \cdot 35 + 2,9 \cdot 10^4 \cdot 25 = 2,02 \cdot 10^7 \text{ кг}.$$

Определение цилиндрической жесткости искусственного жесткого основания плиты покрытия, приведенного к единичному сечению:

$$E_3 I_3^{xc} \equiv B_f = E_3 \left(\frac{t_3^3}{12} + a_3^2 \cdot t_3 \right); \quad (5.29)$$

$$B_f = 2,9 \cdot 10^7 \left(\frac{25^3}{12} + 45,225^2 \cdot 25 \right) = 1,52 \cdot 10^9 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2.$$

Определение параметров эквивалентного единичного сечения плиты покрытия по изгибной и продольной жесткостям расчетной модели.

В соответствии с формулами, приведенными в п. 4.1, эквивалентные высота, модуль Юнга и коэффициент Пуассона равны:

$$h_3 = \sqrt{\frac{12EI}{EA}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 7,01 \cdot 10^9}{2,02 \cdot 10^7}} \approx 65 \text{ см}; \quad (5.30)$$

$$E_3 = \frac{EA}{h_3} = \frac{2,02 \cdot 10^7}{65} = 3,11 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; \quad (5.31)$$

$$\nu_3 = \frac{\nu_1 \cdot t_1^2 + \nu_2 \cdot t_2}{t_1^3 + t_2} = \frac{0,25 \cdot 30,45 + 0,23 \cdot 35}{30,45 + 35} = 0,239. \quad (5.32)$$

Исходные значения эквивалентного коэффициента постели, узловых нагрузок дискретной модели колесного отпечатка, давления в пневматике остаются такими же, как и приведенные в п. 4.2.

Расчетная схема и конечноэлементная модель используется при совмещенном расположении основных опор шасси самолета В747-400 на одной плите с учетом симметрии (рис. 5.7) с размерами сеточной области $M1 \times M2 \times M3 = 2 \times 29 \times 44$, что соответствует системе уравнений равновесия, число которых равно $k = 2 \times 29 \times 44 \times 3 = 7656$ уравнений (без учета накладываемых связей).

Результаты численного расчета двухслойной плиты, состоящей из железобетонного и бетонного слоев на жестком искусственном основании, сведены в табл. 5.2, 5.3. Эпюры прогибов и усилий в сечениях 1-1 и 2-2 представлены на рис. 5.8, 5.9. По результатам численного расчета эквивалентной плиты (железобетонный и бетонный слои) максимальный изгибающий момент наблюдается в сечении 2-2 (см. расчетную схему на рис. 5.7) т.е. $M_{1363}^{33} = -14120,0 \text{ кгс} \cdot \text{м/м} = -141,2 \text{ кНм/м}$. В соответствии с формулой (5.15) для несовмещенных швов максимальный погонный изгибающий момент для железобетонного слоя составляет:

$$m_{d,\text{sup}}^{\text{max}} = \frac{3,91}{7,01} \cdot 1,37 \cdot 141,2 = 107,9 \text{ кН/м}.$$

В соответствии с формулой (5.16) для бетонного слоя имеем:

$$m_{d,\text{inf}}^{\text{max}} = \frac{3,1}{7,01} \cdot 141,2 = 62,4 \text{ кН/м}.$$

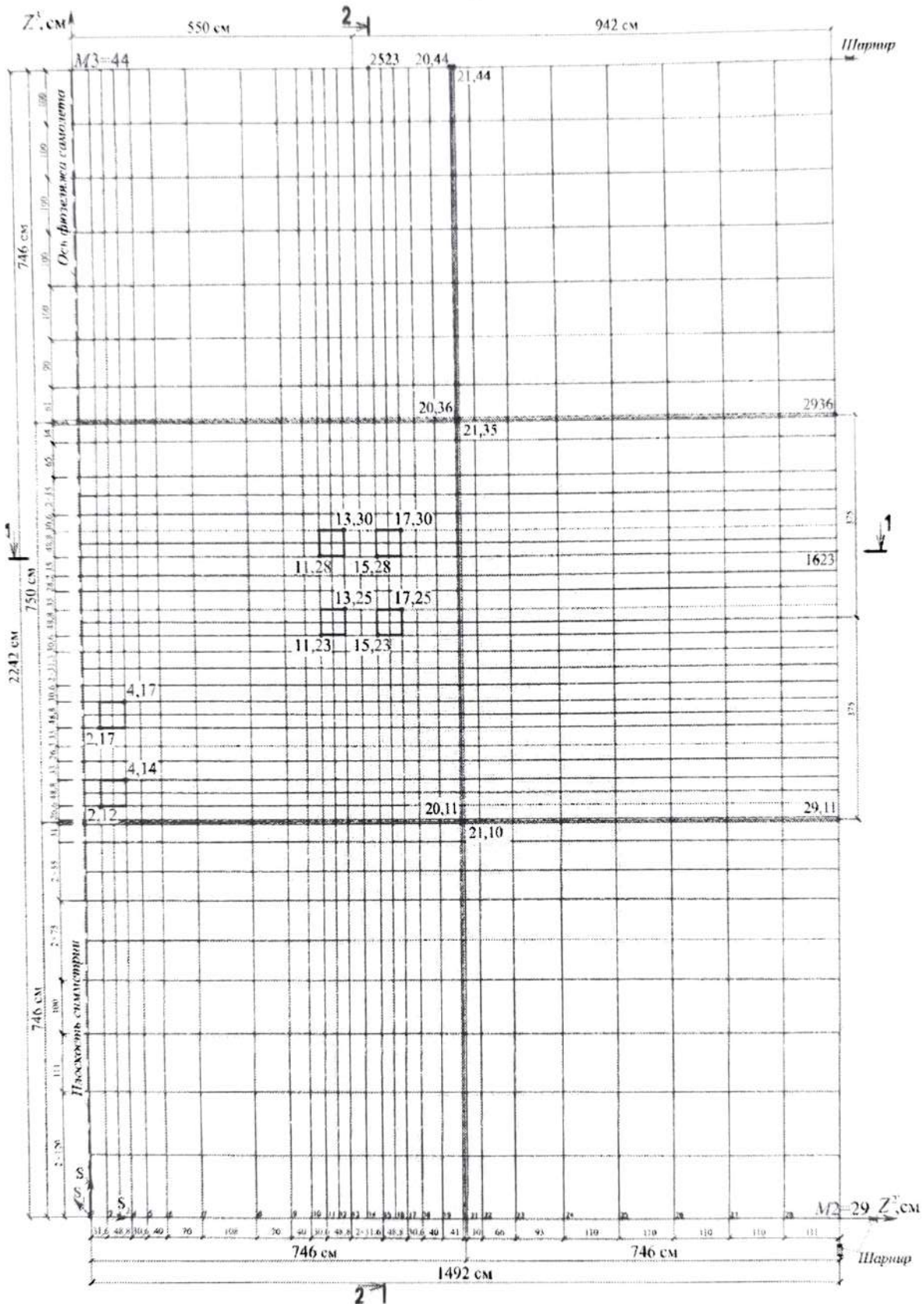


Рис. 5.7. Расчетная схема симметричного фрагмента плиты относительно оси фюзеляжа самолета с размещением шасси самолета B747-400 на двух соседних плитах

К сечению 1 – 1

Таблица 5.2

№ п/п	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{33} , кгс·см/м	Реакция основания R_N^I , кгс
1	1567	-0,91	+2286,3	+176,3
2	1569	-0,91	+2332,7	+312,9
3	1571	-0,91	+2407,2	+273,5
4	1573	-0,92	+2512,4	+309,8
5	1575	-0,93	+2642,4	+401,4
6	1577	-0,94	+2677,0	+636,3
7	1579	-0,99	+1665,0	+1077,5
8	1581	-1,09	-1089,1	+1193,3
9	1583	-1,18	-4265,1	+795,8
10	1585	-1,23	-8400,7	+532,1
11	1587	-1,26	-11927,0	+425,8
12	1589	-1,28	-13038,0	+383,4
13	1591	-1,29	-12108,0	+442,5
14	1593	-1,29	-12174,0	+498,2
15	1595	-1,27	-13221,0	+436,8
16	1597	-1,25	-12212,0	+374,5
17	1599	-1,22	-8803,6	+411,3
18	1601	-1,17	-5122,2	+506,3
19	1603	-1,10	-2200,0	+545,1
20	1605	-1,02	-449,2	+306,8
21	1607	-0,99	+412,7	+229,9
22	1609	-0,92	+1753,7	+543,0
23	1611	-0,79	+2594,2	+784,0
24	1613	-0,64	+2605,1	+809,8
25	1615	-0,52	+2032,5	+702,5
26	1617	-0,44	+1290,9	+595,2
27	1619	-0,39	+626,0	+528,5
28	1621	-0,36	+166,0	+486,6
29	1623	-0,33	—	+226,5

При сравнении с допустимыми значениями изгибающих погонных моментов в слоях имеем:

$$m_{d,\text{sup}} = 107,9 < m_{u,\text{sup}} = 109,9 \text{ кНм/м } (\approx 1,8\%);$$

$$m_{d,\text{inf}} = 62,4 < m_{u,\text{inf}} = 65,8 \text{ кНм/м } (\approx 5,0\%).$$

К сечению 2 – 2

Таблица 5.3

№ п/п	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{33} , кгс·м/м	Реакция основания R_N^I , кгс
1	29	-0,32	+51,0	+222,9
2	145	-0,36	+711,4	+480,9
3	261	-0,42	+1460,2	+429,1
4	377	-0,51	+1618,0	+384,6
5	435	-0,55	+1487,0	+353,0
6	493	-0,60	+1301,4	+300,4
7	609	-0,65	+1120,7	+129,3
8	667	-0,69	+1107,8	+203,2
9	783	-0,77	+1014,8	+264,5
10	899	-0,88	+314,9	+322,1
11	1015	-0,99	-1058,7	+280,0
12	1131	-1,10	-3935,9	+393,7
13	1247	-1,21	-9873,0	+434,0
14	1305	-1,25	-13291,0	+399,0
15	1363	-1,28	-14120,0	+361,7
16	1421	-1,30	-12587,0	+445,1
17	1479	-1,30	-11514,0	+475,0
18	1537	-1,29	-12549,0	+472,4
19	1595	-1,27	-14047,0	+436,8
20	1653	-1,25	-13191,0	+351,5
21	1711	-1,21	-9745,7	+383,8
22	1769	-1,15	-6067,7	+434,9
23	1885	-0,99	-1206,9	+572,7
24	1943	-0,84	+415,7	+482,0
25	2059	-0,74	+1632,5	+296,2
26	2117	-0,66	+2177,2	+573,9
27	2175	-0,56	+2140,6	+610,7
28	2291	-0,42	+1139,9	+490,1
29	2407	-0,37	+284,9	+431,2
30	2465	-0,36	+65,6	+397,8
31	2523	-0,35	—	+184,4

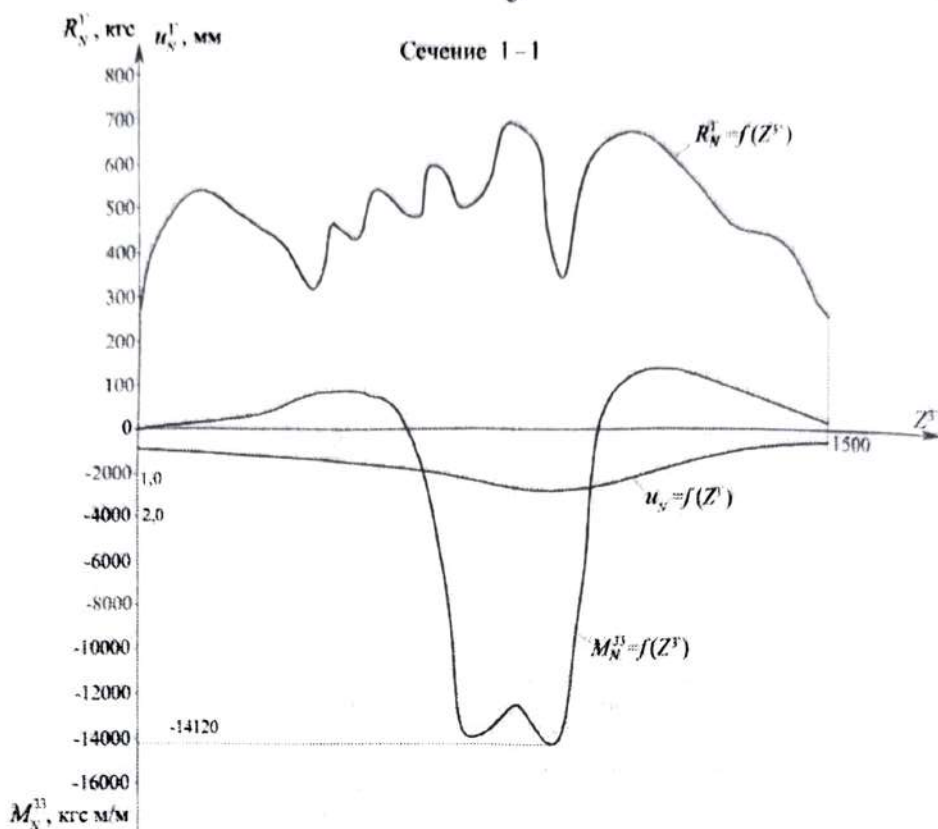


Рис. 5.8. Эпюра узловых перемещений, реакций упругого основания и изгибающих погонных моментов в сечении 1-1

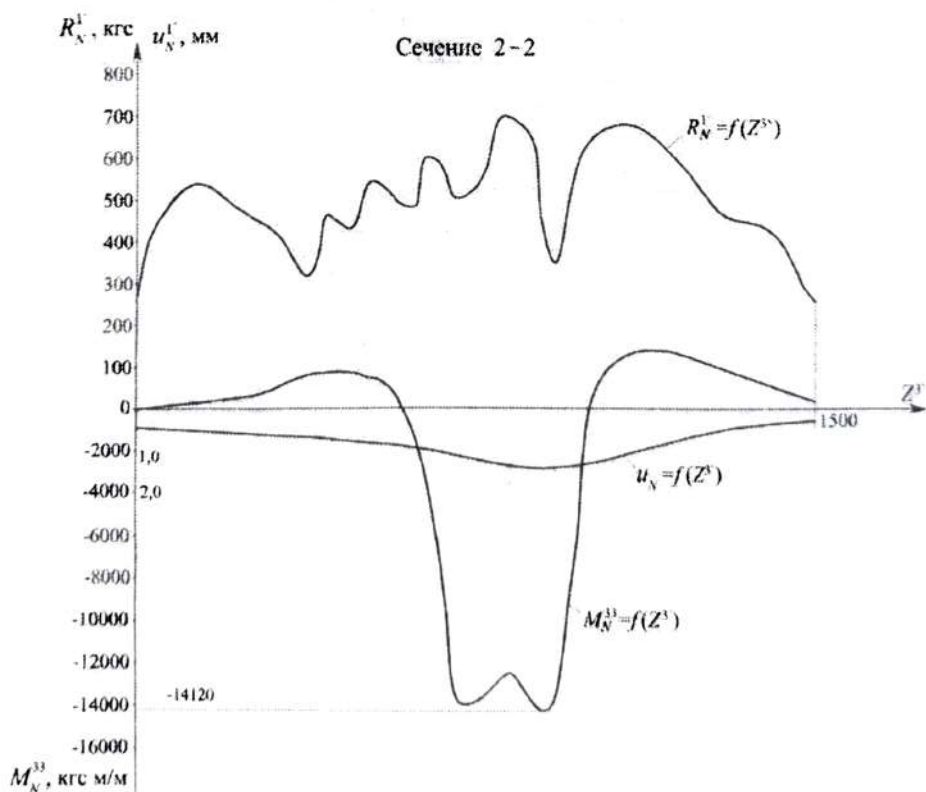


Рис. 5.9. Эпюра узловых перемещений, реакций упругого основания и изгибающих погонных моментов в сечении 2-2

По результатам сравнения расчетных изгибающих моментов в железобетонном и бетонном слоях можно заключить, что прочность железобетонного покрытия обеспечена. Численный результат расчета свидетельствует, что инженерный расчет (см. п. 5.1) дает заниженное значение погонного изгибающего момента в верхнем железобетонном слое.

Величину раскрытия трещин в железобетонном слое определяем по формуле (12) из «Руководства по проектированию и строительству непрерывно армированных бесшовных аэродромных покрытий», а именно:

$$a_T = \frac{R_s}{E_s} l_T = \frac{270}{2,1 \cdot 10^5} \cdot 250 = 0,32 \approx 0,3 \text{ мм.}$$

По условию допустимой величины раскрытия трещин железобетонный слой покрытия удовлетворяет нормативным требованиям [36]. Результаты расчета свидетельствуют, что рассматриваемый вариант двухслойного (железобетонного и бетонного) покрытия (при том же искусственном основании) менее материалоемкий и в перспективе при тенденции увеличения колесных нагрузок является предпочтительным.

5.3. Численный расчет покрытия перрона из сборных железобетонных предварительно напряженных плит на жестком искусственном основании

Наиболее индустриальный метод сооружения аэродромных покрытий состоит в применении сборных элементов, в том числе железобетонных предварительно напряженных плит. Основное преимущество этого метода состоит в том, что представляется возможность вести строительство практически круглый год, благодаря чему значительно сокращаются сроки строительства [11]. Кроме того, при достаточном инженерно-техническом обосновании можно добиться значительного снижения материалоемкости конструкции покрытия с обеспечением необходимой прочности и надежности даже для сверхтяжелых крупнофюзеляжных воздушных судов.

В предлагаемом варианте сборного железобетонного покрытия рассматривается конструкция сборного покрытия с подстилающим слоем из пескоцемента достаточно высокой марки по прочности (не ниже В15) на жестком основании из грунтоцемента с прочностью В7,5, т.е. согласно традиционной классификации имеем двухслойное покрытие на жестком искусственном основании. Грунтовое основание взято из примера для перрона нового терминала в аэропорту Борисполь (см. гл. 1 и 4). Конструкция такого покрытия с активной зоной грунтового основания представлена на рис. 5.10. Параметры и физико-механические характеристики слоев указаны в подрисуночной подписи. Коэффициент постели $K_{se} = 41,3 \text{ МН/м}^3$ ($4,13 \text{ кгс/см}^2$) (см. п. 4.1).

В предлагаемом варианте рассмотрена новая конструкция сборной предварительно напряженной плиты из прочного тяжелого бетона марки В45 (средней прочности) с армированием из высокопрочной проволоки Ø 5,5 марки ВП с расчетным сопротивлением растяжению для предельных состояний второй группы $R_{s,scr} = 1295 \text{ МПа} = 13200 \text{ кгс/см}^2$

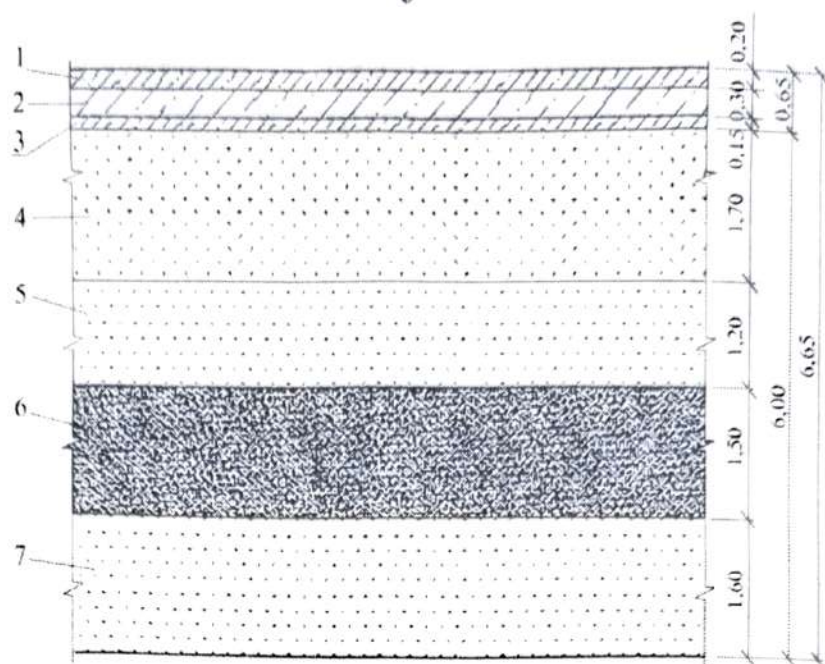


Рис. 5.10. Конструктивная схема покрытия с активной зоной грунтового основания:

1 – сборные железобетонные предварительно напряженные плиты из бетона марки В45 [5], $R_{btb} = 3,73$ МПа (по прочности), $E_b = 3,53 \cdot 10^4$ МПа; $R_{btb} = 4,4$ МПа (по образованию трещин)[36], толщина $t_1 = 0,2$ м; 2 – подстилающий (0,25м) и выравнивающий (0,05) слои из пескоцемента марки В15 [35], $R_{btb} = 2,26$ МПа (по прочности), $E_b = 2,3 \cdot 10^4$ МПа [36], толщина $t_2 = 0,3$ м; 3 – искусственное основание из грунтоцемента марки В35 [35], $R_{btb} = 1,0$ МПа, $E_b = 3,7 \cdot 10^3$ кгс/см², $t_3 = 0,15$ м; 4 – супесь лессовидная $E = 10,8$ МПа; 5 – супесь пылеватая $E = 7,3$ МПа; 6 – песок мелкий $E = 47,1$ МПа; 7 – супесь пылеватая $E = 7,3$ МПа

(рис. 5.11). Размеры плиты приняты нестандартными с учетом развития транспортной и грузоподъемной техники, т.е. $7,4 \times 3,7 \times 0,2$ м, вес 13,5 тс. Усилие предварительного натяжения проволоочной арматуры, состоящей из двух сеток с расстоянием 140 мм, которые фиксируются вспомогательными легкими треугольными каркасами из обычной арматуры Ø8 В1, определяется для отдельного пучка арматурной проволоки из 4 Ø5,5 В11, приходящегося на участок полосы плиты шириной 300 мм (см. рис. 5.11). Учитывая параметры арматуры $R_{s,ser} = 13200$ кгс/см² и площадь проволок $F_a = 0,95$ см², получим усилие натяжения

$$N_{II} = \gamma_c \cdot R_{s,ser} \cdot F_a, \quad (5.33)$$

где γ_c – коэффициент первичных потерь при релаксации арматуры на упорах, $\gamma_c = 0,9$,

$$N_{II} = 0,9 \cdot 13200 \cdot 0,95 \cong 11286 \text{ кгс} \cong 11,3 \text{ тс.}$$

После снятия усилия предварительного натяжения на стенде и передачи его на конструкцию плиты в продольном и поперечном направлениях через закладные детали (рис. 5.12), получаем центральное обжатие (без учета эксцентриситета) средней интенсивностью:

$$q_{сж} = \frac{\eta_c N_{II}}{h \cdot l_p}, \quad (5.34)$$

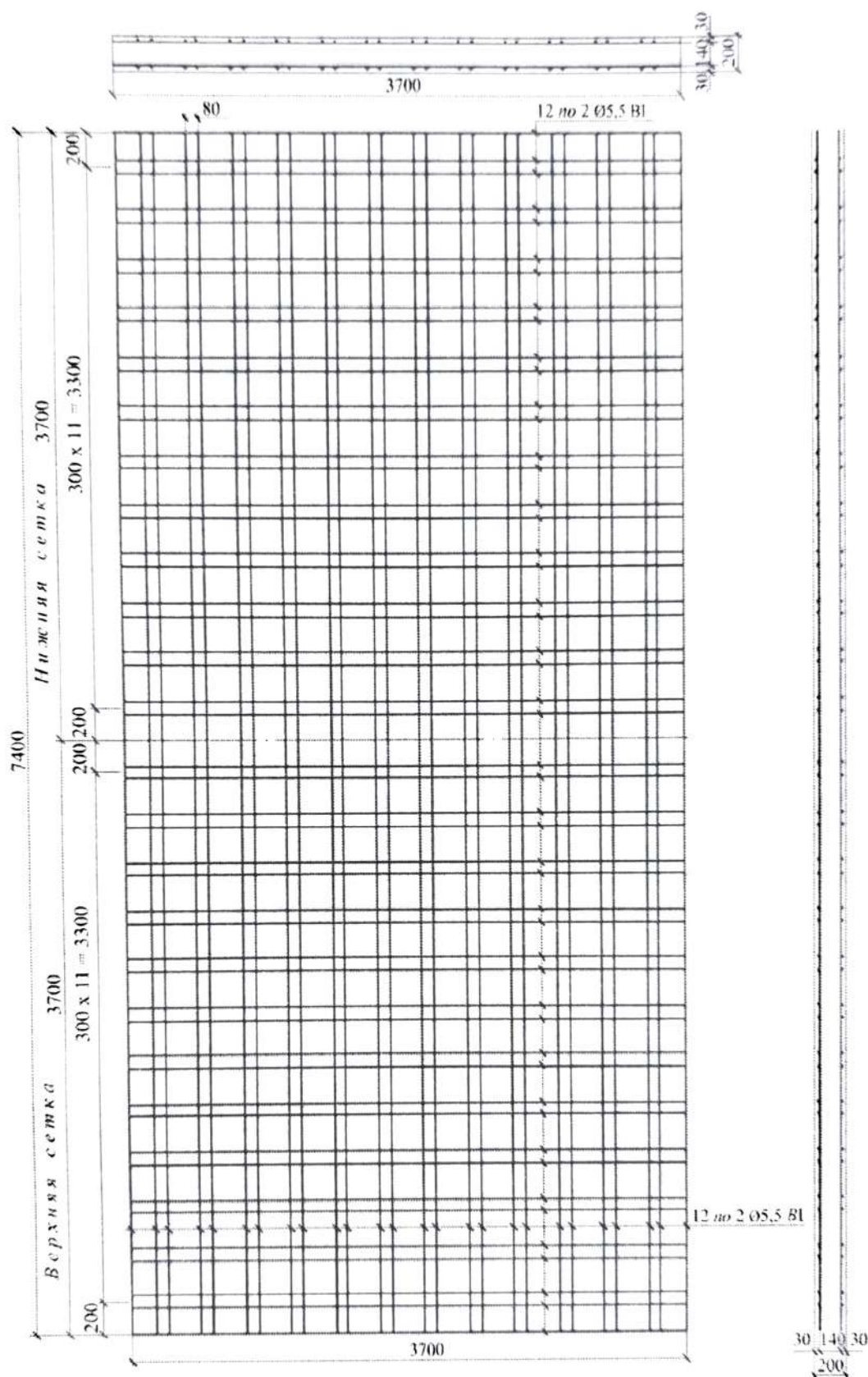


Рис. 5.11. Армирование предварительно напряженной сборной железобетонной плиты покрытия размерами: $7,4 \times 3,7 \times 0,2(h)$, весом 13,5 тс

где η_c – коэффициент передачи сжатия на анкерное устройство плиты – вторичная потеря на усадку и ползучесть бетона; l_p – шаг пучков, $l_p = 30$ см; h – толщина плиты, $h = 20$ см,

$$q_{сж} = \frac{0,9 \cdot 11300}{20 \cdot 30} = 16,95 \text{ кгс/см}^2.$$

Окончательно принимаем $q_{сж} = 17 \text{ кгс/см}^2$.

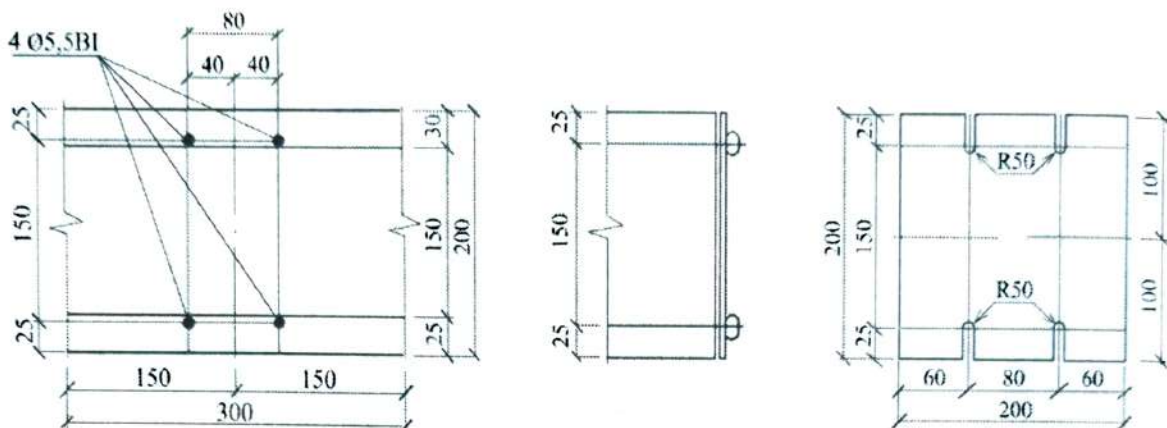


Рис. 5.12. Типовой узел напряженной арматуры из высокопрочной проволоки и ее анкеровки на торце плиты

В рассматриваемом варианте сборных покрытий предложена конструкция стыкового соединения, обеспечивающая практическую бесшовность покрытия (рис. 5.13). Конструкция включает стыковые скобы Ø 20 мм В1, $l = 500$ мм с шагом $l_s = 900$ мм (8 скоб по длинным сторонам плиты и 4 – по коротким). После укладки плит скобы смежных плит жестко свариваются соединительными вставками – отрезками из круглой стали Ø 36 мм, $l = 380$ мм, кроме того, соединительные стальные стержни привариваются к анкерным пластинкам толщиной 14 мм (см. рис. 5.13).

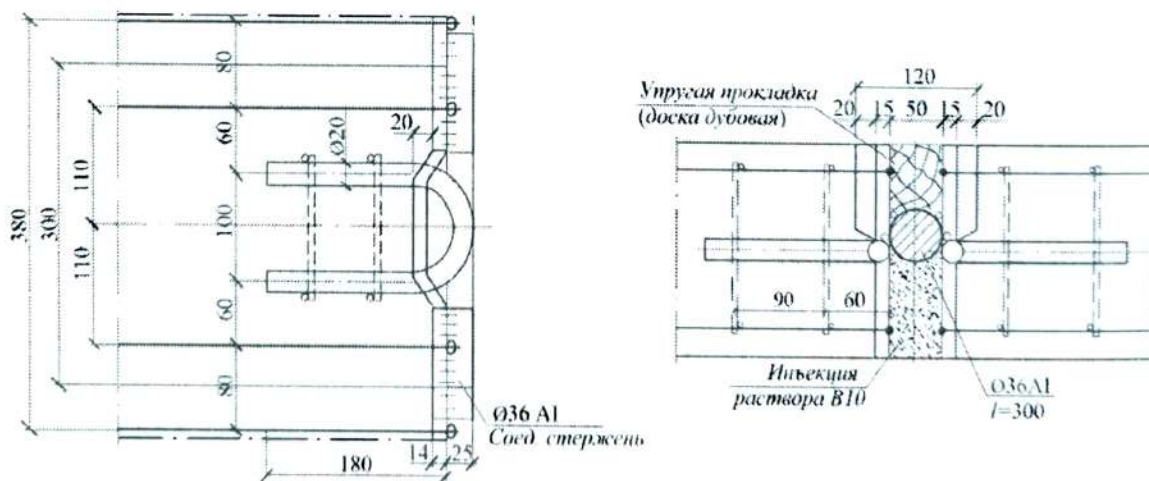


Рис. 5.13. Конструкция стыкового соединения сборных железобетонных плит (бесшовное стыковое соединение)

Расчетный фрагмент, вследствие неразрезной схемы работы покрытия, включает две сборные плиты размером 746×740 см с размещением на этом фрагменте симметричной части колесного шасси самолета В747-400 (рис. 5.14) по аналогии с расчетными фрагментами в п. 4.1. Размеры сеточной области расчетного фрагмента составляют $M1 \times M2 \times M3 = 2 \times 20 \times 25$, что соответствует системе разрешающих алгебраических уравнений порядка $k = 2 \times 20 \times 25 \times 3 = 3000$ без учета накладываемых связей.

Проведем предварительный инженерный расчет по прочности в соответствии с действующими нормативными документами с тем, чтобы после численного расчета (более точного с учетом более адекватного моделирования граничных условий и предварительного напряженного состояния) выполнить сравнительный анализ, сделать выводы и представить соответствующие рекомендации.

Параметры колесной нагрузки основной опоры самолета В747-400 определены в п. 4.5:

$$F_d = 341,1 \text{ кН}, \quad R_e = 0,275 \text{ м}, \quad P_a = 1,44 \text{ МПа}.$$

Жесткость двухслойного покрытия на жестком основании определяем, как для условной плиты:

$$B = B_{\text{sup}} + B_{\text{inf}} + B_f, \quad (5.35)$$

где B_{sup} – жесткость сборной железобетонной плиты толщиной $t_1 = 0,2$ м, $E = 3,53 \cdot 10^4$ МПа;
 B_{inf} – жесткость подстилающего слоя из песчаного бетона марки В15, $E_b = 2,3 \cdot 10^4$ МПа, $t_2 = 0,3$ м; B_f – жесткость искусственного (жесткого) основания из грунтоцемента марки В35, $E_b = 3,7 \cdot 10^3$ МПа, $t_3 = 0,15$ м.

Жесткости в формуле (5.35) определяем по формуле (12) в [36]:

$$\begin{aligned} B_{\text{sup}} &= 0,085 \cdot 3,53 \cdot 10^4 \cdot 0,2^3 \cdot 10^6 = 2,4 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}; \\ B_{\text{inf}} &= 0,085 \cdot 2,3 \cdot 10^4 \cdot 0,3^3 \cdot 10^6 = 5,28 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}; \\ B_f &= 0,085 \cdot 3,7 \cdot 10^3 \cdot 0,15^3 \cdot 10^6 = 0,106 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}; \\ B &= 2,4 \cdot 10^7 + 5,28 \cdot 10^7 + 0,106 \cdot 10^7 = 7,786 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}. \end{aligned} \quad (5.36)$$

Определяем упругую характеристику условной плиты по формуле из [36]:

$$l = \sqrt[4]{\frac{B}{K_{se}}} = \sqrt[4]{\frac{7,786 \cdot 10^7}{41,3 \cdot 10^6}} = 1,17 \text{ м}. \quad (5.37)$$

Определяем максимальный изгибающий погонный момент при центральном загрузении условной плиты для четырехколесной основной опоры самолета В747-400 [36]:

$$m_{c,\text{max}} = m_1 + \sum_{i=2}^{n_k=4} m_{x(y)i}; \quad (5.38)$$

$$m_1 = F_d f(\alpha); \quad \alpha = \frac{R_e}{l} = \frac{0,275}{1,17} = 0,235;$$

$$m_{x(y)i} = \bar{m}_{x(y)i} F_d, \quad (5.39)$$

Таблица 5.4

№ колеса	$\alpha = \frac{R_c}{l}$	$f(\alpha)$	$\xi = \frac{x_i}{l}$	$\eta_i = \frac{y_i}{l}$	$\bar{m}_{xi}$	$\bar{m}_{yi}$
Первое	0,235	0,1924	0	0	0	0
Второе	—	—	1,22	0	-0,0065	0,0402
Третье	—	—	1,22	1,603	0,00148	0
Четвертое	—	—	0	1,603	0,024	-0,0104

$$m_{c,\max}(y) = 341,1 (0,1924 + 0,0402) = 79,34 \text{ кНм/м.}$$

Принимаем большее значение:

$$m_{c,\max} = m_{c,\max}(y) = 79,34 \text{ кНм/м.} \quad (5.42)$$

Определяем расчетные изгибающие погонные моменты в плитах верхнего (железобетонного) слоя и нижнего бетонного слоя:

– в плитах верхнего слоя (сборных железобетонных) с несовмещенными швами

$$m_{d,\sup} = \frac{k_1 m_{c,\max}}{1 + \frac{B_{\inf}}{B_{\sup}}}, \quad (5.43)$$

где k_1 – коэффициент, учитывающий концентрацию изгибающих моментов в верхнем слое, принимаемый в соответствии с п. 5.58 [36]:

$$\frac{B_{\inf}}{B_{\sup}} = \frac{5,28 \cdot 10^7}{2,4 \cdot 10^7} = 2,2 \rightarrow k_1 \cong 1,55; \quad (5.44)$$

$$m_{d,\sup} = \frac{1,55 \cdot 79,34}{1 + 2,2} = 38,43 \text{ кНм/м;} \quad (5.45)$$

– в плитах нижнего слоя с несовмещенными швами

$$m_{d,\inf} = \frac{m_{c,\max}}{1 + \frac{B_{\sup}}{B_{\inf}}} = \frac{79,34}{1 + \frac{2,4 \cdot 10^7}{5,28 \cdot 10^7}} = \frac{79,34}{1 + 0,455} = 54,5 \text{ кНм/м.} \quad (5.46)$$

Определяем предельные допустимые изгибающие погонные моменты в соответствии с [36]:

– для верхнего слоя – сборной предварительно напряженной железобетонной плиты

$$m_{u,\sup} = \gamma_c \left(R_{dcl,\sup} \frac{t_1^2}{6} k_u + m_r \right), \quad (5.47)$$

где γ_c – коэффициент условий работы покрытий, для сборных железобетонных предварительно напряженных плит по табл. 31 [36] $\gamma_c = 1,2$; k_u – коэффициент, учитывающий число приложений колесных нагрузок воздушных судов за проектный срок службы (20 лет) по графику в [36] или по формуле

$$k_u = 2 - 0,167 \lg(3,333 \cdot 10^4) \cong 1,24, \quad (5.48)$$

m_r – момент, кНм/м, равнодействующей P усилий в нижней и верхней напрягаемой арматуре на единицу ширины сечения (1 м) относительно оси, проходящей через ядровую точку, наиболее удаленную от зоны сечения, в которой проверяется трещинообразование, m_r определяется с использованием формул в [35]. Определяем параметры приведенного сечения плиты для использования в последующих формулах в соответствии с п. 1.28 [35] с учетом площадей арматуры A_{sp} и A'_{sp} (рис. 5.15).

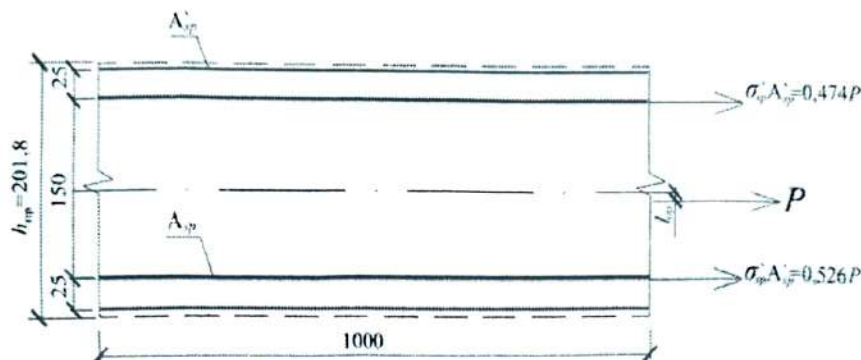


Рис. 5.15. Схема предварительно напряжения в единичном сечении и определение параметров приведенного сечения

Площадь приведенного сечения A_{red} включает площади бетона и сечений арматуры A_{sp} и A'_{sp} , умноженные на коэффициент $\alpha_s = \frac{E_s}{E_b}$:

– определяем высоту h_{np} приведенного сечения:

$$A_{sp} = A'_{sp} = \frac{1}{2} F_a \frac{100}{30} = \frac{1}{2} 0,95 \frac{100}{30} = 1,583 \text{ см}^2;$$

$$A_{red} = A_b + \alpha_s (A'_{sp} + A_{sp}); \quad \alpha_s = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2,0 \cdot 10^6}{3,53 \cdot 10^5} = 5,67; \quad (5.49)$$

$$A_{red} = 20 \cdot 100 + 5,67(1,583 + 1,583) \cong 20,18 \text{ см}^2;$$

$$h_{np} = \frac{A_{red}}{100} = 20,18 \text{ см};$$

– определяем момент сопротивления приведенного сечения:

$$W_{red} = \frac{bh_{np}^2}{6} = \frac{100 \cdot 20,18^2}{6} = 6787,2 \text{ см}^3. \quad (5.50)$$

Определяем эксцентриситет приложения равнодействующей предварительного напряжения верхней и нижней арматуры плиты, исходя из неравномерности первичных и

вторичных потерь проектируемого центрального предварительного напряжения с учетом разности до 50% (при общих потерях до 20%):

$$e_{op} = \frac{\sigma_{sp} A_{sp} \frac{h}{2} - \sigma_{sp} A'_{sp} \frac{h}{2}}{P}, \quad (5.51)$$

$$e_{op} = \frac{(0,526P - 0,474P) \frac{h}{2}}{P} = -0,52 \text{ см.}$$

Определяем расстояние r от центра тяжести приведенного сечения до ядровой точки – 2, удаленной от растянутой зоны, в которой определяется наличие трещинообразования (рис. 5.16):

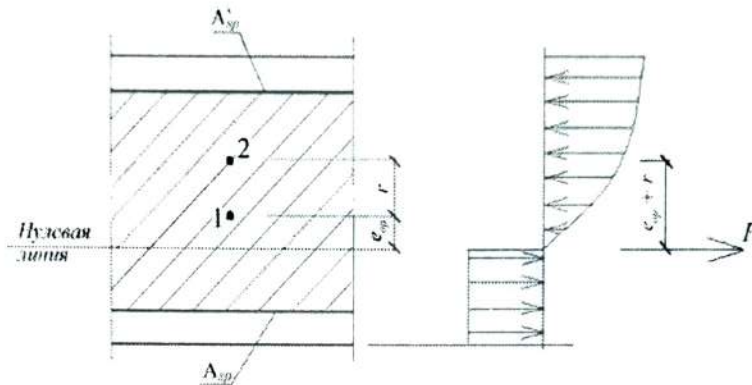


Рис. 5.16. Схема усилий и эпюры напряжений в поперечном сечении плиты при появлении трещин и наличии преднапряжений

Момент m_r определяем по формуле 128 в [35]:

$$m_r = P(e_{op} + r); \quad (5.52)$$

$$r = \varphi \frac{W_{red}}{A_{red}}; \quad \varphi = 1,6 - \frac{\sigma_b}{R_{b,ser}}, \quad (5.53)$$

где σ_b – максимальное усилие сжатия от расчетного изгибающего момента в верхнем слое – $m_{d,sup}$ и усилий предварительного обжатия:

$$\sigma_b = \sigma_b^m + \sigma_o^{np};$$

$$\sigma_b^m = \frac{m_{d,sup}}{W_{red}}; \quad (5.54)$$

$$\sigma_b^m = \frac{3,84 \cdot 10^5}{0,67872 \cdot 10^4} = 56,58 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_o^{np} \equiv q_{сж} = 17,0 \text{ кгс/см}^2; \quad \sigma_b = 56,6 + 17 = 73,6 \text{ кгс/см}^2;$$

$R_{b,ser}$ – расчетное сопротивление бетона для предельного состояния по первой группе [35]:

$$R_{b,ser} = 255,0 \text{ кгс/см}^2; \quad \varphi = 1,6 - \frac{73,6}{255} = 1,31;$$

$$r = 1,31 \frac{6787,2}{2018} = 4,4 \text{ см.}$$

По рекомендации в [35] φ должно быть $0,7 \leq \varphi \leq 1,0$.

Исходя из этого принимаем $r = 1,0 \frac{6787,2}{2018} \cong 3,4 \text{ см}$, тогда согласно (5.52) имеем:

$$m_r = P(e_{op} + r); \quad P = q_{сж} \cdot A_{red} = 17,0 \cdot 2018 = 34306 \text{ кгс} = 34,31 \text{ тс.} \quad (5.55)$$

$$m_r = 34,31(0,52 + 3,4) \cdot 10^{-2} = 1,35 \text{ тс} \cdot \text{м} = 13,5 \text{ кНм/м.}$$

Окончательно определяем предельно допустимый погонный изгибающий момент для верхнего слоя (сборной железобетонной плиты):

$$m_{u, \text{sup}} = 1,2 \left(2,2 \frac{0,202^2}{6} \cdot 1,24 + 0,0135 \right) \cdot 10^6 = 38463 \text{ Нм/м} \cong 38,5 \text{ кНм/м.}$$

При сравнении расчетного и предельного изгибающих моментов в сборной плите (верхний слой) убеждаемся, что условия по прочности удовлетворяются:

$$m_{d, \text{sup}} \approx m_{u, \text{sup}} \rightarrow 38,43 \approx 38,46 \text{ кНм/м.} \quad (5.56)$$

Определяем предельно допустимый изгибающий момент в нижнем слое с учетом жесткого основания:

$$m_{u, \text{inf}} = \gamma_c R_{btb} \frac{t_2^2}{6} k_u \cdot k_m = 0,9 \cdot 2,26 \frac{0,3^2}{6} 1,248 \cdot 1,27 \cdot 10^3 = 48,36 \text{ кНм/м.} \quad (5.57)$$

Несмотря на то, что $m_{d, \text{inf}} > m_{u, \text{inf}} \rightarrow 54,5 < 48,36 (\approx 12\%)$, можно считать прочность нижнего слоя практически обеспеченной с учетом включения в работу жесткого основания трехслойного покрытия.

Представим геометрические и физико-механические характеристики дискретной модели двухслойного покрытия перрона на жестком искусственном основании в соответствии с конструктивной схемой на рис. 5.10. В связи с тем что верхний слой покрытия представляет сборную железобетонную плиту, сначала вычисляем параметры эквивалентного сечения этой плиты на основе типового узла, представленного на рис. 5.12, с учетом приведенного сечения A_{red} (см. рис. 5.15 и формул (5.49), (5.50)):

– высота эквивалентного сечения: $h_3 \equiv h_{up} = 20,18 \text{ см}$, принимаем $h_3 = 21,0 \text{ см}$;

– продольная жесткость сечения:

$$(EA)_{x_c}^0 = E_6 \cdot 20 \cdot 100 + E_s (A'_{sp} + A_{sp}) = 3,53 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 100 + 2 \cdot 10^6 (1,583 + 1,583) = 7,123 \cdot 10^8 \text{ кгс};$$

$$E_3 = \frac{(EA)_{x_c}^0}{21 \cdot 100} = \frac{7,123 \cdot 10^8}{2,1 \cdot 10^3} = 3,392 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; \quad (5.58)$$

$$\nu_3 = \frac{\nu_{ст} (A'_{sp} + A_{sp}) + \nu_6 A_6}{20 \cdot 100} = \frac{0,3 \cdot 3,166 + 0,22 \cdot 20 \cdot 100}{20 \cdot 100} = 0,2205;$$

$$\nu_{cp}^I = \frac{\gamma_b \cdot A_6 + \gamma_{арм} (A'_{sp} + A_{sp})}{20 \cdot 100} = \frac{0,0024 \cdot 20 \cdot 100 + 0,0085(1,583 + 1,583)}{20 \cdot 100} = 0,00241.$$

Для реализации численного расчета на основе [1, 2] необходимо определить параметры эквивалентного единичного сечения трехслойной конструкции тонкой плиты на упругом основании в соответствии с конструктивной схемой, представленной на рис. 5.10. Для этого рассмотрим схему, которая приведена в гл. 2.4. Рассматриваем двухслойное покрытие на жестком искусственном основании – первый слой модели приведенной сборной железобетонной плиты имеет геометрические и механические характеристики в соответствии с (5.58): $t_1 = 21$ см; $E_1 = 3,392 \cdot 10^5$ кгс/см², $\nu_1 = 0,2205$; второй слой – из тощего бетона с параметрами: $t_2 = 30$ см, $E_2 = 2,35 \cdot 10^5$ кгс/см², $\nu_2 = 0,22$; искусственное основание из грунтоцемента с характеристиками: $t_3 = 15$ см; $E_3 = 9,7 \cdot 10^4$ кгс/см²; $\nu_3 = 0,31$. В соответствии со схемой, представленной на рис. 5.17, вычисляем:

– координату центра тяжести конструкции тонкой плиты в системе координат XOY :

$$Y_c = \frac{t_1 y_1 + t_2 y_2 + t_3 y_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{21 \cdot 55,5 + 30 \cdot 30 + 15 \cdot 7,5}{21 + 30 + 15} = 33 \text{ см}; \quad (5.59)$$

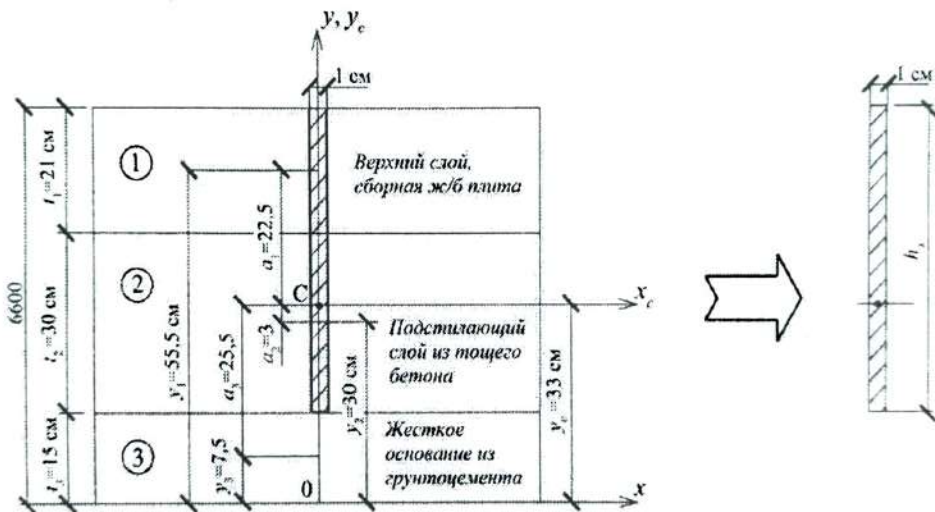


Рис. 5.17. Схема приведения единичного сечения реальной конструкции тонкой плиты к эквивалентному сечению условной тонкой плиты

– моменты инерции двухслойной конструкции относительно оси, проходящей через центр тяжести, – x_c , y_c :

$$I_{x_c} = I_1^o + a_1^2 \cdot A_1 + I_2^o + a_2^2 \cdot A_2, \quad (5.60)$$

где

$$I_1^{x_c} = \frac{t_1^3}{12} + a_1^2 \cdot t_1 = \frac{21^3}{12} + 22,5^2 \cdot 21 = 11403 \text{ см}^4;$$

$$I_2^{x_c} = \frac{t_2^3}{12} + a_2^2 \cdot t_2 = \frac{30^3}{12} + 3^2 \cdot 30 = 2520 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c} = I_1^{x_c} + I_2^{x_c} = 11403 + 2520 = 13923 \text{ см}^4;$$

– изгибную и продольную жесткости реальной конструкции плиты

$$EI = E_1 \cdot I_1^{xc} + E_2 \cdot I_2^{xc} = 3,392 \cdot 10^5 \cdot 11403 + 2,35 \cdot 10^5 \cdot 2520 = 4,462 \cdot 10^9 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2; \quad (5.61)$$

$$EA = E_1 t_1 + E_2 t_2 + E_3 t_3 = 3,392 \cdot 10^5 \cdot 21 + 2,35 \cdot 10^5 \cdot 30 + 9,7 \cdot 10^4 \cdot 15 = 1,563 \cdot 10^7 \text{ кгс}; \quad (5.62)$$

– эквивалентную высоту (толщину плиты) приведенного единичного сечения:

$$h_3 = \sqrt{\frac{12EI}{EA}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 4,462 \cdot 10^9}{1,563 \cdot 10^7}} = 58,53 \text{ см}; \quad (5.63)$$

принимая $h_3 = 59 \text{ см}$;

– эквивалентный модуль упругости приведенного сечения:

$$E_3 = \frac{AE}{1 \cdot h_3} = \frac{1,563 \cdot 10^7}{59} = 2,65 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; \quad (5.64)$$

– коэффициент Пуассона эквивалентного сечения условной плиты:

$$\nu_3 = \frac{\nu_1 t_1 + \nu_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{0,2205 \cdot 21 + 0,22 \cdot 30}{21 + 30} = 0,2202;$$

$$\nu_{\text{ср}} = \frac{\gamma'_{\text{ср}} t_1^{\text{экв}} + \gamma_2 t_2 + \gamma_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{0,00241 \cdot 21 + 0,0024 \cdot 30 + 0,0019 \cdot 15}{21 + 30 + 15} = 0,0023 \text{ кгс/см}^3.$$

Параметры вертикального колесного воздействия принимаем те же, что и в п. 4.5 в соответствии с расчетной схемой, представленной на рис. 5.14; фрагменты дискретных моделей колесных отпечатков имеют форму квадратов со стороной $a = 48,8 \text{ см}$ и следующие сеточные координаты S_2, S_3 для каждого из шести квадратных отпечатков начал и концов узлов дискретной модели:

- 1) $N_2^1 = 2; \quad N_3^1 = 2; \quad k_2^1 = 4; \quad k_3^1 = 4;$
- 2) $N_2^2 = 2; \quad N_3^2 = 7; \quad k_2^2 = 4; \quad k_3^2 = 9;$
- 3) $N_2^3 = 11; \quad N_3^3 = 13; \quad k_2^3 = 13; \quad k_3^3 = 15;$
- 4) $N_2^4 = 15; \quad N_3^4 = 13; \quad k_2^4 = 17; \quad k_3^4 = 15;$
- 5) $N_2^5 = 11; \quad N_3^5 = 18; \quad k_2^5 = 13; \quad k_3^5 = 20;$
- 6) $N_2^6 = 15; \quad N_3^6 = 18; \quad k_2^6 = 17; \quad k_3^6 = 20.$

Значения узловых перемещений и внутренних усилий в характерных сечениях 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3 по результатам полученных численных расчетов сведены в табл. 5.5, 5.6, 5.7; соответственно для узловых перемещений, погонных изгибающих моментов и узловых реакций грунтового основания построены соответствующие эпюры в тех же сечениях 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3 (рис. 5.18, 5.19, 5.20). Максимальные перемещения (прогибы пластинки) u_N^I наблюдаются в сечении 3 – 3 (под фюзеляжем основной опоры) и составляют $u_3^I = -2,06 \text{ мм}$. Максимальный погонный изгибающий момент $M_{43}^{22} = -169,7 \text{ кНм/м}$ наблюдается в левом углу расчетного фрагмента под отпечатком колес основной опоры (под фюзеляжем В747-400).

Сечение 1 – 1

Таблица 5.5

№ точки	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{22} , кНм/м	Реакция основания Q_N^I , кгс
1	521	-1,08	+1,45	+171,5
2	523	-1,08	+3,72	+303,60
3	525	-1,07	+7,50	+264,0
4	527	-1,07	+13,23	+296,4
5	529	-1,06	+21,74	+378,8
6	531	-1,06	+39,0	+588,4
7	533	-1,08	+40,90	+965,2
8	535	-1,18	+27,00	+1057,1
9	537	-1,30	-1,73	+721,3
10	539	-1,39	-37,30	+493,2
11	541	-1,46	-70,9	+403,2
12	543	-1,50	-81,2	+370,0
13	545	-1,54	-71,70	+433,9
14	547	-1,57	-73,00	+500,2
15	549	-1,60	-85,0	+451,5
16	551	-1,61	-77,20	+396,9
17	553	-1,61	-46,90	+447,1
18	555	-1,60	-17,10	+570,6
19	557	-1,59	-1,44	+682,7
20	559	-1,59	–	+360,4

Сечение 2 – 2

Таблица 5.6

№ точки	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{22} , кНм/м	Реакция основания Q_N^I , кгс
1	29	-0,89	+30,2	+131,5
2	69	-0,89	+29,4	+258,2
3	109	-0,91	+27,8	+255,6
4	149	-0,93	+24,7	+318,3
5	189	-0,97	+20,2	+354,6
6	229	-1,02	+14,1	+371,6
7	269	-1,09	+7,0	+373,3
8	309	-1,14	-0,1	+322,7
9	349	-1,21	-9,7	+383,3
10	389	-1,29	-22,7	+462,5
11	429	-1,38	-38,7	+501,7
12	469	-1,47	-59,2	+526,4
13	509	-1,55	-78,1	+491,9

14	549	-1,60	-85,0	+451,5
15	589	-1,64	-81,9	+562,4
16	629	-1,67	-80,1	+610,7
17	669	-1,69	-86,4	+616,5
18	709	-1,69	-93,8	+581,5
19	749	-1,68	-90,4	+475,3
20	789	-1,66	-75,7	+528,2
21	829	-1,62	-59,3	+614,4
22	869	-1,57	-47,3	+635,6
23	909	-1,53	-37,4	+882,2
24	949	-1,47	-31,9	+835,1
25	989	1,47	-	+279,8

Сечение 3 – 3

Таблица 5.7

№ точек	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{22} , кНм/м	Реакция основания Q_N^I , кгс
1	3	-2,06	-167,0	+304,5
2	43	-2,05	-169,7	+593,2
3	83	-2,03	-164,0	+573,9
4	123	-2,00	-147,0	+686,7
5	163	-1,93	-131,4	+705,9
6	203	-1,87	-125,0	+682,8
7	243	-1,78	-121,1	+611,6
8	283	-1,71	-108,9	+482,2
9	323	-1,62	-84,6	+516,5
10	363	-1,51	-58,4	+541,5
11	403	-1,39	-37,1	+505,2
12	443	-1,27	-19,6	+455,4
13	483	-1,16	-6,3	+368,4
14	523	-1,08	3,7	+303,6
15	563	-1,00	13,9	+342,9
16	603	-0,90	23,0	+327,5
17	643	-0,82	30,1	+300,4
18	683	-0,74	35,6	+254,3
19	723	-0,69	39,1	+194,7
20	763	-0,65	42,3	+205,2
21	803	-0,60	45,1	+226,3
22	843	-0,55	47,2	+223,0
23	883	-0,52	48,9	+298,5
24	923	-0,48	49,8	+271,8
25	963	-0,48	-	+90,6

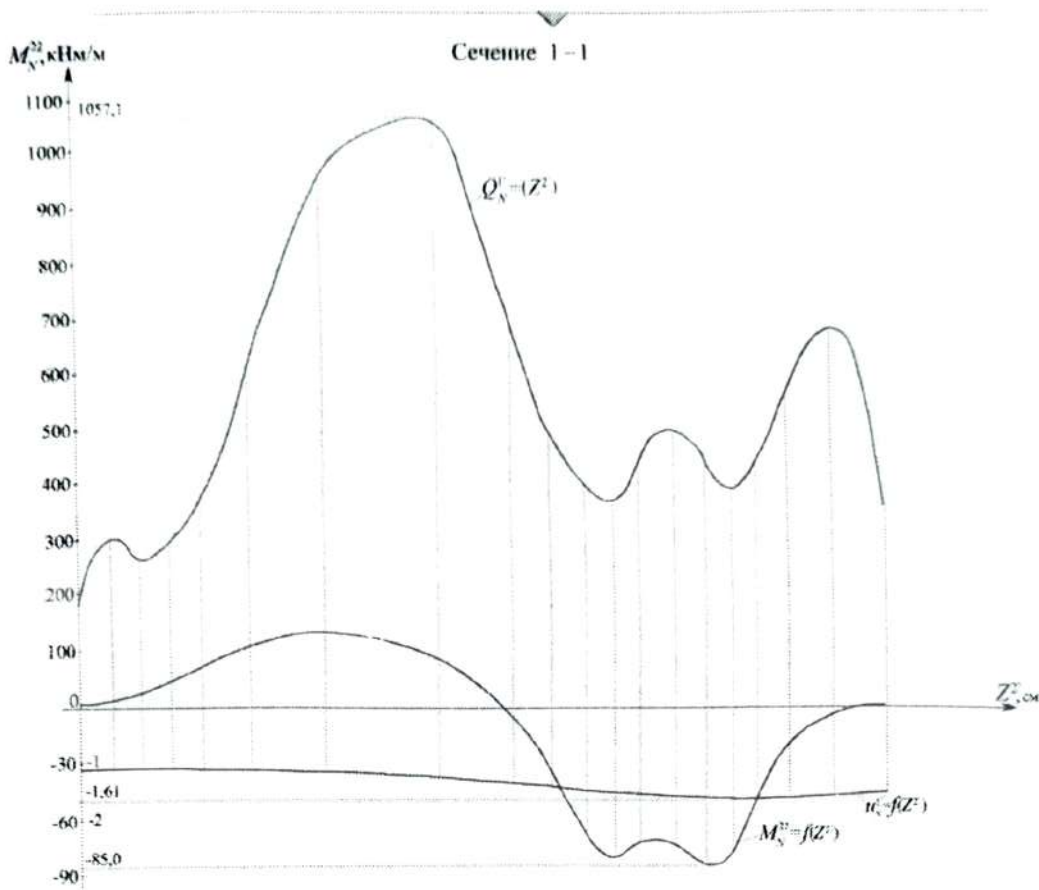


Рис. 5.18. Эпюры узловых перемещений u_N^I , мм, изгибающих погонных моментов M_N^{22} , кНм/м, и узловых реакций основания Q_N^I , кгс, в сечении 1-1

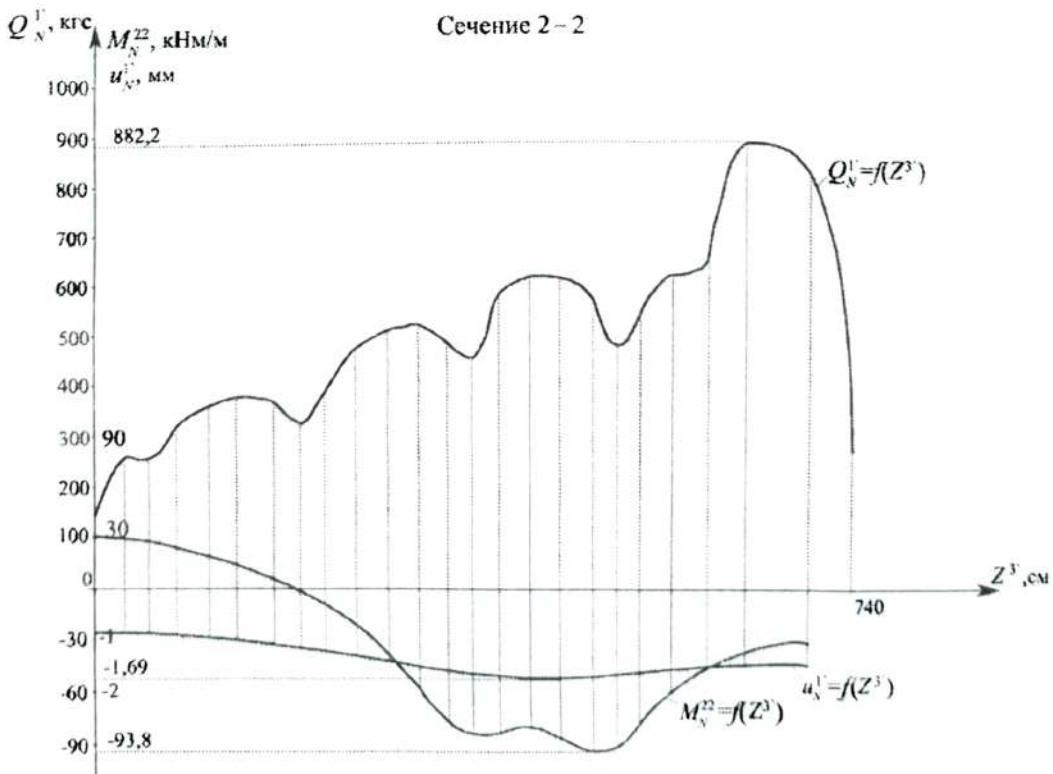


Рис. 5.19. Эпюры узловых перемещений u_N^I , мм, изгибающих погонных моментов M_N^{22} , кНм/м, и узловых реакций основания Q_N^I , кгс, в сечении 2-2

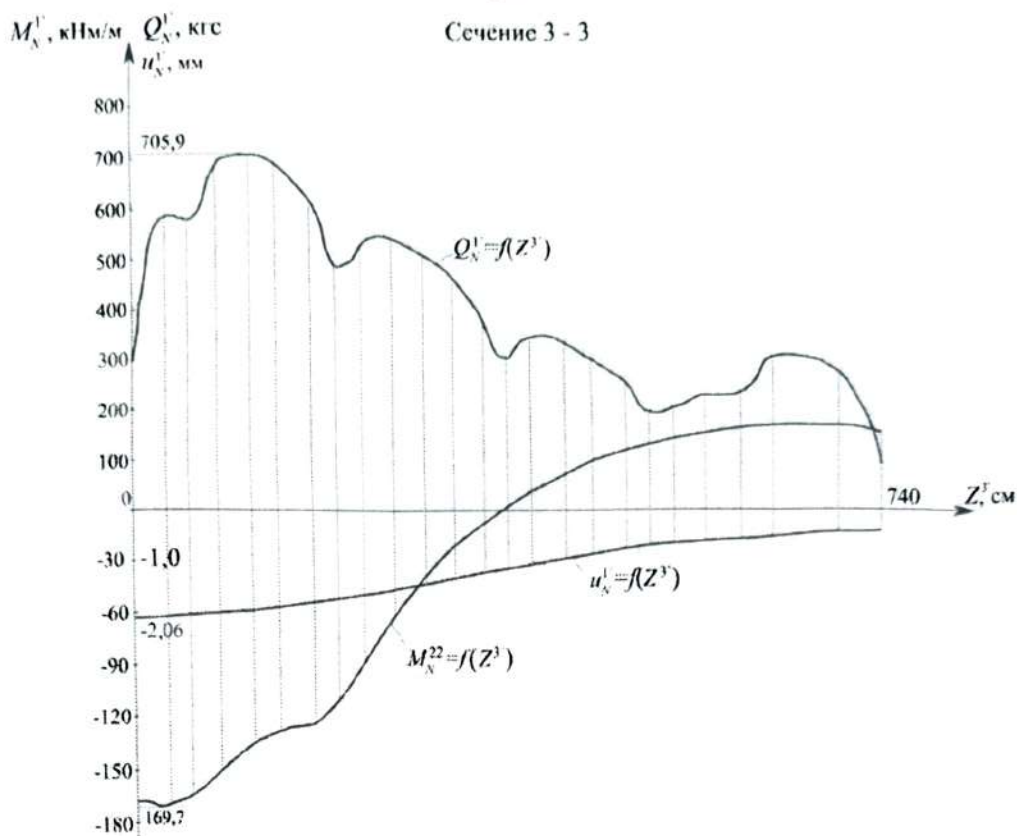


Рис. 5.20. Эпюры узловых перемещений u_N^I , мм, изгибающих погонных моментов M_N^{II} , кНм/м, и узловых реакций основания Q_N^I , кгс, в сечении 3 - 3

Значения узловых реакций зависят от интенсивности реакции основания, пропорциональной прогибам (при постоянном коэффициенте постели) и площади плиты, примыкающей к соответствующему узлу на контакте с основанием, поэтому при неравномерной сетке эпюра узловых реакций имеет скачкообразный характер и достигает максимальных значений в области максимальных прогибов и разреженных сеточных координат (см. рис. 5.18, 5.19).

Максимальные главные напряжения имеют место в области максимальных погонных изгибающих моментов, т.е.

$$\begin{aligned}\sigma_{N=3}^{\max} &= 18,3 \text{ кгс/см}^2; \\ \sigma_{N=3}^{\min} &= -39,3 \text{ кгс/см}^2.\end{aligned}\quad (5.65)$$

В (5.65) изгибающая составляющая в соответствии с (4.17), (4.18) имеет значение

$$\sigma_{\text{изг}}^{\max} = \frac{\sigma_{N=3}^{\max} - \sigma_{N=3}^{\min}}{2} = \frac{18,3 - (-39,3)}{2} = 28,8 \text{ кгс/см}^2,$$

при этом чисто изгибающие усилия определяют значение растяжения в крайнем волокне $28,8 \text{ кгс/см}^2$, но усилия сжатия в результате преднапряжений снижают усилия растяжения до $\sigma_p = 18,3 \text{ кгс/см}^2$ в нижнем слое бетона, где $R_{btb} = 22,6 \text{ кгс/см}^2$.

Таким образом, условия прочности и деформативности конструкции покрытия удовлетворяются.

5.4. Численный и инженерный расчеты облегченного металложелезобетонного покрытия на жестком основании при воздействии воздушного судна типа В747-400

Предлагается новая конструкция покрытия из сборных металложелезобетонных плит. Конструкция основана на использовании существующих металлических плит типа КД-1, предназначенных для устройства сборно-разборных покрытий на полевых аэродромах в условиях фронтовой авиации [11, 23, 38]. Плита типа КД-1 имеет гофрированный профиль, изготавливается из гладких листов толщиной 3 мм методом холодного профилирования и штамповки. В предлагаемой конструкции эти плиты используются для создания верхнего армирующего слоя сталежелезобетонной плиты с прокатным каркасом – наружный элемент (контурный) из прокатного швеллера № 16 и внутренний элемент (ребро жесткости) – из двутавра № 12 (рис. 5.21). Крепление профильного листа к каркасу осуществляется электросваркой. Нижний армирующий слой состоит из сетки с ячейкой 100×100 мм и стержневой арматуры $\varnothing 14$ АIII. Наружные габаритные размеры плиты составляют $6,0 \times 6,3 \times 0,16$ м и доборные плиты $6,0 \times 3,15 \times 0,16$ м, весом 15 тс и 7,5 тс соответственно. Плиты рекомендуется изготавливать на приобъектном заводском полигоне из готовых металлических элементов и бетонной смеси. Основное преимущество предложенной

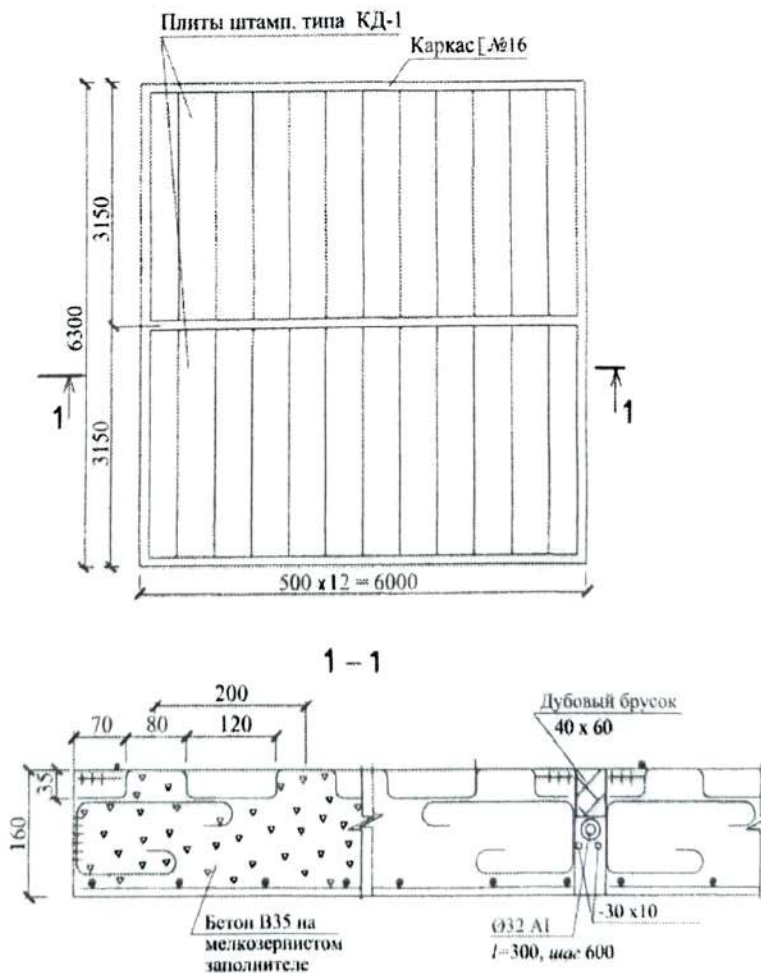


Рис. 5.21. Конструктивная схема сборной металложелезобетонной плиты

конструкции плит состоит в том, что в предельном напряженном состоянии процесс трещинообразования практически отсутствует, стыковка плит осуществляется с использованием элементов конструкции бесшовных аэродромных покрытий [31]. Такая конструкция гибких сталежелезобетонных плит на жестком подстилающем слое из тощего бетона может рассматриваться как двухслойное покрытие на жестком основании из грунтоцемента по аналогии с покрытием, рассмотренным в п. 4.3, или как гибкая плита неограниченных размеров на жестком упругом основании при использовании специальной методики численного расчета с учетом геометрической нелинейности в постановке задачи и односторонних связей в плоскости контакта гибкой плиты с жестким искусственным основанием.

К существенным преимуществам в работе конструкции следует добавить достоинства при эксплуатации покрытия, обеспечивающие хорошее сцепление с пневматиком воздушных судов за счет гофрированной поверхности покрытия.

Конструкция предложенного покрытия с активной зоной грунтового основания представлена на рис. 5.22. Параметры и физико-механические характеристики материала слоев покрытия, искусственного основания и грунтового основания указаны в подрисуночной подписи, коэффициент постели грунтового основания взят, так же как и в других параграфах, из примера для покрытия перрона нового терминала в аэропорту Борисполь (см. гл. 1 и 4): $K_{se} = 41,3 \text{ МН/м}^3$ ($4,13 \text{ кгс/см}^2$).

Для выполнения дальнейших расчетов следует определить эквивалентные характеристики циклически повторяющегося сечения гибкой сталежелезобетонной плиты, представленного на рис. 5.23. Определяем геометрические характеристики сложного неоднородного по плотности сечения относительно системы координат CX_cY_c с началом в центре тяжести C . Для определения центра тяжести сечения в узле A (см. рис. 5.21, 5.23) вычислим статический момент относительно координатной оси OX системы координат XOY для сложного сечения, состоящего из следующих элементов (см. рис. 5.23): 1, 2, 3 – элементы стального профилированного листа $\delta = 3 \text{ мм}$ из стали Ст.30; 4 – арматурные рабочие стержни в сечении – 4 $\varnothing 14\text{АIII}$; 5 – монолитный бетон марки В35 – $\gamma_{\delta} = 0,0024 \text{ кгс/см}^3$, $E_b = 3,45 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$, $\nu = 0,22$.

Статический момент всего сложного сечения с учетом неоднородности материала определяется по формуле

$$S_x = \rho_{\text{ст}} A_o y_c = \rho_{\text{ст}} (S_x^1 + 2S_x^2 + 2S_x^3) + \rho_{\text{арм}} \cdot S_x^4 + \rho_{\delta} \cdot S_x^5;$$

$$y_c = \frac{\rho_{\text{ст}} (S_x^1 + 2S_x^2 + 2S_x^3) + \rho_{\text{арм}} \cdot S_x^4 + \rho_{\delta} (S_x^5 + S_x^6)}{\rho_{\text{ст}} A_o}, \quad (5.66)$$

где A_o – общая площадь сечения;

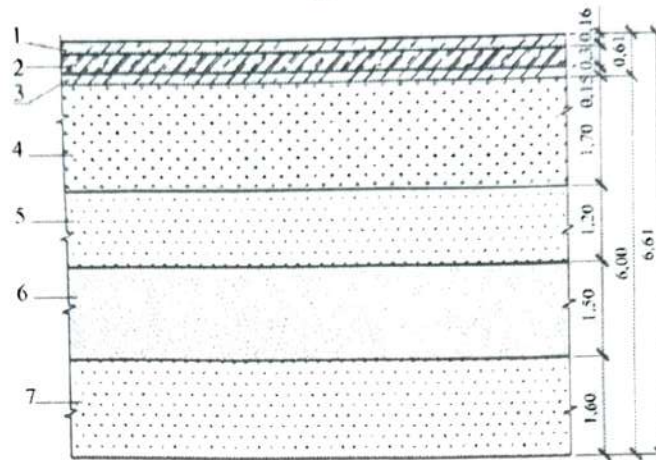


Рис. 5.22. Конструктивная схема жесткого покрытия с активной зоной грунтового основания:
 1 – сборные металложелезобетонные плиты из мелкозернистого бетона марки В35 [35] – $R_{bn} = 25,5$ МПа, $R_{bm} = 1,95$ МПа, $E_b = 3,45 \cdot 10^4$ МПа; по [36] – класс бетона на растяжение при изгибе $B_{btb} = 3,6/45$, $B_{btb} = 3,04$ МПа (по прочности), $B_{btb} = 3,6$ МПа (по образованию трещин); $t_1 = 0,16$ м; 2 – подстилающий слой из бетона марки В15 (0,25 м) и выравнивающий слой (0,05 м) из пескоцемента марки В15 [35] – $B_{bn} = 11,0$ МПа, $B_{bm} = 1,15$ МПа, $E_b = 2,3 \cdot 10^4$ МПа; по [36] – $B_{btb} = 2,8/35$; $B_{btb} = 2,26$ МПа (по прочности), толщина $t_2 = 0,3$ м; 3 – искусственное основание из грунтоцемента марки В35 [35] – $R_{bn} = 2,7$ МПа, $R_{bm} = 0,39$ МПа, $E_b = 0,95 \cdot 10^4$ МПа; по [36] – $B_{btb} = 1,0$ МПа, $E_b = 3,7 \cdot 10^3$ МПа, толщина $t_3 = 0,15$ м; 4 – супесь лессовидная $E = 10,8$ МПа, 5 – супесь пылеватая $E = 7,3$ МПа; 6 – песок мелкий $E = 47,1$ МПа; 7 – супесь пылеватая $E = 7,3$ МПа

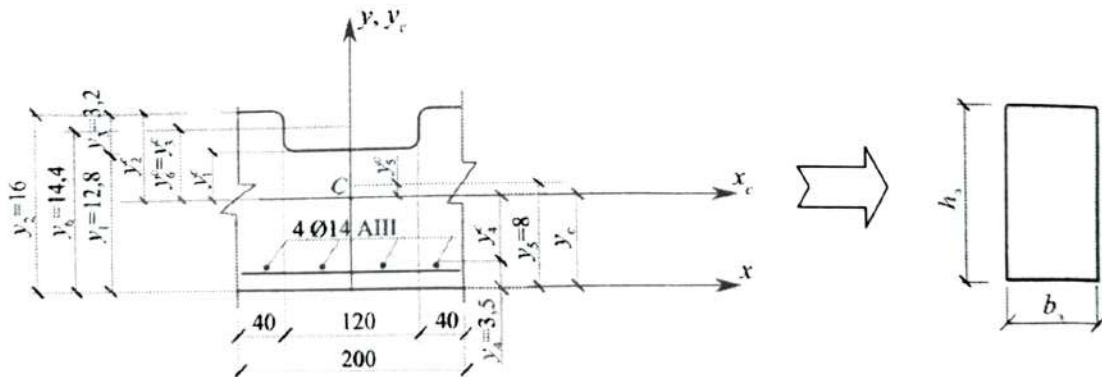


Рис. 5.23. Циклический узел А расчетной модели условной плиты

$$\rho_{cp} = \frac{\rho_{cr}(A_1 + 2A_2 + 2A_3) + \rho_{арм}A_4 + \rho_o(A_5 - A_6)}{A_o}. \quad (5.67)$$

$$S_x^i = A_{(i)}y_{(i)}, \quad i = 1, 6; \quad (5.68)$$

$$A_1 = 12 \cdot 0,3 = 3,6 \text{ см}^2; \quad A_2 = 4 \cdot 0,3 = 1,2 \text{ см}^2; \quad A_3 = 3,2 \cdot 0,3 = 0,96 \text{ см}^2;$$

$$A_4 = 4 \cdot 1,539 = 6,156 \text{ см}^2; \quad A_5 = 20 \cdot 16 = 320 \text{ см}^2; \quad A_6 = 12 \cdot 3,2 = 38,4 \text{ см}^2;$$

$$S_y^1 = 3,6 \cdot 12,8 = 38,4 \text{ см}^3; \quad S_y^2 = 1,2 \cdot 16 = 19,2 \text{ см}^3; \quad S_y^3 = 0,96 \cdot 14,4 = 13,82 \text{ см}^3; \\ S_y^4 = 6,156 \cdot 3,5 = 21,55 \text{ см}^3; \quad S_y^5 = 320 \cdot 8 = 2560 \text{ см}^3; \quad S_y^6 = -38,4 \cdot 14,4 = 552,96 \text{ см}^3; \quad (5.69)$$

$$A_o = A_{(5)6} - A_{(6)7} = 320 - 38,4 = 281,6 \text{ см}^2;$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{0,00784(3,6 + 2 \cdot 1,2 + 2 \cdot 0,96 + 6,156) + 0,0024(320 - 38,4)}{281,6} = 0,00279 \text{ кг/см}^3;$$

$$y_c = \frac{0,00784(38,4 + 2 \cdot 19,2 + 2 \cdot 13,82) + 0,00784 \cdot 21,55 + 0,0024(2560 - 552,96)}{4,82} = 7,39 \approx 7,4 \text{ см};$$

$$y_c = 7,4 \text{ см}; \quad y_c^1 = 5,4 \text{ см}; \quad y_c^2 = 8,6 \text{ см}; \quad y_c^3 = 7,0 \text{ см};$$

$$y_c^4 = 3,9 \text{ см}; \quad y_c^5 = 0,6 \text{ см}; \quad y_c^6 = 7,0 \text{ см}.$$

Момент инерции сложного неоднородного сечения относительно оси CX_c можно вычислить по формуле (см. рис. 5.22):

$$I_{x_c} = I_{x_c}^1 + 2I_{x_c}^2 + 2I_{x_c}^3 + I_{x_c}^4 + I_{x_c}^5 - I_{x_c}^6. \quad (5.70)$$

Действительные изгибная и продольная жесткости рассматриваемого сечения определяются по формулам

$$(EI)_{x_c}^n = E_{\text{ст}}(I_{x_c}^1 + 2I_{x_c}^2 + 2I_{x_c}^3 + I_{x_c}^4) + E_6(I_{x_c}^5 - I_{x_c}^6); \quad (5.71)$$

$$(EA)_{x_c}^n = E_{\text{ст}}(A_1 + 2A_2 + 2A_3 + A_4) + E_6(A_5 - A_6), \quad (5.72)$$

где

$$I_{x_c}^1 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + (y_c^1)^2 \cdot A_1; \quad I_{x_c}^2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + (y_c^2)^2 \cdot A_2;$$

$$I_{x_c}^3 = \frac{(b_3)^3 \cdot h_3}{12} + (y_c^3)^2 \cdot A_3; \quad I_{x_c}^4 = \frac{b_4 \cdot h_4^3}{12} + (y_c^4)^2 \cdot A_4; \quad (5.73)$$

$$h_4 = \frac{A_4}{20} = \frac{6,156}{20} = 0,308 \text{ см}, \quad I_{x_c}^5 = \frac{b_5 \cdot h_5^3}{12} + (y_c^5)^2 \cdot A_5;$$

$$I_{x_c}^6 = \frac{b_6 \cdot h_6^3}{12} + (y_c^6)^2 \cdot A_6.$$

Вычисляем геометрические характеристики сечения, представленного на рис. 5.23:

$$I_{x_c}^1 = \frac{12 \cdot 0,3^3}{12} + 5,4^2 \cdot 3,6 = 105,0 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c}^2 = \frac{4 \cdot 0,3^3}{12} + 8,6^2 \cdot 1,2 = 88,76 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c}^3 = \frac{0,3 \cdot 3,2^3}{12} + 7,0^2 \cdot 0,96 = 47,86 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c}^4 = \frac{20 \cdot 0,308^3}{12} + 3,9^2 \cdot 6,156 = 93,68 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c}^5 = \frac{20 \cdot 16^3}{12} + 0,6^2 \cdot 320 = 6941,87 \text{ см}^4;$$

$$I_{xc}^6 = \frac{12 \cdot 3,2^3}{12} + 7,0^2 \cdot 38,4 = 1914,37 \text{ см}^4;$$

$$(EI)_{xc}^n = 2,1 \cdot 10^6 (105 + 2 \cdot 88,76 + 2 \cdot 47,86 + 93,68) + \\ + 3,45 \cdot 10^5 (6941,87 - 1914,37) = 2,726 \cdot 10^9 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2;$$

$$(EA)_{xc}^n = 2,1 \cdot 10^6 (3,6 + 2 \cdot 1,2 + 2 \cdot 0,96 + 6,156) + \\ + 3,45 \cdot 10^5 (320 - 38,4) = 1,135 \cdot 10^8 \text{ кгс}.$$

Определяем эквивалентную высоту приведенного (эквивалентного по изгибной и продольной жесткостям) сечения, считая, что выбранная циклическая его ширина остается без изменения, для чего запишем условия:

$$\begin{cases} E_3 \frac{b_3 h_3^3}{12} = (EI)_{xc}^n; \\ E_3 b_3 h_3 = (EA)_{xc}^n, \end{cases} \quad (5.74)$$

т.е. имеем два неизвестных E_3, h_3 ($b_3 = 20 \text{ см}$) и два уравнения; решаем систему (5.74) и получаем:

$$h_3 = \sqrt{\frac{12(EI)_{xc}^n}{(EA)_{xc}^n}}; \quad (5.75)$$

$$E_3 = \frac{(EA)_{xc}^n}{b_3 h_3}; \quad (5.76)$$

после подстановки в (5.75) и (5.76) известных значений параметров имеем:

$$h_3 = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 2,726 \cdot 10^2}{1,135 \cdot 10^8}} \cong 1,7 \cdot 10 = 17 \text{ см};$$

$$E_3 = \frac{1,135 \cdot 10^8}{20 \cdot 17} = \frac{1135 \cdot 10^5}{340} = 3,38 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2.$$

Определяем приведенную высоту сечения h_{np} , исходя из формулы (5.49)

$$A_{red} = A_b + \alpha_s (A'_{sp} + A_{sp}); \quad \alpha_s = \frac{E_s}{E_b}; \quad (5.77)$$

$$A_b \equiv A_5 - A_6 = 320 - 38,4 = 281,6 \text{ см}^2;$$

$$A'_{sp} \equiv A_1 + 2A_2 + 2A_3 = 3,6 + 2 \cdot 1,2 + 2 \cdot 0,96 = 7,92 \text{ см}^2;$$

$$A_{sp} \equiv A_4 = 6,156 \text{ см}^2; \quad E_s \equiv 2,1 \cdot 10^6; \quad E_b \equiv 3,45 \cdot 10^5;$$

$$\alpha_s = \frac{2,1 \cdot 10^6}{3,45 \cdot 10^5} = 6,086;$$

$$A_{red} = 281,6 + 6,086(7,92 + 6,156) = 367,27 \text{ см}^2;$$

$$h_{np} = \frac{367,27}{20} = 18,36 \text{ см}.$$

С учетом приведенных параметров рассматриваемой сталежелезобетонной плиты ($h_{np}=18,4$ см; $E_b = 3,45 \cdot 10^5$ кгс/см²) конструкция двухслойного покрытия на жестком основании практически не отличается по жесткостным характеристикам от рассматриваемой в п. 5.3:

$$\begin{aligned} B_{sup} &= 0,085 \cdot 3,45 \cdot 10^4 \cdot 0,184^3 \cdot 10^6 = 1,83 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}; \\ B &= 1,83 \cdot 10^7 + 5,28 \cdot 10^7 + 0,106 \cdot 10^7 = 7,216 \cdot 10^7 \text{ Нм}^2/\text{м}; \\ l &= \sqrt[4]{\frac{B}{K_{se}}} = \sqrt[4]{\frac{7,216 \cdot 10^7}{41,3 \cdot 10^6}} \cong 1,15 \text{ м}; \end{aligned} \quad (5.78)$$

в (5.37) имеем $l = 1,17$ м, разница $\frac{(0,02 \cdot 100)}{1,17} \cong 1,7$ %, поэтому используем значения для изгибающих погонных моментов, полученных в п. 5.3:

$$\begin{aligned} m_{c,max} &= 79,34 \text{ кНм/м}; \\ m_{d,sup} &= 38,43 \text{ кНм/м}; \\ m_{d,inf} &= 54,5 \text{ кНм/м}. \end{aligned} \quad (5.79)$$

В соответствии с (5.47) определяем допустимый предельный изгибающий погонный момент в верхней сборной сталежелезобетонной плите при $m_r \cong 0$ (предварительные напряжения отсутствуют) с учетом повышения $R_{btb,sup} = 36$ кгс/см² для плит с внешним листовым армированием:

$$m_{u,sup} = 1,2 \left(3,6 \frac{0,184^2}{6} \cdot 1,24 \right) \cdot 10^6 = 30227 \text{ Нм/м} = 30,23 \text{ кНм/м};$$

$$m_{d,sup} > m_{u,sup} \rightarrow \text{разница } \frac{8,2 \cdot 100}{38,43} = 21,3\%.$$

В связи с тем что допустимый изгибающий момент $m_{u,sup} = 30,23$ кНм/м в сталежелезобетонной плите меньше расчетного $m_{d,sup} = 38,43$ кНм/м из условий трещинообразования на нижней ограничивающей поверхности (к верхней это не относится – она из стального профилированного листа), необходимо выполнить расчет по величине раскрытия трещин, нормальных к средней плоскости плиты, в соответствии с [35]:

$$a_{crc} = \delta \varphi_e \eta \frac{\sigma_s}{E_s} 20 \cdot (3,5 - 100\mu) \sqrt{d} \text{ мм}, \quad (5.80)$$

где δ – коэффициент для изгибаемых элементов, $\delta = 1,0$; φ_e – коэффициент, учитывающий действие кратковременных, непродолжительного действия, постоянных нагрузок, $\varphi_e = 1,0$; η – коэффициент для арматуры периодического профиля, $\eta = 1,0$; σ_s – действительные напряжения в стержнях крайнего ряда арматуры; E_s – модуль упругости арматурной стали, $E_s = 2 \cdot 10^6$ кгс/см²; μ – коэффициент армирования сечения с учетом площади рабочей арматуры $A_s = 6,16$ см² и площади бетона $A_0 = A_s - A_6 = 281,6$ см²,

$$\mu = \frac{A_s}{A_0} = \frac{6,16}{281,6} = 0,0218; \quad d - \text{диаметр арматуры, } d = 14 \text{ мм.}$$

Действительное напряжение σ_s определяем с учетом расчетной площади рабочей арматуры A_s^p [39]. Расчетный изгибающий момент для сечения шириной $b = 20$ см (см. рис. 5.22) с учетом (5.79) составляет $M_{\max} = 0,2 \cdot 38,43 = 7,7$ кНм/м = 0,77 тс·м, соответственно $h_o = 12,5$ см, $R_u \equiv R_{br} = 260$ кгс/см², тогда имеем:

$$A_o = \frac{M_{\max}}{b n_o^n R_u} = \frac{0,77 \cdot 10^5}{20 \cdot 12,5^2 \cdot 260} = 0,095 < A_{o\max} = 0,4;$$

$$A_o = 0,095 \rightarrow \gamma = 0,86 \text{ [41]}, R_a \equiv R_s,$$

$$A_s^p \equiv F_a = \frac{M_{\max}}{R_a \cdot \gamma \cdot h_o} = \frac{0,77 \cdot 10^5}{4000 \cdot 0,86 \cdot 12,5} = 1,8 \text{ см}^2,$$

тогда напряжение σ_s , с учетом принятой площади $F_a = A$ (4Ø 14) = 6,156 см²:

$$\sigma_s \cdot A_s = R_s A_s^p, \quad \sigma_s = \frac{R_s A_s^p}{A_s} = \frac{4000 \cdot 1,8}{6,156} = 1169,6 \text{ кгс/см}^2. \quad (5.81)$$

Окончательно величина раскрытия трещин, нормальных к срединной поверхности плиты, будет равна:

$$\begin{aligned} a_{\text{crc}} &= 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \frac{1169,6}{2 \cdot 10^6} 20 \cdot (3,5 - 100 \cdot 0,0218) \sqrt[3]{14} = \\ &= \frac{1169,6 \cdot 26,4 \cdot 2,41}{2 \cdot 10^6} = 0,037 \text{ мм} < 0,3 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (5.82)$$

Таким образом, величина раскрытия трещин, нормальных к срединной поверхности (плоскости) плиты, составляет $a_{\text{crc}} = 0,037$ мм, это намного меньше допустимой величины $a_{\max} = 0,3$ мм, что обеспечено принятой конструкцией сталежелезобетонной плиты, когда нижний слой армирования выполнен из сетки из стержневой арматуры Ø 14AIII с ячейкой 100×100 мм, исходя из близости площадей внешнего листового армирования и нижнего армирования: $A'_s = 7,92$ см², $A_s = 6,16$ см². Можно считать, что сталежелезобетонная плита, входящая как верхний слой условной жесткой бетонной плиты, обеспечивает и прочность покрытия, исключая образование трещин на верхней поверхности покрытия и снижает до минимума раскрытие трещин на контакте верхнего и нижнего подстилающего бетонного слоя.

Исходя из размеров сталежелезобетонной плиты и размещения полного колесного шасси самолета В747-400 на трех смежных плитах, а также с учетом симметрии нагружения и деформирования расчетный фрагмент включает 1,5 плиты и имеет размеры 945×600 см по аналогии с расчетным фрагментом в п. 4.1. Учитывая элемент конструкции бесшовных стыковых соединений плит, в топологии расчетного фрагмента можно исключить моделирование стыковых соединений плит аналогично п. 5.3 (пунктирной линией обозначено стыковку плит). Размеры сеточной области расчетного фрагмента (рис. 5.24) составляют $M1 \times M2 \times M3 = 2 \times 22 \times 22$, что соответствует системе разрешающих уравнений порядка $k = 2 \times 22 \times 22 \times 3 = 2904$ без учета накладываемых связей.

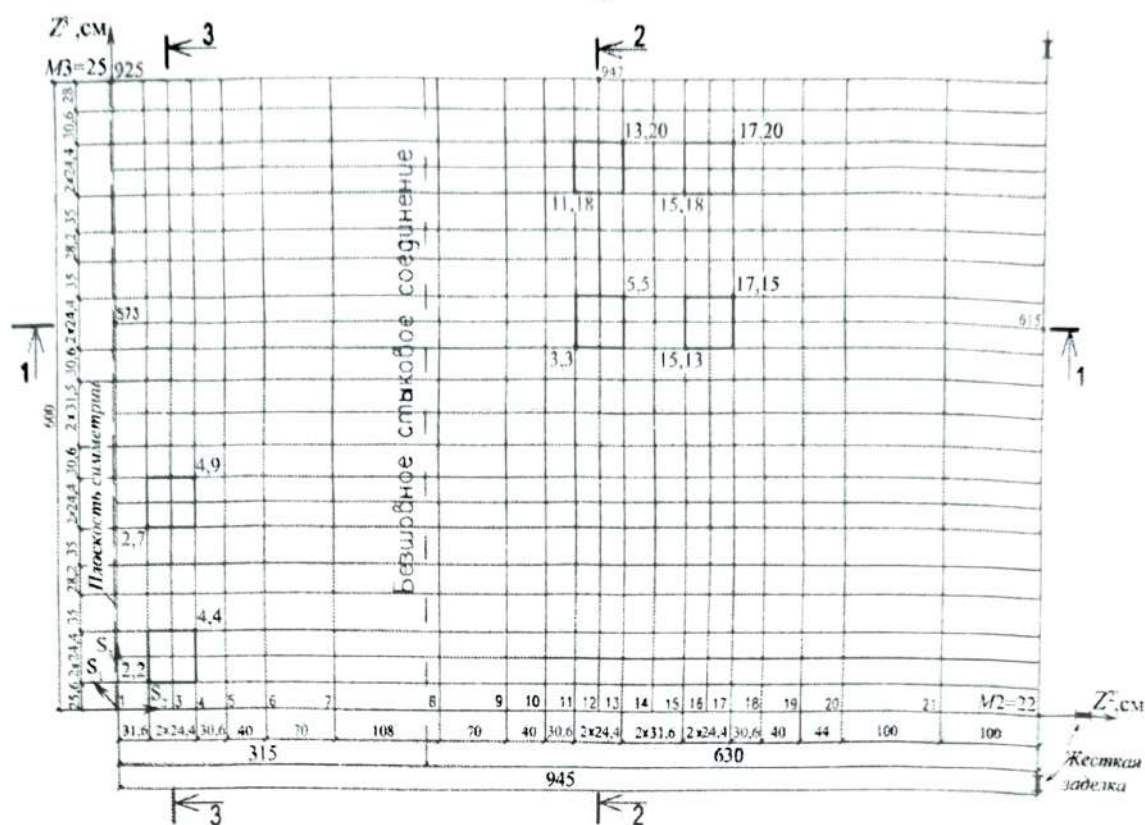


Рис. 5.24. Расчетная схема с одной плоскостью симметрии для фрагмента из трех (без учета симметрии) сталежелезобетонных сборных плит покрытия перрона при воздействии самолета В747-400

Для использования дискретной конечноэлементной модели, представленной на рис. 5.24, необходимо двухслойное комбинированное покрытие – сталежелезобетонная плита на подстилающем слое из тощего бетона (см. рис. 5.19) на жестком основании из грунтоцемента привести к модели условной плиты по аналогии с примером в п. 4.1 и получить эквивалентные геометрические параметры и физико-механические характеристики трехслойной конструкции аэродромного покрытия для единичного сечения в соответствии со схемой на рис. 5.25, при этом используется эквивалентная модель, полученная для сталежелезобетонной плиты с характеристиками (5.75), (5.76): $t_1^3 \equiv h_s = 17 \text{ см}$; $E_1 \equiv E_s = 3,38 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2$; $A'_o = h_s b_s = 17 \cdot 20 = 340 \text{ см}^2$; $\gamma_1 = g \rho_{cp} = 0,00279 \text{ кгс/см}^3$;

$$v_1 \equiv v_{cp} = \frac{v_{ст}(A'_{sp} + A_{sp}) + v_6 A_6}{A'_o} = \frac{0,3(7,92 + 6,16) + 0,22 \cdot 281,6}{340} \approx 0,2. \quad (5.83)$$

Учитываем характеристики второго и третьего слоя конструкции покрытия:

$$\gamma_2 = 2370 \text{ кгс/м}^3 = 0,00237 \text{ кгс/см}^3; E_2 = 2,35 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; v_2 = 0,22; t_2 = 30 \text{ см};$$

$$\gamma_3 = 1900 \text{ кгс/м}^3 = 0,0019 \text{ кгс/см}^3; t_3 = 15 \text{ см}; E_3 = 9,69 \cdot 10^4 \text{ кгс/см}^2; v_3 = 0,31.$$

Геометрические характеристики h_s, γ , определяем для эквивалентного двухслойного покрытия исходя из изгибной жесткости двухслойной плиты, а физико-механические характеристики E_s, v_s определяем с учетом изгибной жесткости для двухслойной конструкции и продольной жесткости для трехслойной конструкции, т.е. считаем, что жесткое основание из грунтоцемента не работает на изгиб, а только на сжатие.

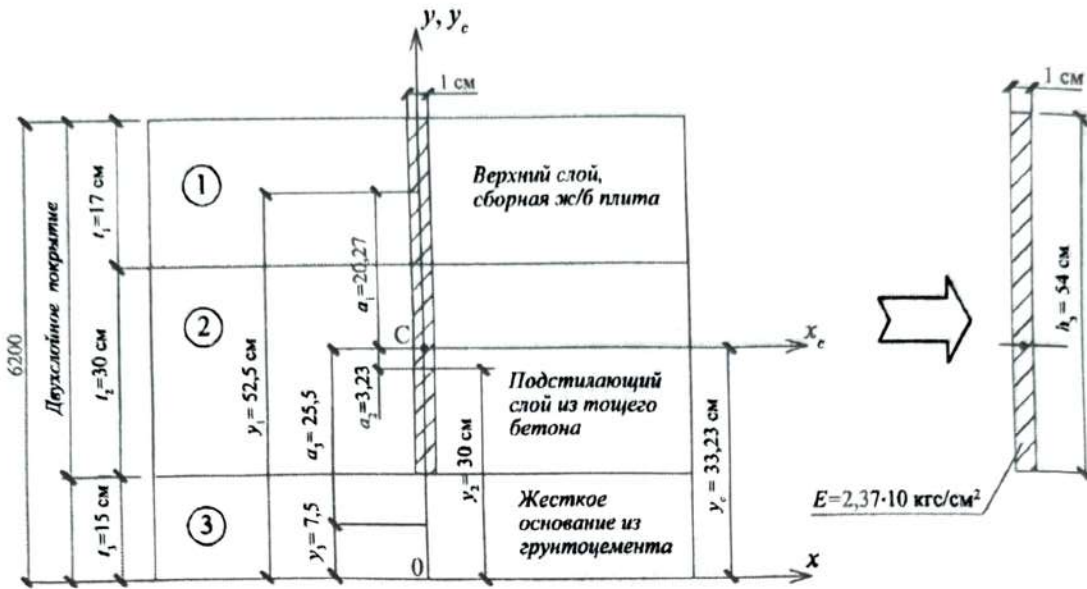


Рис. 5.25. Схема приведения единичного сечения реальной конструкции тонкой плиты к эквивалентному сечению условной плиты

Определяем координату y_c центра тяжести приведенного (эквивалентного) единичного сечения:

$$\gamma_{cp} = \frac{t_1 \gamma_1 + t_2 \gamma_2 + t_3 \gamma_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \quad (5.84)$$

$$= \frac{17 \cdot 0,00279 + 30 \cdot 0,00237 + 15 \cdot 0,0019}{17 + 30 + 15} = 0,00237 \text{ кг/см}^3;$$

$$y_c = \frac{t_1 y_1 \gamma_1 + t_2 y_2 \gamma_2 + t_3 y_3 \gamma_3}{\gamma_{cp} (t_1 + t_2 + t_3)} = \quad (5.85)$$

$$= \frac{17 \cdot 53,5 \cdot 0,00279 + 30 \cdot 30 \cdot 0,00237 + 15 \cdot 7,5 \cdot 0,0019}{0,00237 \cdot 62} = 33,23 \text{ см.}$$

Определяем момент инерции двухслойной конструкции покрытия относительно оси x_c , проходящей через центр тяжести трехслойной конструкции (с учетом жесткого основания):

$$I_{x_c} = I_1^0 + a_1^2 \cdot A_1 + I_2^0 + a_2^2 \cdot A_2, \quad (5.86)$$

где $A_1 = t_1 \cdot 1$; $A_2 = t_2 \cdot 1$ ($b = 1$ см);

$$I_1^{x_c} = \frac{t_1^3}{12} + a_1^2 t_1 = \frac{17^3}{12} + 20,27^2 \cdot 17 = 7394,26 \text{ см}^4;$$

$$I_2^{x_c} = \frac{t_2^3}{12} + a_2^2 t_2 = \frac{30^3}{12} + 3,23^2 \cdot 30 = 2563,0 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c} = I_1^{x_c} + I_2^{x_c} = 7394,26 + 2563 = 9957,26 \text{ см}^4.$$

Определяем реальную изгибную (для двухслойной плиты) и продольную (для двухслойной плиты, лежащей на жестком искусственном основании) жесткости:

$$EI = E_1 I_1^{x_c} + E_1 I_1^{x_c} = 3,38 \cdot 10^5 \cdot 7394,26 + 2,35 \cdot 10^5 \cdot 2563 = 3,1 \cdot 10^9 \text{ кгс·см}^2; \quad (5.87)$$

$$EA = E_1 t_1 + E_1 t_1 + E_3 t_3 = 3,38 \cdot 10^5 \cdot 17 + 2,35 \cdot 10^5 \cdot 30 = 1,28 \cdot 10^7 \text{ кгс.}$$

Определяем параметры эквивалентного сечения конструкции двухслойного покрытия на жестком искусственном основании с облегченной верхней сталежелезобетонной плитой в соответствии с формулами п. 4.1:

$$h_3 = \sqrt{\frac{12EI}{EA}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 3,1 \cdot 10^9}{1,28 \cdot 10^7}} = 53,9 \approx 54 \text{ см;} \quad (5.88)$$

принимаем $h_3 = 54,0 \text{ см}$, $b_3 = 1 \text{ см}$;

$$E_3 = \frac{EA}{b_3 \cdot h_3} = \frac{1,28 \cdot 10^7}{54} = 2,37 \cdot 10^5 \text{ кгс/см}^2; \quad (5.89)$$

$$v_3 = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{0,2 \cdot 17 + 0,22 \cdot 30}{17 + 30} = 0,213;$$

$$\gamma_{\text{ср}} = \frac{\gamma_{\text{ср}}^1 t_1 + \gamma_2 t_2 + \gamma_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{0,00279 \cdot 17 + 0,00237 \cdot 30 + 0,0019 \cdot 15}{17 + 30 + 15} = 0,00237.$$

Параметры вертикального колесного воздействия на симметричную часть дискретной модели и расчетной схемы, представленной на рис. 5.24, приняты аналогично значениям в п. 4.5. Фрагменты дискретных моделей колесных отпечатков имеют следующие сеточные координаты S_2, S_3 – начал и концов фрагментов:

- 1) $N_2^1 = 2$; $N_3^1 = 2$; $k_2^1 = 4$; $k_3^1 = 4$;
- 2) $N_2^2 = 2$; $N_3^2 = 7$; $k_2^2 = 4$; $k_3^2 = 9$;
- 3) $N_2^3 = 11$; $N_3^3 = 13$; $k_2^3 = 13$; $k_3^3 = 15$;
- 4) $N_2^4 = 15$; $N_3^4 = 13$; $k_2^4 = 17$; $k_3^4 = 15$;
- 5) $N_2^5 = 11$; $N_3^5 = 18$; $k_2^5 = 13$; $k_3^5 = 20$;
- 6) $N_2^6 = 15$; $N_3^6 = 18$; $k_2^6 = 17$; $k_3^6 = 20$.

Результаты расчета сведены в табл. 5.4 – 5.6 для перемещений узлов и усилий в КЭ характерных сечений 1 – 1; 2 – 2; и 3 – 3.

Сечение 1 – 1

Таблица 5.8

№ точек	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{22} , кНм/м	Реакция основания Q_N^I , кгс
1	573	-1,12	+8,14	+177,7
2	575	-1,11	+10,17	+314,6
3	577	-1,11	+13,50	+273,7
4	579	-1,11	+18,51	+307,8
5	581	-1,11	+25,67	+394,4
6	583	-1,11	+34,80	+616,0
7	585	-1,15	+34,39	+1028,1
8	587	-1,30	+11,62	+1164,7

9	589	-1,45	-22,88	+805,7
10	591	-1,55	-61,58	+551,0
11	593	-1,62	-97,10	+448,1
12	595	-1,66	-108,46	+407,2
13	597	-1,67	-99,26	+471,3
14	599	-1,66	-99,64	+529,7
15	601	-1,64	-109,44	+462,5
16	603	-1,60	-98,47	+393,6
17	605	-1,54	-63,12	+426,0
18	607	-1,44	-24,08	+511,7
19	609	-1,30	+7,13	+551,3
20	611	-1,16	+37,48	+838,5
21	613	-0,90	+58,72	+907,3
22	615	-0,80	—	+405,9

Сечение 2 – 2

Таблица 5.9

№ точек	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{22} , кНм/м	Реакция основания Q_N^I , кгс
1	23	-0,75	+22,98	+36,8
2	67	-0,76	+22,08	+190,2
3	111	-0,77	+20,32	+189,0
4	155	-0,79	+16,82	+236,8
5	199	-0,84	+11,77	+267,1
6	243	-0,89	+4,78	+283,5
7	287	-0,97	-3,29	+290,5
8	331	-1,04	-11,46	+254,9
9	375	-1,11	-22,44	+307,8
10	419	-1,21	-37,19	+379,7
11	463	-1,33	-55,30	+421,8
12	507	-1,45	-78,1	+453,7
13	551	-1,57	-99,2	+435,0
14	595	-1,66	-108,5	+407,2
15	639	-1,72	-108,8	+515,8
16	683	-1,80	-111,1	+574,4
17	727	-1,86	-122,1	+593,4
18	771	-1,93	-134,6	+578,1
19	815	-1,97	-136,4	+483,6
20	859	-1,98	-128,7	+549,2
21	903	-1,99	-122,3	+586,6
22	947	-1,99	—	+280,5

Сечение 3 – 3

Таблица 5.10

№ точек	№ узла КЭ	Перемещение u_N^I , мм	Погонный изгибающий момент M_N^{22} , кНм/м	Реакция основания Q_N^I , кгс
1	3	-2,26	-153,27	+334,8
2	47	-2,26	-156,0	+652,1
3	91	-2,23	-150,5	+630,1
4	135	-2,19	-134,1	+752,3
5	179	-2,11	-119,1	+770,0
6	223	-2,03	-113,3	+742,0
7	267	-1,92	-109,9	+661,2
8	311	-1,84	-98,3	+519,0
9	355	-1,74	-74,8	+552,8
10	399	-1,60	-49,5	+574,6
11	443	-1,46	-29,1	+531,3
12	487	-1,32	-12,2	+475,2
13	531	-1,20	0,56	+382,5
14	575	-1,11	10,2	+314,6
15	619	-1,04	19,9	+355,9
16	663	-0,94	28,5	+343,0
17	707	-0,87	35,1	+319,2
18	751	-0,81	40,0	+278,0
19	795	-0,78	42,9	+218,9
20	839	-0,75	45,0	+238,8
21	883	-0,73	46,2	+247,9
22	927	-0,73	–	+117,6

Перемещения, изгибающие погонные моменты и реакции основания в характерных сечениях представлены в виде эпюр (рис. 5.26, 5.27, 5.28).

Максимальные перемещения u_N^I (прогибы) и внутренние усилия локализуются в левом нижнем углу расчетного фрагмента покрытия в месте расположения отпечатка колесного пневматика главной центральной опоры самолета В747-400 (по оси фюзеляжа). Значения их видны на графиках эпюр, представленных на рис. 5.28:

$$u_{47}^I = 2,26 \text{ мм}; \quad M_{47}^{22} = -156,0 \text{ кНм/м}; \quad Q_{47}^I = 652,1 \text{ кгс}.$$

Соответственно в том же конечном элементе, который идентифицируется левым нижним узлом $N = 47$ максимальные напряжения в условной плите составляют по данным результатов численного расчета:

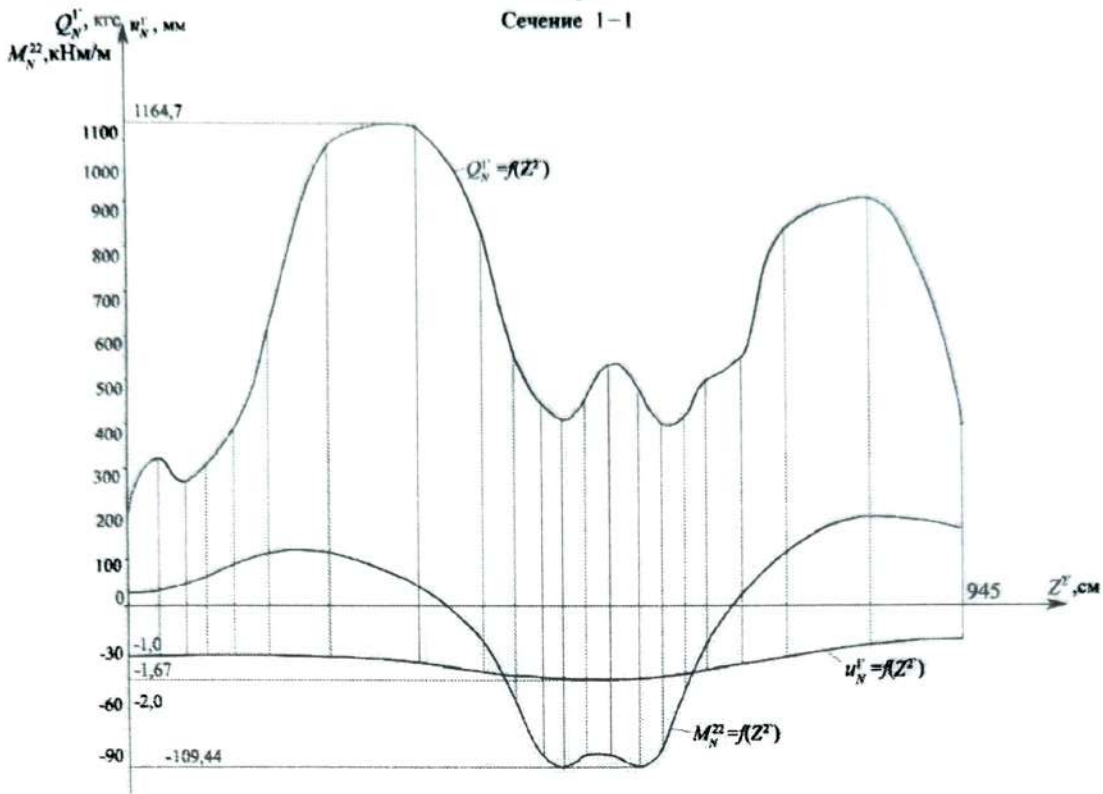


Рис. 5.26. Эпюры узловых перемещений u_N^I , мм, изгибающих погонных моментов M_N^{22} , кНм/м, и узловых реакций основания Q_N^I , кгс, в сечении 1-1

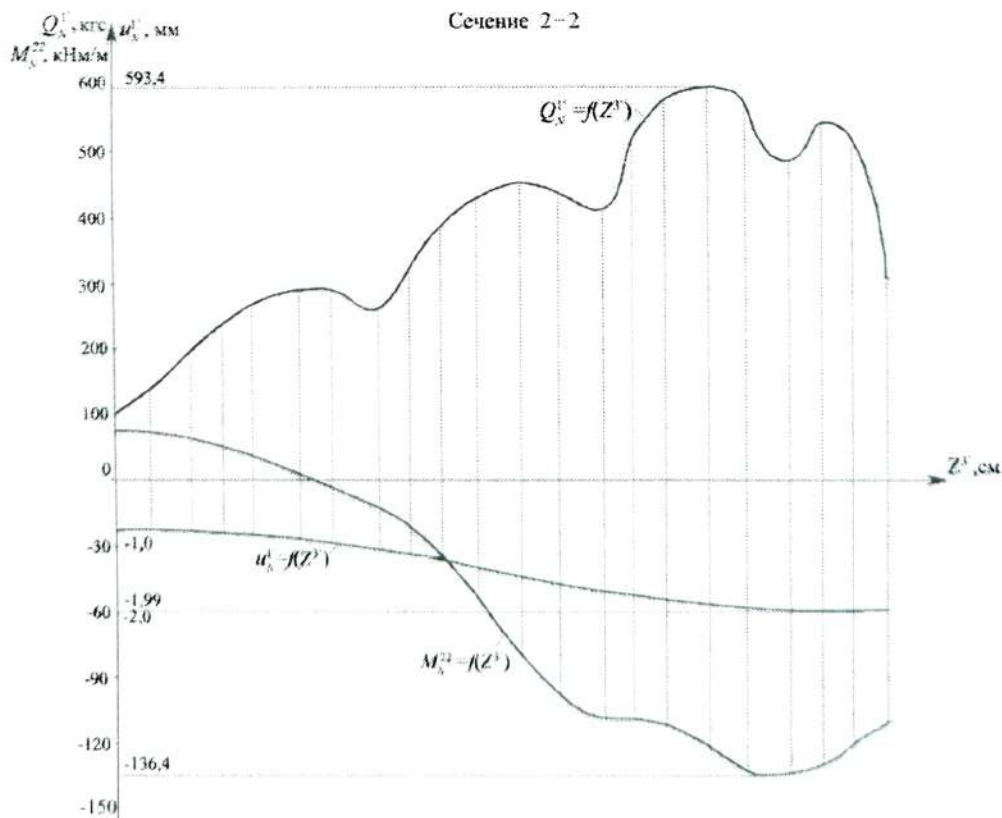


Рис. 5.27. Эпюры узловых перемещений u_N^I , мм, изгибающих погонных моментов

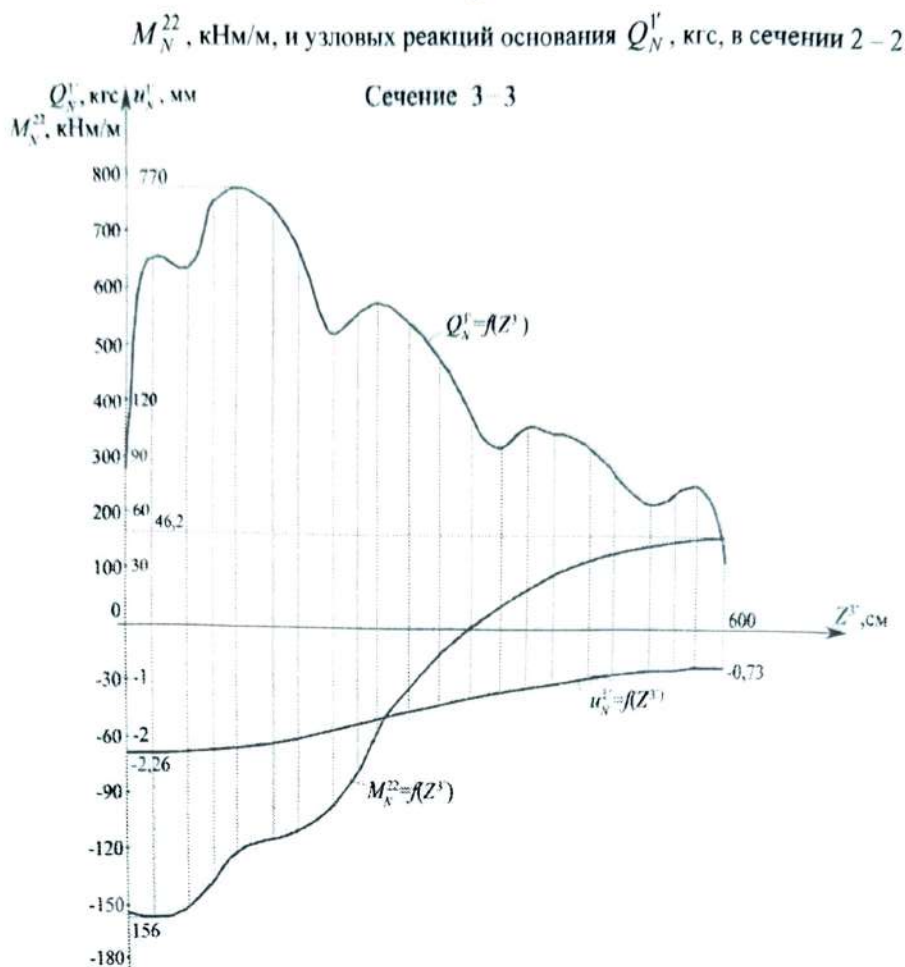


Рис. 5.28. Эпюры узловых перемещений u_N^I , мм, изгибающих погонных моментов M_N^{22} , кНм/м, и узловых реакций основания Q_N^I , кгс в сечении 3-3

$$\sigma_{47}^{\max} = 32,3 \text{ кгс/см}^2; \quad \sigma_{47}^{\min} = -32,2 \text{ кгс/см}^2,$$

т.е. в отличие от покрытия со сборными предварительно напряженными плитами в этой плите наблюдается в основном только изгибное напряженное состояние. В соответствии с моделированием напряженного состояния в условной и реальной плитах имеем максимальные растягивающие напряжения, которые вычисляются по формулам (4.17), (4.18), при этом в нижнем слое их величина составляет $23,0 \text{ кгс/см}^2$ при расчетном сопротивлении бетона $R_{btb} = 22,6 \text{ кгс/см}^2$, т.е. практически расчетное максимальное изгибающее усилие вызывает растяжение крайних волокон, которые превышают допустимые на

$$\frac{(23 - 22,6)100}{22,6} \cong 1,8 \, \%.$$

Отсюда вывод: сталежелезобетонная конструкция покрытия перрона удовлетворяет условиям прочности и деформативности.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО МНОГОСЛОЙНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ВКЛЮЧАЮЩЕГО СЛОИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО (БЕТОННОГО) ПОКРЫТИЯ, ИСКУССТВЕННОГО ОСНОВАНИЯ И АКТИВНОЙ ЗОНЫ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ. ПЛОСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

6.1. Исходные соотношения грунтового полупространства в предельном состоянии

Разработка уточненных методов расчета аэродромных покрытий на основе критериев: предельного состояния плит покрытия по прочности, допустимых упругих прогибов, предельного сопротивления грунта сдвигу и допустимых растягивающих напряжений при изгибе для монолитных слоев покрытия обуславливает необходимость рассмотреть комбинированный многослой собственно покрытия, искусственного и грунтового основания при сведении решения задачи в пространственной постановке (см. гл. 2 – 5) к задаче в плоской постановке. Для решения поставленной задачи на основе численного метода выполнено моделирование многоколесного воздействия от шасси современных тяжелых воздушных судов с адекватным сведением к эквивалентной полосовой нагрузке, имеющей место при решении плоской задачи. При определении предельных деформаций всего многослой расчетного фрагмента полупространства с учетом предельного сопротивления грунта сдвигу и допустимых растягивающих напряжений в слоях искусственного основания учитывается развитие локальных пластических деформаций. На основе численных экспериментов, выполненных с помощью моментной схемы конечных элементов, даны рекомендации по уточнению коэффициентов условий работы, позволяющие использовать существующие инженерные аналитические методы расчета.

Предельное равновесие грунта в рассматриваемой элементарной окрестности (конечном элементе) адекватно такому напряженному состоянию, когда небольшое дополнительное воздействие может нарушить равновесие. Такое напряженное состояние характеризуется еще и тем, что сопротивление сдвигу в элементарной области (конечном элементе) должно равняться предельному для рассматриваемого типа грунта. Такое состояние относится ко второй фазе предельных состояний грунтов при обширном развитии сдвиговых деформаций в массиве грунта. Численное решение задачи устойчивости грунтовых массивов в этом случае осуществляется на основе предложенной в [2, 48] методики с некоторыми уточнениями критерия текучести для грунтового полупространства.

Вариационное уравнение (2.2) в соответствии с энергетическими методами описывает равновесие элементарного объема любой сплошной среды независимо от ее физико-механических характеристик. В предлагаемой методике реализуется прикладной подход вариационных принципов и теории предельного напряженного состояния деформируемого тела, когда полученные решения связаны с разделением вначале упругих областей на упругие и неупругие с развивающимися зонами упругопластических (сдвиговых для грунтов) деформаций. Исходная расчетная конечноэлементная модель в процессе деформирования трансформируется в соответствии с критерием текучести (разрушения) грунтового массива и разделяется на две области определения напряженно-деформированного состояния: упругую и упругопластическую.

В данной работе критерий устойчивости, или текучести грунтового полупространства для отдельной локальной однородной изотропной области предлагается в универсальной форме на основе расширенного критерия текучести Мизеса (за счет включения в него зависимостей от шарового тензора напряжений – гидростатических напряжений) [40] с использованием поверхности нагружения по критерию Кулона – Мора [44, 37] и с учетом не только второго, но и третьего инварианта тензора-девиатора функции напряжений через инвариант Лоде – Надаи [37]. Так как инварианты тензора напряжений определяются через компоненты шаровой и девиаторной частей функции напряжений, а допущения об однородности и изотропности локальной окрестности полупространства обуславливают их независимость от направления нормалей октаэдрических плоскостей, расширенный модифицированный критерий текучести Мизеса можно представить в следующей форме:

$$f\left(\hat{\sigma}, \hat{S}, \hat{\gamma}^{(p)}, \alpha, \varphi, c\right) = \frac{3}{2} I_1\left(\hat{S}^2\right)\left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi\right)^2 - \left[\frac{1}{\sqrt{3}} I_1(\sigma) \sin \varphi - \sqrt{3} c \cos \varphi\right]^2 = 0, \quad (6.1)$$

где $\hat{\sigma}, \hat{S}, \hat{\gamma}^{(p)}$ – тензоры общих (полных) напряжений, напряжений девиаторной части и пластических деформаций соответственно; α, φ, c – третий инвариант девиаторных напряжений – через угол Лоде – Надаи, угол внутреннего трения грунта и удельное сцепление грунта соответственно; $I_1\left(\hat{S}^2\right), I_1\left(\hat{\sigma}\right)$ – первый инвариант квадрата тензора-девиатора напряжений и первый инвариант общего тензора напряжений соответственно. Угол Лоде – Надаи α определяется по формуле [37]:

$$\alpha = \frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{I_3}{I_2^{3/2}}\right); \quad (6.2)$$

– третий и второй инварианты тензора-девиатора напряжений $\hat{S}$ можно представить в виде

$$I_3 = I_3\left(\hat{S}\right) = \frac{1}{3} I_1\left(\hat{S}^3\right); \quad (6.3)$$

$$I_2 = I_2\left(\hat{S}\right) = \frac{1}{2} I_1\left(\hat{S}^2\right).$$

С учетом (6.3) имеем:

$$\alpha = \frac{1}{3} \arcsin\left[-\frac{\sqrt{6}}{4\sqrt{2}} \frac{I_1\left(\hat{S}^3\right)}{\left[I_1\left(\hat{S}^2\right)\right]^{3/2}}\right]. \quad (6.4)$$

На основании формулы (6.4) можно констатировать, что параметр Лоде – Надаи α является функцией инвариантов $I_1(\hat{S}^2)$ и $I_1(\hat{S}^3)$.

Используя теорию пластического течения в рамках расширенного критерия текучести Мизеса, на основе ассоциированного закона течения можно записать:

$$d\gamma^{(p)} = d\lambda \hat{f}_{,\hat{S}}, \quad (6.5)$$

где $d\lambda$ – коэффициент пропорциональности (пластический множитель); $\hat{f}_{,\hat{S}}$ – производная скалярной функции поверхности нагружения (пластического течения) по тензорному аргументу $\hat{S}$ (тензор-девиатору напряжений).

С использованием (6.5) получаем соотношения для уравнения состояния при развитии упругопластических деформаций в приращениях общих конечных деформаций $\hat{\gamma}$ [2]:

$$\hat{\sigma} = \hat{C}_4^{(e,p)} \dots \hat{\gamma}, \quad (6.6)$$

где $\hat{C}_4^{(e,p)}$ – тензор упругостей четвертого ранга для материала в упругопластическом состоянии:

$$\hat{C}_4^{(e,p)} = \hat{C}_4^{(e)} - \beta \hat{n} \hat{n}; \quad (6.7)$$

$\hat{C}_4^{(e)}$ – тензор упругостей для упругого материала,

$$\hat{n} = \hat{C}_4^{(e)} \dots \hat{f}_{,\hat{S}}; \quad (6.8)$$

$$\beta = \left(\hat{n} \dots \hat{f}_{,\hat{S}} \right)^{-1}; \quad (6.9)$$

$$\hat{\gamma} = \hat{\gamma}^{(e)} + \hat{\gamma}^{(p)}. \quad (6.10)$$

Для получения соотношений (6.7) – (6.10) необходимо выполнить операцию дифференцирования скалярной функции (6.1) по тензорному аргументу $\hat{S}$, учитывая, что параметр α есть функция от $\hat{S}$ (см. выражение (6.4)). Вычисляем производную от (6.1) как от сложной функции (произведения):

$$f_{,\hat{S}} \equiv \frac{\partial f}{\partial \hat{S}} = \frac{\partial \left(\frac{3}{2} I_1(\hat{S}^2) \right) \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right)^2}{\partial \hat{S}}. \quad (6.11)$$

При вычислении производной от (6.1) по $\hat{S}$ убеждаемся, что второе слагаемое в (6.1) не зависит от $\hat{S}$ и производная от него равна нулю. Выражение (6.11) можно записать как производную от двух сомножителей:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \hat{S}} = & \frac{3}{2} \frac{\partial \left(I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \right)}{\partial \hat{S}} \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right)^2 + \\ & + \frac{3}{2} \frac{\partial \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right)^2}{\partial \hat{S}} I_1 \left(\hat{S}^2 \right). \end{aligned} \quad (6.12)$$

В соответствии с [22] производная от первого инварианта квадрата и куба тензора по тензору равны (по аналогии с дифференцированием степенной функции тензора $\hat{S}^n$):

$$\frac{\partial \left(I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \right)}{\partial \hat{S}} = 2 \hat{S}; \quad \frac{\partial \left(I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \right)}{\partial \hat{S}} = 3 \hat{S}^2. \quad (6.13)$$

Производная во втором слагаемом в (6.12) может быть взята как от сложной степенной функции:

$$\frac{\partial \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right)^2}{\partial \hat{S}} = 2 \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right) \left[\frac{\partial \cos \alpha}{\partial \hat{S}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \varphi \frac{\partial \sin \alpha}{\partial \hat{S}} \right]. \quad (6.14)$$

Для получения окончательного выражения (6.14) достаточно вычислить производные от тригонометрических функций параметра Лодэ – Надаи, исходя из выражения (6.4).

$$\text{Рассмотрим производную } \frac{\partial \left(\cos \alpha \left(\hat{S} \right) \right)}{\partial \hat{S}}, \text{ введя обозначения в выражение (6.4):}$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \arcsin(x); \quad x = -\sqrt{6} \frac{I_1 \left(\hat{S}^3 \right)}{I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right)}.$$

Тогда получим

$$\frac{\partial \left(\cos \alpha \left(\hat{S} \right) \right)}{\partial \hat{S}} = -\frac{1}{3} \sin \alpha \frac{\partial (\arcsin(x))}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \hat{S}}; \quad (6.15)$$

$$\frac{\partial(\arcsin(x))}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(-\sqrt{6} \frac{I_1(\hat{S}^3)}{I_1^{3/2}(\hat{S}^2)} \right)^2}} = \frac{I_1^{3/2}(\hat{S}^2)}{\sqrt{I_1^3(\hat{S}^2) - 6 \cdot I_1^2(\hat{S}^3)}}; \quad (6.16)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \hat{S}} = \frac{\partial}{\partial \hat{S}} \left(-\sqrt{6} \frac{I_1(\hat{S}^3)}{I_1^{3/2}(\hat{S}^2)} \right). \quad (6.17)$$

В знаменателе выражения (6.16) может возникнуть неопределенность типа 0/0 (разрыв функции), поэтому следует выполнить предельный переход по правилу Лопиталя [19]. Выполним некоторые преобразования выражения (6.16):

$$\frac{I_1^{3/2}(\hat{S}^2)}{\sqrt{I_1^3(\hat{S}^2) - 6 \cdot I_1^2(\hat{S}^3)}} = \frac{I_1^{3/2}(\hat{S}^2)}{\left(I_1^{3/2}(\hat{S}^2) + \sqrt{6} \cdot I_1(\hat{S}^3) \right) \cdot \sqrt{\frac{I_1^{3/2}(\hat{S}^2) + \sqrt{6} \cdot I_1(\hat{S}^3)}{I_1^{3/2}(\hat{S}^2) + I_1(\hat{S}^3)}}} \quad (6.18)$$

и воспользуемся правилом Лопиталя для функции подкоренного выражения в знаменателе, т.е. предел неопределенности 0/0 при двойном дифференцировании числителя и знаменателя под корнем стремится к 1, окончательно имеем:

$$\frac{\partial(\arcsin(x))}{\partial x} = \frac{I_1^{3/2}(\hat{S}^2)}{I_1^{3/2}(\hat{S}^2) + \sqrt{6} \cdot I_1(\hat{S}^3)}. \quad (6.19)$$

При дифференцировании выражения (6.17) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \hat{S}} &= -\sqrt{6} \frac{\partial}{\partial \hat{S}} \left(\frac{u}{v} \right); \quad u = I_1(\hat{S}^3); \quad \frac{\partial u}{\partial \hat{S}} = 3\hat{S}^2; \\ v &= I_1^{3/2}(\hat{S}^2); \quad \frac{\partial v}{\partial \hat{S}} = 3 \cdot I_1^{1/2}(\hat{S}^2); \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{S}} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{\partial u}{\partial \hat{S}} - u \frac{\partial v}{\partial \hat{S}}}{v^2} = \frac{3 \left[I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \hat{S}^2 - I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \hat{S} \right]}{I_1^{5/2} \left(\hat{S}^2 \right)}.$$

Окончательно получим:

$$\frac{\partial x}{\partial \hat{S}} = - \frac{3\sqrt{6} \left[I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \hat{S}^2 - I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \hat{S} \right]}{I_1^{5/2} \left(\hat{S}^2 \right)}. \quad (6.20)$$

С учетом выражений (6.19) и (6.20) производная (6.15) имеет вид:

$$\frac{\partial \cos \alpha}{\partial \hat{S}} = - \frac{\sqrt{6} \sin \alpha \left[I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \hat{S}^2 - I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \hat{S} \right]}{I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \left[I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \right]}. \quad (6.21)$$

По аналогии получим и производную от функции $\sin \alpha$:

$$\frac{\partial \sin \alpha}{\partial \hat{S}} = - \frac{\sqrt{6} \cos \alpha \left[I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \hat{S}^2 - I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \hat{S} \right]}{I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \left[I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \right]}. \quad (6.22)$$

Подставим значения производных (6.13), (6.21), (6.22) в (6.12):

$$\begin{aligned} & 3 \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right)^2 \hat{S} + \frac{3}{2} I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \left[2 \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right) \times \right. \\ & \times \frac{\sqrt{6} \sin \alpha \left[I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \hat{S}^2 - I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \hat{S} \right]}{I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \left[I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \right]} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right) \sin \varphi \times \\ & \left. \times \left[- \frac{\sqrt{6} \cos \alpha \left[I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \hat{S}^2 - I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \hat{S} \right]}{I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \left[I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \right]} \right] \right]. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Анализируя выражение (6.23), убеждаемся, что это есть тензорный ряд вида

$$f_{,\hat{S}} = \xi \hat{S} + \psi \hat{S}^2. \quad (6.24)$$

Группируя в (6.23) коэффициенты относительно членов тензорного ряда первой и второй степени — $\hat{S}$ и $\hat{S}^2$, — получим выражения для скалярных величин ξ и ψ :

$$\xi = 3 \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right) \left[\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi - \frac{\sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \left(\sin \alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \alpha \sin \varphi \right)}{I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right)} \right]; \quad (6.25)$$

$$\psi = \frac{3\sqrt{6} \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \cdot \sin \varphi \right) \cdot I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \left(\sin \alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \alpha \sin \varphi \right)}{I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right)}.$$

Рассмотрим частный случай значения тензорной функции $\hat{f}_{,\hat{S}}$ для связанных грунтов при $c \neq 0$, $\varphi = 0$, т.е. при $\sin \varphi = 0$:

$$\hat{f}_{,\hat{S}} = \xi' \hat{S} + \psi' \hat{S}^2, \quad (6.26)$$

где

$$\xi' = 3 \cos^2 \alpha - \frac{3\sqrt{3} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \sin 2\alpha}{\sqrt{2} \left[I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \right]}; \quad (6.27)$$

$$\psi' = \frac{3\sqrt{3} \cdot I_1 \left(\hat{S}^2 \right) \sin 2\alpha}{\sqrt{2} \left[I_1^{3/2} \left(\hat{S}^2 \right) + \sqrt{6} \cdot I_1 \left(\hat{S}^3 \right) \right]}. \quad (6.28)$$

Исходя из тензорного ряда (6.24) получим соотношения в тензорных рядах для выражений (6.7), (6.8) и (6.9):

$$\hat{n} = C_4^{(e)} \left(\xi \hat{S} + \psi \hat{S}^2 \right) = 2\mu \left(\xi \hat{S} + \psi \hat{S}^2 \right); \quad (6.29)$$

$$\beta = \left(\hat{n}_{..} \hat{f}_{,\hat{S}} \right)^{-1} = 2\mu \left[\xi^2 I_1 \left(\hat{S} \right) + 2\xi\psi \hat{S}.. \hat{S}^2 + \psi^2 I_1 \left(\hat{S}^4 \right) \right]^{-1}; \quad (6.30)$$

$$\dot{n} \hat{n} = 4\mu^2 \left(\xi^2 \hat{S} \hat{S} + 2\xi\psi \hat{S} \hat{S}^2 + \psi^2 \hat{S}^2 \hat{S}^2 \right) = 4\mu^2 \left(\xi^2 \hat{S}^2 + 2\xi\psi \hat{S}^3 + \psi^2 \hat{S}^4 \right); \quad (6.31)$$

$$\beta \hat{n} \hat{n} = \frac{2\mu \left(\xi^2 \hat{S}^2 + 2\xi\psi \hat{S}^3 + \psi^2 \hat{S}^4 \right)}{\xi^2 I_1 \left(\hat{S}^2 \right) + 2\xi\psi \hat{S} \hat{S}^2 + \psi^2 I_1 \left(\hat{S}^4 \right)}. \quad (6.32)$$

Окончательно можно сделать вывод, что для решения задач устойчивости грунтового полупространства на основе метода конечных элементов в качестве исходных соотношений в предлагаемой методике используются вариационные уравнения равновесия (2.2) и уравнения поверхности нагружения в шестимерном пространстве полных напряжений (6.1), которые в скалярной форме имеют вид:

$$f \left(\dot{\sigma}^{ij}, \dot{S}^{ij} \right) = \frac{2}{3} \dot{S}_{ij} \dot{S}^{ij} \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \sin \varphi \right) - \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \dot{\sigma}^{ij} G_{ij} \sin \varphi - \sqrt{3} c \cos \varphi \right]^2 = 0, \quad (6.33)$$

где $\dot{\sigma}^{ij}, \dot{S}^{ij}$ – компоненты полных общего и девиаторного тензора напряжений;

α – параметр Лоде – Надаи – является функцией инвариантов $I_1(\hat{S}), I_3(\hat{S})$; φ, c – константы физико-механических характеристик грунта.

На основе теории пластического течения с использованием уравнения поверхности нагружения (6.33) получены уравнения состояния в линеаризованной форме обобщенного закона Гука, распространенного на область конечных деформаций для установления связи приращений напряжений и приращений конечных деформаций (в стадии активного нагружения):

$$\sigma^{ij} = C_{(e,p)}^{ijkl} \gamma_{ij}; \quad C_{(e,p)}^{ijkl} = C_{(e)}^{ijkl} - \beta n^{ij} n^{kl}, \quad (6.34)$$

где $C_{(e)}^{ijkl}, C_{(e,p)}^{ijkl}$ – компоненты тензоров упругости в упругой и упругопластической стадии развития упругопластических деформаций соответственно; n^{ij} – компоненты тензора второго ранга, которые обусловлены развитием пластических деформаций, когда функция

$$f \left(\dot{\sigma}^{ij}, \dot{S}^{ij} \right) > 0.$$

Если в формуле (6.24) удерживать только один член ряда, то соотношения (6.34) сводятся к следующим:

$$C_{(e,p)}^{ijkl} = C_{(e)}^{ijkl} - \frac{2\mu}{S_k^i S_i^k} S^{ij} S^{kl}, \quad (6.35)$$

что соответствует соотношениям, полученным с использованием расширенного критерия Мизеса в [32, 41]. Описание приращений тензора напряжений в соответствии с теорией пластического течения и с использованием полученных соотношений (6.34) обеспечивает более точный учет пластических деформаций в трехмерном пространстве деформированного состояния области сплошной среды. Достоверность полученных решений напряженно-деформированного состояния сплошной среды с учетом соотношений нелинейной теории упругости и пластичности доказана на основе решений целого ряда тестовых задач. Некоторые из них приведены ниже.

6.2. Тестовая задача.

Исследование напряженно-деформированного состояния изотропного однородного грунтового полупространства с полостью в плоской постановке

В качестве иллюстрации практического применения метода конечных элементов (МКЭ) и демонстрации достоверности получаемых решений в задачах исследования устойчивости грунтового массива рассматривается тестовая задача определения его напряженно-деформированного состояния (НДС) с учетом развития упругопластических деформаций, определения границ областей пластических и упругих зон распространения деформаций, а также определения смещений в зоне образования поверхности скольжения призмы обрушения. Для получения численных решений рассматриваем дискретную модель части грунтового полупространства с вертикальным откосом. Размеры полупространства 30×21 м ($3000 \times 2100 \times 1$ см) с изменяющейся площадью в процессе нелинейного деформирования за счет введения полости (модель котлована) с размерами 1000×950 см (ширина постоянная – 1000 см, глубина переменная – от 100 до 950 см). Расчетная схема задачи представлена на рис. 6.1, сеточная область имеет размеры $2 \times 27 \times 27$ ($S_1 = M1 = 2$, $S_2 = M2 = 27$, $S_3 = M3 = 27$), что соответствует 676 конечным элементам (КЭ), включая полость с границами, которые определяются сеточными координатами S_2, S_3 начала и конца сеточной области – соответственно 1,14 и 13,27 (см. рис. 6.1). Граничные условия расчетного фрагмента следующие:

- 1) по плоскости симметрии, проходящей по оси котлована, с координатной плоскостью $Z^1 OZ^3$ (глобальная система координат) накладываются связи на перемещения и углы поворота по направлению $Z^{2'}$;
- 2) нижняя грань фрагмента моделируется границей сеточной области по линии с крайними узлами, имеющими сеточные координаты $S_2^H = 1, S_3^H = 1$; $S_2^k = 27, S_3^k = 1$ с наложением связей на перемещения по направлениям $Z^{2'}, Z^{3'}$ (неподвижный шарнир);

3) вертикальная правая плоскость границы расчетного фрагмента моделирует шарнирно-подвижный край, достаточно удаленный от полости (котлована) с наложением связей на перемещения по направлению Z^2 . Внешнее нагружение моделируется схемой с двумя вариантами: 1 – только собственный вес грунта; 2 – собственный вес грунта и полосовое нагружение интенсивностью $0,5 \text{ кгс/см}^2$ на интервале по верхней кромке расчетной модели с сеточными координатами узлов $S_3 = 27$; $S_2 = 13 \dots 19$. Приняты следующие физико-механические характеристики однородного изотропного грунтового полупространства – $E_0 = 350 \text{ кгс/см}^2$; $\nu_0 = 0,33$; $\gamma = 0,0022 \text{ кгс/см}^3$; $\varphi = 24^\circ$; $c_1 = 0,42 \text{ кгс/см}^2$.

Результаты исследования показывают, что первыми в критическое состояние – по наличию пластических деформаций, когда функция нагружения (6.1) становится больше нуля, – переходят конечные элементы, которые локализуются в окрестности нижней точки откоса (вертикальной стенки). Эти области от действия только собственного веса грунтового полупространства помечены на дискретной модели знаком $\times$, при этом наблюдается тенденция развития критического состояния в направлении от угла выемки влево и вправо вдоль границ полости и по диагонали (рис. 6.2). Области развития пластических деформаций от действия собственного веса грунта и локализованной внешней полосовой нагрузки помечены знаком $\otimes$. При достижении глубины выемки $9,5 \text{ м}$ характер концентрации пластических деформаций в области нижнего угла выемки практически совпадает по двум вариантам схемы нагружения, т.е. это свидетельствует о том, что основным фактором образования границ призмы обрушения на откосах грунтовых массивов является глубина выемки (высота откоса). Благодаря наличию небольшого локального полосового нагружения удастся получить и выявить узлы на линии скольжения призмы обрушения, когда напряженное состояние в примыкающих КЭ приближается к критическому (см. рис. 6.2). Таким образом, с определенным приближением можно получить цилиндрическую поверхность скольжения призмы обрушения грунтового массива, проходящую ниже угла выемки на $1,5 \text{ м}$ (составляет $0,15 h$, h – глубина выемки), ориентировочный радиус которой равен $R_c = 28 \text{ м}$ (рис. 6.3).

По результатам нелинейного деформирования дискретной модели рассматриваемой задачи можно представить изменение формы грунтового массива в критическом состоянии. На рис. 6.3 изображены векторы перемещения узлов КЭ-модели по ограничивающим поверхностям откоса и в характерных сечениях по намечаемым поверхностям скольжения и выпора грунта по дну котлована. Значения компонент узловых векторов указанных поверхностей представлены в табл. 6.1 – 6.4. Если провести кривые по конечным точкам векторов перемещения узлов, лежащих на перечисленных поверхностях, то получим реальную картину взаимодействия призмы обрушения откоса и выпора грунта по днищу котлована (см. рис. 6.3).

Для линейно-деформированного грунтового массива при вертикальном откосе его критическую высоту устойчивости можно определить по формулам В.В.Соколовского [43]:

$$H_{\text{кр}} = \frac{2c \cos \varphi}{(1 - \sin \varphi)\gamma} = \frac{2 \cdot 0,42 \cdot \cos 24^\circ}{(1 - \sin 24^\circ)0,0022} \approx 588 \text{ см.} \quad (6.36)$$

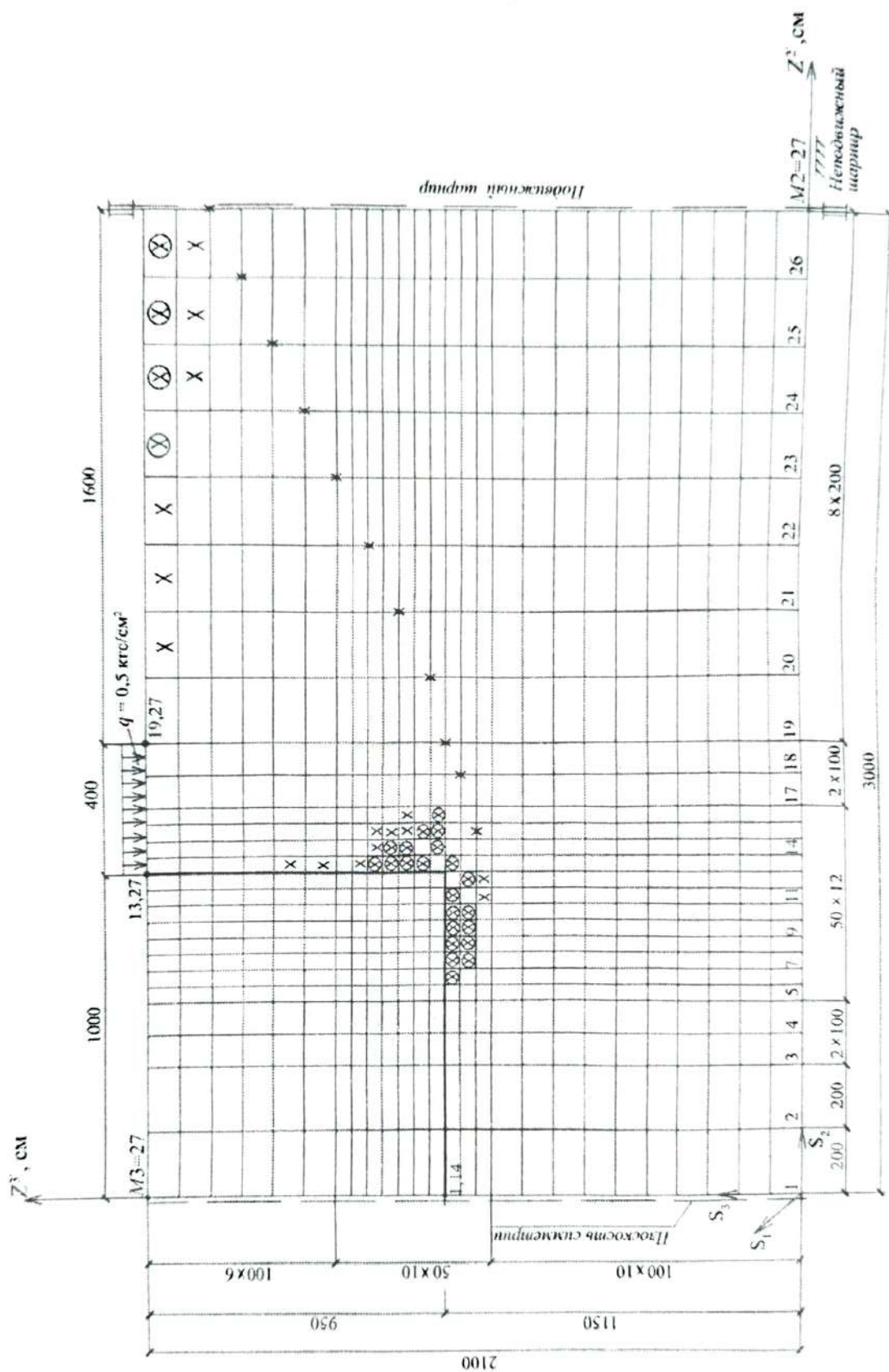


Рис. 6.2. Развитие пластических деформаций: x – только от собственного веса грунта; $\otimes$ – от собственного веса грунта и полосовой нагрузки

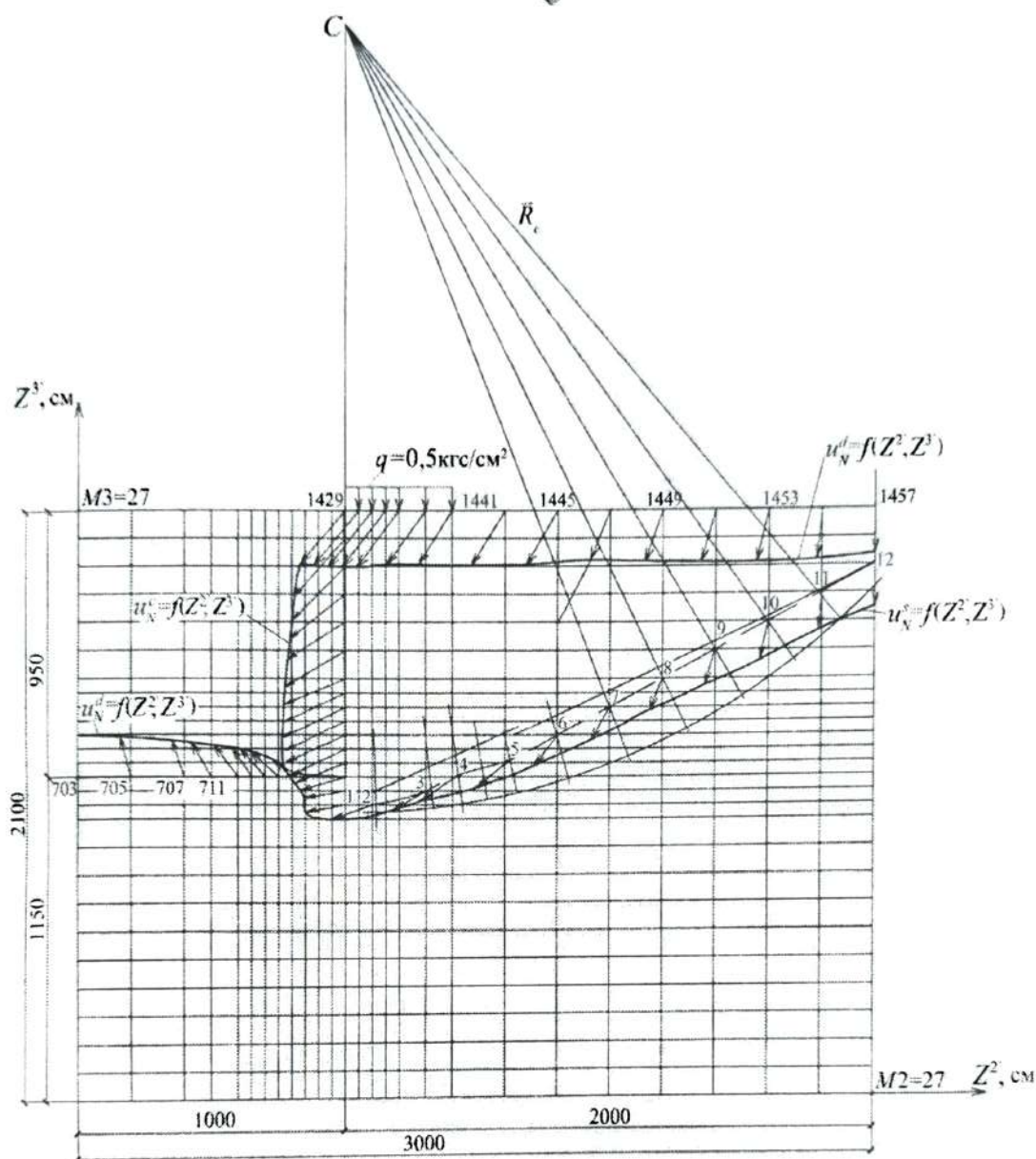


Рис. 6.3. Перемещения в характерных сечениях:

u_N^d — поверхность дна котлована; u_N^c — поверхность вертикальной стенки; u_N^p — ограничивающая поверхность полупространства; u_N^s — поверхность скольжения сползающей призмы

Значение критической высоты откоса получено с помощью (6.36) в упругом состоянии, когда вертикальный откос может сохраняться без подпорной стенки. Это значение $H_{кр}$ может быть получено на основе других приближенных методов [40]

$$H'_{кр} = \frac{4c \cos \varphi}{\gamma(1 - \sin \varphi)}, \quad (6.37)$$

т.е. ровно вдвое больше полученного по (6.36):

$$H'_{кр} = 2 \cdot 588 = 1176 \text{ см.} \quad (6.38)$$

Перемещения узлов вертикальной стенки грунтового откоса представлены в табл.

Таблица 6.1

№ точки	№ узла КЭ	Компоненты вектора перемещений		Модуль вектора перемещений u_N^d , см
		горизонтальная u_N^2 , см	вертикальная u_N^3 , см	
1	727	-2,34	-0,54	2,4
2	781	-2,84	-0,74	2,93
3	835	-3,08	-0,99	3,24
4	889	-3,19	-1,22	3,41
5	943	-3,21	-1,40	3,50
6	997	-3,19	-1,54	3,54
7	1051	-3,16	-1,66	3,57
8	1105	-3,17	-1,79	3,64
9	1159	-3,10	-2,02	3,70
10	1213	-2,98	-2,24	3,73
11	1267	-2,85	-2,45	3,76
12	1321	-2,71	-2,65	3,79
13	1375	-2,61	-2,83	3,85
14	1429	-2,57	-2,98	3,93

Перемещения днища (полости) котлована представлены в табл. 6.2

Таблица 6.2

№ точки	№ узла КЭ	Компоненты вектора перемещений		Модуль вектора перемещений u_N^d , см
		горизонтальная u_N^2 , см	вертикальная u_N^3 , см	
1	703	1,93	0,0	1,93
2	705	1,90	-0,43	1,95
3	707	1,82	-0,85	2,01
4	709	1,72	-1,06	2,02
5	711	1,58	-1,26	2,02
6	713	1,48	-1,37	2,02
7	715	1,36	-1,48	2,01
8	717	1,22	-1,61	2,02
9	719	1,04	-1,74	2,03
10	721	0,83	-1,89	2,06
11	723	0,54	-2,06	2,13
12	725	0,14	-2,23	2,23
13	727	-0,54	-2,34	2,40

Перемещения ограничивающих поверхностей призмы обрушения представлены табл. 6.3

Таблица 6.3

№ точки	№ узла КЭ	Компоненты вектора перемещений		Модуль вектора перемещений u_N^d , см
		горизонтальная u_N^2 , см	вертикальная u_N^3 , см	
1	1429	-2,57	-2,98	3,93
2	1431	-2,50	-3,01	3,91
3	1433	-2,43	-3,04	3,89
4	1435	-2,36	-3,06	3,86
5	1437	-2,30	-3,06	3,83
6	1439	-2,17	-3,04	3,74
7	1441	-2,04	-2,94	3,58
8	1443	-1,81	-2,82	3,35
9	1445	-1,58	-2,73	3,15
10	1447	-1,33	-2,66	2,97
11	1449	-1,08	-2,61	2,82
12	1451	-0,81	-2,56	2,68
13	1453	-0,54	-2,53	2,59
14	1455	-0,27	-2,51	2,52
15	1457	0,0	-2,51	2,51

Перемещения на поверхности скольжения призмы обрушения представлены в табл. 6.4.

Таблица 6.4

№ точки	№ узла КЭ	Компоненты вектора перемещений		Модуль вектора перемещений u_N^d , см
		горизонтальная u_N^2 , см	вертикальная u_N^3 , см	
0	613	-2,26	-0,50	—
1	619	-2,22	-0,45	2,26
2	623	-2,15	-0,76	2,28
3	683	-2,01	-1,14	2,31
4	739	-1,94	-1,30	2,34
5	795	-1,73	-1,43	2,24
6	905	-1,50	-1,59	2,19
7	1015	-1,25	-1,72	2,13
8	1125	-1,00	-1,82	2,08
9	1181	-0,75	-1,91	2,05
10	1237	-0,50	-2,01	2,07
11	1293	-0,26	-2,12	2,14
12	1349	0	-2,24	2,24

С учетом физической нелинейности поведения грунтового массива в предельном состоянии с использованием численного расчета значение критической высоты будет находиться в пределах между $H_{кр} = 588$ см и $H' = 1176$ см, т.е. полученное значение в рассматриваемом примере равно

$$H_{кр}^n = 950 \text{ см} \quad (6.39)$$

и вполне соответствует действительному запредельному состоянию вертикального откоса.

6.3. Тестовая задача.

Исследование напряженно-деформированного состояния однородного полупространства и определение зон предельного равновесия с учетом уплотненного ядра под жестким полосообразным фундаментом

Рассмотрим тестовую задачу исследования устойчивости фундаментов на песчаном основании, которое было проведено М.И.Горбуновым-Посадовым с учетом уплотненного ядра и полного взаимодействия упругой и пластической областей в грунте под фундаментом на основе решения в конечных разностях [10]. Экспериментальные исследования показывают, что несущая способность песчаных оснований значительно превышает величины, которые получены по другим приближенным методам с учетом уплотненного ядра, рассмотренным в [43]. На рис. 6.4 представлена расчетная схема взаимодействия жесткого полосообразного (ленточного) фундамента с грунтово-песчаным массивом, которая содержит включения самого фундамента и единичное по толщине однородное изотропное полупространство. Схема нагружения включает собственный вес грунта $\gamma = 0,0018$ кгс/см³ и равномерно распределенную нагрузку на обресе фундамента $q_0 = 2,0 \dots 9,7$ кгс/см². Внешняя нагрузка на обресе фундамента $q_0 = 2$ кгс/см² соответствует начальной критической силе (безопасное давление на грунт), а $q_0 = 9,7$ кгс/см² стветствует предельной нагрузке с развитием пластических деформаций и формированием уплотненного ядра под подошвой фундамента.

В рассматриваемом примере полупространство имеет размеры $690 \times 800(h)$ см (толщина 1 см) с плоскостью симметрии OZ^1Z^3 , проходящей через середину ленточного фундамента. Сеточная область расчетной схемы описана в сеточных координатах $S_1 S_2 S_3$ – начало в левом нижнем узле ($S_1 = 1, S_2 = 1, S_3 = 1$), конечные сеточные размеры – $S_1 = M1 = 2; S_2 = M2 = 23; S_3 = M3 = 29$. Граничные условия расчетного фрагмента полупространства следующие: 1) по плоскости симметрии в глобальной системе координат OZ^1Z^3 накладываются связи на узловое перемещения и углы поворота по направлению Z^2 ; 2) нижняя грань фрагмента моделируется границей сеточной области по линии с сеточными координатами начальных и конечных узлов: $S_2^H = 1, S_3^H = 1, S_2^k = 23,$

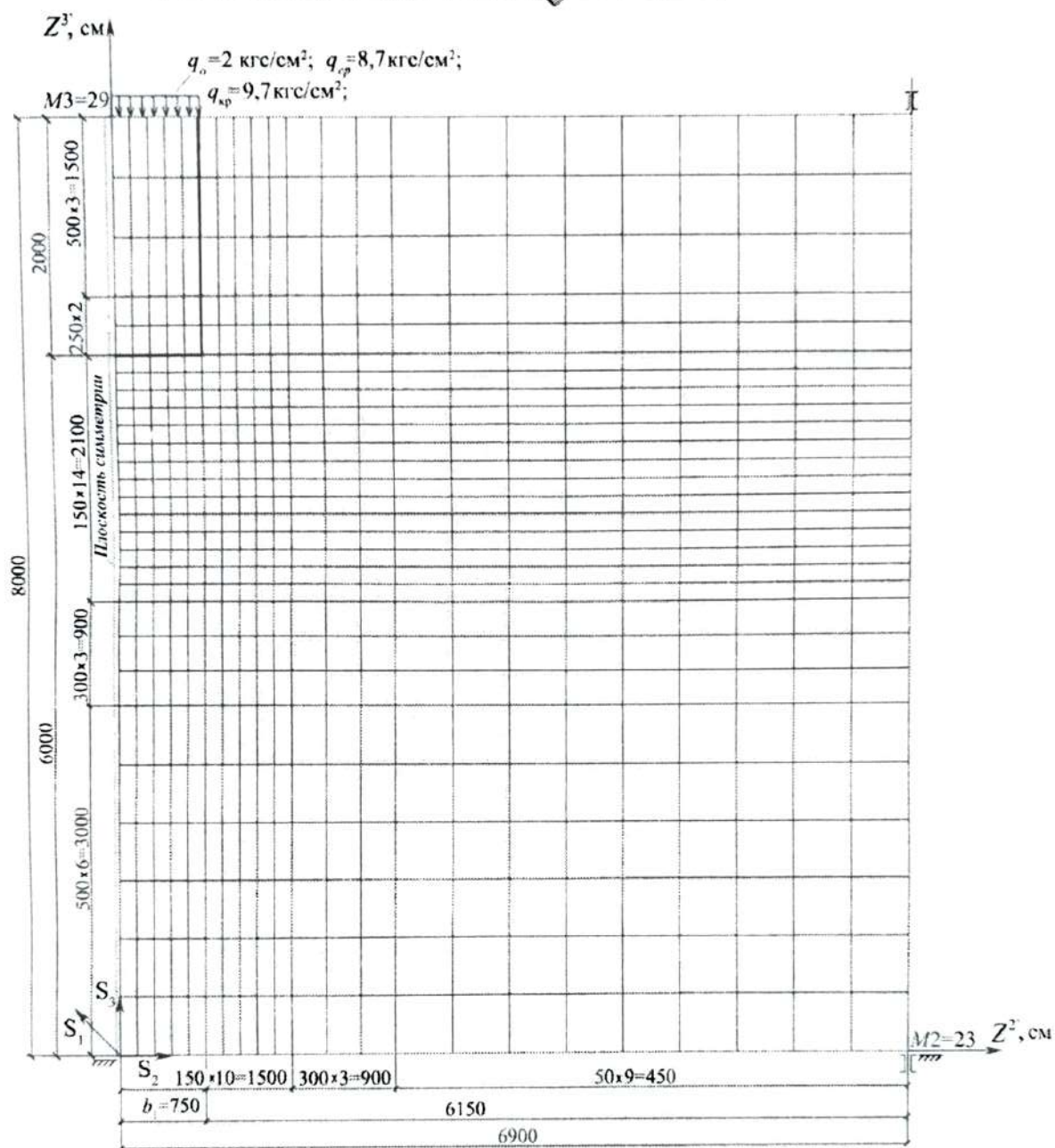


Рис. 6.4. Расчетная схема исследования устойчивости сыпучих грунтов при воздействии полосовой нагрузки от ленточного фундамента (плюсовая задача)

$S_3^k = 1$, вдоль которой накладываются связи на перемещения по направлениям Z^2, Z^3 (неподвижный шарнир); 3) вертикальная плоскость границы расчетного фрагмента моделирует шарнирно-подвижный край с наложением связей на узловые перемещения по направлению Z^2 (эта кромка достаточно удалена от плоскости симметрии – в пределах возможного развития пластических деформаций).

В исходных данных рассматриваемого примера приняты следующие физико-механические характеристики однородного изотропного полупространства: $E_0 = 240 \text{ кгс/см}^2$; $\nu_0 = 0,29$; $\gamma = 0,0018 \text{ кгс/см}^3$; $\varphi_1 = 30^\circ$; $c_1 = 0,02 \text{ кгс/см}^2$ (рассматриваемая методика при

численной реализации предусматривает необходимое условие для значения удельного сцепления грунта $c \neq 0$, для песка достаточно принять $c_1 = c_{II} = 0,02$); глубина заложения подошвы ленточного фундамента равна $h = 200$ см, ширина подошвы фундамента $b = 150$ см, $h/b = 200/150 = 1,33$.

Для фундаментов средней глубины заложения $0,5 < \frac{h}{b} < 2 \left(0,5 < \frac{h}{b} = 1,33 < 2 \right)$

приемлемо решение на основе приближенного метода с использованием аппроксимации линий скольжения в виде отрезков прямых, а в зоне радиальных сдвигов – логарифмическими спиралями [43], на основе чего В.Г. Березанцев получил аналитическое выражение предельного давления с учетом уплотненного ядра в условиях плоской задачи для сыпучих грунтов [43]:

$$\text{пред. } P_n = A_{nh} \gamma b, \quad (6.40)$$

где A_{nh} – коэффициент несущей способности сыпучих грунтов для случая плоской задачи, $A_{nh} = 36$ (по графику рис. 140 в [43]: $h/b = 1,33 \rightarrow A_{nh} = 36$); b – ширина подошвы фундамента.

Для рассматриваемого примера имеем

$$\text{пред. } P_n = 36 \cdot 1,8 \cdot 1,5 = 97,2 \text{ тс/м}^2 \approx 9,7 \text{ кгс/см}^2.$$

Полученное значение пред. $P_{nh} = 9,7$ кгс/см² взято в качестве исходного предельного параметра $q_{кр} = 9,7$ кгс/см², определяющего интенсивность внешней нагрузки на обресе фундамента.

Результаты численного исследования напряженно-деформированного состояния однородного полупространства при жестком воздействии на грунт ленточного фундамента показали, что при нагрузке $q = 9,7$ кгс/см² распределение упругих и упругопластических зон соответствует критическому запредельному состоянию, что представлено на рис. 6.5. Области (дискретные из набора конечных элементов), где имеет место развитие

пластических деформаций при $f \left(\dot{\sigma}, \dot{S} \right) > 0$, помечены знаком х. Характер развития зон

пластических деформаций следующий (рис. 6.5):

- 1) распространение по глубине ниже подошвы фундамента составляет $1,5 h$, или $4b_1$, $b_1 = \frac{b}{2}$ (в аналогичных примерах в [10] эта величина составляет $(3 \dots 3,5)b_1$;
- 2) ширина распространения зоны пластических деформаций на уровне подошвы фундамента составляет $(3,2 \dots 3,5)b_1$;
- 3) форма области уплотненного ядра – прямоугольный треугольник, гипотенуза которого является подошвой фундамента (абсолютно точно совпадает с решениями в [10, 43]).

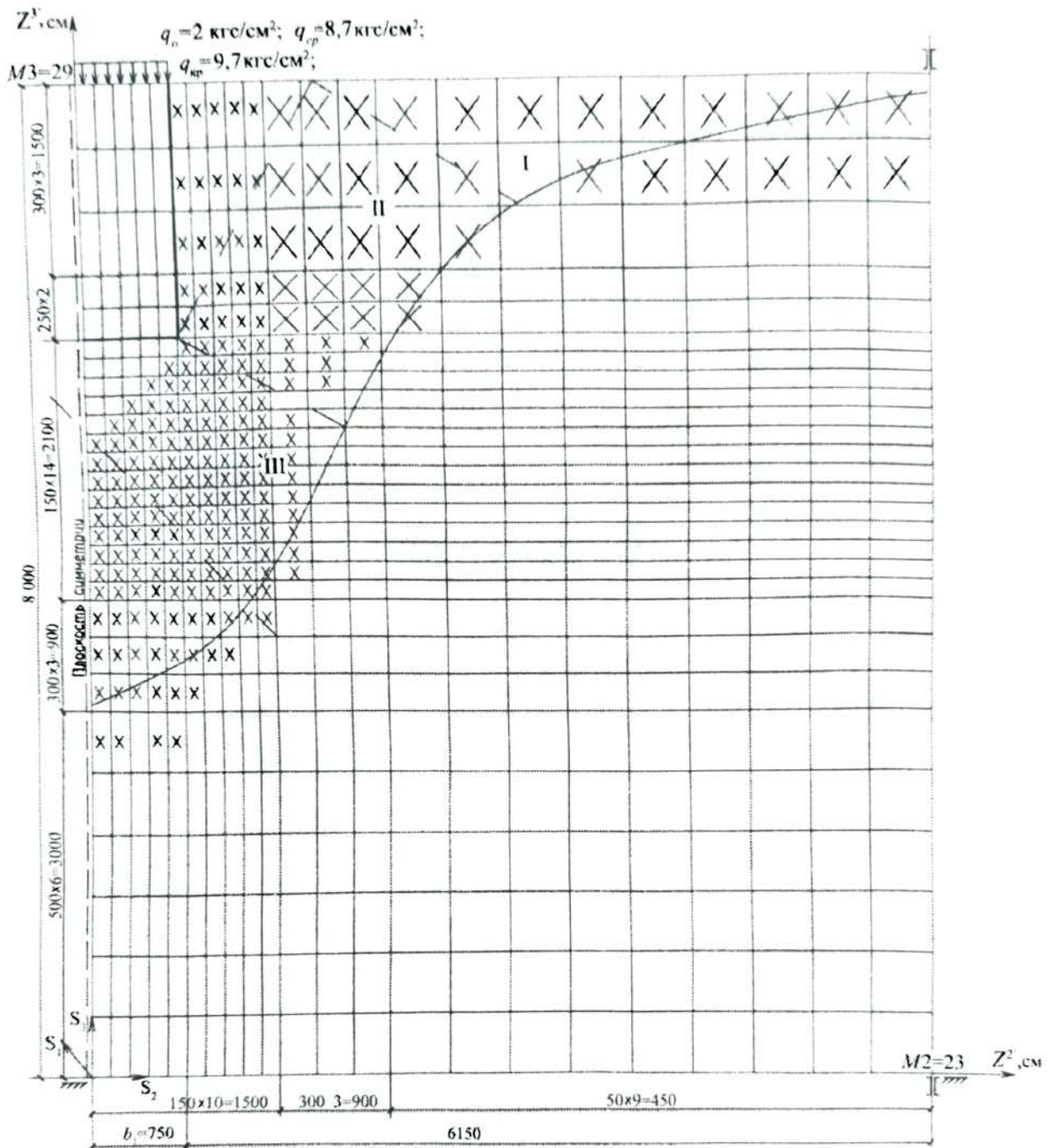


Рис. 6.5. Границы зон уплотненного ядра и пластических деформаций, которые аппроксимируются логарифмическими спиралями

Границы зон пластических деформаций и упругих зон, которые показаны огибающей кривой на рис. 6.5, определяют очертание поверхностей скольжения с переменным углом отклонения касательных, так что сопоставить их с аппроксимациями логарифмических спиралей для упрощенных решений без учета действия объемных сил, приведенных в [43], весьма затруднительно, однако, восстановив перпендикуляры к касательным в экстремальных точках и точках перегиба, можно выделить характерные зоны сдвиговых деформаций: I – зона выпора грунта; II – зона развития значительных сдвиговых деформаций и III – фаза уплотнения и развития локальных сдвигов. Полученная картина взаимодействия жесткого

полосообразного фундамента (штампа) с однородным полупространством, в плоской постановке, отражает равновесное деформированное состояние, т.е. с удовлетворением статических и кинематических условий, поэтому очертание по линиям скольжения в виде логарифмических спиралей размыто и ниже треугольного уплотненного ядра не наблюдается вторичный сектор уплотнения грунта (уплотненного ядра).

По ограничивающим поверхностям, поверхностям ядра уплотнения, граням жесткого фундамента и очертаниям поверхностей скольжения, т.е. в узловых точках, моделирующих эти поверхности, проведены векторы перемещения (рис. 6.6), компоненты и модули которых сведены в табл. 6.5 – 6.7. Направления векторных отрезков смещений элементарных (конечномерных) частиц грунта определяют направления деформаций сдвига и расширения

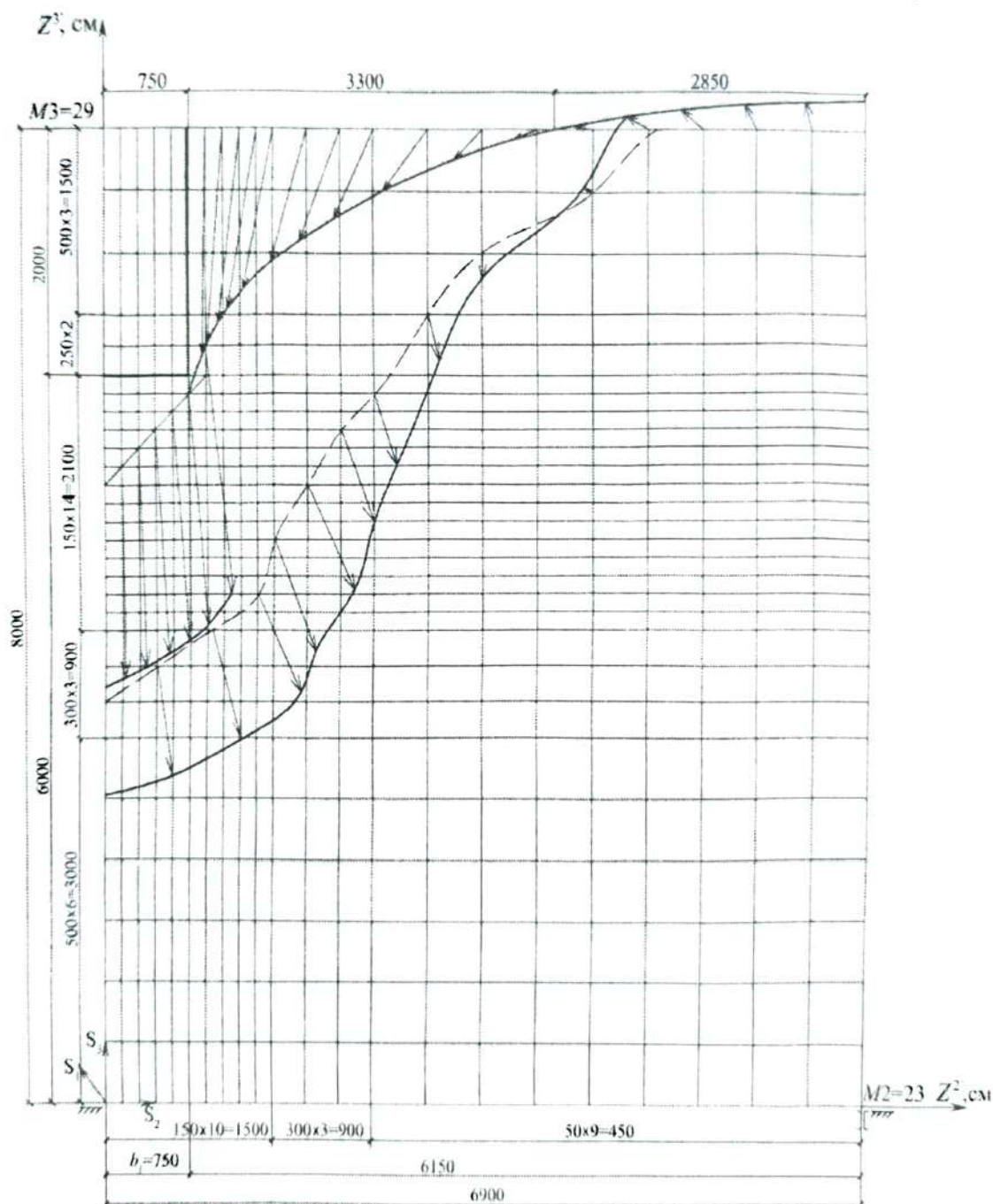


Рис. 6.6. Кривые скольжения, выпора грунта и радиальных сдвигов

зон пластического течения – от уплотненного ядра и зоны III – вниз и вправо и для зоны I – вверх и влево (выпор грунта) (см. рис. 6.6).

Перемещения нижней границы зоны пластической деформации полупространства (линии скольжения) представлены в табл. 6.5.

Таблица 6.5

№ точки	№ узла	u_N^2 , см	u_N^3 , см	Модуль вектора перемещений u_N^H , см
1	323	0	-0,65 -2,31	1,66
2	375	0 0,25	-0,69 -2,53	1,83
3	427	0 0,51	-0,73 -2,63	1,97
4	525	0 0,72	-0,77 -2,57	1,94
5	665	0,01 0,81	-0,82 -2,71	2,06
6	805	0 0,82	-0,85 -2,59	1,92
7	945	0 0,70	-0,88 -2,41	1,68
8	1039	0 0,59	-0,90 -2,16	1,39
9	1179	0 0,29	-0,93 -1,75	0,75
10	1227	0 0,02	-0,95 -1,37	0,42
11	1277	0 -0,21	-0,95 -0,86	0,23
12	1325	0 -0,33	-0,96 -0,73	0,40
13	1327	0 -0,24	-0,96 -0,59	0,44
14	1329	0 -0,16	-0,95 -0,50	0,48
15	1331	0 -0,08	-0,95 -0,45	0,51
16	1333	0 0	-0,95 -0,43	0,52

Перемещения границы уплотненного ядра сжатой зоны под штампом представлены в табл. 6.6.

Таблица 6.6

№ точки	№ узла	$u_N^{2'}$, см	$u_N^{3'}$, см	Модуль вектора перемещений u_N^H , см
1	783	0	-0,88	3,36
		0	-4,24	
2	831	0	-0,90	3,50
		0,1	-4,40	
3	879	0	-0,91	3,63
		0,17	-4,54	
4	927	0	-0,93	3,74
		0,22	-4,66	
5	975	0	-0,94	3,83
		0,25	-4,76	
6	1023	0	-0,95	3,88
		0,28	-4,82	
7	1071	0	-0,94	3,54
		0,16	-4,48	

Перемещения точек верхней границы зоны пластической деформации полупространства представлены в табл. 6.7.

Таблица 6.7

№ точки	№ узла	$u_N^{2'}$, см	$u_N^{3'}$, см	Модуль вектора перемещений u_N^H , см
1	2	3	4	5
1	1059	0	-0,96	4,18
			-5,14	
2	1063	0	-0,96	4,18
		0	-5,14	
3	1065	0	-0,96	4,18
		0	-5,14	
4	1067	0	-0,96	4,18
		0	-5,14	
5	1069	0	-0,96	4,18
		0	-5,14	
6	1161	0	-0,96	4,18
		0	-5,14	
7	1207	0	-0,96	4,18
		0	-5,14	

Продолжение табл. 6.7

1	2	3	4	5
8	1253	0 0	-0,96 -5,15	4,19
9	1299	0 0	-0,96 -5,15	4,19
10	1301	0 -0,18	-0,97 -4,65	3,68
11	1303	0 -0,34	-0,97 -4,35	3,40
12	1305	0 -0,46	-0,97 -4,06	3,12
13	1307	0 -0,56	-0,98 -3,80	2,87
14	1309	0 -0,63	-0,98 -3,55	2,65
15	1311	0 -0,71	-0,98 -3,07	2,21
16	1313	0 -0,74	-0,98 -2,66	1,84
17	1315	0 -0,73	-0,97 -2,30	1,52
18	1317	0 -0,68	-0,97 -1,81	1,08
19	1319	0 -0,59	-0,97 -1,43	0,75
20	1321	0 -0,50	-0,96 -1,13	0,53
21	1323	0 -0,41	-0,96 -0,90	0,42
22	1325	0 -0,33	-0,96 -0,73	0,40
23	1327	0 -0,24	-0,96 -0,59	0,44
24	1329	0 -0,16	-0,95 -0,51	0,47
25	1331	0 -0,08	-0,95 -0,45	0,51
26	1333	0 0	-0,95 -0,44	0,51

Под подошвой жесткого фундамента построены эпюры максимальных давлений сжатия для различных нагрузок на обрезах фундамента – 2,1 кгс/см², 5,0 кгс/см², 8,7 кгс/см², 9,7 кгс/см², 12,0 кгс/см² (рис. 6.7), значения напряжений σ_N^{33} и перемещений $u_N^{2'}$, $u_N^{3'}$ сведены в табл. 6.8. Характер эпюр напряжений практически не зависит от величины нагрузки, имеет эллиптический характер по форме. Значения σ_N^{33} в центре подошвы минимальны и составляют от 0,40 q до 0,425 q , а по краям максимальны и составляют от 3,25 q до 3,3 q .

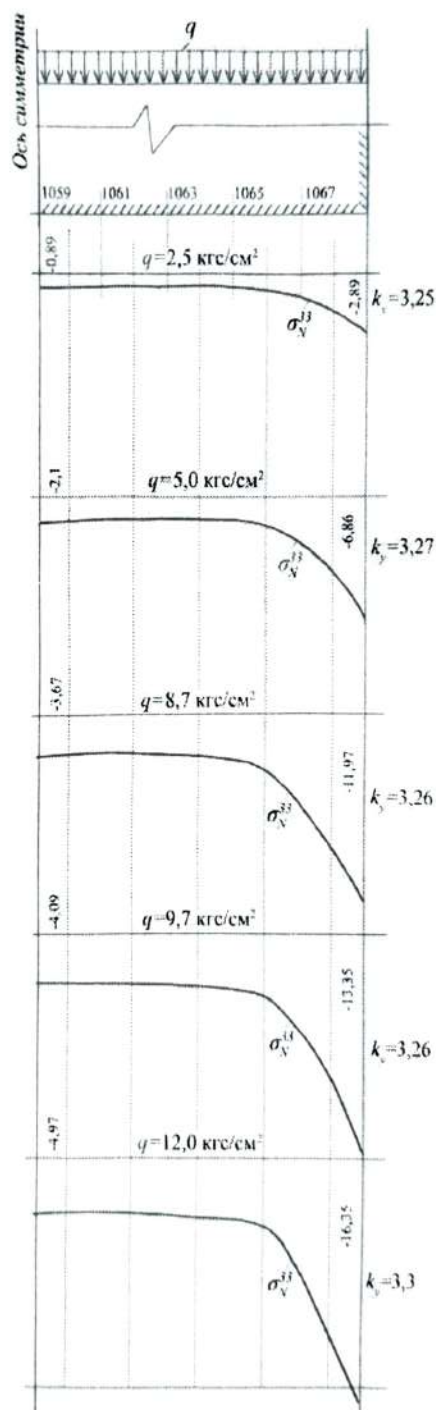


Рис. 6.7. Распределение давлений под подошвой жесткого фундамента

Значения давлений под подошвой фундамента представлены в табл.6.8.

Таблица 6.8

№ точки	№ узла	Давления	q=2,1 кгс/см	q=5,0 кгс/см	q=8,7 кгс/см	q=9,7 кгс/см	q=12,0 кгс/см
1	1059	σ_N^{33} , кгс/см ²	-0,89	-2,1	-3,67	-4,09	-4,97
		$u_N^{3'}$, см	-1,0	-2,54	-4,58	-5,14	-6,15
		$u_N^{2'}$, см	—	—	—	—	—
2	1061	σ_N^{33} , кгс/см ²	-0,91	-2,15	-3,75	-4,18	-5,07
		$u_N^{3'}$, см	-1,0	-2,54	-4,58	-5,14	-6,15
		$u_N^{2'}$, см	—	—	—	—	—
3	1063	σ_N^{33} , кгс/см ²	-1,00	-2,35	-4,11	-4,58	-5,56
		$u_N^{3'}$, см	-1,0	-2,54	-4,58	-5,14	-6,15
		$u_N^{2'}$, см	—	—	—	—	—
4	1065	σ_N^{33} , кгс/см ²	-1,12	-2,65	-4,62	-5,15	-6,27
		$u_N^{3'}$, см	-1,0	-2,54	-4,58	-5,14	-6,15
		$u_N^{2'}$, см	—	—	—	—	—
5	1067	σ_N^{33} , кгс/см ²	-2,89	-6,86	-11,97	-13,35	-16,35
		$u_N^{3'}$, см	-1,0	-2,54	-4,58	-5,14	-6,15
		$u_N^{2'}$, см	—	—	—	—	—
6	1069	σ_N^{33} , кгс/см ²	-0,22	-0,53	-0,96	-1,08	-1,30
		$u_N^{3'}$, см	-1,0	-2,54	-4,58	-5,14	-5,34
		$u_N^{2'}$, см	—	—	—	—	—
7	1075	σ_N^{33} , кгс/см ²	—	—	—	—	—
		$u_N^{3'}$, см	-0,75	-1,89	-3,40	-3,82	-6,5
		$u_N^{2'}$, см	0,07	0,18	0,16	0,32	0,45

Перемещения вдоль подошвы остаются практически неизменными, т.е. моделируют осадку абсолютно жесткого штампа.

Характер изменения прогибов и сдвигов в характерных зонах напряженно-деформированного состояния иллюстрируется на рис. 6.8, числовые значения узловых перемещений сведены в таблицы 6.9, 6.10.

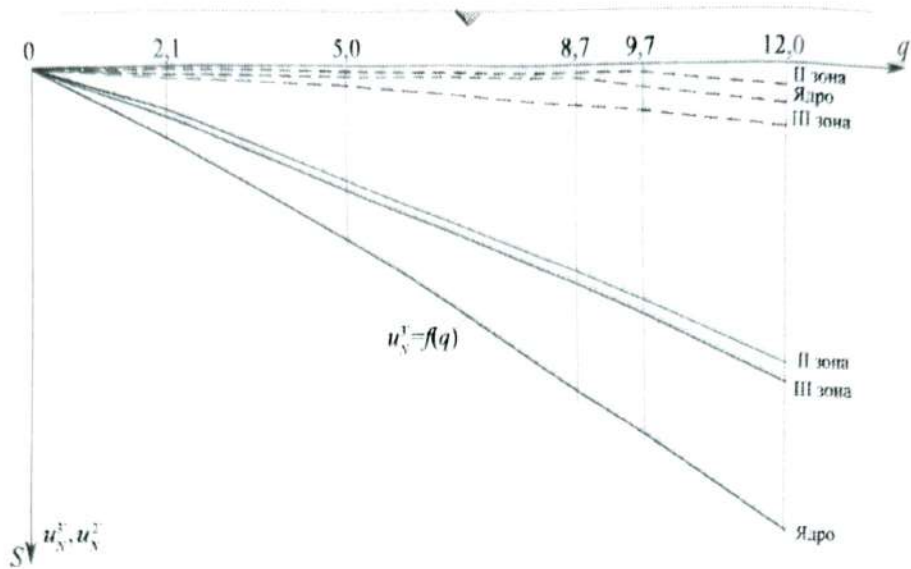


Рис. 6.8. Прогибы и сдвиги в зонах II, III и ядро под подошвой фундамента

Прогибы и сдвиги в зонах распространения сдвиговых деформаций представлены в табл. 6.9.

Таблица 6.9

№ п/п	№ зоны	№ узла	$u_N^3, \text{ см}$				$u_N^2, \text{ см}$			
			q=2,1 кгс/см	q=5,0 кгс/см	q=9,7 кгс/см	q=12,0 кгс/см	q=2,1 кгс/см	q=5,0 кгс/см	q=9,7 кгс/см	q=12,0 кгс/см
1	I	1253	-1,0	-2,54	-5,14	-6,16	0,0	0,0	0,0	0,0
2	II	1171	-0,69	-1,74	-3,53	-4,15	0,04	0,11	0,22	0,28
3	III	937	-0,70	-1,77	-3,57	-4,22	0,13	0,32	0,66	0,82
4	Ядро	921	-0,93	-2,35	-4,75	-5,68	0,0	0,0	0,0	0,0

Давления и сдвиги в задачах распределения сдвиговых деформаций представлены в табл. 6.9.

Таблица 6.10

№ п/п	№ зоны	№ узла	$\sigma_N^{33(1)} / \sigma_N^{33(2)}, \text{ кгс/см}^2$	$\sigma_N^{22(1)} / \sigma_N^{22(2)}, \text{ кгс/см}^2$	$\sigma_N^{23(1)} / \sigma_N^{23(2)}, \text{ кгс/см}^2$
1	I	1253	-1,64/-2,05	-2,89/-3,59	1,74/2,17
2	II	1171	-1,21/-1,45	-0,69/-0,82	1,0/0,97
3	III	937	-2,40/-2,86	-1,36/-1,60	0,93/1,14
4	Ядро	921	-4,53/-5,48	-2,09/-2,51	-0,03/-0,04

Примечание: $\sigma_N^{ab(1)}$ соответствует $P_{кр} = -9,7 \text{ кгс/см}^2$; $\sigma_N^{ab(2)}$ соответствует $P_{кр} = 12,0 \text{ кгс/см}^2$.

По графикам на рис. 6.8 можно сделать вывод, что характер зависимости прогибов и сдвигов от нагрузки в пределах от 0 до 12 кгс/см² практически линейный для зон II и III, а для ядра нелинейный, но кривые весьма пологие.

6.4. Тестово-контрольная задача.

Определение напряженно-деформированного состояния нежесткого аэродромного покрытия от воздействия полосовой нагрузки на активное полупространство

В качестве тестово-контрольной задачи для определения влияния развития упруго-пластических деформаций на напряженно-деформированное состояние аэродромных покрытий рассмотрим пример расчета нежесткого аэродромного покрытия и сравнительный анализ его НДС при использовании инженерного и численного расчетов. Используем пример расчета нежесткого аэродромного покрытия облегченного типа для аэропорта IV класса в Судане. Исходя из технико-экономических обоснований соответствующего проекта аэродрома учтены специфика экономических, климатических, гидрологических и других условий строительства в слаборазвитой стране (ТОВ „Дніпровська асоціація і К^о”). Достоверность надежности проекта конструкции облегченного покрытия взлетно-посадочной полосы аэродрома подтверждается инженерным расчетом на прочность и дополнительным научно-исследовательским расчетом с использованием численного метода – моментной схемы конечных элементов [1].

В конструкции облегченного нежесткого покрытия предусматривается (рис. 6.9):

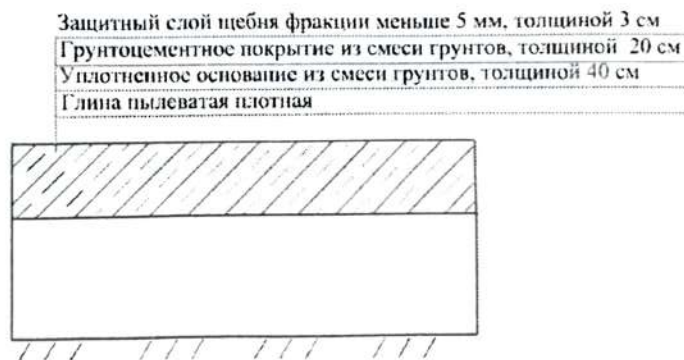


Рис. 6.9. Конструкция облегченного нежесткого аэродромного покрытия

– искусственное основание толщиной 40 см: уплотненная смесь грунтов ИГЭ-1 и ИГЭ-3 (рис. 6.10) в соотношении 1:1 при соблюдении оптимальной влажности при тщательном уплотнении и при обеспечении физико-механических характеристик $E_0 = 164$ МПа, $\nu_0 = 0,32$;

– собственно покрытие из грунтоцемента с использованием специальной добавки для приготовления смеси – пластификатора „Дорзин” толщиной 20 см марка грунтоцемента В10 (прочность на сжатие $R_{bn} = 7,5$ МПа, расчетное сопротивление растяжению при изгибе $R_{bin} = 1,0$ МПа, $E_b = 768$ МПа);

– защитный слой толщиной 30 мм из гранитного отсева с фракцией меньше 5 мм, обработанного битумом с высокой степенью устойчивости к размягчению при воздействии высоких температур марки БНД 40/60.

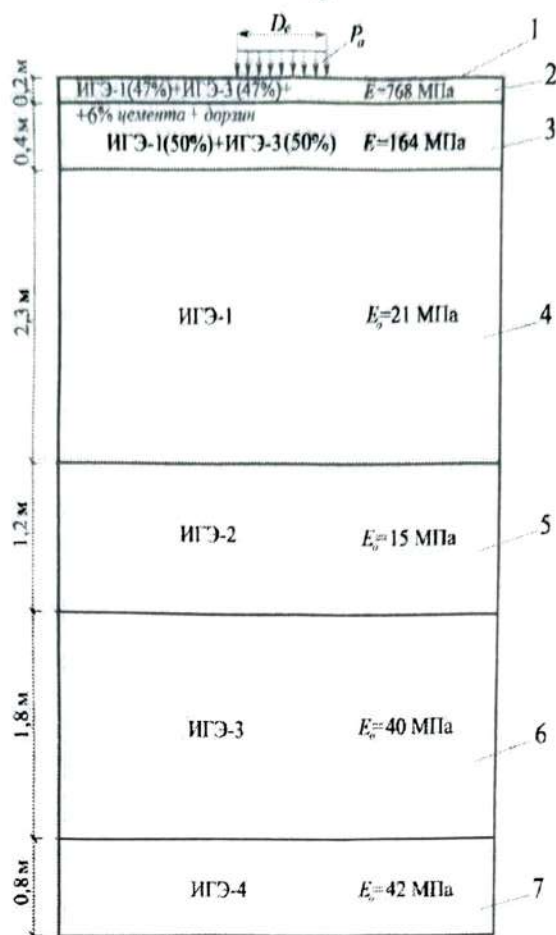


Рис. 6.10. Инженерно-геологический разрез покрытия и активного грунтового основания

В активной зоне грунтового основания толщиной 6,1 м наблюдаются следующие горизонтальные напластования (см. рис. 6.10):

- глина пылеватая серая, полутвердая плотная с прослойками водонасыщенного песка – 2,3 м (ИГЭ-1 – $E_0 = 21$ МПа, $\nu_0 = 0,28$, $c = 0,054$ МПа, $\varphi = 19^\circ$, $\rho = 1950$ кг/м³);
- глина жесткая жирная, консистенция от полутвердой до твердой – 1,2 м (ИГЭ-2 – $E_0 = 15$ МПа, $\nu_0 = 0,30$, $c = 0,041$ МПа, $\varphi = 16^\circ$, $\rho = 1900$ кг/м³);
- песок среднезернистый, серо-желтый, средней плотности, сухой, местами маловлажный – 1,8 м (ИГЭ-3 – $E_0 = 40$ МПа, $\nu_0 = 0,32$, $c = 0$, $\varphi = 38^\circ$, $\rho = 1920$ кг/м³);
- глина песчаная серо-бурая, плотная, консистенция от полутвердой до твердой – 0,8 м (ИГЭ-4 – $E_0 = 42$ МПа, $\nu_0 = 0,31$, $c = 0,042$ МПа, $\varphi = 24^\circ$, $\rho = 1900$ кг/м³).

Суммарная толщина двухслойного облегченного нежесткого покрытия с защитным слоем составляет

$$t_{tot} = t_1 + t_2 = 0,2 + 0,4 = 0,6 \text{ м.} \quad (6.41)$$

В соответствии с [36] определяем расчетное значение колесного нагружения F_c для расчетного воздушного судна ТУ-134, которое имеет наибольшую нормативную нагрузку на

основную опору [36]: $F_n = 208,37$ кН и давление в пневматике $P_a = 0,85$ МПа – из набора воздушных судов, предусмотренных для эксплуатации в проекте: Ту-134, Ан-32, Ан-24.

В соответствии с исходными данными приводим ниже следующий инженерный расчет на прочность нежесткого аэродромного покрытия.

Определяем расчетную нагрузку на колесо основной опоры [36]:

$$F_d = \frac{F_n}{n_k} k_d \gamma_f = \frac{208,37}{4} \cdot 1,1 \cdot 1 = 57,3 \text{ кН.} \quad (6.42)$$

В соответствии с полученной в (6.42) величиной определяем по [36] максимальную глубину сжимаемой толщи грунтового основания:

$$H_c = 5 \text{ м.} \quad (6.43)$$

В соответствии с параметрами шасси самолета Ту-134 определяем минимальное и максимальное расстояния между ближайшими колесами основной опоры:

$$a = a_m - 2 \sqrt{\frac{F_d}{1,4 \pi \rho_a}} = 0,56 - 2 \sqrt{\frac{57,3 \cdot 10^3}{1,4 \cdot 3,14 \cdot 0,85 \cdot 10^6}} = 0,31 \text{ м;} \quad (6.44)$$

$$a_d = \sqrt{a_m^2 + b_m^2} = \sqrt{0,56^2 + 0,89^2} = 1,05 \text{ м.}$$

Значение одноколесного эквивалентного нагружения определяем из условия

$$t_{tot} = 0,6 \text{ м} > a / 2 = 0,16 \text{ м}$$

и

$$t_{tot} = 0,6 \text{ м} < 2a_d = 2,1 \text{ м} \quad (6.45)$$

по формуле [36]

$$F_e = \text{anti lg} \left(\frac{\lg n_k}{\lg \frac{4a_d}{a}} \right) \lg \frac{2t_{tot}}{a} + \lg F_d. \quad (6.46)$$

Формула (6.46) подобна формуле

$$F_e = 10^c, \quad (6.47)$$

где

$$c = \frac{\lg n_k}{\lg \frac{4a_d}{a}} \cdot \lg \frac{2t_{tot}}{a} + \lg F_d,$$

тогда имеем

$$c = \frac{\lg 4}{\lg \frac{4 \cdot 1,05}{0,31}} \cdot \lg \frac{2 \cdot 0,6}{0,31} + \lg 57,3 = 2,08, \quad F_e = 10^{2,08} = 120,23 \text{ кН.}$$

Определяем диаметр круга, равновеликого отпечатку одноколесного эквивалентного нагружения от основной опоры расчетного типа самолета – Ту-134:

$$D_e = 2\sqrt{\frac{F_e}{\pi p_a}} = 2\sqrt{\frac{120,23 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,85 \cdot 10^6}} = 0,424 \text{ м.} \quad (6.48)$$

Для определения расчетного относительного прогиба покрытия для одноколесного эквивалентного нагружения по [36] имеем:

$$\lambda_d = \frac{\omega_{\max}}{D_e}, \quad (6.49)$$

где $\omega_{\max}$ – максимальный абсолютный прогиб при воздействии равномерно распределенной нагрузки по круговому отпечатку (одноколесного нагружения) на однородное изотропное полупространство [15]:

$$\omega_{\max} = \frac{(1 - \nu_0^2) p_a D_e}{E_{ed}}, \quad \lambda_d = \frac{(1 - \nu_0^2) p_a}{E_{ed}}, \quad (6.50)$$

упрощаем формулу с учетом $(1 - \nu_0^2) \approx 0,9$. Тогда имеем:

$$\lambda_d = 0,9 \frac{p_a}{E_{ed}},$$

где

$$E_{ed} = E_{mt} \psi_k; \quad (6.51)$$

$$E_{mt} = \frac{E_2 t_1 + E_3 t_2}{t_{tot}} = \frac{7,68 \cdot 10^2 \cdot 0,2 + 1,64 \cdot 10^2 \cdot 0,4}{0,6} = 3,65 \cdot 10^2 \text{ МПа.} \quad (6.52)$$

Сводя упругое полупространство к трехслойному по формулам Покровского [34], можно получить общий эквивалентный модуль упругости трехслойной модели полупространства: эквивалентное на верхней границе, искусственное покрытие и грунтовое основание (активное), т.е.

$$\psi = \frac{E_{ed}}{E_{mt}}, \quad (6.53)$$

где ψ – функция, которая определяется по номограммам в [36] при использовании аргументов

$$\frac{E_o}{E_{mt}}, \quad \frac{t_{tot}}{D_e}. \quad (6.54)$$

Осредненное значение общего модуля деформации грунта однородного полупространства E_o с учетом горизонтальных слоев активной зоны грунтового основания определяем по формуле

$$E_o = \frac{E_4 t_4 + E_5 t_5 + E_6 t_6 + E_7 t_7}{t_4 + t_5 + t_6 + t_7} = \frac{21 \cdot 2,3 + 15 \cdot 1,2 + 40 \cdot 1,8 + 42 \cdot 0,8}{2,3 + 1,2 + 1,8 + 0,8} = 28,2 \text{ МПа.} \quad (6.55)$$

С учетом относительных значений аргументов (6.54)

$$\frac{E_o}{E_{mt}} = \frac{28,2}{3,65 \cdot 10^2} = 0,077; \quad \frac{t_{tot}}{D_e} = \frac{0,6}{0,424} = 1,42 < 2 \quad (6.56)$$

определяем по [36] значение

$$\psi_k = 0,1. \quad (6.57)$$

Окончательно имеем

$$E_{ed} = 3,65 \cdot 10^2 \cdot 0,1 = 36,5 \text{ МПа}; \quad (6.58)$$

$$\lambda_d = 0,9 \cdot 0,85 / 36,5 = 0,021; \quad (6.59)$$

$$\omega_{\max} = \lambda_d D_e = 0,021 \cdot 0,424 = 0,0089 \text{ м} = 8,9 \text{ мм}. \quad (6.60)$$

Допустимый (предельный) прогиб покрытия в соответствии с рис. 6.9 и 6.10 по относительной деформации при колесном воздействии самолета Ту -134 не удовлетворяет нормативным условиям [36]. Проанализируем напряженно-деформированное состояние рассматриваемой конструкции облегченного нежесткого покрытия при воздействии полосовой нагрузки (с учетом коэффициента приведения к эквивалентному круговому отпечатку) и сделаем окончательные выводы.

Для получения численных результатов рассматриваемой задачи расчета нежесткого аэродромного покрытия с учетом взаимодействия с грунтовым основанием прежде всего выполним некоторые процедуры моделирования исходных параметров: геометрических, нагружения и физико-механических для получения адекватной дискретной модели в плоской постановке задачи плоской деформации. Полученный по формуле (6.48) эквивалентный одноколесный круговой отпечаток с диаметром $D_e = 0,424 \text{ м}$, приведем к квадратному (рис. 6.11, а):

$$a = D_e \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,424 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cong 0,38 \text{ м}; \quad (6.61)$$

$$a/2 = 0,19 = 19,0 \text{ см}.$$

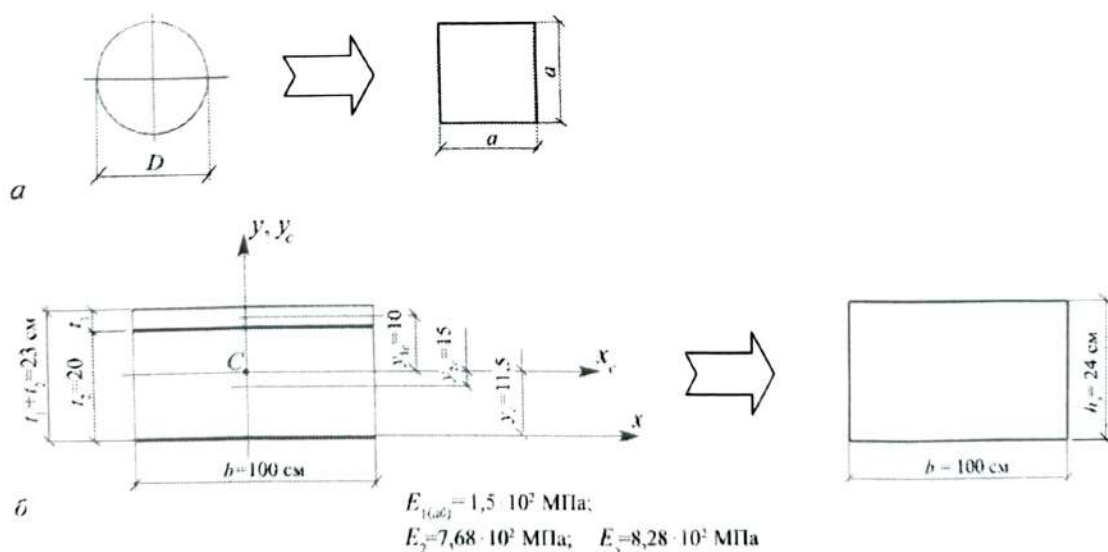


Рис. 6.11. Приведение геометрических и физико-механических параметров к эквивалентному сечению: а – эквивалентный отпечаток; б – погонное сечение покрытия с защитным слоем без учета искусственного основания

Определение среднего коэффициента перехода при нагружении однородного полупространства равномерно распределенной нагрузкой по прямоугольнику и полосе (при плоской задаче) к равномерно распределенной полосовой нагрузке.

Приведем погонное сечение собственно покрытия нежесткого типа (без учета искусственного основания) с учетом защитного слоя (см. рис. 6.9) к эквивалентному по продольной и изгибной жесткости (для учета деформаций изгиба) сечению (табл. 6.11) в

Таблица 6.11

z/b	k_o		$k_p = k_o^1 / k_o^2$	k_p^{cp}
	$l/b = 1$	$l/b = \infty$		
0,25	0,898	0,96	0,935	0,60
0,5	0,696	0,82	0,849	
1,0	0,386	0,55	0,702	
1,5	0,194	0,40	0,485	
2,0	0,114	0,31	0,368	
3,0	0,058	0,21	0,276	

соответствии с рис. 6.11,б и формулами (4.1) – (4.13):

$$y_c = \frac{\gamma_1 S_x^1 + \gamma_2 S_x^2}{\gamma_{cp} F_o}, \quad \gamma_1 \equiv \gamma_{a6} \approx \gamma_r \equiv \gamma_{ru}; \quad \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_{cp} \quad (6.62)$$

$$y_c \equiv \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{3,0 + 20}{2} = 11,5 \text{ см};$$

$$F_1 = t_1 b = 3 \cdot 100 = 300 \text{ см}^2;$$

$$F_2 = t_2 b = 20 \cdot 100 = 2000 \text{ см}^2;$$

$$F_o = (t_1 + t_2) b = 2300 \text{ см}^2;$$

$$h_3 = \sqrt{\frac{12EI_{x_c}^{(o)}}{EF^{(o)}}};$$

$$EI_{(x_c)}^{(o)} = E_{l(a6)} I_{x_c}^1 + E_{2(ru)} I_{x_c}^2; \quad I_{x_c}^1 = \frac{bt_1^3}{12} + (y_{1c})^2 F_1;$$

$$I_{x_c}^2 = \frac{bt_2^3}{12} + (y_{ru})^2 F_2; \quad (6.63)$$

$$EF^{(o)} = E_{l(a6)} F_1 + E_{2(ru)} F_2; \quad (6.64)$$

$$EI^{(o)} = 15 \cdot 10^3 \cdot 3,0075 \cdot 10^4 + 7,68 \cdot 10^3 \cdot 7,1167 \cdot 10^4 = 99,77 \cdot 10^7 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2; \quad (6.65)$$

$$EF^{(o)} = 15 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^2 + 7,68 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3 = 19,86 \cdot 10^6 \text{ кгс}; \quad (6.66)$$

$$h_3 = \sqrt{\frac{12 \cdot 99,77 \cdot 10^7}{19,86 \cdot 10^6}} = 24,55 \text{ см}.$$

Принимаем $h_3 = 24 \text{ см}$, $b_3 = b = 100 \text{ см}$.

Определяем эквивалентный модуль упругости для эквивалентного погонного сечения покрытия толщиной $h_s = 24$ см:

$$E_s = \frac{EF^{(0)}}{h_s b_s} = \frac{19,86 \cdot 10^6}{24,0 \cdot 10^2} = 8,28 \cdot 10^3 \text{ кгс/см}^2. \quad (6.67)$$

Для реализации плоской постановки задачи, когда учитывается полосовая нагрузка, необходимо интенсивность этой полосовой нагрузки привести к нагрузке прямоугольной (в частном случае – квадратной) равномерно распределенной и действующей на ограничивающей поверхности однородного изотропного полупространства с параметрами $l \times b$. Эту модель аппроксимации строим на основе основной задачи механики грунтов для однородного изотропного пространства с нагрузкой, распределенной по прямоугольнику или при $\frac{l}{b} = \infty$ сводящейся к полосовой нагрузке, когда напряжение сжатия по относительной глубине полупространства $\frac{z}{b}$ [43] определяется по табулированной формуле

$$\sigma_z = k_0 p, \quad (6.68)$$

где p – интенсивность нагрузки, k_0 – коэффициент пропорциональности в центре прямоугольника поверхностного нагружения полупространства.

Анализируя табл. 11 [43] коэффициентов k_0 и обеспечивая равенство напряжений (6.68) в случае прямоугольного и полосового нагружения, находим усредненный коэффициент k_p^{cp} изменения интенсивности нагружения на прямоугольнике со стороной $b = l = a$ (квадратный отпечаток), когда используется схема полосового нагружения (см. табл. 6.11):

$$k_p^{\text{cp}} = \frac{\frac{0,898}{0,96} + \frac{0,696}{0,82} + \frac{0,386}{0,55} + \frac{0,194}{0,40} + \frac{0,114}{0,31} + \frac{0,058}{0,21}}{6} \approx 0,6, \quad (6.69)$$

тогда $q = k_p^{\text{cp}} \cdot p_{pr} = 0,6 \cdot 0,85 = 0,51 \text{ МПа} = 5,1 \text{ кгс/см}^2. \quad (6.70)$

Учитывая параметры эквивалентного сечения покрытия, искусственного основания и грунтового многослойного полупространства (см. рис. 6.10), построим расчетную схему для рассматриваемой задачи с учетом плоскости симметрии, проходящей через центральную ось эквивалентного колесного отпечатка размерностью $a \times a$. Расчетный фрагмент полупространства имеет размеры: ширина – 300 см, глубина – 674 см, толщина – 1 см (рис. 6.12). Сеточная область расчетной схемы на рис. 6.12 имеет размеры: $S_1 = M1 = 2$, $S_2 = M2 = 19$, $S_3 = M3 = 23$, т.е. $2 \times 19 \times 23$, что соответствует 396 конечным элементам (КЭ), числу узлов КЭ – 874 и числу разрешающих уравнений $k = 2622$. Граничные условия расчетного фрагмента следующие:

1) по плоскости симметрии $Z^1 O Z^3$ в глобальной системе координат накладываются связи на перемещения и углы поворота по направлению Z^2 ;

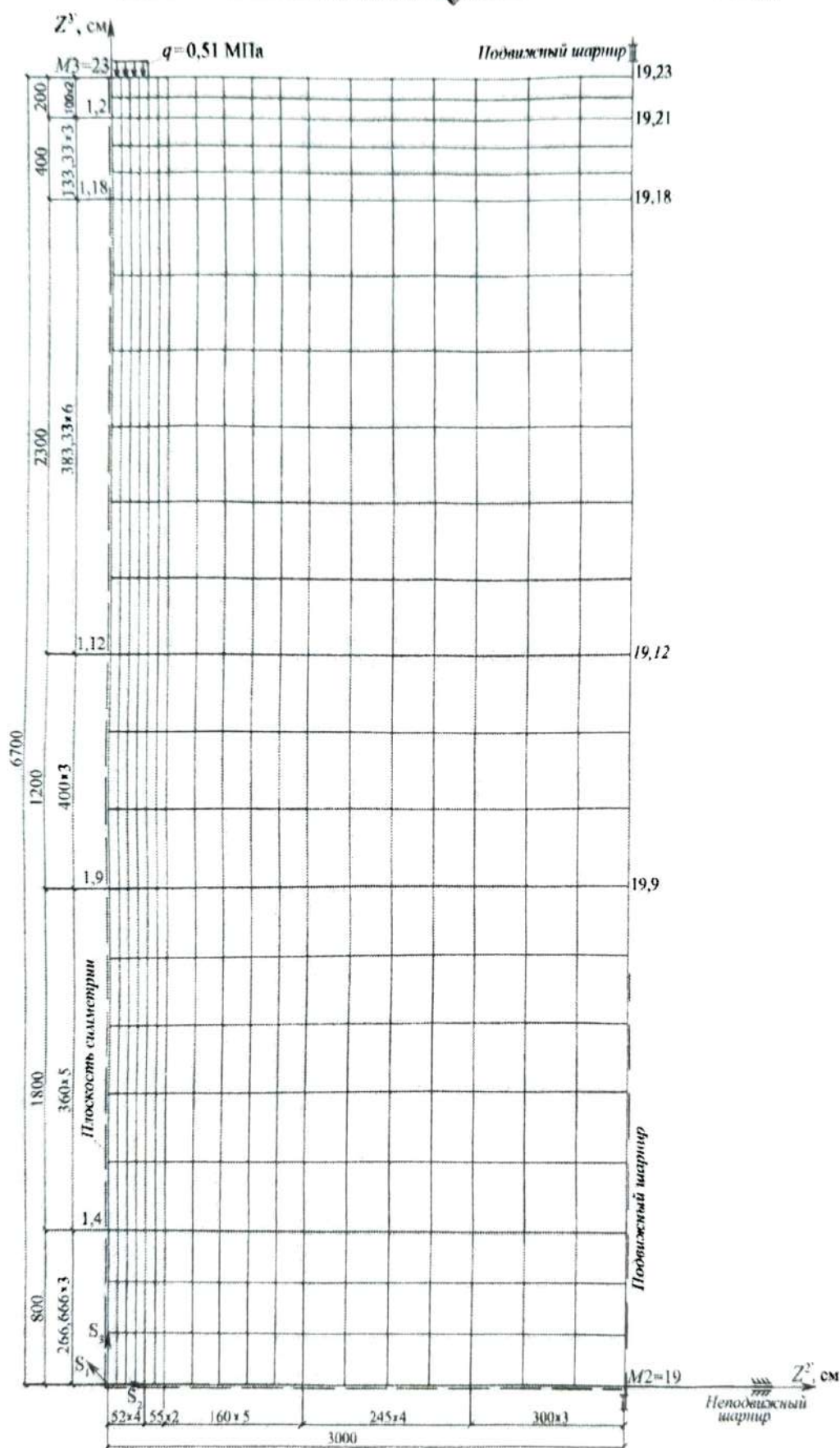


Рис. 6.12. Расчетная схема задачи исследования НДС многослойного полупространства с учетом включений (искусственное покрытие)

2) по нижней грани фрагмента моделируется граница активной зоны грунтового основания, при этом накладываем связи по направлениям глобальной системы координат $Z^{2'}$ и $Z^{3'}$ (неподвижный шарнир);

3) по боковой правой грани – предельной границе расчетного фрагмента по длине вдоль координатной оси $Z^{2'}$ – накладываются связи только на перемещения по направлению $Z^{2'}$ (подвижный шарнир).

Внешнее нагружение в виде полосовой нагрузки: по верхней ограничивающей поверхности полупространства прикладывается равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 5,1 \text{ кгс/см}^2$ на интервале по верхней кромке расчетной схемы с сеточными координатами узлов $S_3 = 23; S_2 = 1 \dots 4$.

Горизонтальные слои, определяющие неоднородность полупространства, моделируются соответственно оболочечной областью с граничными узлами – начальным $N_2 = 1, N_3 = 1$ и конечным $k_2 = 19, k_3 = 4$ – и включениями типа 1 – 5, в том числе искусственным основанием покрытия и эквивалентным слоем самого покрытия. Топологические параметры областей включений следующие: сеточные координаты начальных узлов – S_2^N, S_3^N и конечных – S_2^k, S_3^k :

- 1) $N_2^1 = 1; N_3^1 = 4; k_2^1 = 19; k_3^1 = 9;$
- 2) $N_2^2 = 1; N_3^2 = 9; k_2^2 = 19; k_3^2 = 12;$
- 3) $N_2^3 = 1; N_3^3 = 12; k_2^3 = 19; k_3^3 = 18;$
- 4) $N_2^4 = 1; N_3^4 = 18; k_2^4 = 19; k_3^4 = 21;$
- 5) $N_2^5 = 1; N_3^5 = 21; k_2^5 = 19; k_3^5 = 23.$

Результаты исследования напряженно-деформированного состояния рассматриваемого полупространства конструкции покрытия нежесткого типа во взаимодействии с искусственным и грунтовым основанием на глубину 6,74 м представлены в виде: 1) зон распространения пластических (сдвиговых) деформаций; 2) таблиц значений перемещений и внутренних усилий в характерных сечениях (по плоскости симметрии и ограничивающей верхней поверхности полупространства) от дополнительной внешней нагрузки; 3) графиков-эпюр перемещений, изолиний сжимающих напряжений (изобар) и изолиний сдвигающих напряжений (распор).

На рис. 6.13 представлены области (набор конечных элементов), в которых имеют место только упругие и упругопластические деформации. Сдвиговые деформации незначительной величины (порядка $2,6 \cdot 10^{-4} \dots 6,3 \cdot 10^{-4}$), наблюдаются в песчаном слое практически при нулевом удельном сцеплении $c = 0,02 \text{ кгс/см}^2$. В нижележащем слое (песчаная глина, серо-зеленая) при $c = 0,42 \text{ кгс/см}^2$ пластические деформации не наблюдаются. Пластические деформации в слоях облегченного покрытия и искусственного основания носят характер начального критического состояния, о чем свидетельствуют и их

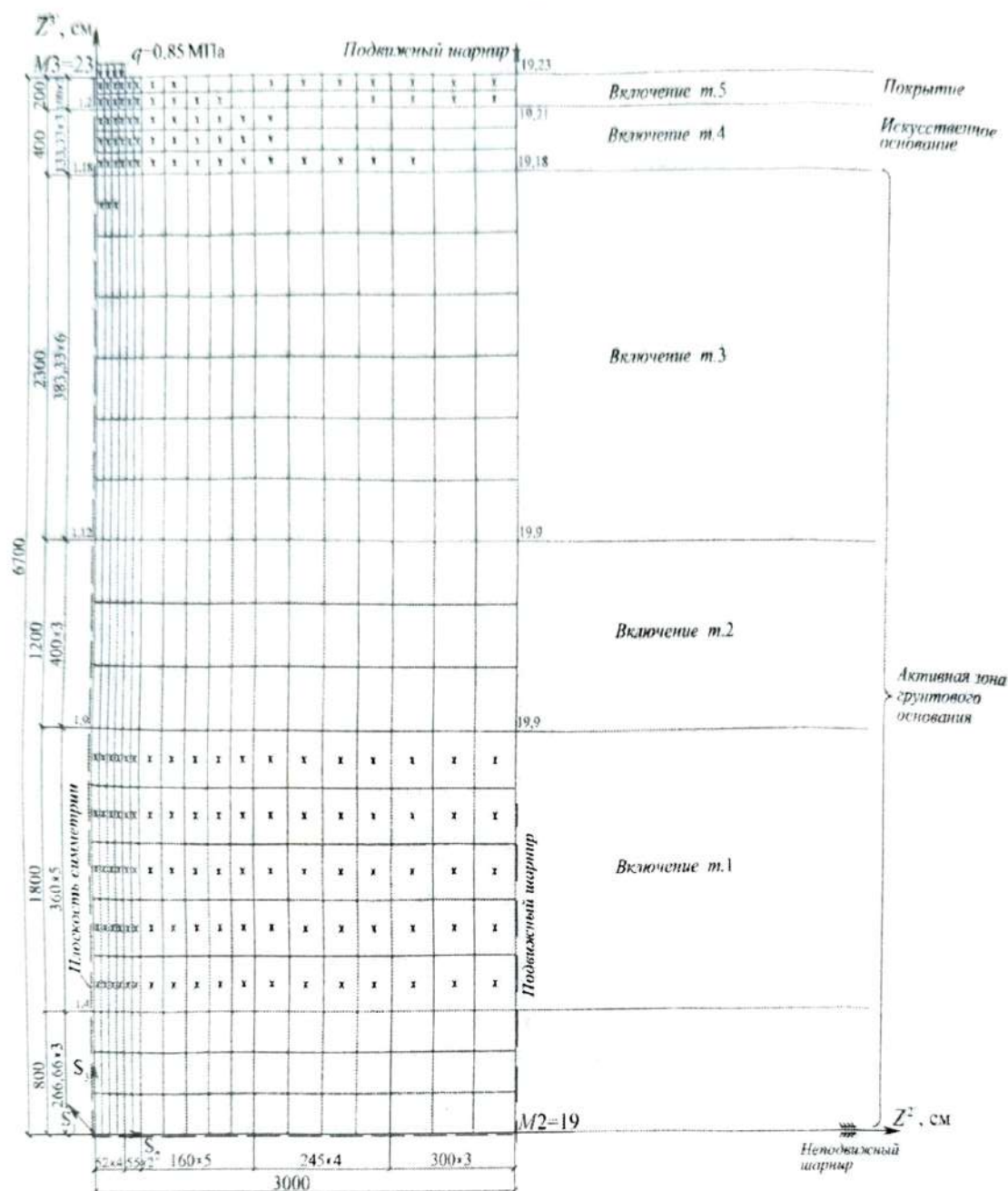


Рис. 6.13. Области развития зон упругопластических деформаций

□ – упругие области; × – области пластических деформаций.

значения: $1,8 \cdot 10^{-3} \dots 1,5 \cdot 10^{-6}$, уменьшение происходит по направлению Z^2 – расширения сдвиговой области от плоскости симметрии к боковой границе полупространства.

Результаты численных исследований в характерных сечениях сведены в табл. 6.12, 6.13 с размещением значений для соответствующих узлов и конечных элементов при расчете с учетом развития пластических деформаций и без учета последних, при этом разница по максимальным перемещениям составляет

$$\Delta u_{837}^{3'} = u_{837}^{3'} - \bar{u}_{837}^{3'} = -10,2 - (-9,07) = -1,13 \text{ мм}; \quad (6.71)$$

$$\frac{\Delta u_{837}^3}{u_{837}^3} \cdot 100 \cong 11,08\%,$$

а по максимальным напряжениям:

$$\Delta \sigma_{799}^{33} = \sigma_{799}^{33} - \bar{\sigma}_{799}^{33} = -5,09 - (-4,66) = -0,43 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\frac{\Delta \sigma_{799}^{33}}{\sigma_{799}^{33}} \cdot 100 \cong 8,48\%,$$

при этом с учетом пластических деформаций наблюдается некоторая концентрация в КЭ, примыкающих к поверхности нагружения. *Перемещения и напряжения в узлах и КЭ, примыкающих к плоскости симметрии полупространства*, представлены в табл. 6.12.

Таблица 6.12

№ точки	№ узла КЭ	Перемещение u^3 , мм		Напряжение σ^{33} , кгс/см ²		Напряжение σ^{23} , кгс/см ²	
		без учета пласт. деформ.	с учетом пласт. деформ.	без учета пласт. деформ.	с учетом пласт. деформ.	без учета пласт. деформ.	с учетом пласт. деформ.
1	799	-9,06	-10,20	-4,66	-5,09	0,20	0,08
2	761	-9,0	-10,17	-3,37	-3,44	0,32	0,52
3	723	-8,85	-9,95	-2,18	-1,79	0,15	0,12
4	685	-8,69	-9,67	-1,48	-1,26	0,10	0,07
5	647	-8,50	-9,36	-1,07	-1,01	0,05	0,034
6	609	-7,48	-8,12	-0,82	-0,83	0,014	0,016
7	571	-6,46	-7,0	-0,65	-0,65	0,008	0,006
8	533	-5,60	-6,09	-0,55	-0,57	0,005	0,005
9	495	-4,86	-5,30	-0,48	-0,50	0,003	0,004
10	457	-4,20	-4,61	-0,43	-0,45	0,002	0,003
11	419	-3,57	-3,94	-0,40	-0,41	0,002	0,002
12	381	-2,85	-3,18	-0,38	-0,39	0,0	0,001
13	343	-2,14	-2,44	-0,37	-0,38	0,0	0,0
14	305	-1,58	-1,82	-0,36	-0,37	0,0	0,0
15	267	-1,31	-1,50	-0,35	-0,36	0,0	0,0
16	229	-1,09	-1,24	-0,34	-0,36	0,0	0,0
17	191	-0,87	-0,98	-0,34	-0,35	0,0	0,0
18	153	-0,66	-0,72	-0,33	-0,35	0,0	0,0
19	115	-0,45	-0,48	-0,33	-0,34	0,0	0,0
20	77	-0,30	-0,31	-0,33	-0,34	0,0	0,0
21	39	-0,15	0,15	-0,33	-0,34	0,0	0,0
22	1	0,0	0,00	-0,33	-0,34	0,0	0,0

Характер распределения напряжений представлен в виде изолиний давлений – изобар на рис. 6.14 и сдвиговых напряжений – распор на рис. 6.15. Некоторая извилистость изолиний свидетельствует о неоднородности грунтового многослоя, но общий характер изолиний, полученных в рассматриваемой задаче, соответствует известным классическим примерам, представленным в [12, 40, 43]:

– изобары строго симметричны относительно вертикальной плоскости симметрии и уменьшаются в 10 раз на относительной глубине $\frac{z}{b} \approx 5,5 \dots 6,0$;

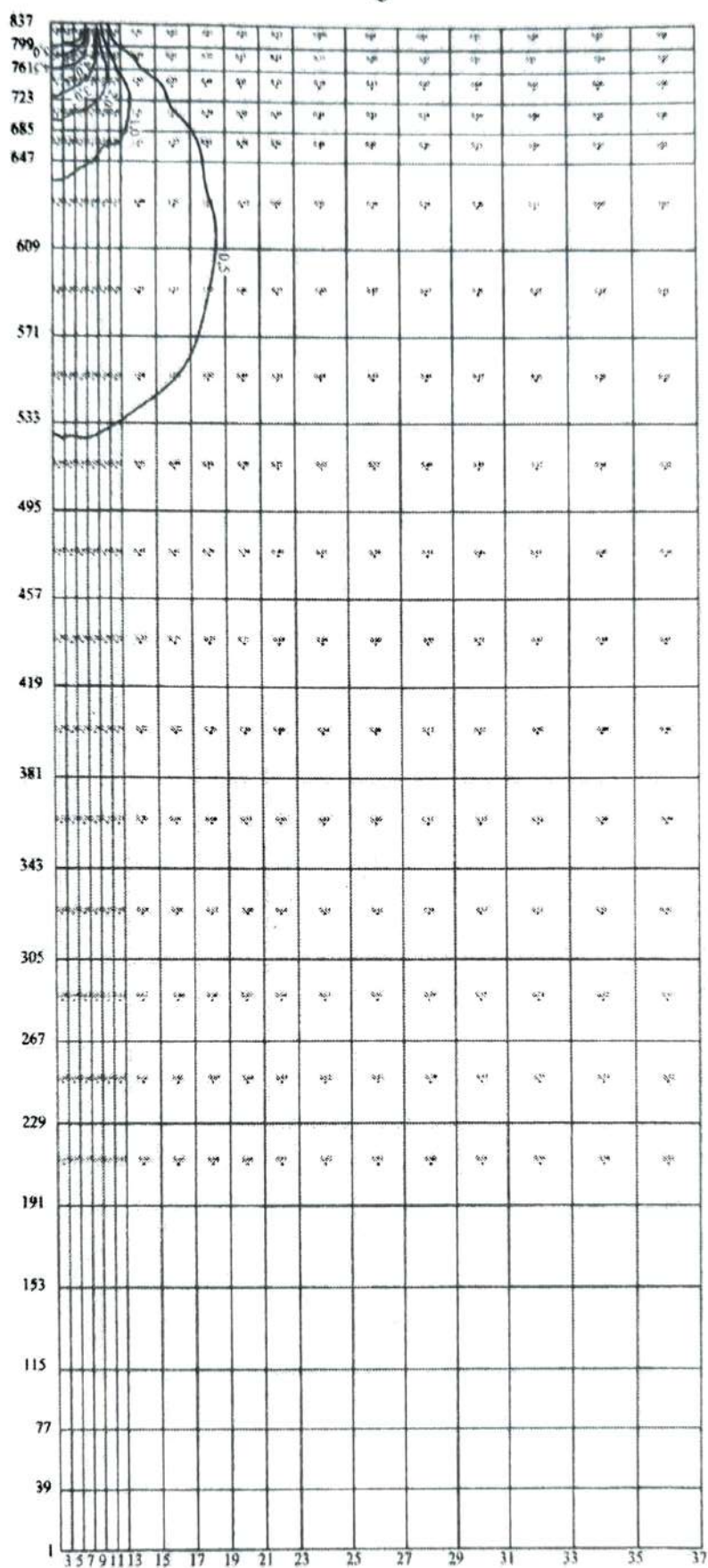
– сдвиговые значения напряжений достигают величины $0,5p$ (до $2,5 \text{ кгс/см}^2$), и ось симметрии „распор“ поворачивается на угол $\alpha = \arctg 1,37 \cong 54^\circ$.

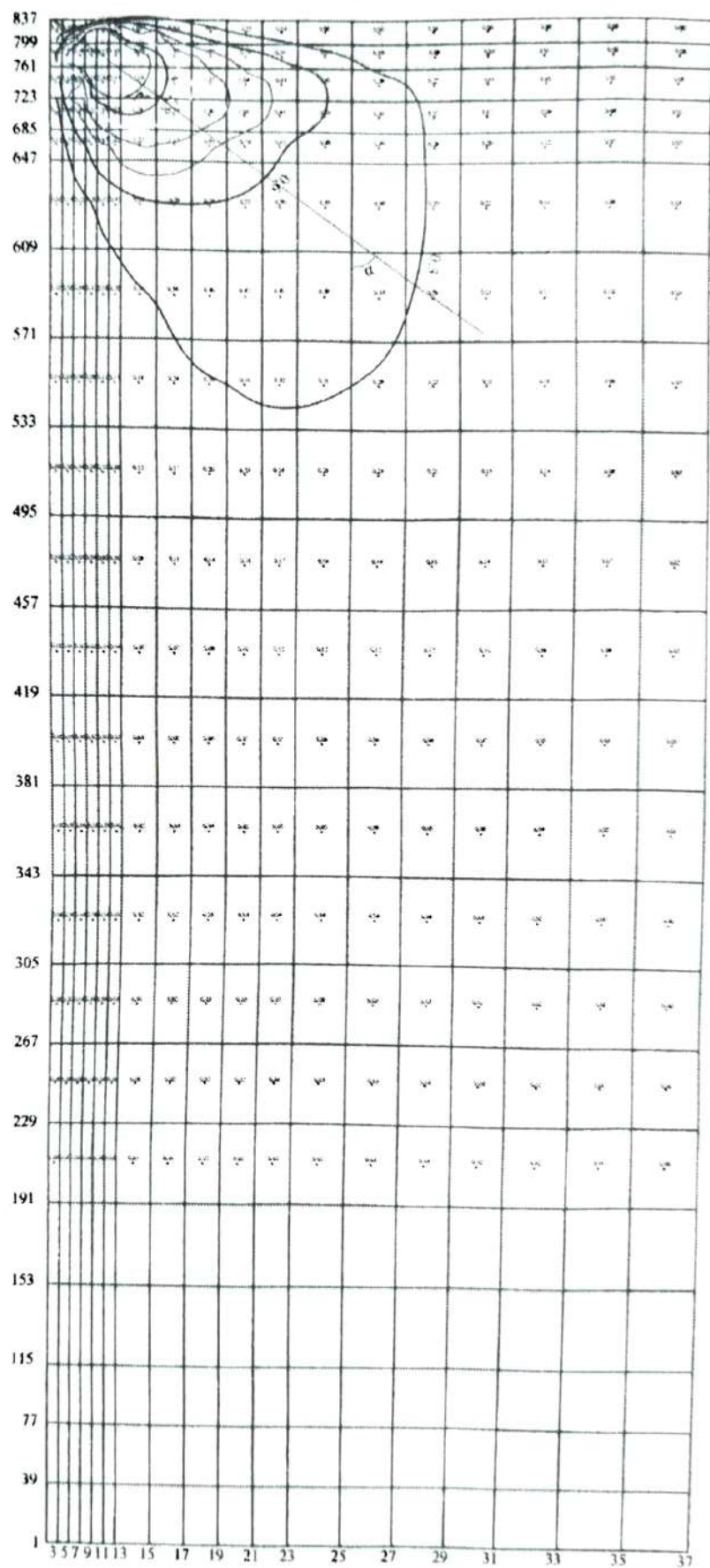
Используя результаты определения прогибов по формулам (6.50), (6.60) и перемещений u_N^3 верхней ограничивающей поверхности полупространства численного расчета, построим эпюры прогибов поверхности нежесткого покрытия и адекватной ему численной дискретной модели полупространства.

Перемещения и напряжения в узлах и КЭ на верхней грани полупространства, представлены в табл. 6.13.

Таблица 6.13

№ точки	№ узла КЭ	Перемещение u^3 , мм		№ узла КЭ	Напряжение σ^{33} , кгс/см ²		Напряжение σ^{23} , кгс/см ²	
		без учета пласт. деформ.	с учетом пласт. деформ.		без учета пласт. деформ.	с учетом пласт. деформ.	без учета пласт. деформ.	с учетом пласт. деформ.
1	837	-9,07	-10,20	799	-4,66	-5,09	0,08	0,20
2	839	-9,05	-10,16	801	-4,60	-5,02	0,3	0,61
3	841	-9,01	-10,07	803	-4,46	-4,50	0,8	1,11
4	843	-8,93	-9,92	805	-3,40	-2,91	1,78	1,94
5	845	-8,82	-9,73	807	-1,41	-1,26	1,83	1,99
6	847	-8,67	-9,51	809	-0,51	-0,44	1,18	1,35
7	849	-8,53	-9,31	811	-0,29	-0,26	0,78	0,91
8	851	-8,06	-8,70	813	-0,002	-0,003	0,48	0,57
9	853	-7,57	-8,09	815	-0,016	-0,018	0,30	0,40
10	855	-7,07	-7,50	817	-0,004	-0,005	0,19	0,30
11	857	-6,58	-6,94	819	-0,03	-0,014	0,14	0,23
12	859	-6,11	-6,42	821	-0,02	-0,04	0,10	0,17
13	861	-5,45	-5,70	823	-0,01	-0,02	0,04	0,11
14	863	-4,86	-5,08	825	0,0	0,0	0,0	0,07
15	865	-4,37	-4,56	827	0,0	0,0	0,0	0,04
16	867	-3,97	-4,14	829	0,0	0,0	0,0	0,02
17	869	-3,61	-3,76	831	0,0	0,0	0,0	0,01
18	871	-3,39	-3,54	833	0,0	0,0	0,0	0,0
19	873	-3,32	-3,46	835	0,0	0,0	0,0	0,0

Рис. 6.14. Изолинии сжимающих напряжений σ^{33} (изобары)

Рис. 6.15. Изолинии сдвиговых напряжений σ^{23} (распоры)

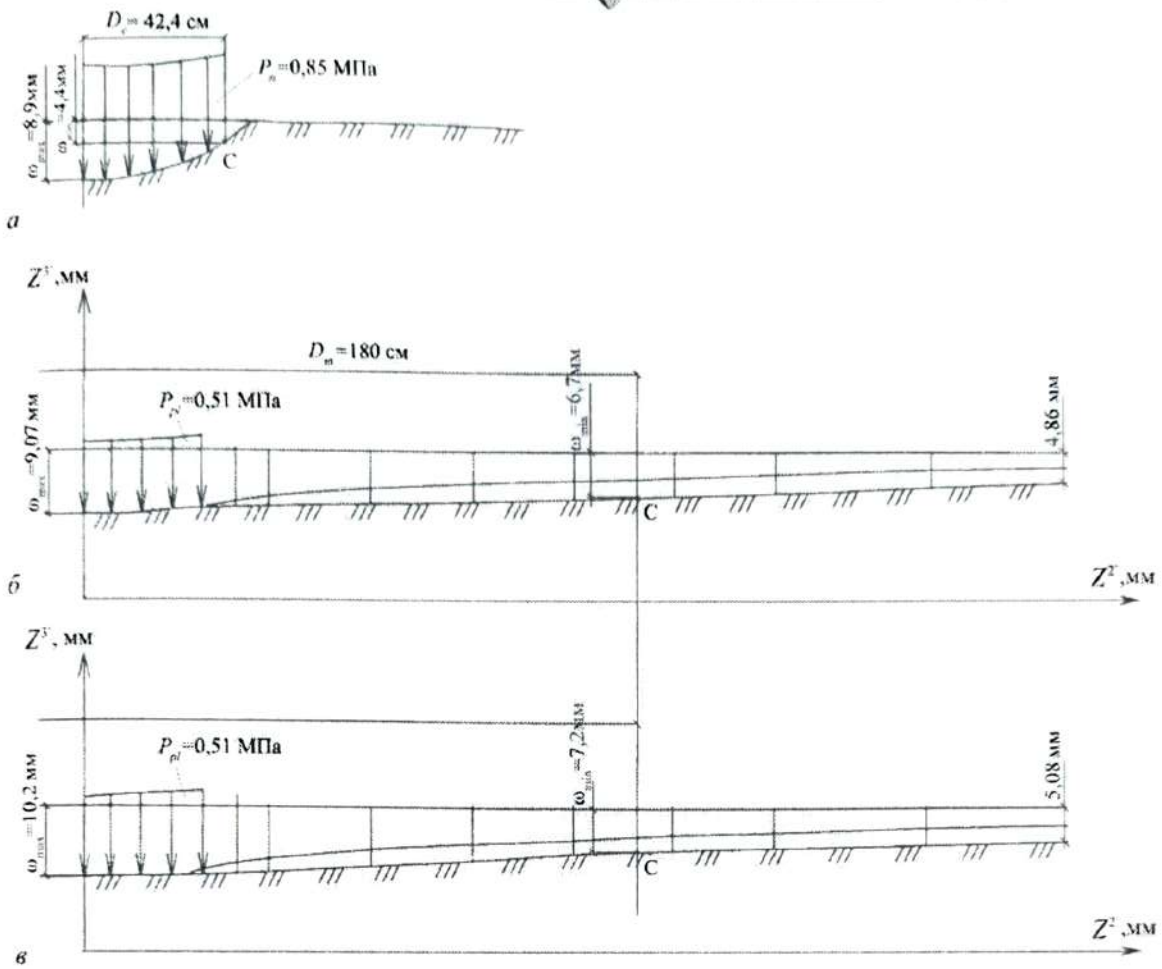


Рис. 6.16. Эпюры прогибов верхней ограничивающей поверхности многослойного полупространства: а – характер эпюры прогибов при инженерном расчете нежесткого аэродромного покрытия; б – эпюра прогибов исследуемого полупространства без учета развития пластических деформаций; в – эпюра прогибов полупространства с учетом развития пластических деформаций

На рис. 6.16 представлены эпюры прогибов верхней ограничивающей поверхности. По характеру деформирования поверхности покрытия, показанному на рис. 6.16,а (аналитический расчет по формуле Буссинеску [43]) и на рис. 6.16,б, можно сделать вывод, что чаша прогиба при колесном воздействии по результатам численного расчета в несколько раз превышает диаметр $D_e = 42,4$ см. По наименьшим критериям деформирования, исходя из приближения к точке перегиба функции $u_N^{3'} = f(z^{2'})$, диаметр чаши составляет $D_q = 180$ см; отсюда относительный прогиб нежесткого покрытия

$$\bar{\lambda}d = \frac{u_{\max}^{3'}}{D_q} = \frac{10,2}{1800} \cong 0,0057. \quad (6.72)$$

Для использования формул инженерного расчета по деформациям, принятых в устаревших нормативных документах [4], предлагается уточнить формулу (6.50), введя коэффициент k_y с использованием значений (6.59) и (6.72):

$$k_y \lambda_d = \bar{\lambda}_d; \quad k_y = \frac{\bar{\lambda}_d}{\lambda_d} = \frac{0,0057}{0,021} \cong 0,27. \quad (6.73)$$

Принимаем $k_y = 0,30$.

Кроме того, следует уточнить формулу определения абсолютных прогибов (6.50), введя уточненный коэффициент условий работы нежесткого покрытия с учетом некоторых деформаций сдвига в предельном состоянии:

$$\bar{\gamma}_c = \frac{u_{\max}^{3'}(pl)}{u_{\max}^{3'}(ynp)} = \frac{-10,20}{-9,07} = 1,12. \quad (6.74)$$

Принимаем $\gamma_c \cong \bar{\gamma}_c \cong 1,1$.

Тогда окончательно уточненная формула (6.74) инженерного расчета по допустимым деформациям для нежестких аэродромных покрытий будет иметь вид:

$$\lambda_d \leq \frac{1}{k_y} \gamma_c \lambda_u; \quad \gamma_c = 1,1; \quad k_y = 0,3. \quad (6.75)$$

С учетом предлагаемой формулы (6.75) проверка условия допустимых деформаций расчета рассматриваемого примера будет следующей:

$$\lambda_d = 0,021 < \frac{1}{0,3} \cdot 1,1 \cdot \lambda_u = 0,0218; \quad (6.76)$$

погрешность

$$\frac{(0,021 - 0,0218)100}{0,0218} \cong -3,7\% < 5\%.$$

Таким образом, рассматриваемое нежесткое покрытие в предельном состоянии по показателю относительного прогиба удовлетворяет нормативным требованиям.

6.5. Численный расчет дискретной модели комбинированного полупространства, включающего конструкцию жесткого покрытия и активную часть многослойного грунтового основания с учетом развития упругопластических деформаций

Для определения влияния развития пластических деформаций в грунтовом основании жесткого покрытия в процессе нормативного срока эксплуатации, т.е. в процессе фильтрационной консолидации [43], рассмотрим пример жесткого покрытия при воздействии воздушного судна А380-800 (см. п. 4.2). Четырехколесная основная опора самолета моделируется одноколесной опорой, при этом давление в пневматике $P_a = 1,25$ МПа (см. п. 4.7). Это нагружение сводится к нагружению плоского полупространства полосовой нагрузкой (см. п. 6.4). При такой постановке мы можем получить адекватное напряженное состояние при максимальном изгибающем моменте $M_{\max} = -16310$ кгс·м/м ($-163,1$ кНм/м) (см. п. 4.6) и максимальном перемещении $u'_{\max} = -2,08$ мм. В случае возникновения в

многослойном неоднородном полупространстве упругопластических деформаций разницу по внутренним усилиям (изгибающим погонным моментам и максимальным деформациям) будем считать обусловленной влиянием развития консолидированных пластических деформаций, т.е. асимптотически приближенных к полным по истечении времени, определенного сроком эксплуатации.

В соответствии с формулами в п. 4.7 имеем для эквивалентной одноколенной опоры:

$$F_d^e = 819,4 \text{ кН}; \quad (6.77)$$

$$R_e^e = 0,457 \text{ м}; \quad a_e \cong 0,8 \text{ м}; \quad \frac{a_e}{2} = 0,4 \text{ м} = 40 \text{ см}.$$

С учетом приведения прямоугольной равномерно распределенной нагрузки (по квадрату $a_e \times a_e \Rightarrow 80 \times 80 \text{ см}$) к полосовой нагрузке шириной $b = 80 \text{ см}$ уточняем интенсивность равномерно распределенной нагрузки квадратного колесного отпечатка с давлением $p_a = 12,5 \text{ МПа}$ (см. п. 6.4), для чего строим табл. 6.14, используя данные в [43] и начиная с относительной глубины $\frac{z}{b} = 1,5$. По данным табл. 6.14 определяем осредненный коэффициент $k_p = k_o^1 / k_o^\infty$ (рассмотрено 2 варианта $q^{(1)}$ и $q^{(2)}$):

$$k_p^{cp(1)} = \frac{0,485 + 0,368 + 0,276 + 0,061}{4} = 0,293, \quad (6.78)$$

$$k_p^{cp(2)} = \frac{0,368 + 0,276 + 0,061}{3} = 0,235.$$

Принимаем $k_p^{cp(1)} = 0,29$; $k_p^{cp(2)} = 0,24$, тогда значение интенсивности полосовой нагрузки будет следующее:

$$q^{(1)} = k_p^{cp(1)} P_a = 0,29 \cdot 1,25 \cong 0,36 \text{ МПа} = 3,6 \text{ кгс/см}^2; \quad (6.79)$$

$$q^{(2)} = k_p^{cp(2)} P_a = 0,24 \cdot 1,25 \cong 0,3 \text{ МПа} = 3,0 \text{ кгс/см}^2.$$

Определение коэффициента уменьшения интенсивности полосовой нагрузки представлено в табл. 6.14.

Таблица 6.14

№ точки	$\frac{z}{b}$	k_o		$k_p = \frac{k_o^1}{k_o^\infty}$	k_p^{cp}
		$\frac{l}{b} = 1$	$\frac{l}{b} = \infty$		
1	1,5	0,194	0,40	0,485	0,29
2	2	0,114	0,31	0,368	
3	3	0,058	0,21	0,276	
4	5	0,008	0,13	0,061	

Используя значения физико-механических характеристик, определенных для материала условной бетонной плиты покрытия перрона для нового терминала в аэропорту

Борисполь: $t_e = h_e = 74$ см; $E_{(e)} = 3,392 \cdot 10^5$ кгс/см²; $\nu_e = 0,2317$ и $\gamma_{cp} = 0,002858$ кгс/см³, а также физико-механические характеристики инженерно-геологических элементов активной зоны грунтового основания, строим плоскую дискретную модель единичного полупространства.

На рис. 6.17 представлена расчетная схема плоской задачи определения напряженно-деформированного состояния бетонной (условной) плиты покрытия при ее взаимодействии с активной зоной грунтового полупространства глубиной 6 м, состоящей из четырех неоднородных изотропных грунтовых слоев (характеристики указаны на рисунке) с использованием данных по инженерно-геологическим элементам (п. 4.1):

– ИГЭ-2 – супесь лессовидная, макропористая – толщина слоя 170 см, $E_0 = 108$ кгс/см², $\varphi = 20^\circ$, $c = 0,36$ кгс/см², $\nu_0 = 0,32$, $\rho = 0,00192$ кг/см³;

– ИГЭ-3 – супесь пылеватая пластичной консистенции – толщина слоя 120 см, $E_0 = 108$ кгс/см², $c = 0,24$ кгс/см², $\nu_0 = 0,31$, $\rho = 0,00189$ кг/см³;

– ИГЭ-4 – песок мелкий, малой степени водонасыщения, рыхлый с прослойками пылеватого песка – толщина слоя 150 см, $E_0 = 471$ кгс/см², $c = 0,005$ кгс/см², $\nu_0 = 0,31$, $\rho = 0,0016$ кг/см³;

– ИГЭ-3 – (см. выше) – толщина слоя 160 см.

Всего толщина активного грунтового основания

$$H_c = h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = 170 + 120 + 150 + 160 = 600 \text{ см.}$$

Расчетная схема для рассматриваемой задачи построена с учетом симметрии относительно плоскости, проходящей через центральную ось полосового нагружения шириной $b = 80$. Расчетный фрагмент полупространства имеет размеры: 1125 см (ширина) и 674 см (глубина – высота), толщина – 1 см (см. рис. 6.17). Размеры регулярной области: $S_1 = M1 = 2$, $S_2 = M2 = 23$, $S_3 = M3 = 23$, т.е. $2 \times 23 \times 23$, что соответствует конечноэлементной модели (КЭ-модели) из 484 КЭ, числу узлов КЭ-модели 1058 и числу разрешающих уравнений $k = 3174$ без учета накладываемых связей. Граничные условия расчетной схемы (см. рис. 6.17) следующие:

1) по плоскости симметрии, которая соответствует координатной плоскости OZ^1Z^2 , накладываются связи на перемещения и углы поворота по направлению Z^2 ;

2) нижняя грань полупространства моделирует границу активной зоны грунтового основания в виде неподвижного шарнира – накладываются связи на узловые перемещения по направлениям Z^2 и Z^3 ;

3) по боковой правой грани полупространства моделируется линия подвижного шарнира в пределах начального и конечного узлов с сеточными координатами $N_2 = M2$, $N_3 = 1$; $k_2 = M2$, $k_3 = M3$;

4) верхняя грань полупространства – свободный край расчетного фрагмента.

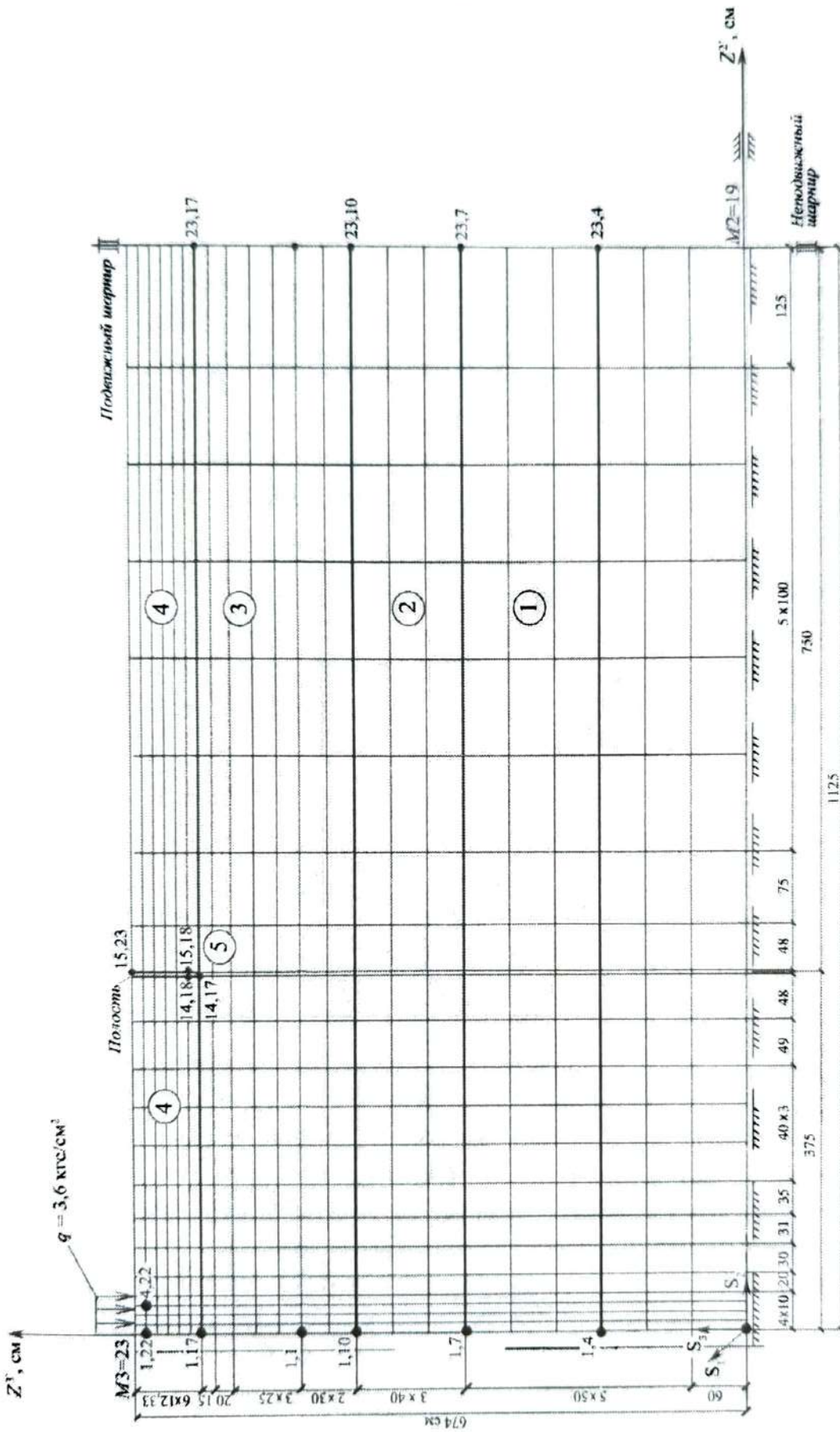


Рис. 6.17. Расчетная схема плоской задачи определения НДС плиты покрытия при ее взаимодействии с грунтовым полупространством

Полосовая равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $3,6 \text{ кгс/см}^2$ ($3,0 \text{ кгс/см}^2$) прикладывается по левому краю верхней кромки полупространства на узловом интервале с сеточными координатами $S_2 = 1 \dots 5$; $S_3 = 23$. Горизонтальные однородные изотропные слои (для каждого отдельно взятого слоя), определяющие неоднородность полупространства, когда отношения модулей упругости (или общих модулей деформации грунта) достигают трех порядков, включая следующие области (см. рис. 6.17):

- собственно область оболочки (комплекс универсальный – в общем случае предназначен для гибких оболочек), определяемая физико-механическими характеристиками ИГЭ-3, с граничными узлами $N_2^0 = 1$, $N_3^0 = 1$; $k_2^0 = M2$; $k_3^0 = 4$;

- включение – тип 1 определяется элементом ИГЭ-4 с граничными узлами $N_2^1 = 1$, $N_3^1 = 4$; $k_2^1 = M2$; $k_3^1 = 7$;

- включение – тип 2 определяется по физико-механическим характеристикам элементом ИГЭ-3 с граничными узлами $N_2^2 = 1$, $N_3^2 = 7$; $k_2^2 = M2$; $k_3^2 = 10$;

- включение – тип 3 определяется по физико-механическим характеристикам элементом ИГЭ-2 с граничными узлами $N_2^3 = 1$, $N_3^3 = 10$; $k_2^3 = M2$; $k_3^3 = 17$;

- включение – тип 4 (два фрагмента) определяется бетонной плитой с указанными выше физико-механическими характеристиками материала условной плиты до стыкового соединения, граничные узлы следующие: $N_2^4 = 1$, $N_3^4 = 17$; $k_2^4 = 14$, $k_3^4 = 23$;

- включение – тип 4 определяется физико-механическими характеристиками условной плиты после стыкового соединения с граничными узлами $N_2^4 = 15$, $N_3^4 = 17$; $k_2^4 = M2$, $k_3^4 = M3$.

Стыковые соединения моделируются по аналогии с конструктивной схемой, описанной в п. 4.5: на глубину $\frac{5}{6}t_{pe} = \frac{5}{6} \cdot 74 = 61,666 \text{ см}$ – полость, на высоту

$h_5 = \frac{1}{6}t_{pe} = \frac{1}{6} \cdot 74 = 12,333 \text{ см}$ включение – тип 5 – песчаный бетон с физико-механическими

характеристиками $E = 5,2 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2$, $E_t = 1,1 \cdot 10^2 \text{ кгс/см}^2$, $\sigma_t = 100 \text{ кгс/см}^2$, $\nu = 0,28$ (см. гл. 2).

После решения задачи исследования НДС рассматриваемой конструкции жесткого аэродромного покрытия, в плоской постановке задачи (в двух вариантах – с учетом развития упругопластических деформаций в плоском полупространства и без учета упругопластических деформаций), получены следующие результаты.

На рис. 6.18 и 6.19 представлены зоны развития упругопластических деформаций в трех вариантах нагружения:

- на рис. 6.18: 1) только от собственного веса всех элементов полупространства – КЭ помечены знаком 0; 2) от собственного веса и полосовой нагрузки – КЭ помечены знаком х (дополнительно к зонам 0);

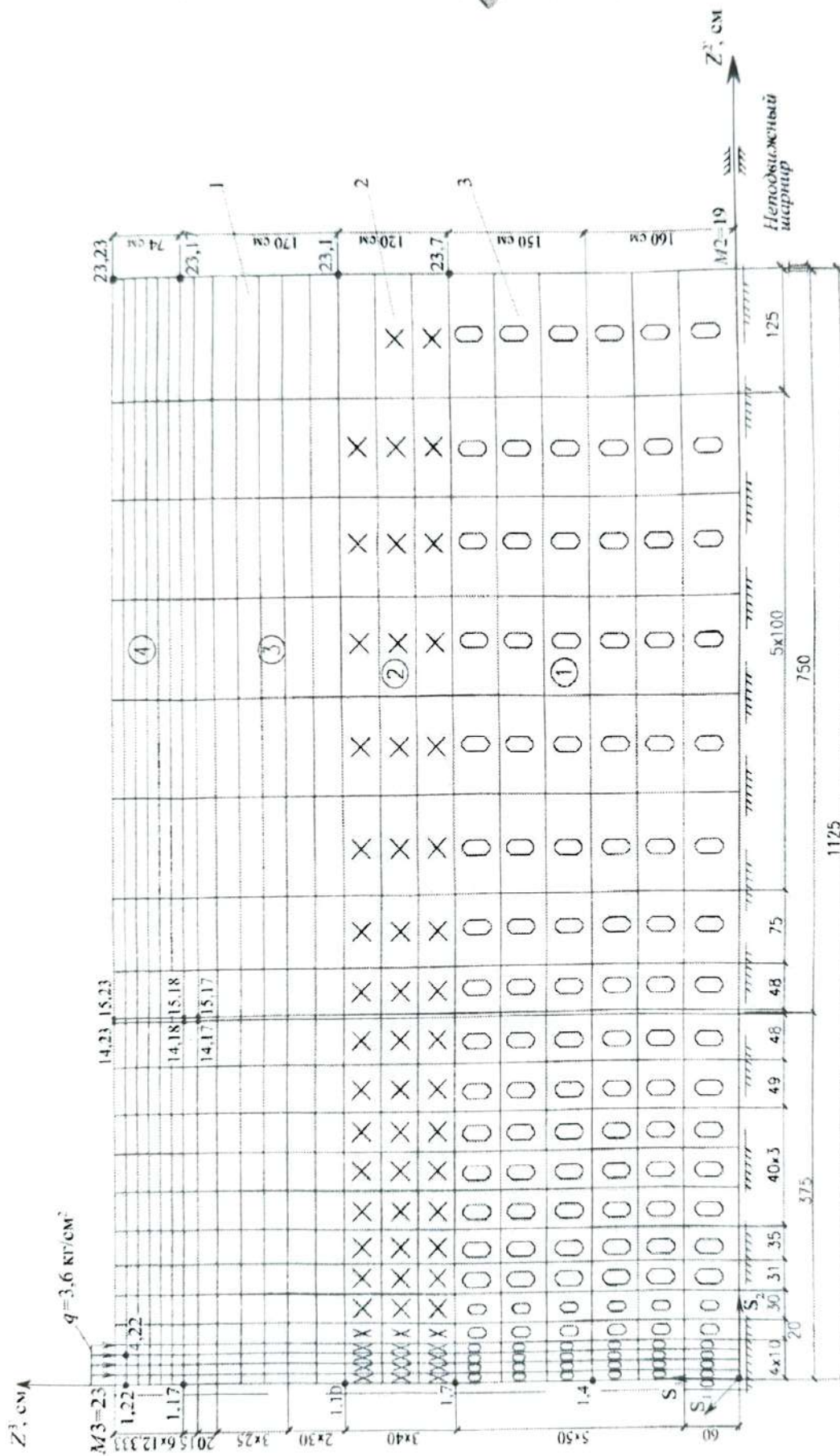


Рис. 6.18. Развитие зон пластических деформаций: 1 – упругие области; 2 – упругопластические деформации от собственного веса грунта и поперечной нагрузки; 3 – упругопластические деформации только от собственного веса грунта

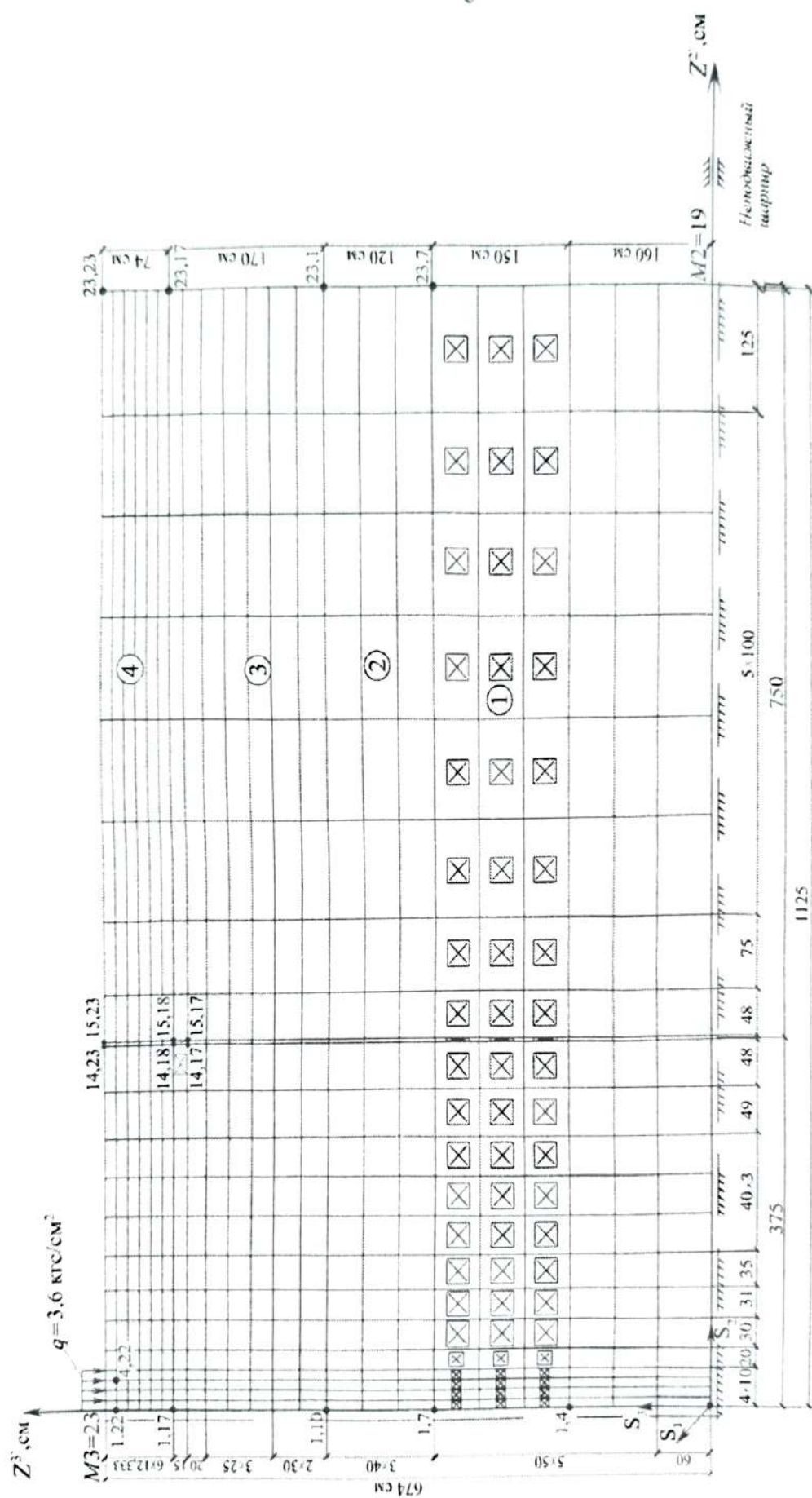


Рис. 6.19. Зоны пластических деформаций только от полосовой нагрузки и веса плиты

– на рис. 6.19 представлены зоны упругих и упругопластических деформаций по третьему варианту нагружения – только от полосовой нагрузки и собственного веса бетонной плиты покрытия – КЭ помечены знаком $\boxtimes$.

По характеру распределения зон упругопластических деформаций и их величине можно сделать выводы:

– от собственного веса наблюдаются незначительные по величине сдвиговые деформации в двух нижних слоях – ИГЭ-3, ИГЭ-4 – порядка $1,0 \cdot 10^{-3} \dots 1,0 \cdot 10^{-4}$;

– от полосовой нагрузки и собственного веса бетонной плиты наблюдаются сдвиговые деформации в слое ИГЭ-4 также незначительной величины – порядка $1,0 \cdot 10^{-3}$ в одном КЭ в подстилающем слое покрытия (элемент ИГЭ-2) в месте стыкового соединения плит. Последнее обстоятельство свидетельствует, что плита с центральным нагружением работает в виде штампа конечной жесткости, когда по краям начинают развиваться сдвиговые деформации.

Результаты решения рассматриваемого примера по перемещениям и напряжениям в характерных сечениях сведены в таблицы и соответственно им построены эпюры перемещений и напряжений. В табл. 6.15 представлены значения узловых перемещений по верхней горизонтальной поверхности полупространства – прогибы бетонной плиты покрытия – от трех видов нагружений (аналогично нагружениям при определении зон упругопластических деформаций) и соответственно в двух состояниях – при учете пластических деформаций и без учета последних. Интерес представляют прогибы от дополнительных нагружений полупространства, но напряжения при этом должны учитываться суммарные – от собственного веса слоев (в процессе эволюции) и от полосовой (дополнительной) нагрузки. В связи с этим на рис. 6.20,а построены эпюры перемещений разности вертикальных прогибов $u_N^3 = f(Z^2)$ от суммарного нагружения и собственного веса, а также от имитирующего эту разность дополнительного нагружения только от полосовой нагрузки и веса бетонной плиты. Из рисунка видно, что нижний график со сплошной линией и пунктирной качественно и количественно хорошо согласуются по величине значений узловых перемещений $u_{N(o)}^3 - u_{N(c)}^3 = f(Z^2)$, в 5 – 6 раз превышающих значения перемещений, получаемых в расчетах гибких плит на упругом винклеровском основании (см. гл. 1, 4, 5). Указанное выше отличие по перемещениям обусловлено многими причинами:

– модель нелинейно-деформированного полупространства точнее модели прямой пропорциональности;

– учет развития упругопластических деформаций при определении прогибов дает вклад (см. табл. 6.15) в сторону увеличения:

$$\Delta\% = \frac{\{[u_{N(o)}^3 - u_{N(c)}^3]_{(p)} - [u_{N(o)}^3 - u_{N(c)}^3]_{(e)}\} 100}{[u_{N(o)}^3 - u_{N(c)}^3]_{(e)}} = \frac{[-12,92 - (-11,82)] 100}{-11,82} \cong 9,3\%; \quad (6.80)$$

Таблица 6.15

№ точки	№ узла КЭ	Перемещение $u_{N(p)}^z$ с учетом развития пластических деформаций		
		Собственный вес и полосовая нагрузка $u_{N(o)}^z$, мм	Собственный вес грунта $u_{N(c)}^z$, мм	Перемещения от дополнительной нагрузки на полупространство $u_{N(o)}^z - u_{N(c)}^z$, мм
1	2	3	4	5
1	1013	(-26,9) -28,03	-13,98	(-12,92) -14,05
2	1015	-28,03	-13,98	-14,05
3	1017	-28,03	-13,98	-14,05
4	1019	-28,03	-13,98	-14,05
5	1021	-28,03	-13,98	-14,05
6	1023	-27,98	-13,98	-14,0
7	1025	-27,91	-13,98	-13,93
8	1027	-27,83	-13,98	-13,85
9	1029	-27,71	-13,98	-13,73
10	1031	-27,55	-13,98	-13,57
11	1033	-27,38	-13,98	-13,40
12	1035	-27,19	-13,98	-13,21
13	1037	-26,94	-13,98	-12,96
14	1039	(-25,7) -26,69	-13,98	(-11,72) -12,71
15	1041	(-25,1) -25,87	-13,98	(-11,12) -11,89
16	1043	-25,53	-13,98	-11,55
17	1045	-25,05	-13,98	-11,07
18	1047	-24,35	-13,98	-10,37
19	1049	-23,78	-13,98	-9,80
20	1051	-23,30	-13,98	-9,32
21	1053	-22,94	-13,98	-8,96
22	1055	22,71	-13,98	-8,73
23	1057	(-22,3) -22,60	-13,98	(-8,32) -8,62

Продолжение табл. 6.15

Перемещение $u_{N(c)}^{3'}$ без учета развития пластических деформаций			$u_{N(pl)}^{3'}$ с учетом полосовой нагрузки и веса плиты	
Собственный вес и полосовая нагрузка $u_{N(c)}^{3'}$, мм	Собственный вес грунта $u_{N(c)}^{3'}$, мм	Перемещения от дополнительной нагрузки на полупространство	с учетом пластических деформаций	без учета пластических деформаций
6	7	8	9	10
-23,26	-11,44	-11,82	(-11,90) -12,92	(-11,63) -12,63
-23,25	-11,44	-11,81	-12,92	-12,63
-23,25	-11,44	-11,81	-12,92	-12,63
-23,24	-11,44	-11,80	-12,91	-12,62
-23,23	-11,44	-11,79	-12,89	-12,61
-23,20	-11,44	-11,76	-12,86	-12,58
-23,14	-11,44	-11,70	-12,80	-12,51
-23,05	-11,44	-11,61	-12,72	-12,43
-22,94	-11,44	-11,50	-12,60	-12,31
-22,78	-11,44	-11,34	-12,45	-12,16
-22,61	-11,44	-11,17	-12,27	-11,99
-22,42	-11,44	-10,98	-12,09	-11,80
-22,18	-11,44	-10,74	-11,85	-11,56
21,94	-11,44	-10,50	(-10,80) -11,61	-11,32
21,15	-11,44	-9,71	(-10,1) -11,82	-10,53
-20,83	-11,44	-9,390	-10,50	-10,21
-20,34	-11,44	-8,90	-10,02	-9,72
-19,73	-11,44	-8,29	-9,41	-9,11
-19,20	-11,44	-7,76	-8,88	-8,60
-18,75	-11,44	-7,31	-8,44	-8,13
-18,42	-11,44	-6,98	-8,11	-7,79
-18,20	-11,44	-6,76	-7,90	-7,58
-18,10	-11,44	-6,66	(-7,63) -7,80	(-7,34) -7,48

– рассматриваемая модель нелинейного деформирования достаточно точно учитывает смещение элементов полупространства как жесткого целого, причем эти перемещения не вызывают напряженное состояние, т.е. если рассматривать центральную плиту как смещаемый штамп, то изгибные внутренние напряжения обусловлены разностью прогибов центра плиты и ее краев (локальная работа плиты обеспечена удачной моделью стыкового соединения плит, что подтверждается наличием точки перегиба функций прогибов на рис. 6.20, а), т.е. имеем

$$\Delta u_N^{3'} = \Delta u_{1013}^{3'} - \Delta u_{1039}^{3'} = -12,92 - (-11,72) = -1,2 \text{ мм}, \quad (6.81)$$

что вполне согласуется с аналитическими расчетами в гл. 1.

В табл. 6.16 и 6.17 приведены напряжения сжатия σ_N^{33} соответственно по вертикальной плоскости симметрии $OZ^1Z^{3'}$ и по подошве плиты покрытия. По этим результатам построены эпюры давлений (напряжения σ_N^{33}), представленные на рис. 6.20, б и 6.21. Эпюра давлений на рис. 6.20, б график слева от оси $OZ^{3'}$ включает только бытовое давление – (отсчет ординат от оси $OZ^{3'}$ влево) и график дополнительного давления – справа (отсчет ординат от $OZ^{3'}$ вправо). График давлений по сечению плиты показывает резкое снижение давления от верхней поверхности плиты до подошвы (от $3,6 \text{ кгс/см}^2$ до $0,48 \text{ кгс/см}^2$), что совместно с графиком функции давлений по подошве (см. рис. 6.21) свидетельствует о равномерно распределенной передаче полосовой нагрузки по ширине $0,8 \text{ м}$ на подошву грунтового основания по всей плите шириной $7,5 \text{ м}$. Имеется незначительная концентрация давления ($0,59 \text{ кгс/см}^2$) в месте стыкового соединения плит. Из графика функции давления $\sigma_{(g+q)}^{33} = f(Z^{3'})$ видно, что давление от подошвы плиты до границы активной зоны грунтового основания практически не изменяется ($0,48 \dots 0,45 \text{ кгс/см}^2$).

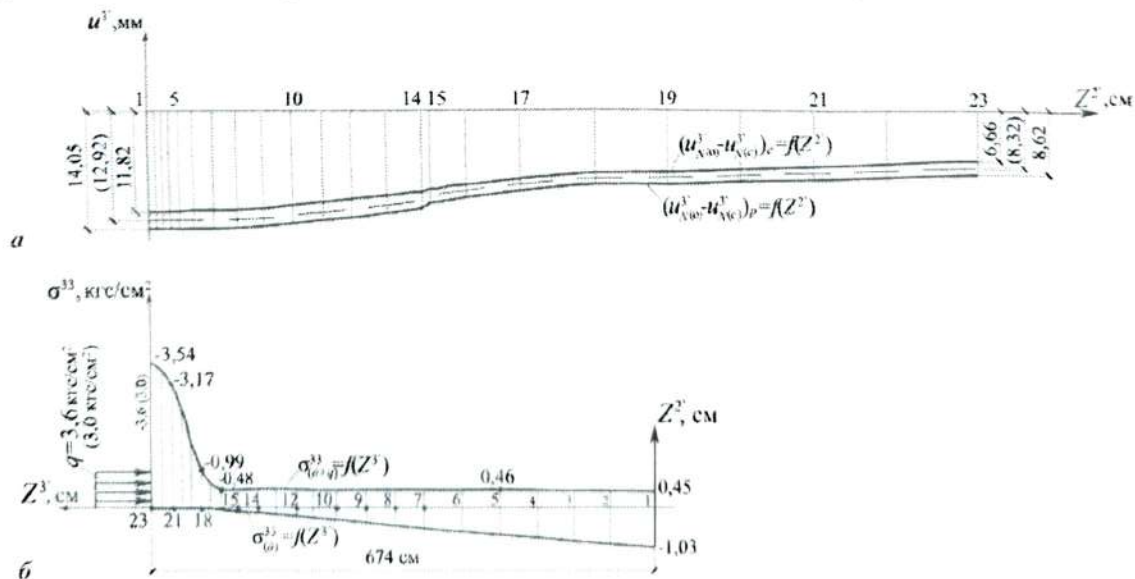


Рис. 6.20. Эпюры перемещений поверхности покрытия и опоры давлений по плоскости симметрии

$OZ^1Z^{3'}$

Таблица 6.16

№ точк и	№ узла КЭ	Собственный вес и полосовая нагрузка $\sigma_{N(0)}^{33}$, кгс/см ²	Собственный вес $\sigma_{N(c)}^{33}$, кгс/см ²
1	1	-1,48	-1,03
2	47	-1,38	-0,93
3	93	-1,29	-0,84
4	139	-1,21	-0,75
5	185	-1,13	-0,67
6	231	-1,05	-0,59
7	277	-0,97	-0,52
8	323	-0,90	-0,44
9	369	-0,82	-0,37
10	415	-0,76	-0,30
11	461	-0,70	-0,24
12	507	-0,65	-0,19
13	553	-0,60	-0,14
14	599	-0,55	-0,09
15	645	-0,51	-0,05
16	691	-0,48	-0,02
17	737	-0,56	0,0
18	783	-0,99	0,0
19	829	-1,69	0,0
20	875	-2,49	0,0
21	921	-3,17	0,0
22	967	-3,54	0,0

Таблица 6.17

№ точе к	№ КЭ узла	Собственный вес и полосовая нагрузка $\sigma_{N(0)}^{33}$, кгс/см ²	Собственный вес $\sigma_{N(c)}^{33}$, кгс/см ²
1	691	-0,48	-0,02
2	693	-0,48	-0,02
3	695	-0,48	-0,02
4	697	-0,48	-0,02
5	699	-0,47	-0,02
6	701	-0,47	-0,02
7	703	-0,47	-0,02
8	705	-0,46	-0,02
9	707	-0,46	-0,02
10	709	-0,45	-0,02
11	711	-0,45	-0,02
12	713	-0,43	-0,02
13	715	-0,59	-0,02
14	717	-0,33	-0,02
15	719	-0,23	-0,02
16	721	-0,37	-0,02
17	723	-0,34	-0,02
18	725	-0,32	-0,02
19	727	-0,31	-0,02
20	729	-0,29	-0,02
21	731	-0,28	-0,02
22	733	-0,28	-0,02

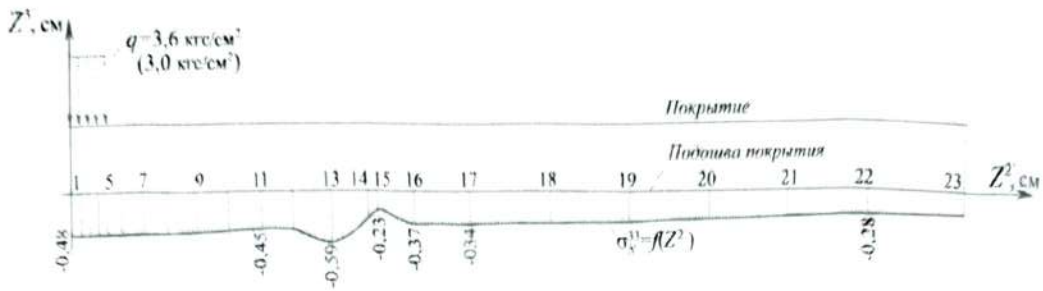


Рис.6.21. Эпюры вертикальных давлений на подошву плиты покрытия

Изгибные максимальные напряжения в среднем сечении центральной плиты при разбивке по толщине на шесть конечных элементов определяем как момент пары сил при построении эпюры изгибающих напряжений, значения которых сведены в табл. 6.18. По данным таблицы можно судить, что величина и характер изгибных напряжений при учете пластических деформаций практически не отличаются от расчета без учета последних. В соответствии с рис. 6.22 можно определить величину изгибающего погонного момента в плите жесткого покрытия по формулам (рассматриваем два варианта нагружения – $q^1 = 3,6 \text{ кгс/см}^2$, $q^2 = 3,0 \text{ кгс/см}^2$):

$$R_{\text{ср}}^1 = \frac{1}{2} 32,24 \cdot 30,833 = 497,0 \text{ кгс}; \tag{6.82}$$

$$M_{\text{max}}^1 = 497 \cdot 41,1 = 20426,7 \text{ кгс}\cdot\text{см/см} = 204,3 \text{ кНм/м};$$

Таблица 6.18

№ точки	№ узла КЭ в сечении плиты	$\sigma_{N(o)}^{22}, \text{ кгс/см}^2$		Максим. напряжени е в эпюре $\sigma_{\text{max}}, \text{ кгс/см}^2$	Активная высота эпюры напряжения $H_{\text{max}}, \text{ см}$	Эквивалентный погонный момент в сечении, $\text{кгс}\cdot\text{м/м}$ (кНм/м)
		с учетом пластических деформаций	без учета пластических деформаций			
1	737	(26,95) 32,24	(26,46) 31,75	(26,95) 32,24	41,1	17076(170,8) 20426,7(204,3)
2	783	(16,05) 19,21	(15,75) 18,9			
3	829	(5,56) 6,65	(5,44) 6,53			
4	875	(-4,89) -5,85	(-4,82) -5,78	(-26,95) -32,24		
5	921	(-15,67) -18,75	(-15,42) -18,49			
6	967	(-26,94) 32,24	(-26,50) -31,80			

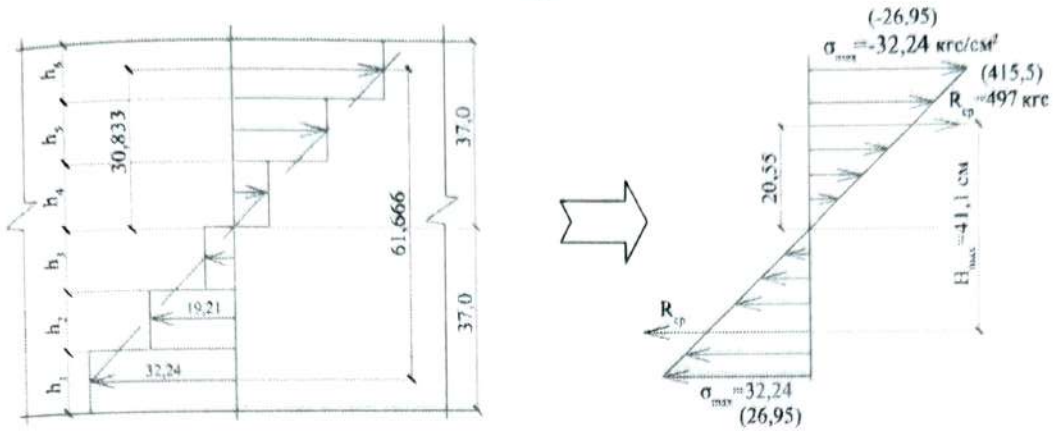


Рис. 6.22. Определение погонного изгибающего момента по эпюре напряжений σ_N^{22} в сечении плиты по плоскости симметрии OZ^1Z^3

$$R_{cp}^1 = \frac{1}{2} 26,95 \cdot 30,833 = 415,47 \text{ кгс}; \quad (6.83)$$

$$M_{max}^2 = 415,47 \cdot 41,1 = 17076 \text{ кгс-см/см} = 170,8 \text{ кНм/м}.$$

Второй вариант нагружения при интенсивности полосовой нагрузки $q^2 = 3,0 \text{ кгс/см}^2$ хорошо согласуется с численным расчетом в п. 4.7, а именно:

$$\Delta\% = \frac{(170,8 - 163,1)100}{163,1} \cong 5\%.$$

6.6. Численное исследование сходимости решений задачи расчета плиты покрытия на упругом основании от многоколесной нагрузки сверхтяжелого судна к решению плоской задачи исследования комбинированного полупространства от соответствующей модели полосовой нагрузки

Рассмотрим пример расчета плиты покрытия перрона проектируемого терминала в аэропорту Борисполь от воздействия сверхтяжелого транспортного воздушного судна (ВС) Ан-225 „Мрія”. Физико-механические характеристики слоев жесткого покрытия и упругого основания аналогичны приведенным в п. 4.1. Приведение конструкции покрытия к дискретному аналогу – условной плите – также выполнено, как для конструкции покрытия п. 4.1 со следующими параметрами:

- эквивалентная толщина условной плиты $t_{(e)} = 74 \text{ см}$;
- эквивалентный модуль упругости $E_{(e)} = 3,39 \text{ кгс/см}^2$;
- эквивалентный коэффициент Пуассона $\nu_{(e)} = 0,232$;
- средняя плотность материала условной плиты $\rho_{cp}^{(e)} = 0,002858 \text{ кг/см}^3$.

В соответствии с геологическим разрезом на рис. 1.1 принят эквивалентный постоянный коэффициент постели $K_{se} = 4,13 \text{ кгс/см}^3$ (см. рис. 1.2 и табл. 1.1). Параметры колесного воздействия ВС Ан-225 „Мрія“ на плиту жесткого покрытия следующие:

- нормативная нагрузка на основную опору $F_n = 2766,4 \text{ кН}$; (6.84)
- число колес на основной опоре $n_k = 14$;
- число осей на основной опоре $n_o = 7$;
- расстояние между основными опорами $L_o = 7,7 \text{ м}$;
- внутреннее давление воздуха в пневматике основной опоры $p_a = 1,15 \text{ МПа}$;
- расстояния между центрами отпечатков колес основной опоры $a_T = 1,01 \text{ м}$; $b_T = 1,71 \text{ м}$.

Представляем к рассмотрению анализ колесного воздействия ВС Ан-225 на плиту покрытия с приведенными выше характеристиками, включая инженерный (аналитический) и численный расчеты в пространственной постановке задачи с использованием расчетного фрагмента покрытия из 12-ти плит с размерами $7,5 \times 7,5 \text{ м}$, а также численный расчет в плоской постановке задачи комбинированного полупространства, включающего двухслойную плиту на жестком основании и реальное многослойное грунтовое основание по аналогии с примером в п. 6.5.

Определяем исходные значения параметров инженерного расчета для ВС Ан-225, исходя из соотношений, представленных в гл. 1:

- расчетная нагрузка на одно колесо

$$F_d = \frac{2766,4}{14} \cdot 1,15 \cdot 1,0 = 227,24 \text{ кН}; \quad (6.85)$$

- приведенный радиус круглого отпечатка пневматика

$$R_e = \sqrt{\frac{227,24 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1,15 \cdot 10^6}} = 0,251 \text{ м}; \quad (6.86)$$

- жесткость сечений плиты верхнего слоя покрытия

$$B_{\text{sup}} = 2,351 \cdot 10^8 \text{ Нм}^2/\text{м};$$

- жесткость сечений плиты нижнего слоя покрытия

$$B_{\text{inf}} = 0,6 \cdot 10^8 \text{ Нм}^2/\text{м};$$

- жесткость сечений жесткого искусственного основания покрытия

$$B_f = 0,832 \cdot 10^6 \text{ Нм}^2/\text{м};$$

- суммарная жесткость сечений условной плиты

$$B = 2,96 \cdot 10^8 \text{ Нм}^2/\text{м}; \quad (6.87)$$

- упругая характеристика условной плиты

$$l = 4 \sqrt{\frac{2,96 \cdot 10^8}{1,0 \cdot 41,3 \cdot 10^6}} = 1,636 \text{ м}; \quad (6.88)$$

– параметр α (аргумент функции $f(\alpha)$) (см. формулу (1.5))

$$\alpha = \frac{R_e}{l} = \frac{0,251}{1,636} = 0,1534.$$

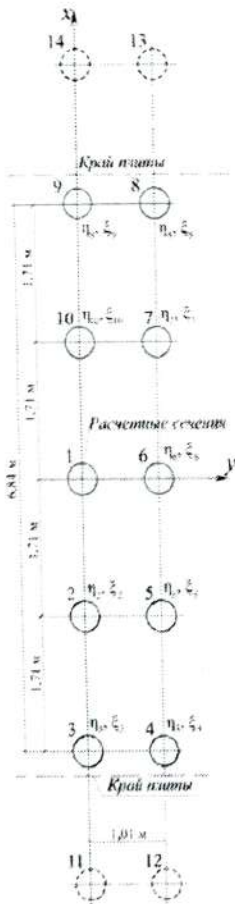
По значению $\alpha = 0,1534$ из таблиц [2] определяем $f(\alpha) = 0,2319$.

Используя приведенные значения параметров, определяем вклады от воздействия всех колес основной опоры ВС Ан-225 в функцию погонного изгибающего момента в центре плиты. Схема колесного нагружения представлена на рис. 6.23 (без учета колес, которые находятся вне пределов рассматриваемой плиты размером $7,5 \times 7,5$ м, – показаны пунктиром). Для первого колеса имеем

$$M_1 = 227,24 \cdot 0,2319 = 52,7 \text{ кНм/м},$$

а значения моментов от колес $n = 2 \dots 10$ определяем по формуле (1.16) и результаты сводим в табл. 6.19.

Определяем максимальный погонный изгибающий момент в центральном сечении плиты:



$$\eta_i = \frac{|x_i|}{l}; \quad \xi_i = \frac{y_i}{l}.$$

$$\eta_2 = \frac{|-1,71|}{1,636} = 1,05; \quad \xi_2 = 0;$$

$$\eta_3 = \frac{|-3,42|}{1,636} = 2,09; \quad \xi_3 = 0;$$

$$\eta_4 = \frac{|-3,42|}{1,636} = 2,09; \quad \xi_4 = \frac{1,01}{1,636} = 0,62;$$

$$\eta_5 = \frac{|-1,71|}{1,636} = 1,05; \quad \xi_5 = 0,62;$$

$$\eta_6 = 0; \quad \xi_6 = 0,62;$$

$$\eta_7 = 1,05; \quad \xi_7 = 0,62;$$

$$\eta_8 = 2,09; \quad \xi_8 = 0,62;$$

$$\eta_9 = 2,09; \quad \xi_9 = 0;$$

$$\eta_{10} = 1,05; \quad \xi_{10} = 0.$$

Рис. 6.23. Схема нагружения основной опоры ВС Ан-225

Таблица 6.19

№ колеса	$\alpha = \frac{R_c}{l}$	$f(\alpha)$	$\xi = \frac{x_i}{l}$	$\eta_i = \frac{y_i}{l}$	$\bar{m}_{xi}$	$\bar{m}_{yi}$
Первое	0,1534	0,2319	—	—	—	—
Второе	—	—	0	1,05	0,0510	-0,0024
Третье	—	—	0	2,09	0,0114	-0,0208
Четвертое	—	—	0,62	2,09	0,0093	-0,0196
Пятое	—	—	0,62	1,05	0,0271	0,0003
Шестое	—	—	0,62	0	0,0114	0,0904
Седьмое	—	—	0,62	1,05	0,0271	0,0003
Восьмое	—	—	0,62	2,09	0,0093	-0,0196
Девятое	—	—	0	2,09	0,0114	-0,0208
Десятое	—	—	0	1,05	0,0510	-0,0024

$$m_c(x) = 52,7 + 227,24(0,051 + 0,0114 + 0,0093 + 0,0271 + 0,0114 + 0,0271 + 0,0093 + 0,0114 + 0,051) = 100,19 \text{ кНм/м};$$

$$m_c(y) = 52,7 + 227,24(0,0003 + 0,0904 + 0,0003) = 73,38 \text{ кНм/м}.$$

Принимаем расчетным $m_{c,\max}$ больший из $m_c(x)$ и $m_c(y)$:

$$m_{c,\max} = 100,2 \text{ кНм/м}. \quad (6.89)$$

Численный вариант расчета воздействия ВС Ан-225 на жесткое покрытие рассматриваемого перрона в пространственной постановке задачи проводим с использованием расчетного фрагмента по аналогии с расчетной схемой, представленной на рис. 5.7, но с учетом некоторых технических параметров ВС Ан-225: величины расстояния между основными опорами под фюзеляжем $L_0 = 7,7$ м, схемы расположения колесного шасси основной опоры, представленной на рис. 6.23, включая все семь колесных пар.

Таким образом, с учетом симметрии (по оси фюзеляжа ВС Ан-225) построена дискретная модель расчетного фрагмента покрытия перрона, включающая шесть плит покрытия перрона с размерами $7,5 \times 7,5$ м каждая. Расчетная схема и конечноэлементная модель расчетного фрагмента покрытия представлены на рис. 6.24. Эквивалентные дискретные отпечатки колесных пневматиков с давлением воздуха $P_a = 1,15$ МПа ($11,5 \text{ кгс/см}^2$) согласно представленной КЭ-модели размещены симметрично на средней плите фрагмента так, что 10 отпечатков расположены на самой средней плите, а остальные

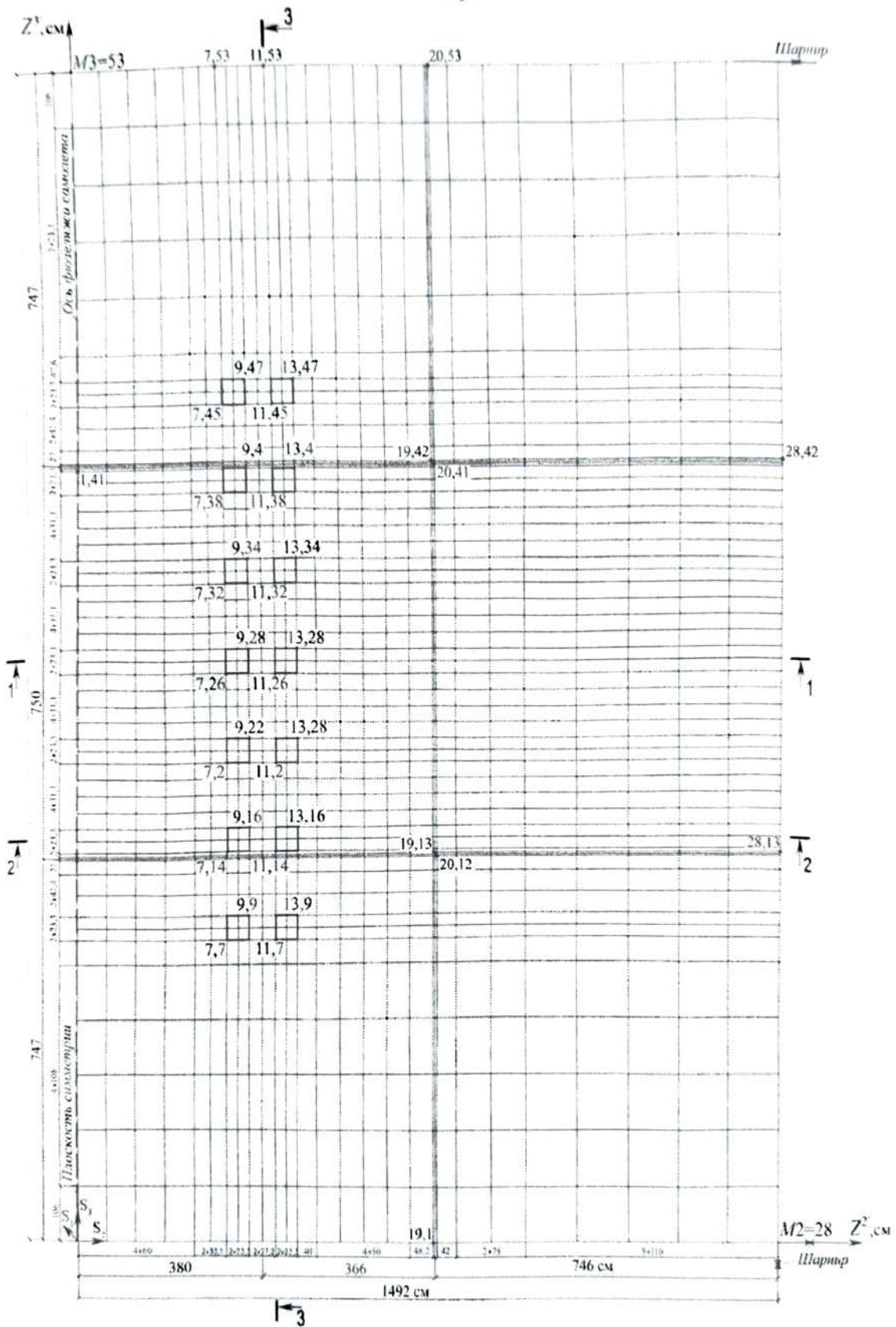


Рис. 6.24. Расчетная схема симметричного фрагмента плит покрытия относительно оси фюзеляжа ВС Ан-225

четыре – на двух смежных плитах (по два отпечатка на каждой), т.е. всего 14 дискретных эквивалентных квадратных отпечатка, включающие четыре КЭ, каждый с размерами и величинами узловых нагрузок в соответствии с формулами (4.26), (6.92):

$$- a = R_c \sqrt{\pi} = 25,1 \sqrt{\pi} = 44,49 \text{ см}, \quad (6.90)$$

принимая для дискретной модели $a=44,6$ см;

– величины узловых нагрузок дискретной модели колесного отпечатка (см. рис. 3.5) следующие:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{a^2}{4} Pa = \frac{44,6^2}{4} 11,5 = 5718,84 \text{ кгс}; \\ Q_2 &= \frac{a^2}{8} Pa = \frac{44,6^2}{8} 11,5 = 2859,42 \text{ кгс}; \\ Q_3 &= \frac{a^2}{16} Pa = \frac{44,6^2}{16} 11,5 = 1429,71 \text{ кгс}; \end{aligned} \quad (6.91)$$

– нагрузка на колесо

$$P = a^2 Pa = 44,6^2 \cdot 11,5 = 22875,34 \text{ кгс};$$

$$P = Q_1 + 4Q_2 + 4Q_3 = 22872,36 \text{ кгс},$$

что согласуется с формулами (6.91), разница составляет 0,65%. Дискретная модель построена так, что основное – левое среднее – колесо совпадает с центром средней плиты, т.е. обеспечивается возможность сравнения аналитического и численного расчетов.

Фрагменты топологической модели колесных отпечатков в расчетной схеме покрытия (см. рис. 6.24) имеют следующие сеточные координаты S_2, S_3 – начал и концов фрагмента колесного нагружения:

- 1) $N_2^1 = 7; N_3^1 = 26; k_2^1 = 9; k_3^1 = 28;$
- 2) $N_2^2 = 7; N_3^2 = 20; k_2^2 = 9; k_3^2 = 22;$
- 3) $N_2^3 = 7; N_3^3 = 14; k_2^3 = 9; k_3^3 = 16;$
- 4) $N_2^4 = 11; N_3^4 = 14; k_2^4 = 13; k_3^4 = 16;$
- 5) $N_2^5 = 11; N_3^5 = 20; k_2^5 = 13; k_3^5 = 22;$
- 6) $N_2^6 = 11; N_3^6 = 26; k_2^6 = 13; k_3^6 = 28;$
- 7) $N_2^7 = 11; N_3^7 = 32; k_2^7 = 13; k_3^7 = 34;$
- 8) $N_2^8 = 11; N_3^8 = 38; k_2^8 = 13; k_3^8 = 40;$
- 9) $N_2^9 = 7; N_3^9 = 38; k_2^9 = 9; k_3^9 = 40;$
- 10) $N_2^{10} = 7; N_3^{10} = 32; k_2^{10} = 9; k_3^{10} = 34;$
- 11) $N_2^{11} = 7; N_3^{11} = 7; k_2^{11} = 9; k_3^{11} = 9;$
- 12) $N_2^{12} = 11; N_3^{12} = 7; k_2^{12} = 13; k_3^{12} = 9;$

$$13) N_2^{13} = 7; N_3^{13} = 45; k_2^{13} = 9; k_3^{13} = 47;$$

$$14) N_2^{14} = 11; N_3^{14} = 45; k_2^{14} = 13; k_3^{14} = 47.$$

Начала сеточных координат S_1, S_2, S_3 и глобальных координат расчетного фрагмента $OZ^1Z^2Z^3$ связаны с узлом № 1 (нижняя ограничивающая поверхность плиты) – на пересечении оси симметрии (слева) и нижней кромки дискретной модели: $S_1^1 = 1; S_2^1 = 1; S_3^1 = 1$ и $Z_1^1 = 0; Z_2^1 = 0; Z_3^1 = 0$. Размеры сеточной области составляют $M1 \times M2 \times M3$, или $2 \times 28 \times 53$, а размеры расчетного фрагмента 14920×22440 мм. Всего узлов в КЭ-модели, представленной на рис. 6.24, $N_u = 2 \times 28 \times 53 = 2968$, что соответствует системе уравнений равновесия, число которых равно $k = N_u \times 3 = 2968 \times 3 = 8904$ (без учета накладываемых связей) и числу конечных элементов

$$M_{(e)} = (M2 - 1) \times (M3 - 1) = (28 - 1) \times (53 - 1) = 1404.$$

В соответствии с принятой моделью стыкового соединения плит покрытия (см. рис. 4.5) в структуре представленной дискретной модели (см. рис. 6.24) на границах плит введены врезки (ребра)-вставки, фрагменты которых также описываются сеточными координатами S_2, S_3 – всего пять фрагментов (обозначены номерами 1 – 5 на рис. 6. 24) со следующими сеточными координатами узловых начал и концов:

$$1) N_2^1 = 1; N_3^1 = 12; k_2^1 = 28; k_3^1 = 13;$$

$$2) N_2^2 = 1; N_3^2 = 41; k_2^2 = 28; k_3^2 = 42;$$

$$3) N_2^3 = 19; N_3^3 = 1; k_2^3 = 20; k_3^3 = 12;$$

$$4) N_2^4 = 19; N_3^4 = 13; k_2^4 = 20; k_3^4 = 41;$$

$$5) N_2^5 = 19; N_3^5 = 42; k_2^5 = 20; k_3^5 = 53.$$

Параметры врезок (ребер)-вставок во всех фрагментах одного типа (первого) соответствуют значениям параметров и характеристик материалов вставок, приведенных в п. 4.6. Граничные условия – кинематические, аналогичные описанным в п. 4.6, из плоскости плиты – специальные граничные условия (односторонние связи), обусловленные упругим основанием.

Результаты численного расчета в соответствии с расчетной схемой, представленной на рис. 6.24, следующие. Узловые значения перемещений и погонных изгибающих моментов (в центрах КЭ) в характерных сечениях расчетного фрагмента 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3 сведены в табл. 6.20 и 6.21, соответственно построены эпюры перемещений u_N^I , мм, и погонных изгибающих моментов $M_N^{22(33)}$, кгс·м, которые представлены на рис. 6.25 и 6.26. По характеру представленных эпюр перемещений можно заключить, что при воздействии многоколесной опоры ВС Ан-225 перемещения в пределах основной опоры (по сечению 3 – 3) практически не изменяются и достигают 1,56 мм. По абсолютному значению

максимальное перемещение, например $u_{801}^I = -1,56$ мм, превышает (незначительно) максимальное перемещение от воздействия основной колесной опоры ВС В747-400 (см. п. 4.5: $u_{1579}^I = -1,55$ мм). Эпюра погонных изгибающих моментов от многоколесной опоры ВС Ан-225 имеет практически прямоугольный (сплошной) характер в пределах средней плиты (см. рис. 6.26) и достигает максимума на колесных парах, размещенных у края плиты: $M_{2149}^{22} = 17680$ кгс·м/м = 176,8 кНм/м. Максимальные значения погонных изгибающих моментов вдоль продольной оси шасси по сечению 3 – 3 одинаковы от каждой колесной пары ($n_0 = 1, 2, 5, 6, 7, 10$) и равны $M_{N(1,2,10)} = 16784$ кгс·м/м = 167,8 кНм/м, т.е. практически не превышают значения изгибающих моментов от воздействия ВС А380-800 (см. п. 4.6). На основании изложенного можно утверждать, что рассматриваемое бетонное покрытие перрона нового терминала в аэропорту Борисполь удовлетворяет условиям прочности при колесном воздействии ВС Ан-225.

На рис. 6.25 и 6.26 показаны эпюры погонных изгибающих моментов от колесного воздействия ВС Ан-225 (см. графики), если не учитывать сквозные швы между плитами покрытия расчетного фрагмента на рис. 6.24. Характер поперечных эпюр изгибающих моментов (для сечений 1 – 1, 2 – 2) для неразрезной плиты существенно изменяется: на оси симметрии появляется изгибающий момент с противоположным знаком, а в среднем сечении изгибающий момент снижается до величины

$$M_{1477}^{22(n)} = 13926 \text{ кгс·м} = 139,26 \text{ кНм/м.} \quad (6.92)$$

Эта величина может быть сопоставлена с аналитическим расчетом в пределах значений рекомендуемых предельных коэффициентов (см. гл. 4.3) $p = 1,24 \dots 1,33$ в зависимости от прочности грунтового основания. В данном примере этот переходной коэффициент будет равен (см. формулы (6.89) и (6.92)):

$$k = \frac{M_{\text{числ}}^{22}}{M_{\text{анал}}^{22}} = \frac{139,26}{100,2} \cong 1,39. \quad (6.93)$$

Таким образом, рассмотрены варианты расчета плит покрытия перрона по разрезной и неразрезной схемам, а также вариант по размещению колесного шасси на средней плите расчетного фрагмента, представленного на рис. 6.24. В дополнение к рассмотренному варианту размещения многоколесной опоры ВС Ан-225 по центру средней плиты выполнен расчет при смещении всей опоры вправо вдоль оси OZ^* так, чтобы ось симметрии колесного шасси между основными опорами совпала с центром средней плиты расчетного фрагмента (см. рис. 6.25), а колесные пары основных опор расположились над продольными швами средней плиты. Для этого была изменена расчетная схема (с учетом симметрии по центру средней плиты) и выполнен расчет с той же величиной нагружения. Результаты показали, что характер распределения внутренних усилий резко изменился, о чем свидетельствует эпюра погонных изгибающих моментов, которая изображена на рис. 6.25 (кривая 3).

Сечение 1 – 1

№ точки	№ узла	u_N^I , мм	M_N^{22} , кгс·м/м
1	1457	-1,06	-183,2
2	1459	-1,17	-1035,4
3	1461	-1,27	-2947,7
4	1463	-1,37	-6057,9
5	1465	-1,46	-9269,4
6	1467	-1,50	-12510
7	1469	-1,53	-15519
8	1471	-1,54	-16590
9	1473	-1,55	-16217
10	1475	-1,54	-16278
11	1477	-1,53	-16762
12	1479	-1,51	-15779
13	1481	-1,48	-12561
14	1483	-1,41	-8267
15	1485	-1,31	-5429,3
16	1487	-1,20	-2970,7
17	1489	-1,08	-1167,3
18	1491	-0,96	77,0
19	1493	-0,84	183,7
20	1495	-0,79	965,5
21	1497	-0,75	1521,0
22	1499	-0,69	1896,5
23	1501	-0,64	1869,1
24	1503	-0,58	1498,0
25	1505	-0,53	963,8
26	1507	-0,50	455,7
27	1509	-0,47	113,6
28	1511	-0,45	—

Сечение 2 - 2

Таблица 6.20

№ узла	u_N^I , мм	M_N^{22} , кгс·м/м
785	-1,07	-99,5
787	-1,17	-658,2
789	-1,27	-2177,6
791	-1,37	-5159,6
793	-1,46	-8670,3
795	-1,51	-12505,0
797	-1,54	-16024,0
799	-1,56	-17301,0
801	-1,56	-16955,0
803	-1,56	-17027,0
805	-1,55	-17508,0
807	-1,53	-16340,0
809	-1,50	-12579,0
811	-1,43	-8025,7
813	-1,32	-4671,6
815	-1,21	-2459,0
817	-1,09	-1001,6
819	-0,97	64,4
821	-0,85	180,3
823	-0,78	1038,1
825	-0,75	1653,9
827	-0,68	1987,9
829	-0,63	1878,5
831	-0,57	1453,9
833	-0,53	898,2
835	-0,50	382,8
837	-0,48	74,8
839	-0,46	—

Сечение 3 – 3

Таблица 6.21

№ точки	№ узла	u_N^I , мм	M_N^{22} , кгс·м/м	M_N^{33} , кгс·м/м
1	2	3	4	5
1	21	-0,39	-1126,3	356,0
2	77	-0,48	-1393,6	1219,7
3	133	-0,58	-2025,3	2165,1
4	189	-0,71	-3342,2	2613,3
5	245	-0,87	-5896,7	1359,6
6	301	-1,06	-8815,5	-1642,7
7	357	-1,15	-10586,0	-4077,6
8	413	-1,19	-11102,0	-4218,3
9	469	-1,24	-10919,0	-2353,5
10	525	-1,31	-10909,0	-743,6
11	581	-1,39	-11123,0	-800,7
12	637	-1,44	-113,5	-344,3
13	693	-1,55	-17333,0	-1778,7
14	749	-1,55	-17680,0	-2399,2
15	805	-1,55	-17508,0	-3045,7
16	861	-1,54	-16581,0	-1983,3
17	917	-1,53	-15819,0	-1207,4
18	973	-1,53	-15684,0	-1559,6
19	1029	-1,53	-16152,0	-3066,0
20	1085	-1,53	-16784,0	-4797,1
21	1141	-1,53	-16769,0	-4909,1
22	1197	-1,53	-16092,0	-3449,6
23	1253	-1,52	-15546,0	-2287,2
24	1309	-1,52	-15548,0	-2345,5
25	1365	-1,52	-16093,0	-3628,9
26	1421	-1,53	-16762,0	-5203,2
27	1477	-1,53	-16762,0	-5203,2
28	1533	-1,53	-16093,0	-3628,9
29	1589	-1,52	-15548,0	-2345,6
30	1645	-1,52	-15546,0	-2287,2
31	1701	-1,52	-16092,0	-3449,6
32	1757	-1,53	-16769,0	-4909,2
33	1813	-1,53	-16152,0	-4797,2
34	1869	-1,53	-16152,0	-3066,1

Продолжение табл. 6.21

1	2	3	4	5
35	1925	-1,53	-15684,0	-1559,6
36	1981	-1,53	-15819,0	-1207,6
37	2037	-1,53	-16581,0	-1983,8
38	2093	-1,54	-17508,0	-3045,7
39	2149	-1,55	-17680,0	-2711,4
40	2205	-1,55	-17333,0	-1778,8
41	2261	-1,55	-113,5	-344,3
42	2317	-1,44	-11123,0	-800,7
43	2373	-1,39	-10909,0	-743,8
44	2429	-1,33	-10919,0	-2353,6
45	2485	-1,24	-11102,0	-4218,4
46	2541	-1,19	-10586,0	-4077,6
47	2597	-1,15	-8815,5	-1642,7
48	2653	-1,06	-5896,0	1359,6
49	2709	-0,87	-3342,2	2613,2
50	2765	-0,71	-2025,3	2165,1
51	2821	-0,58	-1393,6	1219,7
52	2877	-0,48	-1126,3	356,0
53	2933	-0,39	—	—

Наибольшая ордината эпюры находится в плоскости симметрии колесного шасси (по оси фюзеляжа самолета) со стороны верхней поверхности плиты и достигает по величине

$M_{\max(x)}^{22} = 13421$ кгс·м/м в сечении 1 – 1 со стороны растянутых верхних волокон (в сечении

2 – 2 $M_{\max(x)}^{22} = 14160$ кгс·м/м).

Изгибающий момент против колесных пар имеет величину 3619,6 кгс·м/м, т.е. со стороны растянутых волокон нижней поверхности плиты. Таким образом, при расположении многоколесных опор у боковых сторон плит размерами 7,5×7,5 м возникает наибольший изгибающий момент со стороны верхней поверхности плиты в среднем сечении. Однако это значение изгибающего момента не является критическим, исходя из теории предельного состояния, которая используется во всех рассматриваемых в книге методах расчета плит покрытия. В данном примере критическое расчетное значение максимального момента равно $M_{N(2-2)}^{22} = 17508$ кгс·м/м = 175,08 кНм/м и, соответственно, определяется предельная величина напряжения по формулам (4.24), (4.25).

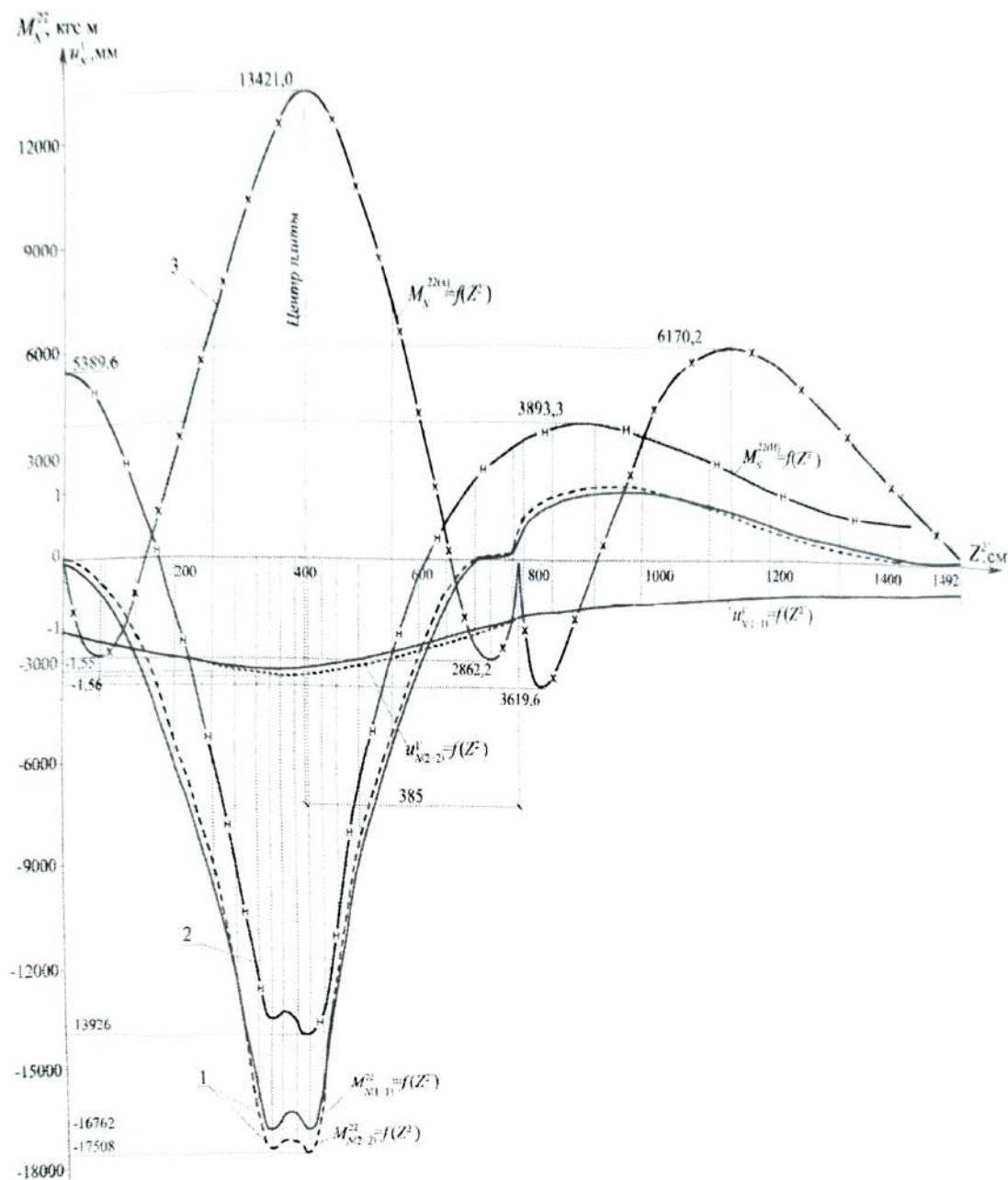


Рис. 6. 25. Эпюры перемещений u_N^I , мм и погонных изгибающих моментов M_N^{22} , кгс·м/м, в сечениях 1 – 1, 2 – 2 при различных граничных условиях и схемах нагружения: 1 – по разрезной схеме; 2 – по неразрезной схеме; 3 – при расположении опоры вдоль продольного шва средней плиты

Теперь рассмотрим для данного примера расчета жесткого аэродромного покрытия плоскую постановку задачи на основе моделирования комбинированного полупространства по аналогии с тем, которое приведено в п. 6.5. Для этого выполнено приведение нагрузки многоколесной опоры к адекватной полосовой нагрузке в соответствии со схемой на рис. 6.27, тогда интенсивность полосовой нагрузки можно определить по формуле:

$$q_0 = \frac{P}{ab_T} = \frac{22872,36}{44,6 \cdot 171} \cong 3,0 \text{ кгс/см}^2 = 0,3 \text{ МПа}, \quad (6.94)$$

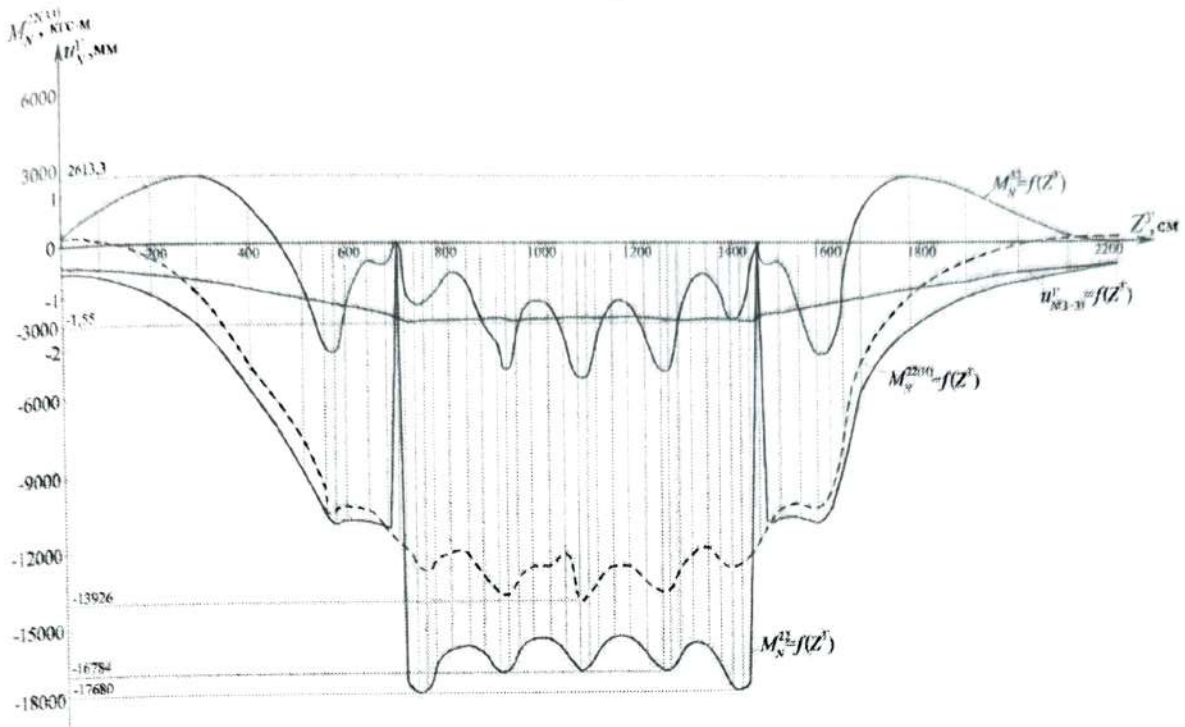
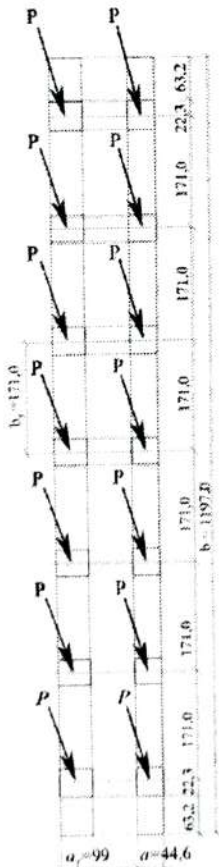


Рис. 6.26. Эпюры перемещений u_N'' , мм и погонных изгибающих моментов $M_N^{22(33)(H)}$, кгс·м/м, в сечении 3 – 3



$$S_o = 44,6 \cdot 1197 = 53386,2 \text{ см};$$

$$q_o S_o = 7P; \quad q_o = \frac{7P}{S_o};$$

$$q_o = \frac{7 \cdot 22872,36}{53386,2} \cong 3,0 \text{ кгс/см}^2$$

Рис. 6.27. Схема приведения многоколесной нагрузки основной опоры ВС Ан-225 к эквивалентной полосовой нагрузке интенсивностью q_o

что соответствует коэффициенту приведения прямоугольной поверхностной нагрузки к полосовой, полученному в (6.5) в сечении 1 – 1 (см. рис. 6.24).

С использованием (6.97) в сечении 1 – 1 (см. рис. 6.24) можно построить расчетную схему комбинированного полупространства единичной толщины, включающего жесткое покрытие в пределах расчетного фрагмента и активную зону многослойного грунтового основания. Расчетная схема, представленная на рис. 6.28, полностью соответствует схеме, приведенной на рис. 6.17, только в пределах средней плиты (от плоскости симметрии вправо) изменены сеточные координаты по S_2 и S_3 в соответствии с топологией на рис. 6.24. Таким образом, расчетный фрагмент полупространства имеет размеры: 1496 см (ширина) и 674 см (глубина-высота), толщина – 1 см. Размеры регулярной сеточной области: $S_1 \equiv M1 = 2$, $S_2 \equiv M2 = 28$, $S_3 \equiv M3 = 28$, т.е. дискретная конечноэлементная модель включает $Nu = M1 \times M2 \times M3 = 2 \times 28 \times 28 = 1568$ узлов и число конечных элементов $ME = (M2 - 1) \times (3 - 1) = (28 - 1) \times (28 - 1) = 729$, что соответствует числу разрешающих уравнений $k = Nu \times 3 = 1568 \times 3 = 4704$ без учета накладываемых связей. Граничные условия расчетной схемы, представленной на рис. 6.28, аналогичны граничным условиям для расчетной схемы на рис. 6.17 (см. п. 6.5).

Полосовая равномерно распределенная нагрузка интенсивностью 3,0 кгс/см² (см. формулу (6.94)) прикладывается на расстоянии от плоскости симметрии (ось фюзеляжа Ан-225) 380 см по аналогии с расчетной схемой на рис. 6.24, т.е. на узловых интервалах с сеточными координатами $S_2 = 7 \dots 9$ и $S_2 = 11 \dots 13$ (см. рис. 6.28). Структура многослойного грунтового полупространства аналогична представленной для примера исследования полупространства (п. 6.5), с измененными сеточными координатами начал и концов дискретной модели каждого однородного слоя (см. топологию на рис. 6.28). Стыковое соединение отдельных плит в расчетном фрагменте моделируется по аналогии с конструктивной схемой, описанной в п. 4.5. После решения задачи исследования НДС рассматриваемого комбинированного неоднородного полупространства с учетом развития упругопластических деформаций в плоской постановке задачи получены следующие результаты.

На рис. 6.29 представлены области развития *упругих деформаций* – отдельные КЭ ничем не помечены – и *пластических деформаций* – каждый КЭ помечен знаком $\otimes$. Характер распространения этих областей получен при воздействии полосовой нагрузки при $q_0 = 3$ кгс/см² и собственного веса плиты покрытия, собственный вес грунта не учитывался. Проверялись другие комбинации нагрузок воздействия на комбинированное полупространство, при этом характер распространения областей упругопластических деформаций такой же, как и в примере, рассматриваемом в п. 6.5. Характер распространения зон упругопластических деформаций, представленный на рис. 6.29, отличается некоторой концентрацией в области воздействия по вертикали полупространства сжатой полосовой нагрузки от головной многоколесной опоры ВС Ан-225.

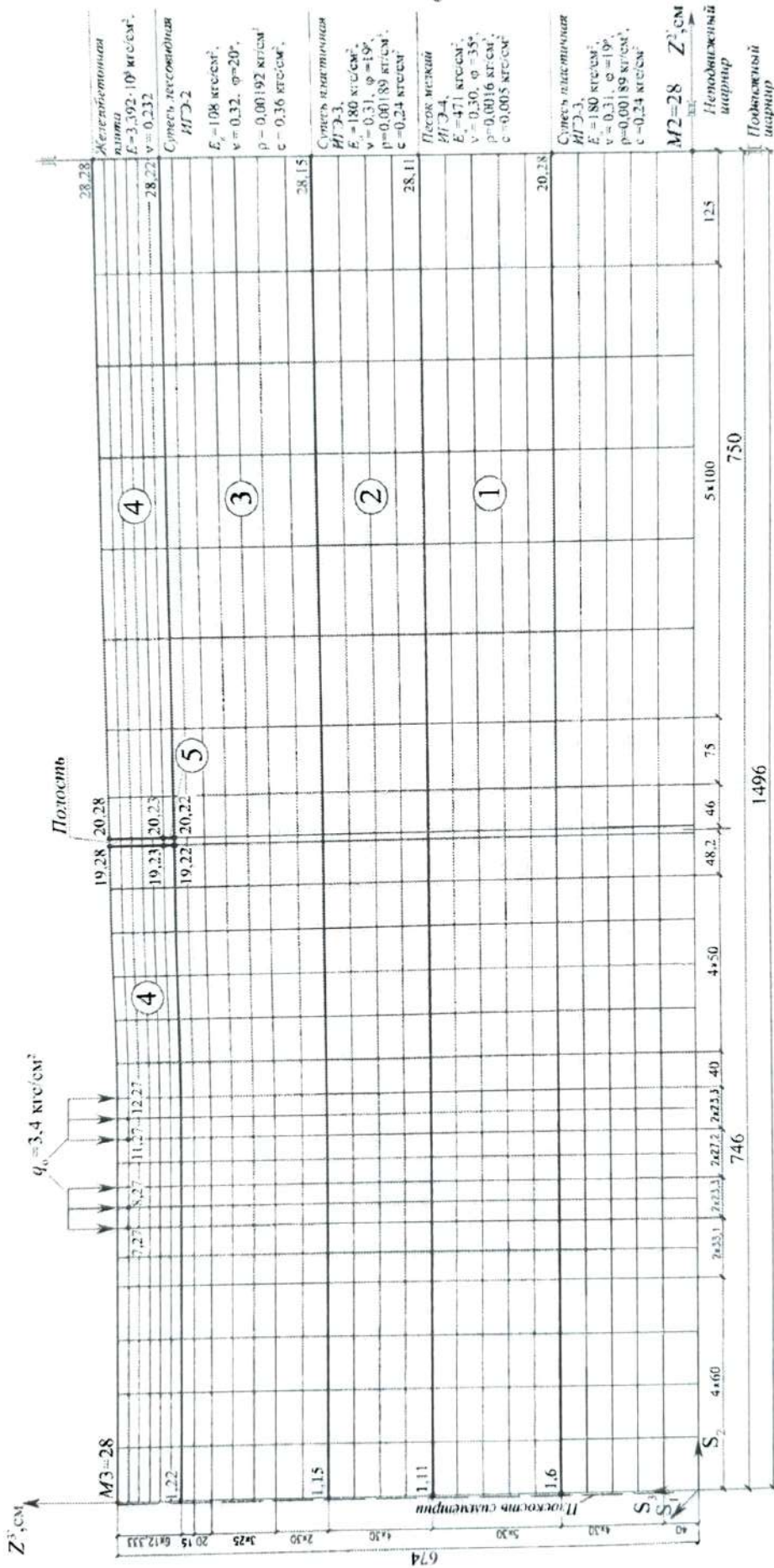


Рис. 6.28. Расчетная схема задачи колесного воздействия ВС Ан-225 на жесткое покрытие в плоской постановке

Результаты решения рассматриваемого примера по перемещениям и напряженному состоянию плиты покрытия сведены в табл. 6.22 и соответственно этим результатам построены эпюры перемещений и изгибающих моментов, представленные на рис. 6.30. Для вычисления последних использованы модели для определения погонных изгибающих моментов в соответствии с рис. 6.22 и табл. 6.18. Окончательно равнодействующие $R_{\text{ср}}$ пар сил, определяющих момент поперечного изгиба плиты (с теми же параметрами, которые приведены в п. 6.5), и максимальный изгибающий момент в рассматриваемом сечении вычислялись по формулам (6.82) и (6.83). Эти значения $R_{\text{ср}}^N$ и M_N^{max} приведены в соответствующих вертикальных графах в табл. 6.22.

Рассмотрен также вариант смещения многоколесной основной опоры к краю средней плиты (к полости продольного сквозного шва – см. полосовое нагружение от колесных пар в виде стрелок, показанных пунктиром). Этот результат по изгибающим моментам представлен в виде эпюры (кривая 3) на рис. 6.30.

Характер перемещений (прогибов в поперечном сечении плиты) соответствует тому анализу, который описан в п. 6.5. Действительно, при учете развития упругопластических деформаций прогибы плит в значительной степени включают составляющую смещения плиты как жесткого целого, что при учете постоянного коэффициента постели в расчетном фрагменте практически не влияет на величину погонных изгибающих моментов. При сравнении значений погонных изгибающих моментов в поперечных сечениях расчетного фрагмента при пространственной постановке задачи (см. сечение 1 – 1 на рис. 6.24) и вдоль оси OZ^2 на рис. 6.30 при плоской постановке задачи получаем следующий результат по максимальным ординатам соответствующих эпюр $M_N^{22} \equiv f(Z^2)$:

$$\frac{(16762 - 16303,1) \cdot 100}{16762} = 2,74\%.$$

Если сравнивать значения отрицательных погонных изгибающих моментов на рис. 6.25 и 6.30, то можно сделать вывод, что отрицательные моменты M_N^{22} в смежных ненагруженных плитах достигают величины при центральном расположении колесных опор 8649,1 кгс·м/м (86,49 кНм/м), т.е. больше на:

$$\Delta M_N^{22} \% = \frac{(8649,1 - 5389,6)100}{8649,1} \cong 37\%,$$

чем при пространственной постановке задачи.

При расположении колесных опор у края плиты характер распределения внутренних усилий (по изгибающим моментам) очень хорошо – качественно и количественно – согласуется при пространственной и плоской постановках задачи (см. рис. 6.25 и 6.30 – кривые 3), причем значения изгибающих моментов со стороны верхних растянутых волокон достигает предельной величины, соответственно 13421 кгс·м/м и 12748,4 кгс·м/м (разница всего 5%). Такое совпадение результатов пространственной и плоской постановок задачи можно объяснить тем, что воздействие многоколесной опоры ВС Ан-225 фактически соответствует полосовой нагрузке, используемой в плоской задаче (см. схему на рис. 6.23).

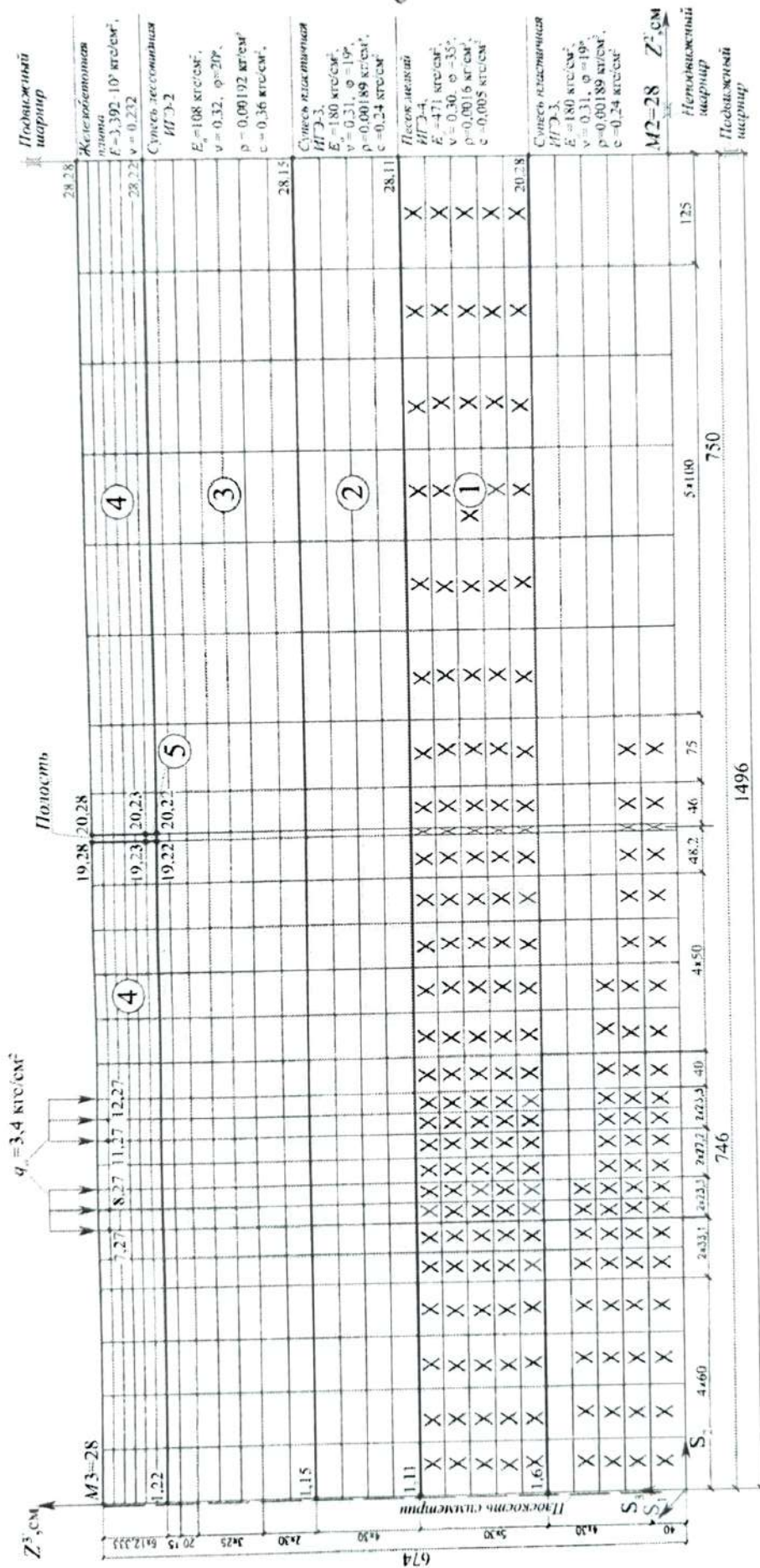


Рис. 6.29. Развитие зон пластических деформаций от веса плиты и поперечной нагрузки

Таблица 6.22

№ точки	№ крайнего КЭ в сечении плиты	$\sigma_{N(0)}^{22}$, кгс/см ²	$R_{ср}^N$, кгс	$M_N^{\max}$, кгс·м/м	$u_{N(0)}^3$, см
1	1177	9,74	150,1	6171,4	-1,02
2	1179	10,86	167,42	6881,0	-1,01
3	1181	13,08	201,64	8287,4	-1,01
4	1183	16,44	253,45	10416,8	-1,0
5	1185	19,77	304,78	12526,5	-0,99
6	1187	22,57	347,95	14300,7	-0,98
7	1189	24,67	380,33	15631,6	-0,97
8	1191	25,57	394,20	16193,4	-0,96
9	1193	25,73	396,67	16303,1	-0,95
10	1195	25,44	392,20	16119,4	-0,94
11	1197	24,75	381,56	15682,1	-0,92
12	1199	23,37	360,28	14807,5	-0,91
13	1201	20,28	312,65	12849,9	-0,89
14	1203	15,56	239,88	9856,1	-0,86
15	1205	10,88	167,73	6893,7	-0,82
16	1207	6,83	105,29	4327,4	-0,78
17	1209	3,53	54,42	2236,7	-0,74
18	1211	0,90	13,87	570,1	-0,69
19	1213	-1,25	-19,27	-792,0	-0,65
20	1215	-2,58	-39,77	-1634,5	-0,52
21	1217	-4,22	-65,06	-2674,0	-0,49
22	1219	-7,07	-108,99	-4479,5	-0,45
23	1221	-9,61	-148,15	-6089,0	-0,39
24	1223	-11,35	-174,98	-7191,7	-0,34
25	1225	-12,54	-193,32	-7945,5	-0,30
26	1227	-13,27	-204,58	-8408,2	-0,27
27	1229	-13,65	-210,44	-8649,1	-0,26

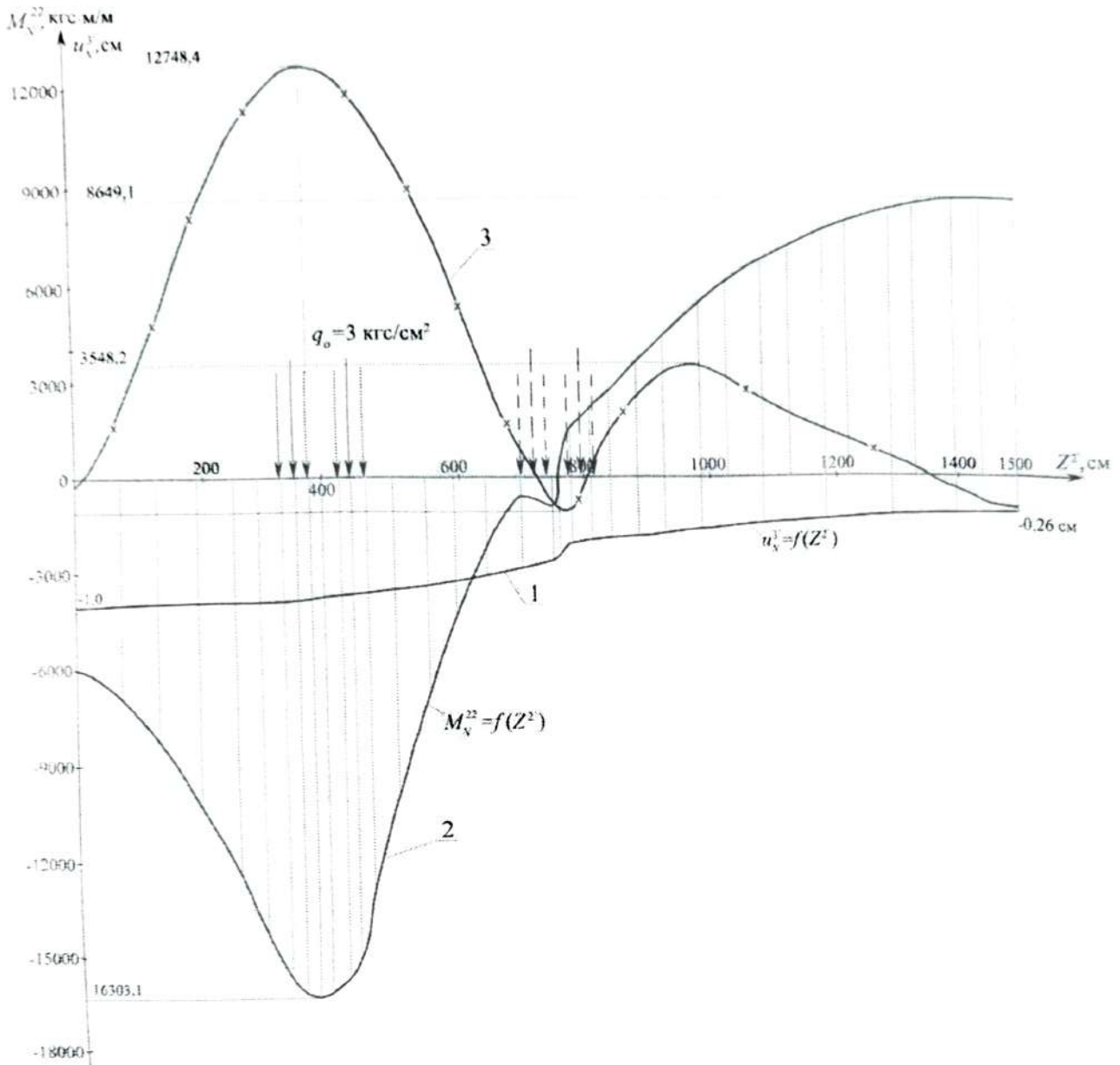


Рис. 6.30. Эпюры перемещений нижней поверхности плиты покрытия и погонных изгибающих моментов в поперечных сечениях.

Однако эти значения отрицательных моментов вызывают допустимые растяжения верхних волокон плиты покрытия и не являются критическими.

6.7. Сравнительный анализ численных расчетов аэродромных покрытий в упругой и неупругой постановке задачи с целью определения уточняющих коэффициентов для практического использования инженерных расчетов и разработки рекомендаций при подготовке нормативных документов

В книге изложена методология уточненных расчетов аэродромных покрытий на основе численной реализации моментной схемы конечных элементов и даются рекомендации по введению в методику инженерных расчетов соответствующих переходных коэффициентов, обеспечивающих адекватность уточненных численных расчетов и приведенных в существующих нормативных документах инженерных аналитических расчетов. Коротко изложим суть и новизну предложенной методологии нелинейного деформирования и прочностных расчетов тонких гибких пластинок (плиты) на грунтовом основании.

1. В гл. 3 доказана достоверность и сходимость численных решений к точным на классических примерах различных тестовых задач с учетом конфигурации поверхностного нагружения.

2. Разработаны топологические модели расчета гибких плит конечной жесткости на упругом основании по разрезным и неразрезным схемам при наличии сквозных швов и стыковых соединений.

3. Разработаны адекватные дискретные модели колесных нагрузений от шасси современных воздушных крупнофюзеляжных судов.

4. Разработана конструктивная модель стыкового соединения бетонных плит, которая обеспечивает условия шарнирного соединения плит, т.е. нулевое значение изгибающих погонных моментов в месте стыка и передачи силового воздействия (реакции) от одной плиты на другую.

5. Уточнены переходные коэффициенты с использованием аналитических решений для неограниченных плит при определении максимальных изгибающих моментов в плитах конечной жесткости в зависимости от типа граничных условий, места расположения колесного воздействия и прочности грунтового основания – слабого, среднего и прочного.

6. Усовершенствована упрощенная математическая модель упругого основания на основе гипотезы Винклера: предложена сплайн-функция переменного коэффициента постели в местной системе координат на срединной поверхности пластинки.

7. Для уточнения амплитуд сплайновой функции коэффициента постели разработаны адекватные модели упругого полупространства с описанием многослойных включений с реальными физико-механическими характеристиками грунтов на основе инженерно-геологических разрезов.

8. Построена для физически нелинейного грунтового полупространства комбинированная математическая модель основания на основе расширенного критерия Мизеса, включающего:

– классический принцип Мизеса;

- критерий Кулона – Мора;
- учет третьего инварианта тензора-девиатора напряжений;
- уравнение состояния в приращениях в предельном состоянии в виде тензорного ряда из трех членов (см. гл. 6).

9. Разработаны конструктивные модели и их эквивалентные аналоги условных плит с адекватными изгибной и продольной жесткостями для:

- бетонных, армобетонных и железобетонных монолитных плит покрытий;
- комбинированных двухслойных жестких покрытий с нижним бетонным монолитным слоем и верхним слоем из сборных железобетонных плит увеличенных размеров и стыковыми специальными соединениями, обеспечивающими работу плит покрытия в бесшовном варианте;
- комбинированных двухслойных жестких покрытий с нижним бетонным монолитным слоем и верхним из сталежелезобетонных плит увеличенных размеров со стыковыми соединениями, обеспечивающими практическую бесшовность покрытия.

10. Даны рекомендации введения в аналитические нормативные соотношения переходных коэффициентов при определении погонных изгибающих моментов в рассматриваемом сечении плиты для слабых, средних и прочных грунтовых оснований соответственно – $\rho_{сл} = 1,33$; $\rho_{ср} = 1,29$ $\rho_{пр} = 1,26$ – при учете реальных условий плит конечных размеров.

11. Даны рекомендации введения коэффициентов в нормативные аналитические формулы, которые учитывают развитие полных пластических (сдвиговых) деформаций после определенного срока консолидации и фильтрационного упрочнения активной зоны грунтового основания (с увеличением ее активной толщины в 1,5 раза по сравнению с требованиями в существующих нормах): при определении изгибающих моментов дополнительный коэффициент $k_p = 1,05$ и при определении перемещений $k_{\omega} = 1,2$.

12. Изложенные предложения и математические выкладки можно использовать при подготовке новых нормативных документов по расчету аэродромных покрытий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баженов В.А., Сахаров А.С., Цыхановский В.К. Моментная схема метода конечных элементов в задачах нелинейной механики сплошной среды // Прикладная механика. – К.: Ин-т механики НАН Украины, 2002. – Т.38(48), №6, июль. – С.24 – 63.
2. Баженов В.А., Цыхановський В.К., Кислюк В.М. Метод скінченних елементів у задачах нелінійного деформування тонких та м'яких оболонок. – К.: КНУБА, 2000. – 386 с.
3. Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 445 с.
4. Білеуш А.І., Березівський М.В. Вплив неоднорідностей ґрунтової основи на напружено-деформований стан жорсткого аеродромного покриття // Вісн. НАУ. – 2003. – №2. – С. 23 – 27.
5. Білеуш А.І., Березівський М.В., Зосименко О.І. Експериментальні дослідження пружно-деформованого стану аеродромної злітно-посадкової смуги жорсткого типу // Матеріали V Міжнародної наук.-техн. конф. „АВІА-2003”. Том 4. – Київ: НАУ, – 2003. С. 42.44 – 42.47.
6. Блохин В.И., Белинский И.А., Циприанович И.В., Билеуш А.И. Аэродромы гражданской авиации (вертикальная планировка, водоотвод и дренаж, аэродромные покрытия). Учеб. для вузов. – М.: Воздушный транспорт, 1996. – 400 с.
7. Варвак П.М., Бузун И.М., Городецкий А.С., Пискунов В.Г., Толокнов Ю.Н. Метод конечных элементов / Под ред. П.М. Варвака. – К.: Вища школа, 1981. – 176 с.
8. Васильев К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 42 с.
9. Геккелер И.В. Статика упругого тела. – Л.: ОНТИ, 1934. – 287 с.
10. Горбунов-Посадов М.И. Устойчивость фундаментов на песчаном основании. – М.: Госстройиздат, 1962.
11. Горецкий Л.И., Бардоз В.И., Полосин-Никитин С.М., Викторов А.М. Строительство аэродромов. – М.: Транспорт, 1968.
12. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. – К.: Факт, 2007. – 384 с.
13. Далматов Б.И. Механика грунтов. Основания и фундаменты. Учеб. для вузов. – М.: Изд-во АСВ, 2000. – 202 с.
14. Дослідження напружено-деформованого стану конструкцій покриття термінального комплексу аеропорту Бориспіль: Звіт про ЦДР // Національний авіаційний університет, наук. керівник В.К. Цыхановський. – Тема № 439-X07. – Київ, 2007. – 15 с.
15. Жемочкин Б.Н. Плоская задача расчета бесконечно длинной балки на упругом основании. Расчет балок на упругом полупространстве и полуплоскости. – М.: ВИА РККА, 1937. – 142 с.
16. Жемочкин Б.Н. Теория упругости. – М.: ГИИСА, 1957. – 256 с.
17. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

18. *Изыскания и проектирование аэродромов: Учеб. для вузов / Г.И.Глушков, В.Ф.Бабков, В.Е.Тригони и др.// Под ред. Г.И.Глушкова. – М.: Транспорт, 1992 – 463 с.*
19. *Корнев Б.Г., Черниговская Е.И. Расчет плит на упругом основании. – М.: ГИЛСА и СМ, 1962. – 355 с.*
20. *Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1974. – 831 с.*
21. *Кузнецов В.И. Упругое основание. Расчет балок, плит и рам. – М.: ГИЛСА, 1952. – 296 с.*
22. *ЛИРА 9.2 /Е.Б. Стрелец-Стрелецкий, Ю.В. Гензорский, М.В. Лазнюк, Д.В. Марченко, В.П. Титок. – К.: Изд-во „Факт”, 2005. – 140 с.*
23. *Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. – М.: Наука, 1980. – 512 с.*
24. *Луценко О.К., Першаков В.М., Плужніков Б.О., Чекед І.В. Військові аеродроми. Металеві аеродромні покриття. – К.: НАУ, 2004. – 58 с.*
25. *Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. – М.: МГУ, 1969. – 695 с.*
26. *Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.*
27. *Отчет об инженерно-геологических изысканиях №28-50/05-08-227//Терминальный комплекс ГМА Борисполь. – К.: ГП КИИЗИ „Енергопроект”, 2006.*
28. *Патент 52548А. Україна. МПК 7Е02Д 1/00. Спосіб визначення коефіцієнта постелі ґрунтової основи / А.І. Білеуш, М.В. Березівський, Серд Янжив. – № 2002097691. Заявл. 26.09.02. Опубл. 16.12.02. Бюл. №12.*
29. *Расчет на прочность и деформативность разных типов жестких покрытий от воздействия основного самолета В747-400 при строительстве терминала аэропорта Борисполь: Отчет о НИР (заключительный) //Национальный авиационный университет, науч. руководитель В.К.Цыхановский. – Тема № 1 200 К 002(306-Х06). – Киев, 2006. – 68 с.*
30. *Руководство по проектированию аэродромов. ICAO 4.3. Покрытия. – М.: ICAO, 1983. – 348 с.*
31. *Руководство по проектированию и строительству непрерывно бесшовных аэродромных покрытий (НБАП) / Н.Т. Арбузов, В.Е. Тригони и др. – М.: ОНТИ, 1972. – 26 с.*
32. *Сахаров В.О. Математична модель нелінійної ґрунтової основи в умовах прибудови//Основи і фундаменти. Міжвід.наук.-техн.збір. – К.: КНУБА, 2005. – Вип.29. – С.123 – 129.*
33. *Сахаров О.С. Тензорні ряди в моментній схемі методу скінченних елементів /Опір матеріалів і теорія споруд. Вип. 68. – К.: КНУБА, 2000. – С.122 – 129.*
34. *СНиП 120-70. Указания по проектированию аэродромных покрытий. – М.: Изд-во лит. по стр-ву, 1970. – 111 с.*
35. *СНиП 2.03.01-84* Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Госстрой СССР, 1989. – 77 с.*
36. *СНиП 2.05.08-85 Аэродромы. – М.: Госкомитет СССР по делам строительства, 1985. – 58 с.*

37. Теллес Д.К. Приложение метода граничных элементов для решения неупругих задач. – М.: Стройиздат, 1987. – 160 с.
38. Указания по укладке, эксплуатации и ремонту металлических аэродромных покрытий (УА-166-4) – М.: Военное изд-во Минобороны СССР, 1977. – 79 с.
39. Улицкий И.И., Ривкин С.А. и др.. Железобетонные конструкции (расчет и конструирование) – К.: Будівельник, 1972. – 992 с.
40. Харо М.Е. Основы теоретической механики грунтов. – М.: Изд-во лит. по стр-ву, 1971. – 320 с.
41. Цыхановський В.К., Соколовська В.А. Метод скінченних елементів у задачах дослідження неоднорідного анізотропного ґрунтового півпростору //Вісн. НАУ. 2004. – № 4 (22). – С.138 – 145.
42. Цыхановський В.К. Метод скінченних елементів у задачах взаємодії гнучких оболонок-пластинок з пружною ґрунтовою основою при розрахунках нежорстких аеродромних покриттів //Матер. V Міжнар. наук.-техн. конф. Т. IV. Аеропорти та їх інфраструктура. – К.: НАУ, 2003. – С. 42.40 – 42.43.
43. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: ГИЛСАиСМ, 1963. – 635 с.
44. Цытович Н.А., Тер-Мартirosян З.Г. Основы прикладной геомеханики в строительстве. – М.: Высш. школа, 1981. – 317 с.
45. Цыхановский В.К., Козловець С.М., Коряк А.С. Определение напряженно-деформированного состояния аэродромных жестких покрытий при наличии в основании слабых слоев грунта// Матер. VII Междунар. науч.-техн. конф. „АВИА-2006“. – Т. 2. – К.: НАУ, 2006. С. 42.66 – 42.69.
46. Цыхановский В.К. Интегральный закон состояния нелинейно-упругих мягких оболочек. – К.,1981. – 50 с. (Рук. деп. в УкрНИИТИ 16.06.81, №2832).
47. Цыхановский В.К. К решению сильно-нелинейных задач в механике твердого деформируемого тела /Междунар. науч. ж. „Прикладная механика“. Т. 35 (45). – №3, март. – К.: Ин-т механики НАН Украины, 1999. С.22 – 26.
48. Шимановский А.В., Цыхановский В.К. Теория и расчет сильнонелинейных конструкций. – К.: Изд-во „Сталь“, 2005. – 432 с.
49. Development of a Computer Program – COMFAA – for Calculating Pavement Thickness and Strength. Gure, 2003, NewJersy, 08405.
50. SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD/ В.С. Карпиловский, Э.З. Криксунов, А.А. Моляренко, М.А. Микитаренко, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер. – М.: Изд-во АСВ, 2004. – 592 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Расчет прочности аэродромных покрытий жесткого типа инженерными методами	6
1.1. Основные положения расчета прочности жестких покрытий.....	6
1.2. Расчет бетонной плиты на упругом основании методом предельных состояний	9
1.3. Расчет бетонной плиты жесткого покрытия методом предельных состояний по деформациям.....	17
1.4. Расчет бетонной плиты с учетом величин среднего и прочного грунтового основания.....	18
Глава 2. Исходные данные численного определения напряженно-деформированного состояния аэродромных покрытий на упругом основании	21
2.1. Вариационные принципы и соотношения нелинейной теории упругости, специальные алгоритмы.....	21
2.2. Основные соотношения моментной схемы конечных элементов	24
2.3. Нелинейная матрица реакций и линеаризованная матрица жесткости пространственного оболочечного конечного элемента.....	26
2.4. Гипотезы и допущения для тонких гибких оболочек, замена переменных ограничивающих поверхностей на переменные срединной поверхности оболочек.....	29
Глава 3. Тестовые задачи исследования с помощью моментной схемы конечных элементов напряженно-деформированного состояния гибких пластинок (плит) на упругом основании	32
3.1. Математические модели аналитических решений тестовых задач	32
3.2. Тестовая задача Герца. Расчет на прочность неограниченной плиты от равномерно распределенной нагрузки по окружности	34
3.3. Тестовая задача по Б.Г. Кореневу. Расчет на прочность неограниченной плиты загруженной полосовой равномерно распределенной нагрузкой по площади конечных размеров (по прямоугольнику).....	40
3.4. Тестовая задача по Б.Г. Кореневу. Расчет на прочность неограниченной плиты загруженной полосовой нагрузкой треугольного профиля.....	46
3.5. Тестовая задача по Б.Г. Кореневу. Определение перемещений и изгибающих моментов в полубесконечной плите от равномерно распределенной нагрузки по круговому отпечатку.....	51
Глава 4. Построение дискретной модели многослойной плиты для численной реализации. Анализ сходимости получаемых решений и оценка влияния граничных условий расчетных схем	61

4.1. Определение входных и выходных параметров условной плиты для реализации численного расчета многослойных плит на упругом основании.....	61
4.2. Анализ сходимости решений для дискретных моделей плит конечных размеров при увеличении сеточной области.....	65
4.3. Анализ напряженно-деформированного состояния и рекомендации по определению переходного коэффициента для расчетного изгибающего момента в зависимости от граничных условий плиты конечных размеров.....	74
4.4. Общий анализ напряженно-деформированного состояния плиты конечных размеров на упругом основании с переменными значениями функции коэффициента постели.....	81
4.5. Расчет бетонного покрытия перрона от колесного воздействия воздушного судна В747-400.....	86
4.6. Анализ НДС бетонного покрытия перрона от колесного воздействия крупнофюзеляжного воздушного судна А380-800.....	98
4.7. Определение показателя несущей способности покрытия по методу ACN-PCN Международной ассоциации ICAO.....	106
Глава 5. Исследование напряженно-деформированного состояния покрытий из железобетона и облегченных металложелезобетонных покрытий.....	112
5.1. Инженерный расчет железобетонных покрытий перрона нового терминала аэропорта Борисполь при колесном воздействии самолета В747-400.....	113
5.2. Численный расчет двухслойного покрытия перрона, включающего железобетонный и бетонный слои на жестком искусственном основании.....	118
5.3. Численный расчет покрытия перрона из сборных железобетонных предварительно-напряженных плит на жестком искусственном основании.....	125
5.4. Численный и инженерный расчеты облегченного металложелезобетонного покрытия на жестком основании при воздействии воздушного судна типа В747-400.....	141
Глава 6. Численное исследование комбинированного многослойа полупространства, включающего слои железобетонного (бетонного) покрытия, искусственного основания и активной зоны грунтового основания. Плоская постановка задачи.....	155
6.1. Исходные соотношения грунтового полупространства в запредельном состоянии.....	155
6.2. Тестовая задача. Исследование напряженно-деформированного состояния изотропного однородного грунтового полупространства с полостью в плоской постановке.....	163

6.3. Тестовая задача. Исследование напряженно-деформированного состояния однородного полупространства и определение зон предельного равновесия с учетом уплотненного ядра под жестким полосообразным фундаментом.....	170
6.4. Тестово-контрольная задача. Определение напряженно-деформированного состояния нежесткого аэродромного покрытия от воздействия полосовой нагрузки на активное полупространство.....	181
6.5. Численный расчет дискретной модели комбинированного полупространства, включающего конструкцию жесткого покрытия и активную часть многослойного грунтового основания с учетом развития упруго пластических деформаций.....	196
6.6. Численное исследование сходимости решений задачи расчета плиты покрытия на упругом основании от многоколесной нагрузки сверхтяжелого судна к решению плоской задачи исследования комбинированного полупространства от соответствующей модели полосовой нагрузки.....	209
6.7. Сравнительный анализ численных расчетов аэродромных покрытий в упругой и неупругой постановке задачи с целью определения уточняющих коэффициентов для практического использования инженерных расчетов и разработки рекомендаций при подготовке нормативных документов.....	228
Список литературы.....	230

Научное издание

Валентин Константинович Цыхановский

Светлана Михайловна Козловец

Александр Сергеевич Коряк

**РАСЧЕТ ТОНКИХ ПЛИТ
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Ц 75 Расчет тонких плит на упругом основании методом конечных элементов. – К.:
Изд-во “Сталь”, 2008. – 236 с., рис. 110, табл. 52.

ISBN 978-966-1555-06-7

ББК 39.513

Редактор

Р.И. Гусячая

Компьютерный набор и верстка

С.М. Козловец

Подписано в печать 18.07.2008 г. Формат 60×84/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 13,77. Уч.-изд. л. 12,52

Тираж 300 экз. Зак. № 0215

ТОВ “Издательство “Сталь”.

02660, г. Киев, просп. Освободителей, 1,

тел./факс 516-55-92, 543-45-02.



ЦЫХАНОВСКИЙ

Валентин Константинович

Заведующий кафедрой реконструкции аэропортов и автодорог Национального авиационного университета, доктор технических наук, профессор, специалист в области численных исследований комбинированных оболочечных систем

КОЗЛОВЕЦ

Светлана Михайловна

Докторант кафедры реконструкции аэропортов и автодорог Национального авиационного университета, кандидат технических наук, доцент, специалист в области оптимизации формы и структуры тонкостенных пространственных конструкций



КОРЯК

Александр Сергеевич

Инженер научно-технического отдела Украинского государственного проектно-технологического научно-исследовательского института гражданской авиации «Укразропроект», аспирант Национального авиационного университета

